Per Berggren & Ellinor Isaksson

Tärningar och astragaler

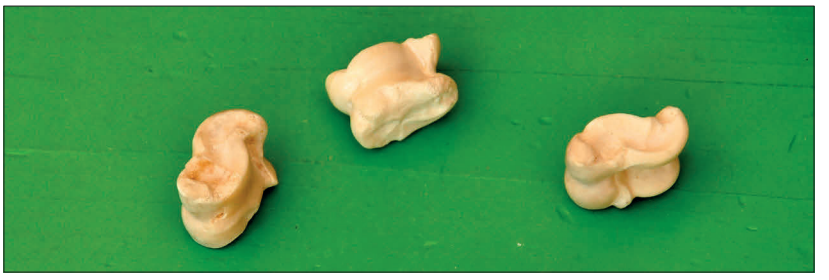
Per Berggren beskriver här en lektion om sannolikheter i förskoleklass där ett spännande arbete växte fram. Klassens lärare Ellinor Isaksson stod för merparten av de idéer som användes i undervisningen.

Under ett läsår har jag varit matematiklyftshandledare åt ett härligt arbetslag i F–3. Det har varit både en spännande utmaning och en fantastisk förmån för mig som annars spenderar den mesta tiden med högstadieelever. Spänning i att jag själv inte har undervisat i dessa skolår och förmån för att det ger mig så otroligt mycket erfarenhet och insikt om hur viktig denna grundläggande matematikundervisning är. Jag undrar vem det är som lär sig mest under träffarna – själv är jag övertygad om att det är jag.

Sannolikhet och tärningar

När vi började arbeta med modulen om sannolikhet och statistik pratade vi om i vilka situationer sannolikhet förekommer. Alla var överens om att tärningar hörde till detta område. Alla var också överens om att både elever och lärare visste att tärningen på något sätt fått stå symbol för både risk och chans och därför sammanknippas med sannolikhet. Som en knorr på en av modulartiklarna fanns det en beskrivning av hur man för länge sedan använde sig av bendelar från skelett, så kallade astragaler, som tärningar. Det gav oss inspiration till en fördjupad undersökning om sannolikhet och tärningar, men först tillbaka till den vanliga tärningen.

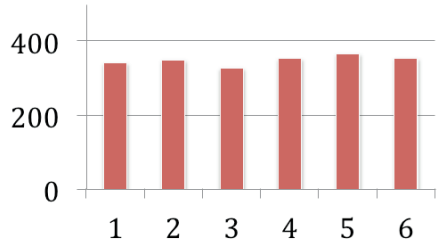
Samtidigt som användningen av den sexsidiga pricktärningen är en vanlig inledning till sannolikhet kan det finnas svårigheter. Exempelvis ansåg flera lärare att det var en vanlig uppfattning bland eleverna att det är svårare att slå en sexa, förmodligen för att den ofta är mer laddad i spel då den exempelvis kan krävas för att få börja eller att den ger extra slag. Samtidigt så ”vet man” att det alltid är lika stor sannolikhet att slå vad som helst mellan ett och sex. Fast om man först har slagit många slag i rad av en sida, borde de då inte vara mer sannolikt att en annan sida kommer upp? Och är det mer sannolikt att slå 1, 3, 5, 4, 2 i den ordningen än att slå 1, 2, 3, 4, 5? Det visade sig att det till en början enkla faktum att det är lika stor chans för alla sidor att bli slagna inte alls var självklart i alla situationer.



Vi bestämde oss trots detta för att använda oss av vanliga tärningar för att undersöka sannolikhet tillsammans med elever i förskoleklass. Till att börja med fick de slå vanliga sexsidiga tärningar under ett par minuter och skriva ner vad de fick vid varje slag. När vi summerade detta skrevs det på tavlan hur många av varje tal som kommit upp. Föga förvånande blev det ungefär lika många på alla, för ett till fem, däremot var det nästan dubbelt så många sexor.

– Oj, vad många 6:or det blev! sa läraren.
– Har ni verkligen fått så många 6:or i alla grupper? fortsatte hon.

Då uppstod det lite mummel och snart framkom det att de hade justerat antalet eftersom de helst ville ha sexor. Med mer korrekta antal visade det sig att det var ungefär lika många för alla från ett till sex. Faktum är att det var nästan exakt lika många av alla.

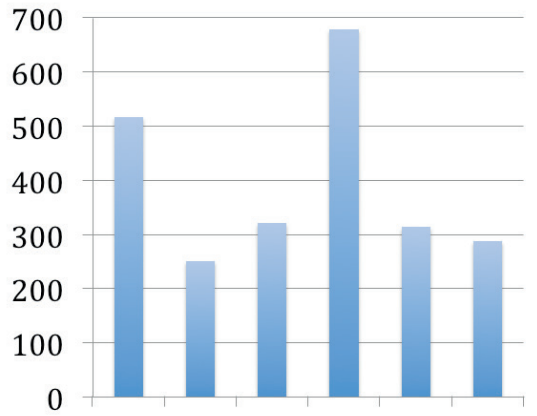


Vi fortsatte med att prata om gamla astragaler, de benbitar som för länge sedan användes som en slags tärning. Astragaler har inte jämna sidor så de borde kunna hamna lite hur som helst, fast ändå inte helt hur som helst. Det finns nog vissa sidor som den troligen inte hamnar på. Och kanske finns det sidor som de skulle hamna oftare på?

Tankarna var många men istället för att prova astragaler fick eleverna en tärning som inte var symmetrisk. Den hade olika stora sidor och lutande kanter. Det var läraren som när hon läste om astragler började fundera över hur en tärning med lite annorlunda form skulle kunna se ut. Eftersom hon för ett tag sedan skaffat sig en 3D-skrivare så kunde hon tillverka både astragaler och tärningar med den nya formen.

Eleverna kastade denna oliksidiga tärning ungefär lika många gånger som de gjorde med de vanliga men nu fick de ett helt annat utfall. Det blev en livlig diskussion om varför stapeldiagrammet nu såg så annorlunda ut jämfört med det första. Båda tärningarna hade ju lika många sidor. Det blev en lång diskussion om hur exempelvis sidornas storlek och kanternas lutning påverkar tärningen när den kastas.

Här tog lektionen slut men planen var att den skulle följas upp med fler diskussioner. En fördjupning av uppgiften är att låta eleverna få se ett diagram som visar ett annat utfall. Kan de då resonera sig fram till hur tärningen skulle kunna se ut? Eleverna kan göra modeller av den tänkta tärningen med hjälp av lera. Klassen kan sedan diskutera vilka olika modeller de tror kommer att stämma bäst överens med diagrammet och dessa tärningar kan sedan skrivas ut och testas. Här kan vi prata om att göra verkliga undersökningar!



En variant är att eleverna får se en tärning och utifrån den resonera om hur diagrammet över hur ofta de olika sidorna kommer upp kommer att se ut. Som ni förstår går detta att variera på många sätt med hjälp av lera och/eller en 3D-skrivare.

Tärningen avgör färg på badrumsväggen

Nästa aktivitet var att låta tärningar bestämma hur en badrumsvägg skulle färgläggas. På tavlan hade vi skrivit upp vilka färger som motsvarades av vilka tärningsslag. En 1:a betydde rosa färg, 2:an grön, 3:an blå, 4:an gul, 5:an svart och 6:an lila. Grupperna fick använda olika tärningar. En grupp använde en vanlig sexsidig tärning, en annan hade en fyrsidig, men det fanns också en grupp med en sexsidig tärning där två sidor hade en 1:a och fyra sidor en 6:a. I en grupp hade tärningen en 1:a, två 2:or och tre 3:or, en annan hade två 1:or, två 2:or och två 3:or och så hade vi gruppen med den asymetriska tärningen som användes i det tidigare försöket där symbolerna på tärningen fick representera olika tal.

Grupperna fick slå tärningarna och från övre vänstra hörnet färglägga en kakelplatta i taget. När väggarna var färglagda fick grupperna titta på varandras papper och utmaningen var att utifrån färgläggningen kunna tala om vilken bild som hörde ihop med vilken tärning.

Fortsatta undersökningar

Men astragalerna då, vad hände med dem? Faktum är att det har varit så intensivt med de vanliga tärningarna att vi inte hunnit till astragalerna ännu. Men med tanke på hur intresserade eleverna har varit så räknar vi med att undersökningarna fortsätter.