

Att ramla in i matematikens värld

CLAES ALEXANDERSSON

Vuxna elever har ofta tillägnat sig fungerande Lösningsstrategier för olika matematiska vardagsproblem. Hur påverkas dessa strategier då eleven genom matematikstudier får tillgång till matematiska algoritmer? *Claes Alexandersson*, Institutionen för pedagogik vid Göteborgs universitet, sammanfattar en del av sin doktorsavhandling som handlar om mötet mellan vardagsvetandet och skolans kunskap.

Undersökningar av undervisning visar att den har många olika effekter. En sak har dessa undersökningar dock gemensamt: De visar att elever blir duktigare. En amerikansk sammanställning (Pace 1979) av ett stort antal utvärderingsstudier summeras med den föga omskakande slutsatsen: "Undervisning leder till ökade kunskaper och ju mer de studerande läser desto mer lär de sig. Jag har ännu inte hört talas om en enda undersökning som visar att de studerande har mindre kunskaper efter en utbildning än före".

Om vi ser undervisningen bara som saklig förmedling av matematiska formler och färdighetsträning vore det sannoligen överraskande om den inte ledde till att eleverna har mer kunskap efter än före.

Som bekant innebär emellertid matematikundervisningen också enträgena påbud till eleverna att tänka i nya banor. Inom vuxenundervisningen blir det kanske särskilt påtagligt att matematikämnet innehåller utmanar redan etablerade tanke-mönster. Matematikundervisningen i vuxenutbildning handlar många gånger om att förmå de studerande att överge invanda tänkesätt och tillägna sig andra regelsystem. Det innebär, med en högtidlig formulering, att de tar ett steg in i "matematikens värld". Om vi i en undersökning riktar uppmärksamheten mot vad som händer vid denna förändring är det kanske inte lika självklart hur resultatet kommer att bli.

Algoritmisering som teknik

Resultaten från en undersökning bland komvux-studerande visar vilka problem som kan infinna sig. Med ett års mellanrum — före och efter matematikkursen som motsvarar gymnasieskolans tvååriga linje — gavs följande frågor till eleverna.

Du har en vara som 1/1 1978 kostar 100 kronor. 1978 var sedan prisökningen 10 %. 1979 var prisökningen 12 % och 1980 var den

14 %. Vad kostar 31/12 1980 den vara som 1/1 1978 kostade 100 kronor?

Svaren kan vid båda tillfällena indelas i tre grupper, där skillnaden avser hur procentsatsen används i uträkningarna. (Jag tar mig här friheten att använda beteckningen "adress" för att identifiera de tal som procentsatsen ska beräknas på.)

Svarstyperna och antalet studerande framgår av tabellen.

	Före	Efter
Procentsats på rätt adress	6	9
Procentsats på annan adress	2	2
Procentsats adderas till adressen	7	4

För det första kan vi lägga märke till en betydande andel homogena svar där procentsatserna helt enkelt läggs ihop med adressen. Antalet svar med rätt adress ökar som väntat vid eftermätningen och av svaren framgår varför.

De som svarade rätt vid första tillfället använde sig av tungrodda uträkningar med årsvis bestämning av priset och ny beräkning med nästa procentsats. Beräkningarna tar lång tid och ställer höga krav på att hålla ordning bland siffrorna. Fördelen med tillvägagångssättet är att de studerande hela tiden kan följa uträkningen och rimlighetsbedöma det framräknade priset år för år. Detta är också vad de studerande gör.

Vid andra tillfället stiger Lösningsfrekvensen och eleverna arbetar både snabbare och mer målmedvetet. Detta kan tillskrivas att matematikundervisningen introducerat en formel eller algoritm, s k beräkning med tillväxtfaktor, med vars hjälp ovanstående problem lätt kan lösas.

Direkt på frågan svarar en av de studerande vid andra tillfället.

Då räknar man hundra gånger 1,10 gånger 1,12 gånger 1,14 och det blir ju . . . 100 kronor från början, nästa år hade vi 1,10 . . . tar jag bort . . . ska vi se, 100 . . . 10 % då

har vi 110, då . . . sedan tar vi 12 % på det . . . det blir 13,20 och på det ska vi ha 14 %, vänta nu, 110 hade vi från början, plus 13,20 så tar vi 123,20, på detta sätter vi 14 % . . . nu skulle man haft dosan . . .

Om du hade haft en dosa, sa du, då hade du tagit? Då hade man ju kunnat trycka då hundra gånger 1,10 gånger 1,13 och gånger 1,14.

Beräkning med tillväxtfaktor tränas oftast i samband med att man ska räkna ränta på ränta, men de studerande ser utan problem att algoritmen är tillämplig på problemet. Den stora fördelen är att algoritmen tar hand om problemet med adressens varje år ändrade siffervärde. Från studerandesynpunkt är den viktigaste effekten inbesparingen av antalet räkneoperationer. Den eventuella nackdelen med metoden är att eleven måste förlita sig på algoritmen och att han i någon mån tappat möjligheten att steg för steg förnuftsmässigt kontrollera uträkningarnas tillförlitlighet. Ingenting i elevernas kommentarer tyder emellertid på att de fäster någon vikt vid detta förhållande. Tvärtom är tillfredsställelsen med att lösa problemet helt kopplad till appliceringen av algoritmer.

Den mest iögonenfallande skillnaden mellan före och efter mätningen är i själva verket ett förändrat förhållningssätt till uppgiften. Skillnaden kan bäst beskrivas som en förskjutning i uppfattningen av vad som är problemet. Vid första tillfället gäller det först och främst att finna det rätta svaret. Inom ramen för denna inriktning tillåter sig eleverna stor frihet i tillvägagångssätt. Vid andra tillfället har själva tillvägagångssättet hamnat i förgrunden, och appliceringen av algoritmen uppfattas av eleverna som deras väsentliga insats. I ytterlighetsfallen har problemet reducerats till ett tillämpningsfall för algoritmen. Det är effekten av denna förändrade inställning vi kan studera på en annan uppgift.

Algoritmisering som förlust av känslighet

Frågan hade följande lydelse.

Eva fick när skatten var dragen 2 800 kronor i månadslön. Hur stor är hennes lön före skatt (bruttolönen) om hon betalar 30 % i skatt? Hur räknade du ut det?

Det problem som samtliga deltagare erfar har på ett eller annat sätt att göra med adressen. Problemet kommenteras explicit vid första tillfället och framstår då som den avgörande stötestenen. Vid andra intervjutillfället är kommentarerna färre och inte lika mångordiga.

Svaren kan klassificeras på samma sätt som på första frågan och eleverna fördelade sig som visas i tabellen.

	Före	Efter
Procentsats på rätt adress	8	6
Procentsats på annan adress	6	7
Procentsats adderas till adressen	1	2

Sifferuppgifterna i tabellen avspeglar att den i föregående avsnitt berörda tendensen blivit allt mer uttalad. Som vi kan ana har omorienteringen med avseende på inställning till uppgiften försatt de studerande i en ny typ av svårighet.

Det som kännetecknar elevernas bearbetning vid första tillfället är att de inriktar sig på att hitta det riktiga svaret, dvs de tillämpar det krav vi sätter främst i våra vardagliga beräkningar. Vid andra tillfället uppfattas inte längre uppgiften som ett autentiskt problem utan snarare som en räkneuppgift och andra krav tenderar att ta överhanden. Förklaringen till att en väntad ökning av korrekta svar uteblir ligger i de förhållanden som antytts.

Under vissa betingelser som kan föreligga i undervisning, exempelvis systematisk färdighets träning av ett visst räknesätt och tendensen att se på matematiska problem som räkneuppgifter, avtar känsligheten för i vilka fall en speciell algoritm kan tillämpas. Problemet med Evas bruttolön företer en del yttliga likheter med uppgifter där algoritmen passar och kan för en okänslig betraktare inbjuda till en mer eller mindre mekanisk bearbetning. När, som i detta fall, det är adressen som efterfrågas kan algoritmen inte användas. Det är dock vad vissa elever inte tvekar att göra.

Hur stor är hennes lön före skatt, den s k bruttolönen, om hon betalar 30 % i skatt?

Jag gör så här. Hon betalar alltså 30 % i skatt och då återstår 70 %, va. Om jag då tar 70 %, 0,7, som alltså är 70 %, multiplicerar det med hennes bruttolön, nej, nettoinkomst heter det, va . . . eller den hon får i handen. Det är nettot. Då får jag en viss summa som jag lägger till hennes netto. Då får jag reda på hur pass mycket hon hade totalt sett, va.

Kan du göra det?

Mm, nu ska vi se . . . 4 760 hade hon i inkomst.

Och då tar du 0,7 gånger 2 800 så får du en summa och så lägger du till 2 800?

Mm . . .

Lindqvist har i en tidigare artikel i Nämnaren pekat på skillnader mellan matematik till vardags och i undervisning. Resultatet i denna undersökning kan säkert inordnas i det perspektivet.

Vid en uppläggning av undervisningen där man systematiskt lär sig och tränar exempelvis en viss algoritm förefaller det ofrånkomligt att eleven småningom förlitar sig på att alla uppgifter kan lösas med samma metod.

Sådana betingelser inbjuder till en mekanisk bearbetning av stoffet. Ett villkor för att algoritmisering skall uppträda är att känsligheten för variationer i problemen avtar. Vardagliga beräkningar utmärks av att problemen växlar och känsligheten hålls därigenom vid liv. Undervisning och läromedel kan däremot bjuda på en ovanlig homogenitet där uppgifter av ungefär samma karaktär radat upp sig inom begränsade avsnitt. Det förefaller mycket osannolikt att känsligheten förblir opåverkad av denna bedövande systematik.

Detta är säkerligen förklaringen till att vi här råkat konstatera en funktionell försämring av räknefärdigheter som en effekt av utbildning.

Referenser

Alexandersson Claes (1985), *Stabilitet och förändring*. Göteborg. ACTA UNIVERSITATIS GOTHOBURGENSIS.

Lindqvist Sven, *Förslag till kombinerad övning i matematik, samhällskunskap och svenska*. Nämnaren nr 3, 82/83.

Hur räknar du — människa?

KURT-ALLAN PAULSSON

1647-988	
Räkna här:	Skriv hur Du tänker här:
$\begin{array}{r} 1647 \\ - 988 \\ \hline 659 \end{array}$	8 is bigger than 7, so borrow 1. $8+8=16+1=17$ so write 9. <u>then</u> Carry 1 to next line. 9 is bigger 4, so borrow one. $9+1=10$, $+4=14$ so write 5. Carry 1 to next line. 10 from 16 = 6. . . I hope that's clearer! (U.Cunningham, North Ireland)

Från en undersökning av aritmetikalgorithmerna i bruk världen över, sammanställd av Kurt-Allan Pettersson, Huddinge.

Då och då har jag stått med en elementär matematikbok från ett annat land i min hand. Ofta har jag då märkt, att de olika algoritmerna vid uppbyggandet av de elementära färdigheterna

inom aritmetiken skiljer sig från dem vi använder i vårt land.

Eller så har jag — ute på praktikbesök — stått böjd över en liten invandrarelev som — tack och