

Gilla matematik

Bedömningsstöd i matematik för grundsärskolans årskurs 1–6

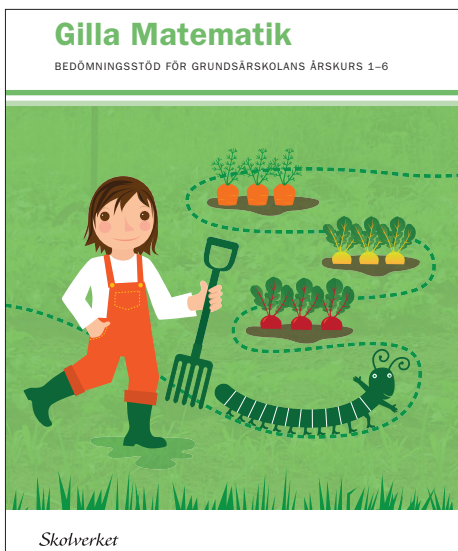
Alla elever har med sig kunskaper och erfarenheter av matematik när de börjar skolan och det är viktigt att läraren tidigt tar reda på vilka kunskaper eleverna har i matematik för att kunna utmana dem där de befinner sig.

I september 2015 fick PRIM-gruppen i uppdrag av Skolverket att utveckla och konstruera ett bedömningsstöd i matematik för årskurs 1–6 i grundsärskolan. Syftet med bedömningsstödet, som heter *Gilla matematik*, är att främja en kontinuerlig och systematisk bedömning, uppföljning och utvärdering av elevernas kunskapsutveckling i matematik. Från och med 1 januari 2017 är det obligatoriskt för huvudmannen att använda bedömningsstödet i åk 1 i grundsärskolan, precis som i grundskolan.

Gilla matematik avser att pröva elevernas kunskapsutveckling inom det centrala innehållet i kunskapsområdena *Problemlösning*, *Taluppfattning och tals användning*, *Tid och pengar* och *Geometri*. När det gäller *Sannolikhet och statistik* är det statistik som fokuseras med bedömningsstödet. Kunskapsområdet *Ämnesspecifika begrepp* är invävt i de tidigare nämnda områdena.

En stor del av bedömningsstödet avser att pröva taluppfattning och tals användning. Att ha en god taluppfattning är grundläggande för den fortsatta matematikinläringen. De delar av bedömningsstödet som benämns Taluppfattning och tals användning utgår till stor del från Gelman & Gallistels fem räknepprinciper. Dessa principer är nödvändiga för att eleven ska kunna utveckla och förstå räknandets idé:

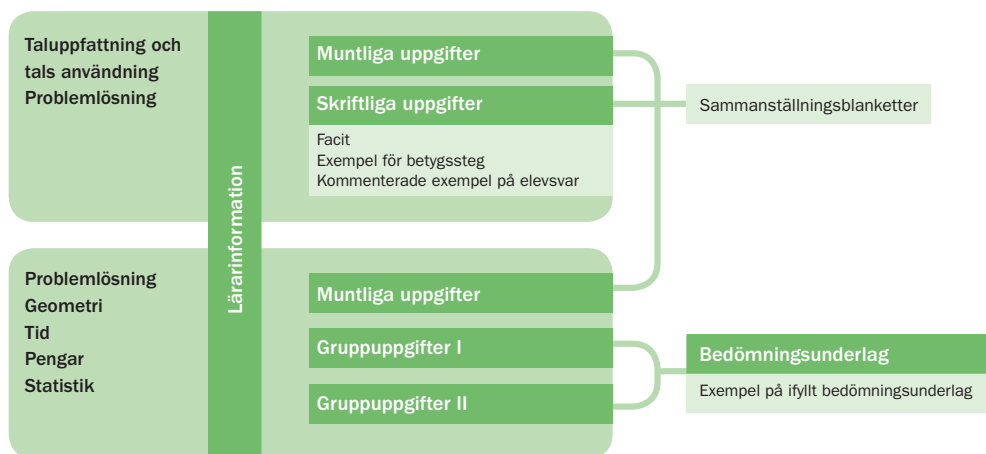
- ♦ *Abstraktionsprincipen* innebär att föremål som ingår i en grupp kan räknas oavsett vad det är för slags föremål. Eleven behöver förstå att alla mängder går att räkna även de som inte syns eller går att ta på, till exempel klappar eller knackningar.
- ♦ *Ett-till-ett-principen* innebär att ett föremål i en mängd kan bilda par med ett föremål i en annan mängd. Principen kan användas som en metod för att jämföra och uppskatta antal, detta kallas också parbildning. Eleven kan jämföra hur många klossar det är i två mängder genom att lägga en blå mot en röd kloss och se om det är lika många.



- ◇ *Principen om godtycklig ordning* innebär att när varje föremål i en mängd ska räknas kan det göras från vilket håll som helst. Denna princip hänger nära ihop med antalskonstans som betyder att det alltid är lika många i en mängd oberoende av hur föremålen är grupperade. Antalet förändras inte oavsett hur tätt eller hur långt ifrån varandra de är placerade. Föremålets storlek spelar heller ingen roll och ett bra exempel på det är ”Fem myror är fler än fyra elefanter”.
- ◇ *Principen om räkneordens ordning* innebär att räkneorden måste räknas upp i en bestämd ordning. Varje föremål som räknas paras ihop med ett och endast ett räkneord i den ordning de förekommer i räkneramsan.
- ◇ *Antalsprincipen*, eller kardinaltalsprincipen, innebär att varje föremål då det räknas ska paras ihop med ett räkneord och att det sista uppräknade räkneordet anger det totala antalet föremål som räknats. Ett exempel: Eleven ska räkna fyra klossar: En, två, tre, fyra. Läraren frågar: Hur många är det? Eleven svarar: Fyra! Här måste eleven förstå att det sist uppräknade räkneordet anger hela mängden.

Beskrivning av bedömningsstödet

Bedömningsstödet innehåller flera olika delar, så som översikten visar:



Bedömningsstödet är inte årskursbundet och täcker i stort sett allt centralt innehåll från åk 1 till åk 6. Det innehåller muntliga och skriftliga uppgifter för taluppfattning och tals användning. Muntliga uppgifter finns också för områdena tid, pengar, geometriska objekt, geometriska mönster, lägesord, längd, massa och volym. För dessa åtta områden finns gruppuppgifter. Det finns också gruppuppgifter inom områdena tid, rimlighet om pengar, geometriska objekt, statistiska mätningar och att kunna avläsa matematisk information från närmiljön.

Muntliga uppgifter: taluppfattning och tals användning

De muntliga uppgifterna genomförs enskilt med eleverna. Det finns fem olika formulär och på varje formulär finns två kolumner där den vänstra kolumnen är en lägre nivå. Progressionen går från ett lägre till ett högre talområde samt från ett informellt matematiskt språk till ett mer formellt matematiskt språk. Uppgifterna avser bland annat att pröva elevens förståelse för de fem räkneprinciperna, att eleven kan räkna på talraden, dela upp tal, förstå begrepp som dubbelt och hälften.

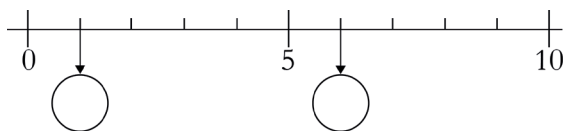
I följande exempel som handlar om antalsprincipen ska eleven kunna svara på frågan om hur många det är. Läraren uppmärksammar hur eleven svarar, vilket eleven kan göra genom att säga enbart 3 eller räkna 1, 2, 3 samtidigt som 3:an betonas.

Talområde 0–5	Talområde 5–10
Antalsprincipen/Kardinaltalsprincipen	Antalsprincipen/Kardinaltalsprincipen
1. <i>Ta fram 3 föremål.</i> Räkna hur många föremål det är. Hur många är det?	1. <i>Ta fram 7 föremål.</i> Räkna hur många föremål det är. Hur många är det?

Skriftliga uppgifter: taluppfattning och tals användning

De skriftliga uppgifterna finns på sex nivåer markerade med olika färger. Uppgifterna är främst tänkta för årskurs 4–6. De skriftliga uppgifterna är också individuella men en grupp elever kan genomföra uppgifterna samtidigt. Progressionen mellan nivåerna går från ett lägre till ett högre talområde samt från enklare till ett mer komplext matematiskt innehåll.

Följande uppgift avser att pröva om eleven kan skriva vad som saknas på en tallinje. Eleven visar genom att skriva rätt tal på rätt ställe en förståelse för talens inbördes ordning och relation. När en mängd föremål räknas är det relativt enkelt för eleven att koppla ihop tal med föremål. Troligtvis är det svårare för eleven att koppla ihop tal med tallinjen. Läraren kan uppmärksamma hur eleven fyller i tallinjen. Behöver eleven skriva in alla tal på tallinjen? Behöver eleven börja om från tallinjens första angivna tal när talen ska skrivas i ringarna eller kan eleven tolka den information som finns i tallinjen?



Muntliga uppgifter till övriga områden

Även de muntliga uppgifterna till de övriga områdena ska genomföras enskilt med varje elev och varje formulär innehåller som tidigare två kolumner. Progressionen ser olika ut beroende på vilket område som provas, men progressionen går oftast från konkret till abstrakt och från att känna till begrepp till att använda begrepp.

Uppgifterna inom tid, pengar och lägesord avser att pröva elevens förståelse för olika begrepp inom dessa områden. Till en början ska eleven kunna svara på enkla frågor för att sedan, på en högre nivå, kunna använda begreppen korrekt. Uppgifterna inom områdena geometriska objekt och geometriska mönster avser att till en början pröva elevens förmåga att tolka begrepp eller mönster samt urskilja egenskaper hos föremål. På den högre nivån ska eleven kunna namnge geometriska begrepp samt beskriva geometriska objekt och mönster med egna ord. Uppgifterna inom områdena längd, massa och volym avser att till en början pröva elevens förmåga att tolka begrepp som är områdesspecifika till exempel längst, rymmer minst, tyngst. På den högre nivån kan eleven visa förståelse för mätandets idé.

I följande exempel för muntliga uppgifter *Volym*, vänster kolumn, ska eleven mäta med en informell måtenhet.

5. *Ta fram något material som måtenhet till exempel muggar av samma storlek samt en tillbringare/kanna.*

Mät hur många muggar vatten det får plats i kannan.
Hur många muggar vatten fick det plats?

5. *Ta fram kannan, ett litermått och ett decilitermått.*

Häll 3 deciliter vatten i kannan.

För att eleven ska ha förståelse för mätandets idé måste eleven inse att alla muggar ska räknas samt att muggen måste vara fylld med lika mycket vätska varje gång. I den högra kolumnen ska eleven svara på olika frågor med formella måtenheter som deciliter och liter. På liknande sätt prövas elevernas förståelse för mätandets idé när det gäller längd och massa. För längd måste eleven inse att måtenheterna ska vara lika långa, att de ska ligga intill varandra och att alla enheter ska räknas. En elev som har kommit längre kan troligtvis använda samma måtenhet flera gånger, markera var den slutar samt uppmärksamma det sammanlagda antalet. Inom massa använder eleven en balansvåg och ska förstå att det måste vara måtenheter med samma vikt, till exempel träkuber, som ska jämföras med det som ska vägas. För att veta föremålets vikt måste eleven också förstå att alla träkuber ska räknas. I detta sammanhang ska eleven också ha förståelse för att balansvågen ska vara i jämvikt för att föremålen ska väga lika mycket.

Gruppuppgifter

Gruppuppgifter I föregår Gruppuppgifter II, där sistnämnda är kopplade till delar av kunskapskraven i åk 6. I en grupp kan det vara 2–5 elever. Gruppuppgifterna avser främst att pröva elevens förmåga att kommunicera och resonera utifrån en matematisk kontext. När eleverna ska lösa uppgifterna är det viktigt att alla får komma till tals och att alla lösningar och idéer kommer fram. Här är resonemanget viktigare än de korrekta svaren. Läraren får också möjlighet att se olika kvaliteter i elevernas resonemang. Kan eleven förklara sina tankegångar? Använder eleven några begrepp i sin förklaring och i så fall vilka? Använder eleven begreppen korrekt? Kan eleven följa och utveckla någon annans resonemang?

Genom att observera och fråga eleven medan hon/han är engagerad i olika matematikaktiviteter kan läraren få ovärderlig information om elevens färdigheter, matematiska resonemang och attityder och därigenom kunna ge adekvat feedback i en naturlig situation.

(Pettersson mfl, 2010)

I följande exempel visas en gruppuppgift med resonemang om rimlighet när det gäller priser. Gruppen ska tillsammans placera ett kort där de tycker det är lämpligt. I uppgiften finns inget korrekt svar men det är viktigt att eleverna kan förklara varför kortet ska ligga just där.

Hur mycket kostar det?



Kostar ungefär 20 kronor	Kostar ungefär 100 kronor	Kostar ungefär 1000 kronor
--------------------------	---------------------------	----------------------------



Till lärarens hjälp finns ett bedömningsunderlag där elevernas prestationer ska bedömas utifrån värdeord och förmågor. Engagemang och självständighet bedöms utifrån värdeorden *visa intresse*, *delta* samt *medverka/bidra*. Värdeorden medverka/bidra är centrala begrepp som finns med i kunskapskraven för åk 6. Eftersom det är ett stort avstånd mellan vad som ska bedömas utifrån kunskapskraven i åk 6 och vad som avses att bedömas i åk 1, görs en uttolkning av värdeorden i bedömningsstödet och vad de kan innebära i lägre årskurser.

Bedömningsunderlag Resonemang om rimlighet när det gäller priser

	Engagemang/självständighet			Matematiska förmågor		
Namn:	Eleven visar intresse för den matematiska aktiviteten.	Eleven deltar i den matematiska aktiviteten.	Eleven medverkar/bidrar med lösningar i den matematiska aktiviteten.	Eleven resonerar om rimlighet när det gäller priser.	Eleven använder olika ord och begrepp, t.ex. dyrare, billigare, lika dyr.	Kommentarer:

Värdeorden *visa intresse* och *delta* nämns inte i kunskapskraven men finns med i bedömningsstödet för såväl matematik som svenska. Dessa värdeord tolkas i bedömningsstödet som en väg mot värdeorden *medverka/bidra*. I den matematiska aktiviteten får eleven möjlighet att visa intresse genom exempelvis blickbeteende, kroppshållning eller annat som är typiskt för eleven. Med *delta* menas att eleven muntligt kan svara på enkla rutinfrågor, till exempel ja- och nej-frågor. Eleven använder den kommunikationsform som vanligtvis används. Med *medverka/bidra* menas att eleven, med eller utan vuxenstöd, muntligt eller skriftligt kan svara på frågor. De matematiska förmågorna finns exemplifierade utifrån det matematiska innehållet i uppgiften.

Kommenterade exempel på elevsvar

I bedömningsstödet för de skriftliga uppgifterna finns exempel på autentiska elevsvar. De följs av en kommentar som beskriver vad som går att se i elevens förslag till lösning. Svaren visar prov på vanliga missuppfattningar och begreppsliga svårigheter. Här finns också exempel där eleven troligtvis är obekant med uppgiftens form, vilket kan leda till svårigheter för eleven. När det gäller problemlösningar och skriftliga räknemetoder visas olika kvaliteter och uttrycksformer i elevernas svar. Några exempel:

a)

18	19	05
----	----	----

b)

29	30	31
----	----	----

c)

48	49	05
----	----	----

Eleven vet vilka tal som kommer före respektive efter på talraden. För talen 20 och 50 har siffrorna skrivits i fel ordning. Dessa tal kan läraren be eleven att läsa högt.

a) $19 - 2 = 17$ b) $32 - 2 = 30$

c) $13 - 4 = 10$ d) $12 - 11 = 2$

Eleven löser a- och b-uppgifterna korrekt. I övriga uppgifter räknar eleven stegen nedåt eller uppåt och kommer fram till svar som är ett för mycket. Troligtvis utgår eleven i d-uppgiften från talet 11 och räknar 11, 12, det är 2 steg.

Mia har 500 kr. Hon köper jackan.
Hur många kronor får Mia tillbaka?

Visa hur du löser uppgiften.

$$\begin{array}{r} 500 \\ - 470 \\ \hline 170 \end{array} \quad \text{Svar: } 170$$

Eleven använder en standardalgoritm för att ta reda på hur mycket Mia får tillbaka när hon köper en jacka som kostar 470 kronor. Eleven visar förståelse för att subtrahera 470 från 500. Däremot behärskar inte eleven räknemetoden och kommer därför fram till ett felaktigt svar.

Exempel för betygssteg

I bedömningsstödet för de skriftliga uppgifterna finns exempel på elevsvar för tre områden: tals värde, problemlösning samt skriftliga räknemetoder. Till varje område finns exempel på elevsvar för kvaliteter på E-, C- och A-nivå. Varje exempel följs av en kommentar där elevens visade kunskaper beskrivs utifrån den kvalitativa nivån samt vilket stöd eleven eventuellt fått av läraren. Exempelen är tänkta att vara ett stöd för lärarens bedömning.

På nästa sida visas uppgifter med elevsvar inom området skriftliga räknemetoder med övergång. Varje exempel föregås av en beskrivning av aktuellt kunskapskrav för respektive betygsnivå.

BETYGSSTEGET E – Del av kunskapskraven i slutet av årskurs 6

- Dessutom **medverkar** eleven i att göra beräkningar och lösa additions- och subtraktionsuppgifter inom talområdet 1 – 100 med hjälp av konkret material, digital teknik, huvudräkning eller skriftliga räknemetoder.

Exempel på E-nivå

64 - 27 =

Svar: 37

Den här lösningen motsvarar en kvalitet som når nivå E. Eleven löser uppgiften med stöd av läraren.

Eleven säger att han/hon inte kan visa någon skriftlig räknemetod. Läraren frågar om eleven vill använda en miniräknare. Eleven knappar in uppgiften på miniräknaren och kommer fram till ett korrekt svar.

Metoden, som eleven använder, är inte en skriftlig räknemetod. På E-nivå är det dock godtagbart att använda digitala verktyg för att visa sin beräkning.

BETYGSSTEGET C – Del av kunskapskraven i slutet av årskurs 6

- Dessutom beräknar och löser eleven additions- och subtraktionsuppgifter inom talområdet 1 – 100 på ett **delvis fungerande** sätt med hjälp av konkret material, digital teknik, huvudräkning och skriftliga räknemetoder.

Exempel på C-nivå

18 + 19 =

18
+ 19

35

Svar: 35 kr

Den här lösningen motsvarar en kvalitet som når nivå C. Eleven löser uppgiften på egen hand.

Eleven använder en standardalgorithm som räknemetod. Eleven adderar entalen men kommer fram till det felaktiga svaret 15. Tioalet i 15 placeras i entalens kolumn men eleven räknar med det som ett tiotal när tiotalen ska adderas. Metoden får anses som **delvis fungerande** eftersom eleven inte visar att han/hon till fullo behärskar den.

BETYGSSTEGET A – Del av kunskapskraven i slutet av årskurs 6

- Dessutom beräknar och löser eleven additions- och subtraktionsuppgifter inom talområdet 1 – 1000 på ett **väl fungerande** sätt med hjälp av konkret material, digital teknik, huvudräkning och skriftliga räknemetoder.

Exempel på A-nivå

18 + 19 =

20 + 17 = 37

Svar: 37

228 + 132 =

1	3	2
2	2	8
3	6	0

Svar: 360

Den här lösningen motsvarar en kvalitet som når nivå A. Eleven löser uppgiften helt på egen hand och kommer fram till korrekt svar.

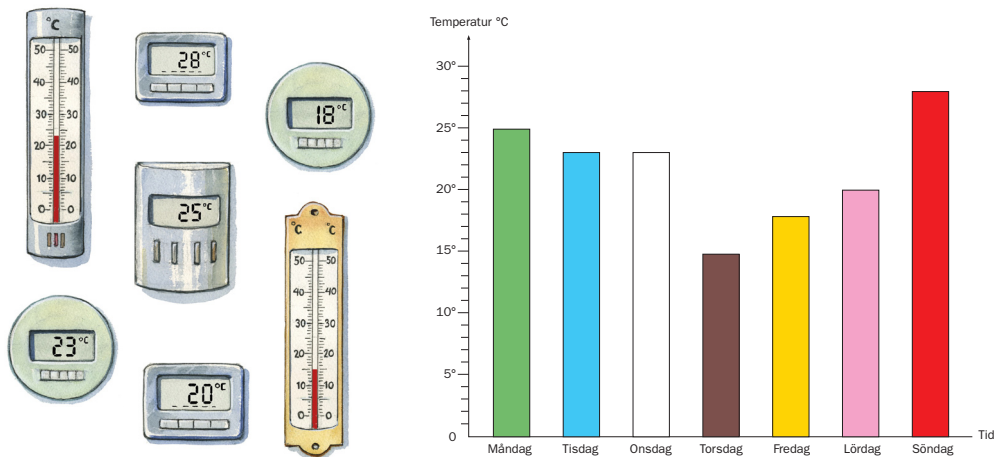
Här visas två uppgifter från samma elev. Eleven använder en talsortsvis skriftlig räknemetod i uppgiften 18+19. Eleven adderar först tiotalen och skriver 20 därefter adderar eleven entalen och skriver 17. Talsorterna räknas sedan samman.

I uppgiften 228+132 använder eleven en standardalgorithm som skriftlig räknemetod. Eleven väljer och behärskar olika skriftliga räknemetoder utifrån vilka ingående tal som uppgiften har.

Resultat och uppföljning

Efterhand som de individuella muntliga och skriftliga uppgifterna genomförs kan läraren överföra elevens resultat i sammanställningsblanketten för respektive material. Här skriver läraren vilken kunskap eleven har visat och hur undervisningen ska gå vidare i ett formativt syfte. Elevens visade styrkor och svårigheter blir synliga för läraren. Tanken är att läraren ska kunna planera den fortsatta undervisningen utifrån elevens och klassens resultat. Troligtvis har flera elever svårigheter med samma områden. I uppföljningen kan läraren få syn på delar som inte fokuserats tillräckligt mycket i undervisningen eller som varit svåra för eleverna.

Vid lärarens bedömning av elevens svar handlar det inte om att ett visst antal är rätt eller fel, utan hur och vad eleven visat för kunskaper både när det gäller muntliga och skriftliga uppgifter. Det är viktigt att granska elevens fel-svar för att upptäcka begreppsliga missuppfattningar eller om eleven helt enkelt missuppfattat uppgiften. Har läraren svårt för att tolka elevens svar kan läraren börja med att fråga eleven eller ta hjälp av kommenterade elevsvar som finns i materialet. Läraren kan också låta eleven pröva en ny liknande uppgift.



Från Gruppuppgift II Statistik, underlaget för temperaturmätning, där eleverna ska resonera om bland annat varmast och kallast dag utifrån illustrationerna.

LITTERATUR

Gelman, R. & Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Pettersson, A., Olofsson, G., Kjellström, K., Ingemansson, I., Hallén, S., Björklund Boistrup, L. & Alm, L. (2010). *Bedömning av kunskap – för lärande och undervisning i matematik. Matematikdidaktiska texter. Del 4*. Institutionen för matematikämnet och naturvetenskapsämnenas didaktik, Stockholms universitet.

Hela bedömningsstödet *Gilla matematik, Bedömningsstöd för grundskolans årskurs 1–6* finns på Skolverkets bedömningsportal.