

Vad kan vi lära av Singapores matematikundervisning?

Med intryck från internationell forskning utvecklade Singapore landets matematikundervisning från och med 1980-talet. Nu visar resultat från undersökningar som PISA och TIMSS att undervisningsmodellen är framgångsrik. Artikelförfattarna har nyligen besökt skolor i Singapore och intervjuat Dr Yeap Ban Har som är en av de mest framträdande experterna.

Singapore tillhör sedan länge toppnationerna i internationella undersökningar som PISA och TIMSS. De starka resultaten bidrar till att allt fler länder och skolor vill ta del av deras utbildningssystem med metoder för att utveckla undervisningen. *Singapore Math* har blivit ett internationellt samlingsnamn för sättet att undervisa matematik i Singapore. Undervisningsmodellen började spridas internationellt i början av 2000-talet och används nu på skolor i hela världen, däribland här i Sverige där Singaporemodellen på kort tid fått stor spridning.

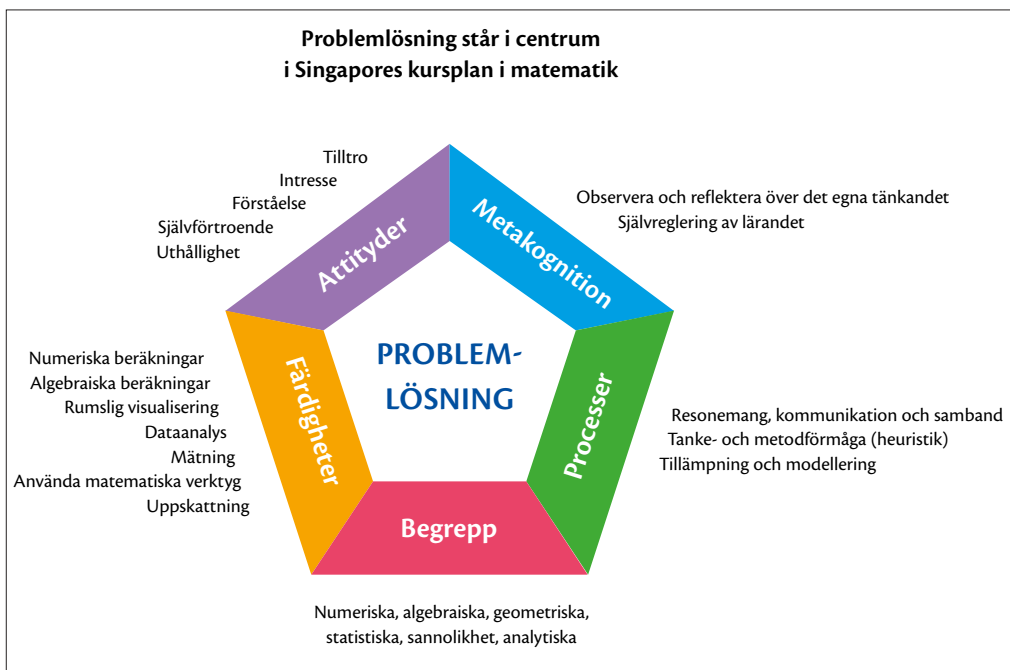
Vid ett studiebesök i Singapore fick vi tillfälle att intervjua en av landets mest framträdande experter på Singapore Math, Dr Yeap Ban Har. Han är matematikdidaktiker och har forskat och undervisat lärare i mer än tio år på Singapores lärarhögskola, National Institute of Education. Dr Yeap har över 30 års erfarenhet av matematikundervisning och var expertrådgivare vid utvecklingen av Singapores senaste kursplan i matematik. Han är en mycket uppskattad föreläsare internationellt och fortbildar sedan några år tillbaka även lärare här i Sverige.



Långsiktig satsning med tydlig forskningsförankring

Dr Yeap beskriver hur regeringen valde att satsa långsiktigt för att stärka landets utbildningssystem från 1980-talet och framåt. Att satsa resurser på utbildning sågs som en investering för framtiden för att främja tillväxt och välfärd i landet, i synnerhet som landet saknar egna naturtillgångar. Befolkningens kunskaper och utbildningsnivå ses som landets främsta resurs.

För att utveckla matematikundervisningen blickade de utåt och tog intryck av internationella forskare kring inläring och matematikdidaktik. Dr Yeap lyfter fram forskare som Jerome Bruner, Lev Vygotskij, Zoltán Dienes, Richard Skemp och George Pólya. Samtliga har haft stort inflytande på Singapores kursplan i matematik och påverkat hur undervisningen bedrivs i praktiken. Dr Yeap berättar att de tidigt satte problemlösning i centrum och att läroplanen revideras ungefär vart sjätte år för att möta behov och krav i samhället.



Kursplanen i matematik bygger på spiralprincipen med utgångspunkt i Bruners tankar. Varje matematiskt område introduceras gradvis i små steg som successivt byggs på för att vidga begreppen. Det finns en genomtänkt struktur där de matematiska områdena återkommer med en tydlig progression. Dr Yeap fortsätter att beskriva hur de bland annat använder sig av lesson study som metod för att utveckla lektioner. Varje lektion är utprövad i ett stort antal klassrum och alla läromedel som används i Singapore måste kvalitetsgranskas och godkännas av utbildningsdepartementet innan de får användas.

– Vi betonar vikten av systematisk variation; alla lektioner och uppgifter som vi ger eleverna är noga utprövade för att ge möjlighet till fördjupad förståelse. Det bygger bland annat på Dienes tankar om betydelsen av varierad undervisning där eleverna utforskar matematiska samband på ett lekfullt sätt med hjälp av laborativt material, berättar Dr Yeap.

Han beskriver även att de tagit intryck av matematikern Skemp's forskning om betydelsen av den relationella förståelsen framför det rent instrumentella räknandet. Lärare lägger mycket tid på att bygga förståelse för de matematiska begreppen och de stannar gärna länge och resonerar gemensamt med eleverna kring en enda uppgift.

– Det viktiga är att eleverna får utmanas i hur de tänker och resonerar kring matematik, inte hur många uppgifter de räknar, slår Dr Yeap fast.

Han berättar att de använder sig av *CPA approach* för att stärka förståelsen för de matematiska begreppen. CPA står för Concrete – Pictorial – Abstract och bygger på Bruners forskning kring vikten av olika representationsnivåer vid inläring.

– För att skapa förståelse används konkreta föremål och bilder kopplat till den abstrakta matematiken. Det är en viktig princip som syns tydligt i läromedel från Singapore, förklarar Dr Yeap.



Under matematiklektionerna behöver eleverna få möjlighet att utforska, resonera, dokumentera och reflektera, samt öva på det som är i fokus, fortsätter Dr Yeap. För att möjliggöra detta använder vi en struktur för varje lektion som består av tre huvudmoment: *anchor task*, *guided practise* och *independent practise*. Varje lektion startar med att eleverna gemensamt utforskar en noga utvald startuppgift, anchor task. Därefter arbetar eleverna tillsammans och resonerar kring liknande uppgifter, guided practise, för att avslutningsvis färdighetsträna på egen hand, independent practise.



Lektionerna har en tydlig struktur där två tredjedelar ägnas åt gemensamt lärande.

Problemlösning i fokus

Singapores matematikundervisning kännetecknas av ett undersökande och elevaktivt arbetssätt där problemlösning, samtal och resonemang står i fokus. Undervisningen består till stor del av dialog och resonemang i helklass, eller i mindre grupper, där läraren ställer utvecklande frågor och där eleverna får möjlighet att reflektera och lära av varandra.

– Vi har tagit stort intryck av Vygotskijs teorier kring vikten av social interaktion och språkets betydelse vid inlärning, berättar Dr Yeap. Lärarens roll är att vara medforskande, att ställa frågor och uppmuntra eleverna att finna fler strategier och metoder för att lösa problem. Läraren återberättar och speglar vad eleverna säger, men ger som regel inte svaren utan de kommer från eleverna själva.

Han beskriver sedan hur eleverna får träna på att lösa problem med utgångspunkt i matematikern Pólyas olika steg vid problemlösning. Det första steget är att sätta sig in i problemet för att förstå vad det handlar om, nästa steg är att göra en plan för hur det ska lösas och sedan genomföra planen för att slutligen kontrollera och reflektera över resultatet.

Blockmodellen

Bar Modeling eller *Singapore Model Method*, på svenska kallad blockmodellen, utvecklades i Singapore på 1980-talet för att stödja elevers arbete med problemlösning. Det är en visuell modell som går ut på att lärare och elever synliggör problemet stegvis genom att rita liggande staplar eller block som representerar både kända och okänd kvantiteter samt deras relationer. Eleverna lär sig tidigt att använda modellen och de kan senare använda den för att lösa mer komplexa problem med exempelvis bråk, proportioner och procent samt för att underlätta förståelsen för algebra. Modellen har fått stor spridning eftersom den är lätt att ta till sig och användbar för olika typer av problem i en mängd olika situationer.

– Genom blockmodellen får eleverna ett verktyg för att lösa relativt komplexa problem och vi kan använda den som en bro till att bygga förståelse för ekvationer, berättar Dr Yeap.

Problemlösning med Bar Modeling – Blockmodellen

Sofia bakade kakor. Hon gav en $\frac{1}{6}$ av kakorna till sin kompis Lisa och $\frac{2}{5}$ av de som var kvar till sin bror Nicklas. Hon fick 12 kakor över som hon behöll själv.
Hur många kakor bakade Sofia?

3 delar = 12 $12 \div 3 = 4$
1 del = 4
6 delar = $6 \times 4 = 24$ Svar: Sofia bakade 24 kakor.

Höga förväntningar – en nyckel till framgång

I Singapore är förväntningarna på alla elevers förmåga att lära matematik höga.

– Det tror jag är en starkt bidragande faktor till Singapores framgångsrika resultat i PISA och TIMSS, förklarar Dr Yeap. De nationella proven är relativt utmanande och vi arbetar systematiskt för att ge alla elever förutsättningar att klara dessa genom att kontinuerligt ge stöd och att utmana alla elever utifrån deras individuella förutsättningar. Eleverna tränas i att möta nya typer av problem och de lär sig att generalisera och dra nytta av tidigare kunskaper. Vi arbetar mycket med att stärka elevers attityder; att de ska känna tilltro till sin förmåga och våga ta sig an nya problemställningar.

Att undervisningen präglas av positiva och höga förväntningar på eleverna märker vi tydligt vid våra besök på skolor i Singapore. Begreppet *Teaching to Mastery* lyfts fram; att lärarens uppdrag är att hjälpa alla elever att bemästra matematiken. Pedagogiken genomsyras av grundsynen att alla elever kan utvecklas i matematik bara de får rätt förutsättningar att lära. Även de elever som från början behöver mer tid, extra stöd och specialinriktade insatser förväntas klara de mer avancerade uppgifterna. Resultaten i PISA och TIMSS visar också att en mycket stor andel av eleverna når höga resultat. Hela 54 % av eleverna i Singapore klarar de mest avancerade uppgifterna i TIMSS 2015 åk 8. Motsvarande siffra i Sverige är 3 % och genomsnittet för OECD-länderna ligger på 10 %.

Singaporemodellen i Sverige

Vi arbetar sedan 2014 med att utbilda lärare i Singaporemodellen och utveckla läromedel på svenska baserat på ett kvalitetsgranskat och godkänt läromedel från Singapore. Singaporemodellen används idag på hundratals skolor runt om i Sverige och lärare som använder modellen beskriver att det går lätt att ta till sig och anamma arbetssättet i undervisningen. Pedagogiken stämmer väl med vår syn på inkludering, undervisning och lärande, och modellen täcker in de olika delarna i det centrala innehållet och de kunskapskrav som finns i Lgr II. Undervisningens uppbyggnad och lektionsstrukturen underlättar arbetet med att utveckla de matematiska förmågorna. Under lektionens olika moment får eleven på ett naturligt sätt möjlighet att träna på förmågorna i matematik utifrån läroplanen.

Vi känner igen många tankegångar i Singaporemodellen i vår läroplan och från Matematiklyftet, och vi kan se en stor samstämmighet med vad forskare som Jo Boaler, John Hattie och Ron Ritchhart lyfter fram kring hur vi bedriver en framgångsrik undervisning och synliggör elevers tänkande. Lärare i Sverige som använder Singaporemodellen beskriver att de tilltalas av det problemlösande förhållningssättet och berättar att lektionsstrukturen hjälper dem att ge tid för samtal, reflektion och resonemang. Många lärare ser också stora fördelar med att använda blockmodellen som ett verktyg i samband med problemlösning. Genom att rita block synliggörs matematiska begrepp för eleverna och de ser lättare vad uppgiften handlar om och hur den ska lösas. Lärare vittnar även om att elevers grundläggande taluppfattning och begreppsförståelse har stärkts sedan de börjat använda Singaporemodellen och att eleverna har blivit bättre på att förklara hur de tänker och resonerar om olika metoder.

Vi inledde artikeln med att fråga oss vad vi i Sverige kan lära av Singapores matematikundervisning och varför deras modell har blivit så framgångsrik. Vi tror att en stor del av svaret finns i "hur"; *hur* de baserar sin undervisning på forskning och beprövad erfarenhet, *hur* de strukturerar sin undervisning och *hur* de inleder alla lektioner med att gemensamt utforska och pröva, samtala och resonera samt *hur* läraren agerar i klassrummet utifrån ett problemlösande förhållningssätt. Med Singaporemodellen får vi lärare en struktur och ett verktyg för hur vi kan tillämpa forskning praktiskt i klassrummet.

LITTERATUR OCH LÄNKAR

- Agardh, P., Rejler J., Yeap, B.H. (2017). *Singma matematik, lärarhandledning*. Natur & Kultur.
- Kho, T.H., Yeo, S.M., Lim, J. (2009). *The Singapore model method for learning mathematics*. Marshall Cavendish Education.
- Lee, S-K. & Low, E-L. (2017). Singapores utbildningssystem – några viktiga framgångsfaktorer. I O. Lee & T. Kroksmark (red), *Världens bästa undervisning*. Studentlitteratur.
- Pak Tee Ng. (2017). *Learning from Singapore – The power of paradoxes*. Routledge, Taylor & Francis Group.

En komplett referenslista finns på Nämnaren på Nätet och mer information om Singaporemodellen finns på www.singaporematte.se.

