GÖREL STERNER

Lässvårigheter och räknesvårigheter

Här presenteras några exempel på hur specialundervisning i matematik kan läggas upp med tanke på svårigheter kopplade till fonologi, arbetsminne, automatiseringsprocesser och uppgiftsorientering.

Kunskap om samband mellan lässvårigheter och räknesvårigheter är av betydelse för utveckling av undervisningen inte bara i svenska och matematik, utan också i andra ämnen där svenska och matematik har betydelse för elevers lärande (Sterner & Lundberg, 2002). Forskning pekar framförallt på två områden där elever ofta stöter på svårigheter. Det ena handlar om att automatisera talfakta och det andra om att lösa textuppgifter i matematik där kraven på god ordavkodning och läsförståelse kan bli övermäktiga om elever inte får det stöd och den undervisning de är i behov av, se vidare (Lundberg & Sterner, 2006).

Struktur i undervisningen

Grundidén som bör genomsyra undervisningen är att att eleverna får möjlighet att utveckla förmåga till uppgiftsorientering det vill säga motivation, självförtroende, tillit till den egna förmågan, en vilja att lära sig etc. Framför allt vill jag poängtera vikten av struktur och tydlighet, matematiska samtal, samband och mönster, att ny kunskap relateras till tidigare kunskaper och erfarenheter och att eleverna får hjälp att utveckla sitt kunnande både i tal och i skrift. Jag föreslår att undervisningen tar sin utgångspunkt i den konkreta fasen (där laborativt material används) fortsätter i den representativa fasen (där eleven ritar enkla bilder och förklarar innebörden i matematiska begrepp) till den abstrakta fasen där eleven använder det matematiska symbolspråket som uttrycksform.

Den konkreta fasen

Här sker det laborativa arbetet med verkliga objekt och åskådligt material parat med muntlig kommunikation. Med hjälp av laborativt material kan viktiga matematiska begrepp och idéer lyftas fram och undersökas. Om eleven samtidigt får hjälp att sätta ord på sina upptäckter och erfarenheter kan språk och handling interagera. Språket bidrar till att tydliggöra innehållet i handlingen. I den konkreta fasen ger det laborativa arbetet eleverna kinestetiska (genom rörelse) och taktila (genom att röra vid) erfarenheter som kan underlätta utvecklingen av begreppslig förståelse och att minnas. Lärare bör försäkra sig om att det laborativa arbetet bidrar till att matematiska begrepp och idéer synliggörs och att eleven utvecklar nya tankeformer så att de frigör sig från behovet av det laborativa materialet.

Den representativa fasen

Ett viktigt steg mellan den konkreta och den abstrakta fasen är ett steg där eleven får rita egna bilder som representerar matematiska begrepp och lösningar på uppgifter. Genom att rita enkla bilder, streck och cirklar parat med muntliga förklaringar kan eleven ge uttryck för sina uppfattningar och lösa uppgifter utan att behöva använda laborativt material. Erfarenheter visar att reflektiva samtal mellan lärare och elever om matematiska begrepp, mönster och samband är särskilt viktiga.

Den abstrakta fasen

Målet med undervisningen i den abstrakta fasen är att eleverna ska utvidga och fördjupa den förståelse och de tankeformer som de har utvecklat i den konkreta och den representativa fasen, så att de kan tänka och lösa uppgifter utan hjälp av laborativt material och genom att använda enbart siffror och andra matematiska symboler.

God taluppfattning

För att kunna skapa struktur i undervisningen behöver lärare och specialpedagoger djupa kunskaper om vad god taluppfattning är. För en utförligare beskrivning av vad det kan innebära hänvisar vi till en artikelserie i Nämnaren (Reys & Reys, 1995a; 1995b) där detta diskuteras ingående. Här beskrivs kort ett sätt att strukturera god taluppfattning utifrån tre aspekter, relationer inom tal, relationer mellan tal samt relationer mellan tal och omvärld (Emanuelsson & Emanuelsson, 1997). God taluppfattning innebär förståelse för samtliga aspekter och är något som ständigt utvidgas och fördjupas även hos vuxna. Nedan ges exempel på undervisning om talet sju.

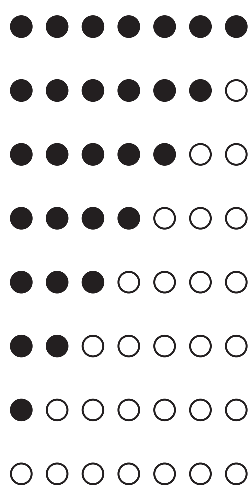
1. Relationer inom tal

En nödvändig aspekt av att utveckla god taluppfattning och räkneförmåga innefattar att eleverna förstår och automatiserar kunskap om de tio första talens helhet och delar. Talet sju är ett heltal som kan grupperas på åtta olika sätt: 7 + 0, 6 + 1, 5 + 2, 4 + 3, 3 + 4, 2 + 5, 1 + 6 och 0 + 7. Kunskaper som eleverna utvecklar inom lägre talområden kan sedan generaliseras och användas för större tal. En uppgift som 37 + 8 är enkel att se lösningen på om man har en föreställning om att talet 8 kan grupperas som 3 och 5, 37 + 3 + 5 = 45, eller som 7 och 1 och grupperar om uppgiften som 30 + 14 + 1 = 45 osv.

Konkreta fasen
Syftet med aktiviteten som beskrivs är att eleven ska undersöka på vilket sätt talet sju kan grupperas i två mängder. Vi har använt tvåfärgade knappar som är svarta på ena sidan och vita på den andra. (Träfärgade knappar som kan målas i två färger finns att köpa).

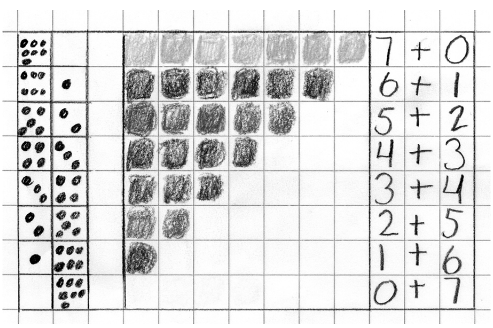
Eleven räknar upp och lägger sju knappar med svarta sidan upp. Eftersom det finns sju svarta knappar och noll vita i raden, kan det uttryckas som ”sju är lika med sju plus noll”. Eleven lägger en ny rad med sju svarta knappar och vänder på en knapp. Uppmana eleven att muntligt beskriva helhet och delar: ”Sju är lika med sex plus ett.” Eleven lägger ytterligare en rad, vänder på två knappar och beskriver det som ”sju är lika med fem plus två”. Eleven fortsätter på samma sätt tills åtta rader är lagda.

Talet 7



Eleven uppmuntras att beskriva vilka kombinationer som är möjliga, hur många de är och om eleven kan upptäcka mönster, som t ex ”när de svarta knapparna minskar med en ökar de vita med en”. Uppmärksamma eleven på att inga knappar läggs till eller tas bort. Vi grupperar bara talet sju på åtta olika sätt. Redan i det här skedet lyfter vi fram kommutativa lagen för addition, $3+4=4+3$, $2+5=5+2$ osv, vilket är en användbar kunskap vid huvudräkning.

Representativa fasen
I den representativa fasen skapar eleven, med hjälp av sina erfarenheter från den konkreta fasen, mönster och bilder för talens alla kombinationer utan att använda laborativt material. I följande exempel har eleven använt centimeterrutat papper och ritat prickmönster för samtliga kombinationer, målat kombinationerna i två färger, samt skrivit dem med siffror.



Abstrakta fasen
Eleven skriver alla kombinationer för talet 7 ($7=7+0$, $7=6+1$ osv). Därefter läser lärare och elev kombinationerna rytmiskt tillsammans. Eleven läser sedan alla talkombinationer själv, först högt sedan tyst. Erfarenheter visar på betydelsen av multisensoriskt lärande, dvs att röra vid, att flytta och gruppera, att visualisera genom att rita bilder samt att ge aktuella begrepp språkliga uttryck både i tal och i skrift. Det fortsatta arbetet med att automatisera kunskap om talfakta kräver ofta mycket tid och engagemang från elevens sida. Av utrymmesskäl ges här bara ett exempel på hur färdighetsträningen kan gå till. Vi vill dock betona betydelsen av att aktiviteterna varieras inom alla faserna, se t ex (Lundberg & Sterner, 2006). Det bidrar till att eleven kan generalisera sina kunskaper och att den nödvändiga färdighetsträningen inte blir enformig. På NCM:s webbplats (ncm.gu.se) ges många förslag på spel och aktiviteter som kan vara lämpliga och stimulerande för eleverna att använda. Ett sätt är också att arbeta med sk Winnetkakort som kan tillverkas enligt bilden nedan för de talkombinationer som är aktuella.

Visa ett kort i taget med framsidan mot eleven. Eleven ska snabbt tala om vilket tal som saknas och som står på baksidan av kortet. De kombinationer som eleven är säker på (som är automatiserade) läggs i en hög, de andra korten i en annan. Eleven arbetar sedan vidare med de kombinationer som inte är automatiserade.

Framsida	Baksida
$7=5+\_$	2

Eftersom tid är en betydelsefull faktor är det bra om eleven övar hemma en kort stund varje dag. Det är positivt om elevens föräldrar kan stötta sitt barn i lärprocessen. Det hjälper eleven att fokusera på uppgiften och att vara tillräckligt uthållig.

2. Relationer mellan tal

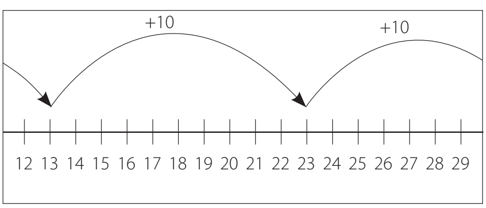
Hur förhåller sig ett visst tal till andra tal? Talet 48 är ett mer än 47 och ett mindre är 46, det är hälften av 96 och dubbelt så mycket som 24. Det är ett litet tal jämfört med 4800, men ett stort tal jämfört med 0,05 osv. Förståelse för relationer mellan tal är bland annat grundläggande för förståelse av subtraktion. Det vi gör när vi subtraherar är egentligen att vi jämför tal (Sterner & Johansson, 2006).

Konkreta fasen
I undervisningen om relationer mellan tal behöver eleven ha tillgång till tallinjer. Dessa kan se ut på olika sätt beroende på syftet med arbetet. I nybörjarundervisningen arbetar vi med en talrad på golvet för talen 0–10. Talen skrivs på A4-papper som plastas in och fästs

på golvet. Eleven går på talraden och ramsräknar rytmiskt först framåt och sedan bakåt. De lär sig de tio första talens grannar och nästan grannar, jämna och udda tal. Arbetet fortsätter med att vi undersöker talen mellan 0 – 20, 0 – 30 och vidare upp till hundra och förbi hundra (Lundberg & Sterner, 2006).

Här ges ett exempel på hur en väggtallinje för talområdet 0 – 100 kan användas bland annat för att undersöka talens ordning i sekvenser, vilket är en mycket användbar kompetens vid huvudräkning. I elevböcker i matematik är det vanligt förekommande uppgifter att skriva talföljder. Att ofta få tillfällen att i muntlig form uttrycka olika talföljder kan bidra till att utveckla förståelsen för talens ordning i sekvenser. Det gäller även tal i bråkform och decimalform.

- Räkna framåt i multipler av 10 med start på 0.
- Räkna bakåt i multipler av tio med start på 100.
- Räkna framåt i multipler av 10 med start på olika tal.

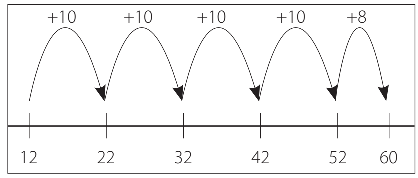


- Vilken siffra ändras /ändras inte? Varför är det så?
- Räkna bakåt i multipler av tio med start på olika tal.
- Vilken siffra ändras /ändras inte? Vad är det för skillnad jämfört med addition av 10?
- Räkna i multipler av 5, 2 osv.

I den konkreta fasen inriktas arbetet med tallinjen på att eleven i samspel med läraren får lösa aritmetikuppgifter och pröva sig fram till utveckling av goda räknestrategier.

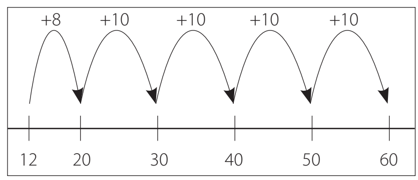
Representativa fasen
I denna fas lämnar vi tallinjen på väggen ett tag och arbetar med ”tomma tallinjer”. Det innebär att eleven själv ritar sin tallinje och beskriver de räknestrategier som hon använder för att lösa en uppgift.

Exempel: 12 + 40 + 8

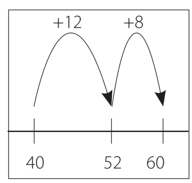


$12 + 10 + 10 + 10 + 10 + 8 = 60$

Eleven berättar om sin strategi och jämför med sina kamraters val. Läraren ställer utmanande frågor och uppmuntrar eleven att pröva olika strategier med hjälp av bland annat kommutativa och associativa lagen för addition (resultatet blir det samma oavsett i vilken ordning termerna adderas).



$12 + 8 + 10 + 10 + 10 + 10 = 60$



$40 + 12 + 8 = 60$

Det är betydelsefullt att eleven får undersöka och pröva olika strategier, muntligt beskriva och motivera sina val. Lika betydelsefullt är att läraren utmanar både elevens språk och tänkande, synliggör och problematiserar frågor om räknelagar och räkneregler så att elevens strategier blir utvecklingsbara och inte leder in i återvändsgränder.

Abstrakta fasen
I den abstrakta fasen är målet att eleven utvecklar förståelse och förtrogenhet med skriftliga räknemetoder. Med den begränsade tid som skolan har till sitt förfogande

för matematikundervisningen är det knappast rimligt att elever som kämpar med läsning och matematik ska kunna lära sig både skriftlig huvudräkning och standardalgoritmer. I fråga om det som eleverna ofta kallar ”uppställning” är det viktigt att läraren tar fasta på standardalgoritmernas grund i räknelagarna och positionssystemets egenskaper och talmönster (Löwing & Kilborn 2003; Johansson, 2006).

3. Relationer mellan tal och omvärld

Var i omvärlden möter vi talet 5? Vi har fem fingrar på våra händer. Det är fem vardagar i veckan. Lönnlövet har fem flikar. Talet 24 möter vi som antalet timmar på ett dygn. 60 sekunder är en minut och 60 minuter är en timma. Äkta makar som varit gifta i 60 år kan fira diamantbröllop osv.

Ett sätt att skapa sammanhang mellan tal och omvärld är att lösa textuppgifter i matematik. Eleven får då tillfälle att använda sina tabellkunskaper och kan utveckla förståelse för räknesättens innebörder relaterat till matematiska ord och uttryck. Val av rätt räknesätt förutsätter att eleven förstår relationen mellan räknesätt och själva textproblemet.

Textuppgifter i matematik är ofta komprimerade och ställer höga krav både på god ordavkodning och läsförståelse. Felläsning av ett enda litet ord kan leda till total missuppfattning av textens innebörd. En del elever vänjer sig vid att försöka bortse från sammanhanget i texten och istället hitta en ledtråd eller ett nyckelord som kan leda dem på rätt spår. Detta är dock en vansklig strategi bl a därför att problem som innehåller samma nyckelord kan leda till helt skilda räknesätt (Johansson, 1983).

– En vara kostar 13 kr och en annan kostar 7 kr. Hur mycket kostar de *tillsammans*?

– Två varor kostar *tillsammans* 20 kr. Den ena varan kostar 13 kr. Hur mycket kostar den andra?

Vilket räknesätt som ska väljas har inte främst att göra med nyckelord i texten utan med problemets struktur. Textuppgifter bör väljas med fokus på det matematiska och det språkliga innehållet. Eleven måste uppmärksamma att ord som fler, tillsammans eller dyrare inte alltid leder till addition och att ord som färre och billigare inte alltid leder till subtraktion. Att lösa textuppgifter i matematik kräver både uppmärksamhet och koncentration från elevens sida. Ett motiverande inslag kan vara att innehållet i uppgifterna knyter an till elevers namn och intressen.

Konkreta fasen

I den konkreta fasen löser eleven textuppgifter med hjälp av laborativt material som multilink, pengar, tiobasmaterial osv. Läraren läser uppgiften högt och samtalar med eleven om ords betydelse och eleven får med egna ord förklara uppgiftens innebörd. Val av uppgifter beror på vilka matematiska begrepp och vilka matematiska ord och termer som är relevanta att arbeta med för tillfället, till exempel begreppen *fler än* och *färre än.*

> *Raminas lag gjorde 23 mål i fotbollsturneringen och Idas lag gjorde 11 mål. Hur många fler mål gjorde Raminas lag?*

Eleven löser uppgiften genom att t ex räkna upp 23 klossar som representerar antalet mål som Raminas lag gjorde och 11 klossar som representerar det andra lagets mål. Därefter görs en jämförelse mellan de båda mängderna. Eleven berättar om sin lösning och använder relevanta ord och termer.

Representativa fasen

I den representativa fasen löser eleven uppgifter genom att rita bilder, streck, ringar etc. Eleven berättar om sina lösningar med fokus både på matematik och på ords innebörder. Att utveckla sitt ordförråd och sin förståelse för ords innebörder handlar om att få insikt om begrepp och hur de hänger ihop.

Abstrakta fasen

De kunskaper som eleven har utvecklat i den konkreta och den representativa fasen utgör en god grund för den fortsatta undervisningen i läsförståelse och textuppgifter i matematik. Om lärare som undervisar i matematik tar för vana att analysera språket i texten som eleverna ska arbeta med, förbereder lämpliga samtal och aktiviteter för eleverna så kommer de att kunna delta i undervisningen med större självförtroende. Stor vikt bör läggas vid att eleven utvecklar goda strategier för läsförståelse och förtrogenhet med räknesättens innebörder kopplat till matematiska ord och uttryck. Det ställer ofta krav på en systematisk, explicit undervisning där elev och lärare tillsammans löser uppgifter genom att använda aktuella strategier. Allt eftersom eleven utvecklar säkerhet och kunnande lämnas mer och mer ansvar över till eleven att lösa uppgifter på egen hand. Men fortfarande är de matematiska samtalen i anslutning till problemlösningen betydelsefulla. Här ges exempel på en strategi som vi har kallat LURBRA och som har använts med framgång i undervisningen.

1 Läs hela texten.

2 Upprepa frågan högt för dig själv och stryk under frågan.

3 Ringa in viktig information.

4 Bestäm räknesätt och säg vad det innebär.

5 Rita en lösning.

6 Använd matematikspråket.

Eleven kontrollerar slutligen om lösningen är rimlig.

Här har vi endast gett exempel på hur undervisningen kan bidra till att elever som kämpar med sin läsning kan lära sig hantera och lösa enkla räkneuppgifter. För mer komplex problemlösning kan i princip samma undervisningsstrategier användas. I Nämnarens problemavdelning och på NCM:s webbplats, ncm.gu.se, finns rika exempel på problem som mycket väl går att arbeta med i den konkreta, den representativa och den abstrakta fasen, se t ex Strävorna och Kängurusidan.

LITTERATUR

Emanuelsson, G. & Emanuelsson, L. (1997). Taluppfattning i tidiga skolår. *Nämnaren 24*(2), 30–31.

Johansson, B. (1983). Problem med problemlösning. *Nämnaren 9*(3), 10–13.

Johansson, B. (2006). Elever har rätt att få lära sig räkna. *Nämnaren 33*(1), 28–31.

Lundberg, I. & Sterner, G. (2006). *Lässvårigheter och räknesvårigheter under de första skolåren – hur hänger de ihop?* Stockholm: Natur och Kultur.

Löwing, M. & Kilborn, W. (2003). *Huvudräkning en inkörsport till matematiken*. Lund: Studentlitteratur.

Reys, B. J. & Reys, R. E. (1995a). Vad är god taluppfattning? *Nämnaren*, *22*(1), 28–32.

Reys, B. J. & Reys, R. E. m fl (1995b). Vad är god taluppfattning? *Nämnaren*, *22*(2), 23–26.

Sterner, G. & Lundberg, I. (2002). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik*. Göteborg: NCM.

Sterner, G. & Johansson, B. (2006). Räkneord, uppräkning och taluppfattning. I E. Doverborg & G. Emanuelsson (Red.) *Små barns matematik*. Göteborg: NCM.