För mycket algoritmräknande?

Carin-Sofie Marklund

Hur tänker elever vid beräkningar, särskilt då vid huvudräkning? Utifrån sin egen erfarenhet och tidigare kunskap omtolkar eleven den information som vi i skolan ger. Då är det viktigt att man som lärare får en insikt i hur den tolkningen ser ut. Den här lilla undersökningen av elever i årskurs 4 är ett försök att ta reda på det. Har elevernas tolkning påverkats av den metod som de arbetat med? Är metoden utvecklande för det matematiska tänkandet? Ger den kunskaper att bygga vidare på, på högre stadier och ute i vardagslivet och som vuxna samhällsmedborgare?

Bakgrund

Vår uppgift som lärare i grundskolan i ämnet matematik är att ge våra elever möjlighet att utveckla sitt matematiska tänkande. Under min tid som lågstadielärare, 25 år, har olika undervisningsmetoder passerat. Metoder som mer eller mindre passat in i mitt sätt att undervisa. Metoder och undervisningssätt som visat hur jag som lärare och vuxen tänkt vid olika lösningsstrategier. Metoder som haft olika skepnader men med samma tema. Det har alltid varit stimulerande och roligt för mig att undervisa i matematik, och jag har alltid känt gensvar hos mina elever. Matematikämnet har varit levande, positivt och konkret. Men någonting händer – eller kanske inte händer – på vägen genom grundskolan. Varför får elever svårigheter med matematik? Hos många elever är glädjen och entusiasmen borta, och i stället infinner sig suckanden, håglöshet och ”måste vi”, när de kommer upp i högre klasser.

***Carin-Sofie Marklund** är lågstadielärare i Byske. Hon har under senare år även arbetat som specialpedagog på högstadiet.*

Vad har gått snett genom åren i grundskolan? Har vi i skolan ställt för höga krav eller har vi ställt för låga krav? Har vi använt fel metod? Det är frågor som jag ofta ställt mig. Frågor som ställts vid diskussioner med andra lärare på olika stadier och numera genom mina egna erfarenheter av högre stadier. Jag arbetar nu som specialpedagog på högstadiet där jag möter elever som tycker att matematik är trist och tråkigt. Varför har många elever hamnat i den situationen att matematik är svårt och obegripligt?

När jag funderar kring dessa frågor undrar jag också hur stor del av svårigheterna skolan får ta på sig. Vilken del har jag som lärare i detta? Är vårt arbetssätt sådant att elever inte befäster sina kunskaper genom förståelse? Räknar vi på timmarna utan att veta vad och varför? Ger vi bara eleverna en lösningsmetod, ett sifferflyttande utan meningsfull förankring?

I Lgr 80, s 98, står det att undervisningen skall utgå från elevernas erfarenhet och kunnande och bygga vidare på det. För få att veta var i utvecklingen eleven befinner sig, måste jag iaktta och lyssna på eleven och ta reda på hur eleven tänker. Då kan jag som lärare få en uppfattning om var eleven befinner sig i sin matematiska utveckling och arbeta utifrån det.

Hur påverkar olika metoder och arbetssätt elevers utveckling av matematiskt tänkande? Vi vet att upp till 2/3 av all matematikundervisning i skolan sitter elever tysta och räknar med algoritmer. Utvecklas då olika strategier i problemlösning, och kan det utvecklas olika sätt att tänka? Knappast! All utveckling sker tillsammans med andra, i ett socialt sammanhang, där eleven kan tänka, utbyta tankar, ifrågasätta och fråga om det de inte förstår. När elever reflekterar, själva formulerar och ställer frågor får de struktur på sina egna funderingar och förhoppningsvis även svar på sina frågor. Då sker en utveckling hos eleven. Det är så vi måste arbeta i skolan. Inte genom ett tyst räknande i böcker. I sämsta fall kan det vara så att fel eller dåliga tankestrategier får befästas i lugn och ro i det tysta ”matematikboksräknandet”.

Vad händer när elever räknar med algoritmer? Utvecklas deras logiska och abstrakta tänkande? Eller går den mesta energin och kraften hos eleverna åt till att träna på den tekniska lösningen i själva algoritmen? Algoritmen är ett hjälpmedel som jag tar till när jag inte kan göra uträkningar i huvudet. Men vad händer om elever börjar för tidigt med algoritmer, innan de fått klart sitt talbegrepp upp till l0 eller till l00? Detta är frågor som jag gärna ville undersöka och ta reda på lite mera om genom en diagnos och intervju av 26 elever i åk 4. Här redogör jag för en del av diagnosen som omfattar addition och subtraktion, med och utan tiotalsövergång, och öppna utsagor.

Eleverna fick arbeta med diagnosen enskilt, och tillsammans med mig berättade de hur de hade tänkt, vilket jag skrev ner.

Resultat

Algoritmtänkande vid addition och subtraktion är:

a) när eleven tänker sig en algoritmuppställning vid huvudräkning eller konkret utför en algoritm.

b) när eleven börjar sin huvudräkning med att addera eller subtrahera entalen först, sedan tiotalen och sist hundratalen.

Vid huvudräkning i addition och subtraktion med och utan tiotalsövergång tänkte sig 73% av eleverna att de ställde upp talet i huvudet, enligt algoritmmodell:

Addition utan tiotalsövergång:
16 ggr av 52 tillfällen
Addition med tiotalsövergång:
15 ggr av 52 tillfällen
Subtraktion utan tiotalsövergång:
26 ggr av 52 tillfällen
Subtraktion med tiotalsövergång:
31 ggr av 52 tillfällen

Av 208 huvudräkningstillfällen löstes 41,8% med algoritm eller algoritmtänkande.

Väljer ordning, (är inte en bra benämning, men jag hittar ingen bättre), är när eleven väljer den enklaste vägen eller den metod som gör det lättast att ”lösa” problemet på, utan tanke på eller kunskap om det verkliga förhållandet.

T. ex. elevlösningen 63 – 18 = 55.
Så här tänker eleven: 6 – 1 = 5 och 8 – 3 = 5 alltså blir det 55.
Eller lösningen 366 – 177 = 211
Så här tänker de: entalen först 7 – 6 = 1
sedan tiotalen 7 – 6 = 1
hundratalen 3 – 1 = 2

Denna typ av lösning förekom ofta vid huvudräkning. 16 elever eller 61,5 % löste uppgiften på det sättet vid 40 tillfällen.

77% av eleverna hade bra talbegrepp inom talområdet 1 – 20. 23% hade ej bra talbegrepp. Deras tankestrategi var inte konsekvent och säker och ramsräkning tillämpades.

Inom talområdet 20 – 100 var det 50 % av alla elever som inte klarade övningarna. Vid övningar av typen öppna utsagor tillämpades olika och felaktiga lösningsstrategier, bl.a.”Väljer ordning”.
Ex: 59 + _ = 67
Eleven tänker:
9 – 7 = 2 (ental)   6 – 5 = 1 (tiotal)
Svar: 12

58,2 % av alla tillfällen löstes med annat tänkande än algoritm.

Synpunkter

Det är viktigt och nödvändigt att elever får ett bra och säkert talbegrepp. Ett bra talbegrepp är när eleven kan laborera abstrakt med tal. När hela tal kan delas upp på alla olika sätt och man vet vad ett tal verkligen betyder. Det är grunden till matematiken. Om inte den grunden är klar, vad händer då när eleven börjar med algoritmräknande, som är en teknik för att räkna ut svaret på en uppgift? Vanligast på matematiktimmarna är att större delen av tiden går åt till att räkna i boken, särskilt då med algoritmer. För att lära sig räkna med algoritm åtgår stor energi och mycket tänkande för att komma ihåg hur man gör rent tekniskt. Vilken siffra är entalssiffra och var sätter jag den? Var skriver jag minnessiffran? När det är flera minnessiffror, hur gör jag då? Det är många olika moment att lära sig, de tar mycket tid och de är svåra. Man flyttar siffror utan att egentligen förstå vad man gör. Men vad ger det eleverna om meningen är att de ska kunna förstå ett problem, söka efter en lösning och hitta den? Att ur vardagen skapa strategier där eleven måste tänka sig in i en situation för att kunna lösa uppgiften, där utvecklas matematiskt tänkande. Problemlösningkunskaper är mycket viktiga. Algoritmer kan vara ett bra alternativ till miniräknare, men fungerar idag, med vissa undantag, inte som ett hjälpmedel utan har blivit ett självändamål.

Efter den här undersökningen funderar jag till och med på, om inte felaktigt algoritmräknande är skadligt för matematisk utveckling? Varför övergår elevens tänkande vid huvudräkning till algoritmtänkande? Jo, de har räknat med algoritmer utan att tänka på hur och varför algoritmen fungerar. Det ger ingen matematisk utveckling när det gäller tal, talens värde, talens storhet, logiskt tänkande, problemlösning osv. I stället tränas en formalitet som tar så mycket kraft och blir så viktig under stor del av matematiktiden, att skälet till att man räknar försvinner.

När 73 % av eleverna löser huvudräkningsuppgifter i form av en algoritm, då måste vi reagera. Algoritmtänkande förekom även i de lättare additions- och subtraktionsuppgifterna, både i tal under 100 och i uträkningar utan tiotalsövergång. Eleverna var, i de flesta fall, konsekventa i sitt algoritmtänkande. Dessa elever började uträkningen med entalssiffran, sen tiotalssiffran o s v, precis som man gör vid formell algoritmräkning. Den strategin kan man klara i huvudet vid ej för stora tal. Men metoden är svår att tillämpa vid högre tal, när det handlar om hundra- och tusentalsövergångar, och det är ingen strategi som är utvecklingsbar.

Vi måste använda lösningsstrategier som elever kan utveckla. Strategier som de behöver i vardagslivet och kan använda sig av. När vi handlar i vår affär lämnar vi fram 100 kr om vi ska betala 77 kr. Vad är då viktigt? – Jo att veta vad man får tillbaka. Om man då kan tänka 77 kr och fram till 100 kr … (först får jag 3 kr till 80 kr och sedan 20 kr till) … javisst, … 23 kr får jag tillbaka. Då har jag en bra och fungerande strategi. Men om jag har algoritmtänkande som strategi: Jag har 100 kr och ska ta bort 77 kr … jag ställer upp talen under varann i huvudet

$$\begin{array}{r} 100 \\ \underline{-\ 77} \end{array}$$

Eleven tänker: noll minus 7 ... då måste jag låna, och det innebär många moment. Det blir många moment som tar lång tid att lära in och jag undrar till vilken nytta?

Eller gör man som väldigt många elever (61,5%) gjorde, att de ”valde ordning”. De vände på talen så att det blev lättare att räkna ut … 7 – 0 = 7. Här vet inte eleven vad själva uppställningen egentligen betyder. Vad har eleven för kunskap om tals värde? Vad står de olika matematiksymbolerna för och var finns verklighetsförankringen? När elever ”väljer ordning” vid subtraktion ser jag det som en följd av algoritmräknandet. 61,5 % av 26 elever gav lösningar som 63 – 18 = 55. Någon elev uttryckte ”3 minus 8 … när det går inte ... då tar jag 8 minus 3 ... det blir 5.

Det mest oroande tyckte jag var att eleverna inte reflekterade och reagerade för denna felaktighet. De var nöjda med resultatet, utom i några fall, där de kände att något var fel.

I skolan måste vi ge eleverna alternativ till standardalgoritmer. Vid försökstillfället provade jag detta med några elever. På frågan om det var någon skillnad på det ena eller andra sättet att göra uträkningen, så svarade några ”här måste man ju tänka”. Om algoritmuträkningen sa en elev: ”här skriver man ju bara – jag behöver inte tänka.”

Det är en av skolans och matematikens viktigaste uppgifter, att låta eleverna utveckla sitt tänkande. Utan tänkande blir det ingen utveckling. Det eleverna uttrycker säger allt.

Låt oss tillsammans ge oss själva och våra elever den tid som var och en behöver för att tänka. Låt inte matematikboken styra undervisningen, utan tillåt eleverna att få vara de som egentligen styr. Då sker utvecklingen i deras egen takt och efter deras egen förmåga. Naturligtvis ska vi som lärare vara arbetsledare som uppmuntrar, stimulerar och leder till vidare kunskaper.

Om vi arbetar så, kanske vi är en bit på väg att få elever vars egna tankar duger, där självförtroendet och självkänslan leder till utveckling och vi får elever som kan växa till sociala och självständiga samhällsmedborgare, redo att ta eget ansvar.

Exempel från diagnosuppgifterna

Öppna utsagor

3 + _ = 11	5 + _ = 13	6 + _ = 12	7 + _ = 15
5 + _ = 11	6 + _ = 14	8 + _ = 15	4 + _ = 11
25 + _ = 50	57 + _ = 69	23 + _ = 35	66 + _ = 75
27 + _ = 38	59 + _ = 67	78 + _ = 88	49 + _ = 60

Vad är 12 + 73? Vad är 65 + 27?

Ställ upp och räkna ut som du vill!
386 + 13 579 + 127

Vad är 75 – 23? Vad är 63 – 18?

Ställ upp och räkna ut som du vill!
467 – 23 366 – 177