

Grodhopp – algebra i femte klass

Denna något förkortade artikel var publicerad i norska Tangenten 2018:2 under rubriken *Froskehopp – algebra på sjetten trinn*. På svenska väljer vi att skriva i femte klass eftersom det stämmer bättre med elevernas ålder.

Följande dialog är ett utdrag från ett samtal med mina elever då vi gick igenom veckans matematikläxa. Jag berättar sedan om bakgrunden till samtalen och varför eleverna kan tänka på det sätt som de säger att de gör.

$$2x + 6 = 4x - 2$$

Trygve: *De där två hoppen (x-en) på var sida, de behöver vi inte titta på. De är egentligen borta ...*

Läraren: *Vad menar du med borta, kan du förklara lite mer?*

Trygve: *Ja, att de tar ut varandra och därför behöver du inte räkna med dem.*

Läraren: *Vad betyder det att de tar ut varandra, kan du förklara det?*

Trygve: *Ja, som i en fotbollsmatch, om det andra laget leder med 3–2, så gör någon i mitt lag ett mål, då blir det oavgjort och då blir det lika mycket som 0–0.*

Oda: *Jag adderar sexan och tvåan med en gång.*

Läraren: *Varför gör du det?*

Oda: *Jo, det blir lättare när jag ska tänka vidare, jag bara gör det med en gång ...*

I denna femteklass har undervisningen utgått från undersökande aktiviteter som ger eleverna möjligheter att skapa mening med ekvationslösning. I boken *The California frog-jumping contest* presenteras en historia om en grodhoppstävling som arrangeras varje år i Kalifornien. Grodorna flyttar sig framåt genom att ta både hopp (*h*) och steg (*s*). Antal hopp och steg räknas samman och grodan med den längsta distansen eller längsta hoppet vinner. Eleverna är själva domare och de ska räkna poängen. Som domare utgår de ifrån att en grodas hopp alltid har samma längd och eftersom enheten är ett steg kan de räkna ut hur många steg det är i ett hopp. På så sätt byggs historien om grodhopp upp i en "praktisk" och matematisk kontext.

Grodhoppstävlingen ger eleverna en naturlig ingång till att använda en öppen tallinje. I den aktuella läxan hade jag som mål att eleverna skulle använda en sådan tallinje för att jämföra två okända intervall. Eleverna har tidigare parvis undersökt flera olika delar av grodhoppstävlingen och jag upplever det som att de har varit på en resa. Gradvis har de gått från att använda tallinjen som modell för att visa för varandra hur de tänker, och vilka strategier de har använt, för att sedan använda tallinjen som ett verktyg för sina beräkningar. I den här veckans läxuppgifter har flera elever börjat göra egna beräkningar där de inte längre behöver använda tallinjer som hjälpmedel.

I den undervisningssekvens som eleverna mötte var den största utmaningen $4h - 6$. Elevernas ansikten kännetecknades av lätt frustration och hårt tankearbete. Som lärare startade jag med att rita följande på tavlan:



Jag sa att här är ett okänt intervall markerat på en tallinje. Jag kan kalla det för h .

- Var på tallinjen finns 2 gånger h ?
- Var på tallinjen finns 2 gånger dessa h ?
- Var finns $4h + 6$?

Några elever kom fram till tavlan och tillsammans ritade vi detta:



Nästa uppgift "Var är $4h - 6$?" var utmanande och eleverna utnyttjade verkligen möjligheten att först rita tallinjer individuellt för att sedan diskutera med sin kamrat. De flesta hade något förslag och eleverna fick möjlighet att visa dem:



Kunde vi nu se hur många steg (s) det var i ett hopp? Eleverna diskuterade i sina par och kom fram till att "det ser vi inte nu, för alla kan vara rätt, det är bara vi som har ritat det på olika sätt". Jag var särskilt nöjd med att alla elever hade varit noga med att rita lika många steg i varje hopp. Det är grundläggande att de är med på att alla hopp ska ha lika längd, dvs samma värde, i sig.

Min nästa upplysning gav eleverna en ny utmaning: "Vad händer om jag säger att 4 hopp $- 6$ är detsamma som 2 hopp? Vad kan ni använda den informationen till?" Eleverna skulle först rita och tänka individuellt, sedan visa och berätta för kamraten när de hade tänkt färdigt. Nästan alla elever hade ritat denna tallinje:



Det var utmanande för dem att se hur de kunde tänka när de hade kommit så här långt. De flesta ritade lite, men sedan tog det stopp. Dubbel tallinje hade de erfarenhet av från tidigare, men i denna kontext hade jag haft för stora förväntningar på att de skulle använda gammal kunskap i detta nya sammanhang.

Jag uppmanade eleverna att försöka sätta ihop de båda tallinjerna de hade, så att det blev en tallinje med ett antal hopp och steg både på över- och undersidan och som hamnade på samma ställe. Eleverna kom igång, de försökte och

misslyckades, de ritade, räknade fel, suddade och ritade igen. Tyvärr har jag inte tagit hand om dessa teckningar som visade hur eleverna försökt hitta mening i det okända genom att försöka igen och igen. De flesta kom fram till det som en elev gick fram till tavlan och ritade, och då stannade vi där:



De flesta upplevde nog starten som ganska enkel när hoppen skulle vara lika långa så att grodorna hamnade på samma ställe. Men nu då?

Jag gick tillbaka till teckningen av $4h - 6$, och eleverna studerade de olika förslagen. Efter några sekunder var det många som räckte upp handen. Eleven som fick ordet, berättade att hon trodde att det måste vara korrekt att vi utifrån teckningen kunde se att det måste vara tre steg i ett hopp.



Vi fortsatte lektionen med ytterligare några exempel och flera elever löste problemen. Men att förstå tar tid och jag insåg att inte alla var med på allt. Våra arbetsmetoder gör att vi arbetar på djupet och genom flera sammanhang som hjälper eleverna att förstå. Därför är det inte omedelbart ett stort problem om inte alla direkt hänger med. Så efter flera lektioner med utforskande arbete, kom läxan som jag hänvisade till först i texten.

Läxans innehåll

1. Mary är en groda

När Mary hoppar 2 gånger och tar 6 steg *framåt*, landar hon på samma plats som när hon hoppar 4 gånger och tar 2 steg *bakåt*.

Hur många steg är det i varje hopp?

2. Eddy är en groda

När Eddy hoppar 3 gånger och tar 8 steg *framåt*, landar han på samma plats som när han hoppar 5 gånger och tar 6 steg *bakåt*.

Hur många steg är det i varje hopp?

3. Evelyne är en groda

När Evelyne hoppar 5 gånger och tar 11 steg *framåt*, landar hon på samma plats som när hon hoppar 9 gånger och tar 9 steg *bakåt*.

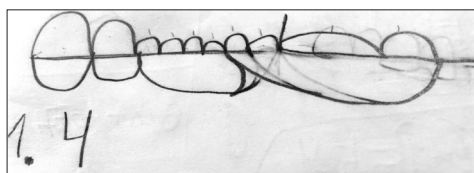
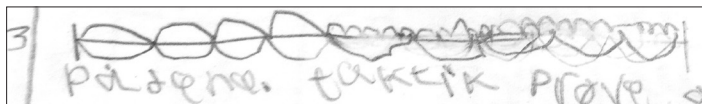
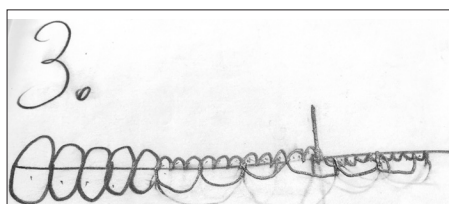
Hur många steg är det i varje hopp?

4. Pete är en groda

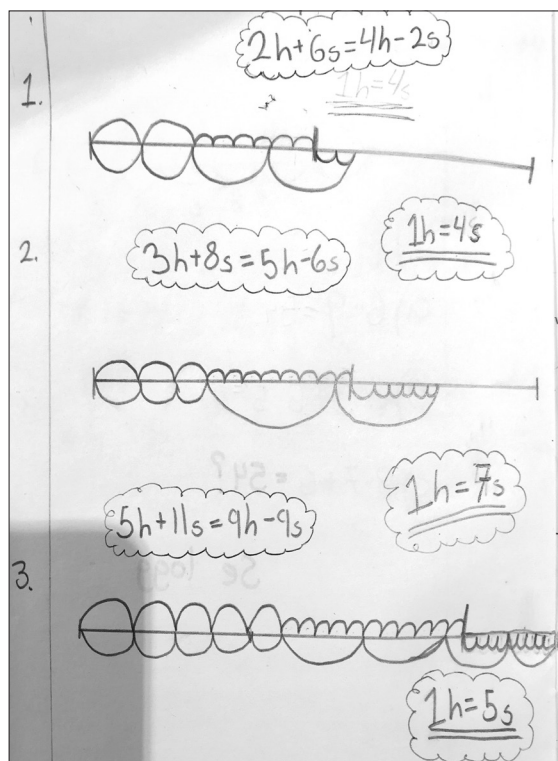
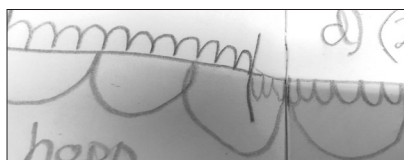
När Pete hoppar 4 gånger och tar 6 steg *framåt*, landar han på samma plats som när han hoppar 2 gånger och tar 11 steg *framåt*.

Hur många steg är det i varje hopp?

Elevernas hemarbete visar att flera av dem använder tallinjen till att prova sig fram till det riktiga svaret. De första hoppen går lätt, så de ritar, suddar och ritar igen ända tills de har kommit fram till det rätta svaret och kan se hur många steg det är i ett hopp. För dessa elever är tallinjen väsentlig för att finna lösningen.



En del elever suddar inte ut hopp som de har ritat fel och flyttar dem till rätt ställe. De vet att när de har alla steg på plats kan de dela antalet steg på antalet hopp, för att hitta antalet steg i varje hopp.

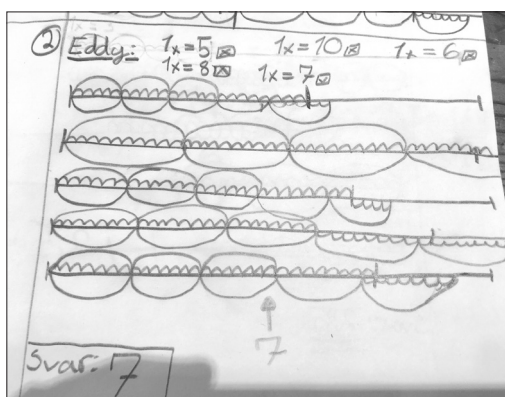
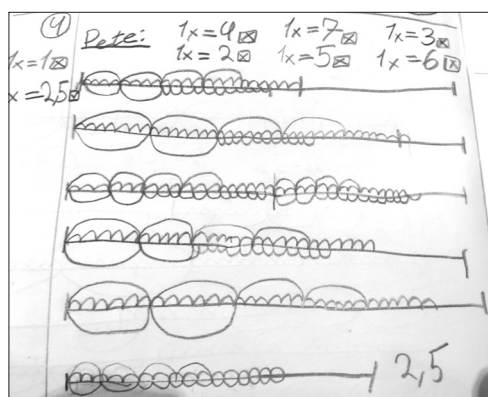


Sätta upp ekvationer

Det finns också exempel där elever har gjort perfekta hopp, eftersom de redan i förväg verkar veta var de ska landa. Jag tror att de har tänkt ut lösningen och att de inte behöver den dubbla tallinjen längre, men att de använder den för att visa mig hur de har tänkt. Vissa elever, som jag tex ser i Jorunns läxa till vänster, har också satt upp hoppen och stegen som ekvationer, och dit är det meningen att alla ska komma.

Tänka och sedan kolla

Strategin att prova och misslyckas dök också upp i lektionsarbetet, även med en dubbel tallinje, se nästa sida. Det verkar som att den eleven använder tallinjen för att kolla att det hon tänkt ut kan vara rätt genom att göra en ekvation med hjälp av tallinjen. Det krävs mycket arbete, men tallinjen är ett användbart verktyg för henne. Hon använder det utifrån sin egen förståelse.



Trots att vi har arbetat tillsammans med samma uppgifter med samma resultat, är det inte alla som har utvecklat en förståelse för dubbla tallinjer i detta sammanhang. Vad är det som gör att några få elever, efter så många repetitioner och möjligheter, fortfarande inte kan tillgodogöra sig den dubbla tallinjen eller lösa dessa uppgifter? Som lärare söker jag hela tiden efter svar på hur jag på bästa sätt kan stödja eleverna i deras lärande. Men jag måste också förstå att jag inte alltid har alla svar – jag måste hantera mina egna ofärdiga tankar.

Och nu då?

Dessa femteklassare har utforskat algebra, och de har upptäckt hur arbetet med okända värden kan te sig i en praktisk kontext som är meningsfull för dem. De har en gryende förståelse för vad som ligger bakom bokstavsräkning. De är i färd med att förstå de regler som tillåter dem att förkorta i ekvationer och ta reda på vad x är. De flesta eleverna kan också ta reda på vad x och y står för när de vet $3x + y = 40$ och $4x + 2y = 58$, men i ett sammanhang som detta: *Huck och Tom är hoppkamrater. De bestämmer sig för att hoppa tillsammans. När Huck hoppar 3 hopp och Tom 1 hopp, är det totalt 40 steg, men när Huck hoppar 4 hopp och Tom 2 hopp, är det totalt 58 steg.*

Men hopp och steg och dubbla tallinjer som kan användas för att finna x överensstämmer inte helt med det algebraspråk som eleverna kommer att möta i sin fortsatta skolgång. Min uppgift blir att utveckla sammanhang och undervisning som gör att eleverna kan översätta till det språk och de metoder de kommer att möta. Meningen med likhetstecknet är central här. Eleverna måste vara införstådda i arbetet med att ta reda på varför $2x$ på var sida om likhetstecknet utjämnar varandra och hur -6 och 8 på var sida om likhetstecknet kan kombineras. Vi studerar Jorunns läxa gemensamt för att undersöka och ta reda på vad hon har tänkt när hon skriver ekvationen $2h + 6s = 4h - 2s$.

Mitt mål är att eleverna ska få med sig en konkret förståelse av algebra till den teori som de kommer att möta framöver. Förhoppningsvis slipper de då uppleva algebra som en för svår utmaning så som många skolelever gör.

LITTERATUR

Jacob, B. & Fosnot, C. T. (2007). *The California frog-jumping contest*. Portsmouth: Heinemann.

Översättningen är gjord av Rose-Marie Wikström.

På Nämnaren på nätet finns en ruta med "Elevers notater" från originalartikeln.

