

Matematikkunskaper i Finland i internationell jämförelse

Här granskas finska resultat i PISA 2003 och TIMSS 1999 närmare.

Eleverna som deltog i PISA 2003 i Finland gick i årskurs 8 eller 9.

Eleverna som deltog i den internationella delen av TIMSS 1999 gick i årskurs 7, men också ett nationellt urval av elever i årskurs 8 deltog i provet. Genom att använda alla dessa data kan vi få en tydlig bild av elevers kunskaper i matematik i hela

högstadieskolan (årskurs 7 – 9) i Finland.

Under det senaste året har Nämnares läsare fått läsa om Sveriges, Norges och Finlands prestationer i de internationella utvärderingarna PISA och TIMSS 2003. Tyvärr var Finland inte med i TIMSS 2003, men Finlands framgångar i PISA 2003 har fått desto mer uppmärksamhet i Sverige även i andra publikationer än Nämnares. Till exempel har *Lärarnas tidning* (nr 10) och *Skolvärlden* (nr 9 och 10–11) skrivit omfattande om den finska skolvärlden på grund av de goda PISA-resultaten.

I Nämnares 3 och 4 (2005) presenterade Liv Sissel Grønmo norska resultat i de senaste PISA- och TIMSS-undersökningarna. Hon konstaterade att TIMSS och PISA handlar om olika slags kunskaper i matematik: PISA lägger mer vikt på matematisk problemlösning i vardagliga kontexter och TIMSS handlar mer om baskunskaper i matematik såsom taluppfattning och räknefärdigheter. Båda dessa sidor är viktiga i matematik och de passar bra ihop med målsättningarna i den norska läroplanen. Därför ger PISA och TIMSS tillsammans en fullständigare bild av elevers matematikkunskaper än bara en av undersökningarna, även om deltagande elever är olika gamla i undersökningarna (i

TIMSS 13 år och i PISA 15 år). Bilden av matematikkunskaperna blir också mer fullständig genom att eleverna i PISA 2003 fick använda miniräknare medan de i TIMSS 1999 inte fick använda miniräknare (OECD, 2004; Törnroos, 2004).

Resultat i PISA och TIMSS

Finland deltog alltså inte i TIMSS 2003. Däremot deltog Finland i PISA 2003 och de mycket goda resultaten har blivit välkända runt världen. Som konsekvens har Finland besökts av mängder av nyfikna skolmännskor som har velat bekanta sig med det skolsystem där elever når så höga resultat.

Under denna process har man totalt lyckats glömma resultaten från TIMSS 1999, som bara några år tidigare visade en helt annan bild av finska elevers matematikkunskaper. I stället för att vara bland de bästa länderna, såsom i PISA 2000 och PISA 2003, låg Finland på plats 14 bland 38 deltagande länder i TIMSS 1999. Sex länder (eller skolsystem) hade statistiskt signifikant bättre resultat än Finland: Singapore, Korea, Taiwan, Hongkong, Japan och flamländska Belgien.

Finland hade alltså ganska bra resultat i TIMSS 1999, men var ändå långt ifrån framgången i PISA 2003 (Mullis m fl, 2000).

Precis som de norska resultaten (Grønmo, 2005) varierade de finska resultaten mycket mera mellan olika innehållsområden i TIMSS än i PISA. I PISA kom Finland på femte plats i *rum och form*, tredje i *förändring och samband*, första i *kvantitet*, och tredje i *osäkerhet*. Finlands poängtal varierade från 539 poäng i *rum och form* till 549 poäng i *kvantitet* (en skala med OECD-medelvärde 500 och standardavvikelse 100). I TIMSS kom emellertid Finland på tionde plats i *taluppfattning*, femtonde i *mätningar*, artonde i *geometri*, tjugonde i *algebra* och nionde i *datarepresentation och sannolikhet*. Poängmässigt varierade finska elevers prestation från 494 poäng i *geometri* till 531 poäng i *taluppfattning* (skala med medelvärde 487 och standardavvikelse 100). Alltså var variationen, både poäng- och placeringsmässigt, mellan innehållsområdena i de finska resultaten klart större i TIMSS än i PISA (OECD 2004, Mullis m fl, 2000).

Baserat på de allmänna PISA 2003-resultaten kan vi knappast säga något om finska elevers starka och svaga sidor i matematik. Endast i rum och form hade det bästa landet (Hongkong) statistiskt signifikant bättre resultat än Finland. Det vill säga att Finlands resultat var mycket bra inom varje område.

Däremot kan vi i TIMSS 1999 redan efter de allmänna resultaten nämna några starka och svaga områden i finska elevers prestation. Enligt resultaten var finska elevers starkaste områden *taluppfattning* och *datarepresentation och sannolikhet* medan de svagaste områdena var *algebra* och *geometri*.

En närmare granskning

Eftersom de matematiska innehållsområdena speciellt i PISA, men också i TIMSS, är breda, gjorde vi i Finland en granskning av resultaten på uppgiftsnivå. Den kunde möjligtvis avslöja svarsmönster inom eller mellan de breda innehållsområdena, som annars inte skulle framträda.

Efter en närmare analys av PISA 2003-uppgifterna, kunde vi konstatera att finska 15-åriga elever var särskilt bra på att tolka

olika slags diagram, tabeller och även skriftlig information. Speciellt bra kunde de svara på frågor om diagram, som inte krävde mycket räkning. Uppgifter som krävde tolkning av olika slags diagram och tabeller fanns med i varje innehållsområde i PISA 2003-provet (tex Rån, se Nämnaren 3, 2005 s7), vilket är en orsak till att de finska resultaten var så goda och jämna inom olika områden. Endast en tydlig svaghet kunde vi upptäcka: Finska elever presterade svagt i uppgifter som handlade om algebraiska formler och ekvationer inom *förändring och samband*. Undervisning i algebra påbörjas ofta först i årskurs 8 i Finland, så att resultatet var sämre på sådana uppgifter bland 15-åriga i årskurserna 8 och 9 var inte någon stor överraskning.

En likadan analys av TIMSS-uppgifterna gav oss mera information om finska elevers kunskaper i matematik. Denna bekräftade några av de ovan presenterade PISA-resultaten: I *algebra* låg resultaten endast lite över den internationella genomsnittsnivån efter årskurs 8, även om eleverna i årskurs 8 presterade mycket bättre än eleverna i årskurs 7 (undervisning om algebra, se ovan). Precis som i PISA hade finska elever i TIMSS 1999 de bästa resultaten på uppgifter som handlade om att tolka diagram och svara på (enkla) frågor om dem. (Törnroos, 2004; Törnroos m fl, 2004).

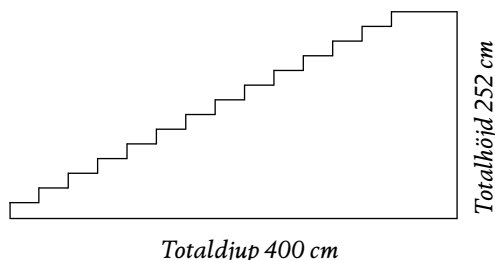
Det kanske mest förvånande resultatet i TIMSS 1999 kunde vi se inom *taluppfattning*. Vid första anblicken såg de finska resultaten bra ut, men en närmare granskning avslöjade ändå att resultaten inom området såg väldigt olika ut. Å ena sidan hade finska elever mycket goda resultat i uppgifter som handlade om tals egenskaper (tex bråk- och decimaltals storlek och representationer) samt överslagsräkning och avrundning av tal. Å andra sidan var resultaten mycket sämre när uppgifterna handlade om att räkna med tal i decimal- och bråkform, och finska elevers resultat var ibland bland de sämsta av alla deltagarländer. Anmärkningsvärt var också att det inte förelåg stora skillnader mellan årskurs 7 och 8 i taluppfattning. I några fall presterade eleverna i årskurs 8 till och med något sämre än eleverna i årskurs 7. (Törnroos, 2004; Törnroos m fl, 2004).

Som exempel kan vi titta på tre korta divisionsuppgifter, en från PISA 2003 och två från TIMSS 1999.

Exempel 1

Trappa, PISA 2003.

Figuren nedan visar en trappa med 14 trappsteg och en totalhöjd på 252 cm:



Hur högt är vart och ett av de 14 trappstegen?

Höjd: cm.

Lösningfrekvenser (%) (rätt svar 18 cm)	
Finland	85
Sverige	82
Bäst (Hongkong)	87
OECD-medelvärde	78

Exempel 1 (en PISA-uppgift) handlar om att räkna ut trapphöjden i en trappa, som visas på en bild. För att lösa problemen rätt, måste eleven dividera totalhöjden (252 cm) med antalet trappsteg (14). De höga lösningfrekvenserna både internationellt och nationellt visar att uppgiften var lätt och att eleverna inte hade några stora svårigheter att utföra divisionen med hjälp av miniräknare.

Exempel 2

Division av decimaltal, TIMSS 1999.

Dividera $15,45 / 0,003$

A. 0,515 B. 5,15 C. 51,5 D. 515 E. 5150

Lösningfrekvenser (%) (rätt svar E)	
Finland åk 7	29
Finland åk 8	25
Bäst (Japan)	70
Sämst	14
Internationellt medelvärde	39

Exempel 2 är en uppgift från TIMSS 1999, där eleverna inte fick använda miniräknare. Uppgiften handlar om division av decimaltal, men eleven behöver inte utföra divisionen, utan det räcker med att uppskatta svarets storlek. Resultaten var ganska talande. Finska elever i både årskurs 7 och 8 låg långt efter det internationella medelvärdet och i det bästa landet (Japan) var resultaten över 40 procentenheter högre. Märkvärdigt är också att finska elevers resultat faktiskt var lite sämre i årskurs 8 än i årskurs 7.

Exempel 3

Division av bråktal, TIMSS 1999.

$$6/55 : 3/25 =$$

Svar:

Lösningfrekvenser (%) (rätt svar 10/11)	
Finland åk 7	17
Finland åk 8	15
Bäst (Singapore)	84
Sämst	4
Internationellt medelvärde	45

När divisionen i stället för tal i decimalform handlade om tal i bråkform, blev finska elevers prestation ännu sämre (exempel 3). Endast cirka en sjättedel av de finska eleverna kunde dividera bråktal. Eftersom uppgiften samtidigt internationellt sett var lättare än decimaltalsdivisionen i exempel 2, låg finska elevers prestation även långt ifrån den internationella genomsnittsnivån. Jämfört med topplandet Singapore hade finska elever nästan 70 procentenheter sämre resultat. Också när det gällde bråktalsdivision hade elever i årskurs 8 något sämre resultat än elever i årskurs 7.

Finska elever hade särskilt svaga resultat på uppgifter som endast krävde användning av enkla räkneoperationer såsom exemplen 2 och 3. Samtidigt var det ändå också tydligt, att om uppgifter med liknande matematiskt innehåll presenterades i en kontext, blev resultaten lite bättre. (Törnroos, 2004).

Slutsatser

Samtidigt som de statliga myndigheterna i Finland har verkat vara mycket nöjda med PISA-resultaten och det internationella intresse som de har orsakat, har några vågat ifrågasätta innehållet i resultaten. Universitets- och högskolelärare har kritiserat PISA-provets matematiska innehåll. Enligt dem berättar PISA-provet inget om elevernas tekniska kunskaper i matematik, vilka är viktiga när man studerar matematik vidare på gymnasier, högskolor och universitet (Astala m fl, 2005). När man tittar på resultaten av PISA och TIMSS tillsammans, ser det ut som om den kritiken inte har varit grundlös.

Resultaten från PISA 2003 och TIMSS 1999 visar tydligt, att finska elever i internationell jämförelse har mycket god nivå på "matematiskt kunnande" (termen från Skolverket, 2004). Det här matematiska kunnandet innebär sådan matematik man behöver i det vardagliga vuxna livet. Denna definition utesluter inte baskunskaper i matematik, såsom att räkna utan miniräknare, men PISA-provet har konstruerats så att det inte mäter sådana baskunskaper. Därför är det viktigt att också ta hänsyn till resultaten från TIMSS, eftersom de visar mer av de baskunskaper, som elever antas behärska före fortsatta studier i matematik. Resultaten från TIMSS 1999 visar att finska elever har påtagliga brister i sina baskunskaper i matematik, och enligt universitets- och högskolelärarna kan sådana brister ligga bakom de problem som elever nuförtiden

anses ha vid fortsatta studier i matematik. (Astala m fl, 2005)

Ser man på vad som betonas i de senaste läroplanerna för grundskolan i Finland är resultaten inte alls överraskande. Finska grundskolan har alltsedan 1980-talet betonat problemlösningens roll i matematikundervisning. Samtidigt har man rekommenderat att lärarna ska minska andelen mekanisk drill i matematik (Skolstyrelsen, 1985; Utbildningsstyrelsen, 1994). Det verkar nu som om detta har fått oväntade följder. Eleverna kan lösa uppgifter som kräver viss problemlösning förmåga, men deras räknefärdigheter utan miniräknare ligger på låg nivå. I de senaste nationella *Grunderna för läroplanen* har man tagit bort rekommendationen att minska drillens andel, men samtidigt ger man inga anvisningar om hur man når de mål som presenteras i läroplanen (Utbildningsstyrelsen, 2004). Det här ger lärarna ett stort ansvar att hitta ett effektivt sätt att undervisa räknefärdigheterna i matematik. Enligt resultaten verkar det vara så att fokusering på problemlösning inte ger eleverna tillräckliga räknefärdigheter. Ändå bör lärarna inte gå tillbaka till en oändlig andel drill (se Grønmo, 2005b), – men känner de till något bättre alternativ? Den här utmaningen måste den finska matematikundervisningen lösa i framtiden.

De finska resultaten visar tydligt hur PISA och TIMSS behandlar olika perspektiv i matematik. Därför är det viktigt att vi inte drar förhastade slutsatser endast på grund av en av dessa utvärderingar. Efter PISA 2003 har den finska matematikundervisningen fått internationellt beröm trots att TIMSS 1999 gav en mycket sämre bild av finska elevers kunskaper i matematik. Nu väntar vi bara på att Finland ska delta också i TIMSS igen. Det skulle hjälpa oss att få en mer tillförlitlig helhetsbild av finska elevers matematikkunskaper i internationell jämförelse.

LITTERATUR

- Astala K., Kivelä, K., Koskela, P., Martio, O., Näätänen, M. & Tarvainen, K. (2005). *The PISA survey tells only a partial truth of Finnish children's mathematical skills*. Tillgänglig 15.12.2005 på: solmu.math.helsinki.fi/2005/erik/PisaEng.html. Finska versionen i original: Solmu 1/2005, 2–3.
- Grønmo, L. S. (2005). Matematikprestasjoner i TIMSS og PISA. *Nämnnaren* 32(3), 5–11.
- Grønmo, L. S. (2005). Ferdigheteness plass i matematikkundervisningen. *Nämnnaren* 32(4), 38–44.
- Mullis, I., Martin, M., Gonzales, E., Gregory, K., Garden, R., O'Connor, K., Chrostowski, S. & Smith, T. (2000). *TIMSS 1999 international mathematics report*. Boston: Boston College, Lynch School of Education, International Study Center.
- OECD. (2004). *Learning for tomorrow's world. First results from PISA 2003*. Paris: Författaren.
- Skolstyrelsen. (1985). *Grunderna för grundskolans läroplan*. Helsingfors: Statens tryckericentral.
- Skolverket. (2004). *Pisa 2003 – svenska femtonåringars kunskaper och attityder i ett internationellt perspektiv*. Stockholm: Författaren.
- Törnroos, J. (2004). *Opetussuunnitelma, oppikirjat ja oppimistulokset – seitsemännen luokan matematiikan osaaminen arvioitavana* [Läroplan, läroböcker och elevprestation – en utvärdering om matematikkunskaper på årskurs 7]. (Forskningsrapporter 13). Jyväskylä, Finland: Jyväskylä universitet, Pedagogiska forskningsinstitutet.
- Törnroos, J., Kupari, P. & Törmäkangas, K. (2004). *Comparisons of 7th and 8th graders' mathematics achievement in Finnish educational context*. En presentation i ECER 2004-konferens i Rethymnon, Kreta, 23.9.2004.
- Utbildningsstyrelsen. (1994). *Grunderna för grundskolans läroplan*. Helsingfors: Tryckericentralen.
- Utbildningsstyrelsen. (2004). *Grunderna för läroplanen för den grundläggande utbildningen 2004*. Helsingfors: Utbildningsstyrelsen.