

Subitisering – en grundläggande beståndsdel i räkneförmågan

*Vilken betydelse för vår taluppfattning har förmågan att uppfatta antal utan att räkna? **Eva Ekeblad**, mellanstadie lärare och forskarstuderande vid pedagogiska institutionen vid Göteborgs Universitet, ger en beskrivning av begreppet subitizing.*

Varifrån kommer förmågan att handskas med de naturliga talen? Vad har ett barn att bygga på när det lär sig räkna? Den språkliga förmåga som tillåter barnet att lära sig räkneorden och begripa vad man använder dem till, är naturligtvis en viktig del av grunden. En annan är den förmåga som bland psykologer ofta kallas förmågan till *subitizing*, nämligen förmågan att ordlöst — utan att räkna — uppfatta små antal. Till exempel räcker det ju att kasta en enda blick för att se om där är tre flugor på fönstret eller bara två. Denna typ av omedelbar antalsuppfattning kommer i det följande på grund av författarens aversion mot bokstaven ”z” att försvenskas till *subitisering*.

Frågan om människans förhållande till talen har varit av filosofiskt intresse sedan de gamla grekernas dagar, av psykologiskt intresse sedan psykologin blev en vetenskap, och av pedagogiskt intresse sedan folkskoletankens genombrott. Kunskaper från det ena området utnyttjas naturligtvis på det andra. En pedagogisk tillämpning bör till exempel vara förenlig med psykologiska teorier.

Inom den didaktiska tradition som utgick från Herbarts psykologi menade man att *uppmärksamhetens omfång* är grundläggande för alla talbegrepp. Förmågan att

samtidigt uppmärksamma flera ting sågs som filosofiskt nödvändig för uppkomsten av ett talbegrepp. Man menade nämligen att om vi inte kunde vara medvetna om mer än en sak i taget, skulle vi aldrig ha kunnat komma på idén att föra samman tingen i grupper och räkna deras antal, och inte heller skulle vi ha kunnat mäta kvantiteter genom att välja en enhet att jämföra med. Eftersom det är tydligt att människor gör båda dessa saker med framgång, menade man att det måste förhålla sig så att det mänskliga medvetandet har ett uppmärksamhetsomfång som förmår omfatta mer än en enhet. Uppmärksamhetens omfång är dock begränsat. Om det är fler flugor på fönstret än fyra — kanske sex eller sju — måste vi fördela vår uppmärksamhet genom en räkneprocedur. Uppmärksamhetens omfång är då också av praktisk betydelse för vilka räkneprocedurer vi förmår lära oss att använda. Det ansågs således av både psykologiskt och pedagogiskt intresse att känna till uppmärksamhetens exakta omfång.

Ett tidigt experiment

Den experimentella psykologin har därför i mer än hundra år ställt frågor om människans psykiska kapacitet på detta område.

Det första konsekvent genomförda experimentet med snabb antalsuppfattning redovisas av W S Jevons, som år 1871 publicerade en artikel om "The power of numerical discrimination" i tidskriften *Nature*. Jevons använde sig själv som försöksperson. Han studerade psykets kapacitet att intuitivt omfatta inkommande sinnesintryck i form av slumpmässigt åstadkomna antalsmönster. Hans metod var enkel men effektiv. Jevons placerade en vit bricka mitt på en större, svart bricka. Mot denna måltavla kastade han en handfull svarta bönor. Han "uppskattade utan dröjsmål" hur många bönor som hamnat på den vita brickan, antecknade sin uppskattning, och räknade sedan det verkliga antalet. Jevons upprepade sitt försök mer än 1000 gånger och sammanställde sedan en tabell över resultaten för antal mellan tre och femton. Man kan där för varje verkligt antal se hur många gånger han antecknat ett visst antal som uppskattning.

Det visade sig att antalen tre och fyra alltid blev korrekt angivna. Fem bönor angavs korrekt i 95% av fallen. Medelvärdet för uppskattningarna stämde därefter någorlunda med det korrekta värdet ända upp till antalet åtta, för att sedan glida över mot en underskattning. Jevons menade sig



härigenom ha funnit att uppmärksamhetsomfånget varierade från ögonblick till ögonblick. Då uppskattningen nämligen var korrekt, var uppmärksamhetsomfånget i detta ögonblick åtminstone så stort som det korrekt uppskattade talet. Hans kapacitet räckte alltså alltid till att uppmärksammas och säkert urskilja minst fyra ting.

De stora dragen i Jevons resultat har senare i stort sett bekräftats i hela den rad av experimentella undersökningar som ägnats åt temat omedelbar antalsuppfattning: människor förmår uppfatta små antal — två, tre, fyra, kanske också fem, sex, eller till och med sju — omedelbart i en enda blick, och utan att uttryckligen räkna tingen. Däremot råder oenighet om hur de experimentella iakttagelserna skall tolkas: är den snabba antalsuppfattningen medfödd intuition eller förvärvad genom erfarenhet?

Föregår subitiseringen räknandet, eller är den en arbetsbesparande förenkling av ett inledande räknande? Och var går gränsen mellan subitisering och andra sätt att uppfatta antal?

En ny term

Den grupp perceptionspsykologiska forskare, Kaufman, Lord, Reese och Volkman, som år 1949 skapade termen subitisering accepterade varken Jevons tolkning av antalsuppfattningen som en intuitiv förmåga eller hans inexakta mätmetoder. Den tid det tar att "omedelbart uppfatta", måste mätas så exakt som möjligt.

Kaufman och hans medarbetare använde sig därför av en tämligen komplicerad utrustning för sina försök. De projicerade sina varierande antal prickar i oregelbundna mönster på biografduk. Därvid mätte de tiden med ett kronoskop, som startades då försökspersonen gav klarsignal med en telegrafnyckel och stoppades då en mikrofon uppfångade ljudet av försökspersonens svar.

De fann att ju fler prickar ett mönster innehöll desto längre tid dröjde svaret, samtidigt som försökspersonerna kände sig

mindre säkra på svarets riktighet.

Vid antal mindre än sex kom försökspersonernas svar med så gott som full säkerhet och på mindre än två sekunder. Tidsökningen för varje enhet var försumbar inom detta område. För antal större än sex dröjde svaret mellan tre och fyra sekunder, samtidigt som svaret både objektivt och enligt försökspersonernas egen uppfattning blev allt mindre tillförlitligt ju större antal prickar som visats (det kunde i deras försök i några fall röra sig om över 200 prickar).

Kaufman och hans medarbetare tyckte sig alltså kunna dra en gräns vid antalet sex, men ville undvika gängse termer med missledande bibetydelser av att *räkna*, *uppskatta*, eller *intuitivt uppfatta*. ”Räkning” antyder ju en medvetet utförd handling och ”uppskattning” en medvetenhet om en viss osäkerhet i antalsuppfattningen. Begreppet ”intuition” var för de fyra experimentopsykologerna vetenskapligt sett helt oacceptabelt. Man ville inte uttala sig om mentala processer så länge man inte funnit någon motsvarande neurologisk process. De upplevde dock ett behov av en term för den snabba och exakta uppfattning av antal mindre än sex, som deras försökspersoner kunde prestera. De fick hjälp med den språkliga nyskapelsen *subitize* — som sedan alltså har slagit rot i det psykologiska språkbruket — av en universitetslektor i latin: ”Det klassiska latinets adjektiv *subitus* betyder *plötslig*, och det medeltida latinets verb *subitare* betyder att *anlända plötsligt*. Ändelsen *-ize* är visserligen grekisk, men dess användning förekommer i medeltida latin.”

En datormodell

Kaufman och hans medarbetare avstod för 40 år sedan från att spekulera i de mentala processer som kan tänkas ligga bakom subitiseringsen. Senare har det åter blivit vetenskapligt gångbart att bygga upp teoretiska modeller över det mänskliga medvetandets struktur och funktioner.

David Klahr ledde på 70-talet en rad

undersökningar av snabb antalsuppfattning, där mätmetoderna förfinats ytterligare med hjälp av datorteknik. Klahr och hans medarbetare arbetade enbart med talområdet upp till 20, och intresserade sig speciellt för subitiseringsens mekanismer, som man såg som en grundläggande förutsättning för uppkomsten av räknefärdigheter. I ett av försöken använde man till och med videoutrustning för att kunna kontrollera försökspersonernas eventuella ögonrörelser, och därefter räkna bort de svar som avgivits efter en förflyttning av blicken.

Man kunde konstatera att reaktionstiden även för antalen från ett till fem ökade något för varje ingående föremål. Det rörde sig dock om så litet som cirka 40 millisekunder per föremål. Inom talområdet över fem eller sex – gränsen är fortfarande något oklar – ökade reaktionstiden däremot med cirka 300 ms per föremål.

Klahr och hans medarbetare använde sedan sina experimentella resultat för att bygga upp en teoretisk modell av det mänskliga medvetandet som ett informationsbehandlande system, analogt med datorn.

Deras modell förutsätter att vuxna har lagrat en *lista för subitisering* i långtidsminnet. Denna lista består av en ordnad uppsättning av kvantitativa symboler för de fem eller sex första kardinala värdena. De kvantitativa symbolerna i subitiseringslistan är distinkta representationer av ren kardinalitet (t.ex. ’tvåaktighet’). När det informationsbehandlande systemet (människan) ställs inför en uppgift som kräver subitisering, överförs listan från långtidsminnet till korttidsminnet och avläses där med cirka 40ms per symbol. Om det stimulus som kodats in visar sig likvärdigt med en av symbolerna i subitiseringslistan, avbryts sökningen och den etikett som är förbunden med den likvärdiga symbolen levereras. Om ingen likvärdig symbol återfinns, prövar systemet någon av de andra kvantifierande operatorerna (antingen räknande eller uppskattning).

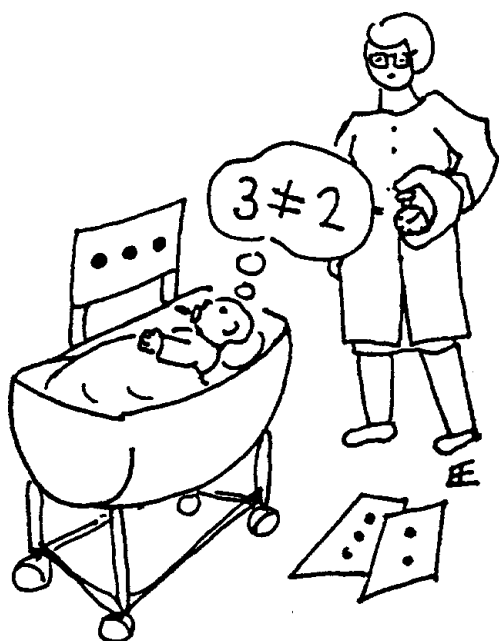
Klahr framkastar tanken att barn före två eller tre års ålder uppfattar små antal genom subitisering, men att de vid denna

ålder, då barn ju börjar lära sig tala och även tillägnar sig räkneorden, övergår alltmer till att avgöra antal genom att räkna. Räknandet bygger då på de kunskaper barnet förvärvat genom subitisering.

Djur och spädbarn

Då man använder vuxna, räknekunniga försökspersoner för att undersöka den omedelbara antalsuppfattningen, blir det nödvändigt att minimera försökspersonernas möjligheter att räkna. Man instruerar försökspersonerna att uppskatta antalet så exakt som möjligt utan att räkna, samtidigt som man använder korta exponeringstider för att hindra räkning. Ett annat sätt att undersöka förmåga till antalsuppfattning utan räkneordens hjälp är att rikta sin uppmärksamhet mot varelser utan talspråk. Naturligtvis är även detta ett väl utforskat område. Otto Koehlers artikel i fjärde bandet av Sigma om fåglars förmåga att urskilja antal är ett intressant och underhållande exempel. Det visar sig där att den övre gränsen för fåglars förmåga till antalsuppfattning befinner sig någonstans i samma område som människans förmåga till subitisering: från tre till sju, beroende på fågelart. Andra djurpsykologiska studier har givit liknande resultat.

Men inte bara djur uppfattar antal utan



att ha tillgång till räkneord. Också mänskliga spädbarn har med 80-talets sinnrika undersökningsmetoder visat sig ha förmåga till en viss antalsuppfattning. Det man undersöker i spädbarnens fall, är huruvida de kan lära sig att skilja på bilder där två olika antal finns representerade. På detta område har Antell & Keating studerat spädbarn under första levnadsveckan, medan till exempel Strauss & Curtis har arbetat med något äldre barn – mellan fyra och tolv månader.

Den teknik man använder för sina experiment kallas habituering och går ut på att barnet får se en viss typ av bilder, som det till en början intresserar sig för genom att fixera dem med blicken. Samma typ av bilder visas ända tills barnet blivit *habituert*, och genom väsentligt minskad fixeringstid visar ett minskat intresse. Barnen i ett habitueringsexperiment delas in i grupper, där barnen inom en grupp inte utsätts för mer än två skilda antal, till exempel två och tre. Med mer eller mindre raffinerade arrangemang av försöksutrustningen exponeras först bilder som utgör variationer i utformningen av det ena utvalda antalet. Placering och figurtyp varieras från bild till bild, för att undvika att habitueringen hänförs sig till andra egenskaper hos bilden än antalet. Antalet förblir detsamma till dess att barnet habituerats. Då barnet nått detta tillstånd övergår man till att visa bilder där det andra utvalda antalet visas med liknande figurer och placeringar. Om barnet då uppvisar förnyat intresse anser man att barnet förmår åtskilja de två antalen ifråga.

De nyfödda barnen i studien av Antell & Keating kunde skilja mellan antalen två och tre — i form av svarta prickar i rad på ett vitt kort — men gjorde ingen skillnad mellan antalen fyra och sex. De något äldre barnen hos Strauss & Curtis skilde fortfarande mellan två och tre. De förmådde inte göra någon skillnad mellan antalen fyra och fem, men däremot i vissa fall mellan tre och fyra. Det tycks som om pojkar intresserade sig mer för de bilder där antalen illustrerades med olikartade föremål

och följaktligen såg skillnad på tre och fyra i detta fall, medan flickor istället såg samma antalsskillnader då de fick se bilder med likartade föremål.

Strauss & Curtis kallar barnens förmåga för *protonumerisk* och anser den inte vara någon form av medfött talbegrepp. De anser sig också kunna fastslå att barnen inte räknar de förevisade föremålen. Räknande förutsätter nämligen någon form av upprepande process, som borde gå att iakttä som ett handlingsmönster där räknade element särskiljs från ännu icke räknande. Något pekande, sådant som litet äldre barn använder, har dock inte kunnat iakttäas i spädbarnsstudierna. Inte heller har man funnit något bestämt mönster av ögonrörelser. Dock tror man inte heller på möjligheten av att två-, tre- och fyrhet finns inbyggt i den fysiologiska perceptionsapparaten. Barnen måste nämligen få se ganska länge på stimuli. De måste lära sig att se antalskillnaden, vilket inte är nödvändigt med andra stimuli som färg eller form.

Vad betyder subitiseringen?

Subitiseringen är en förmåga att med synen uppfatta det exakta antalet föremål i små grupper. Utvecklingspsykologen Sheldon Wagner menar att denna förmåga bygger på en mer grundläggande benägenhet att kategorisera händelser — de må vara visuella, auditiva eller motoriska — som antingen kontinuerliga eller diskontinuerliga. Detta ger de tre första talen karakteristiska egenskaper: "Ett" är en singularitet, "två" är en avbruten singularitet, som dock innehåller ett tomrum som taget för sig är en singularitet. "Tre" är ett avbrott i detta singulara tomrum.

Förmågan till subitisering gör det inte bara möjligt att uppfatta små antal med

synens hjälp. Den gör det också möjligt att få grepp om dessa små antal med tanken. På så sätt utgör förmågan att subitiserar en av de grundförutsättningar vi har att bygga på då vi utvecklar ett talbegrepp.

Referenser

- Antell, S E & Keating, D P. Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 1983, 54, s 695-701.
- Jevons, W S. The power of numerical discrimination. *Nature*, 1871, 3, s 281-282.
- Kaufman, E L m fl. The discrimination of visual number. *American Journal of Psychology*, 1949, 62, s 498-525.
- Klahr, D. Quantification processes. In Chase, W G (Ed.) *Visual information processing*. New York and London: Academic Press, 1973.
- Klahr, D & Wallace, J G. The role of quantification operators in the development of conservation of quantity. *Cognitive Psychology*, 1973, 4, s 301-327.
- Koehler, O. Fåglars förmåga att "räkna". I: Newman (Ed) *Sigma*, 4, Stockholm: Forum, 1960.
- Strauss, M S & Curtis, L E. Infant perception of numerosity. *Child Development*, 1981, 52, s 1146-1152.
- Strauss, M S & Curtis, L E. Development of numerical concepts in infancy. In: Sophian, C. (Ed) *Origins of cognitive skills*, Hillsdale NY: Lawrence Erlbaum Associates, 1984.
- Wagner, S H & Walters, J. A longitudinal analysis of early number concepts. In: Forman, G E. (Ed) *Action and thought. From sensorimotor schemes to symbolic operations*. New York and London: Academic Press, 1982.