

Matematikdidaktik — "fad" eller vad?

ADOLF AF EKENSTAM

Rättelse
Denna artikel fanns i nr 4, 1984/85. Tyvärr blev flera stycken omkastade vid sättningen. Vi beklagar detta. Här kommer den riktiga versionen av artikeln.

Inom bl a lärarinstitutionerna har didaktik blivit något av ett modeord. Hittills har diskussionerna varit ganska förvirrande. Några anser, att didaktik inte är något nytt, andra att didaktik som kunskapsområde överhuvudtaget inte existerar. Frågan vad didaktik är besvaras också olika. Didaktik försöker beskriva frågor om *vad* och *varför* medan metodik rör frågan *hur*, menar några.

Engelsmännen använder ordet *fad* — jämför rubriken — som betyder ungefär *intresse och entusiasm som plötsligt flamlar upp för att ganska snart försvinna*. Den som var med på 60- och 70-talen minns säkert såväl undervisningsteknologin med dess målbeskrivningar som dialogpedagogiken med Freires och andras idéer. Dessa företeelser är exempel på fads. Är didaktiken också en fad eller är det ett kunskapsområde, som idag utgörs av beprövad erfarenhet om undervisning moget för bearbetning och strukturering och för att bli en disciplin med egna teorier? I förlängningen av denna möjliga utveckling ser man skymten av en vetenskaplig grund för stora delar av lärarutbildningens praktisk-pedagogiska delar; i matematik främst genom modeller för in- och utläring av ämnet. Tyvärr innehåller nog sentensen

The mathematics department offers us tough steak which we cannot chew and the school of education vapid soup with no meat in it

korn av sanning, så behovet av en sådan grund är stort såväl för matematiken som för de flesta andra ämnen.

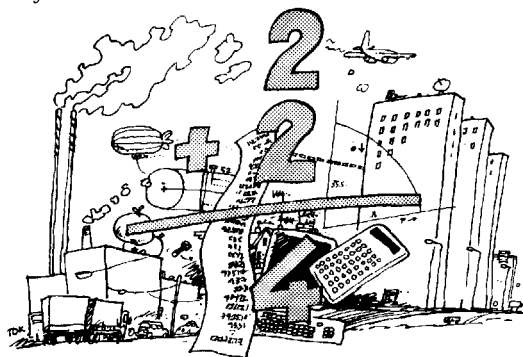
Avsikten med denna artikel är att exemplifiera ett par matematikdidaktiska frågeställningar.

Matematikdidaktik

I många länder utgör matematikdidaktik en egen disciplin vid universiteten. Redan i slutet av 60-talet inrättades t ex *Institut für Didaktik der Mathematik* i Bielefeld, Västtyskland och några år senare *Nottingham Shell Centre for mathematics education* i England för att nämna två.

Väsentliga frågor inom matematikdidaktik är bl a

- Hur skall man bedöma samhällets behov av matematik i belysning av elektroniska hjälpmedel, vetenskapens ståndpunkt och individernas förmåga att lära sig matematik? Vilket innehåll och vilken omfattning skall matematikkurserna ha på olika nivåer och för olika "avnämare"?
- Vart är utvecklingen på väg, och vad slags matematik behövs i en framtid — i vad som brukar kallas informationssamhället?
- Hur sker inläring av matematik? Hur uppfattar individen de begrepp och de begrepps-samband som matematikämnet utgör? Vilka tankemönster och associationsbanor har individerna då de sysslar med matematik i olika former?



Frågor av det sista slaget synes för närvarande vara av speciellt intresse för forskningen inom matematikdidaktik.

Det torde vara ofruktbart att diskutera definitioner (försök med matematik t ex). Vid *Bundestagung für Didaktik der Mathematik* 1984, årlig konferens i Västtyskland, översattes ett föredrag om forskning i matematikdidaktik från amerikanska till tyska. Titeln blev *Forschung auf dem Gebiet mathematischen Lehrens und Lernens*. Det förefaller vara en god karakteristik av matematikdidaktik.

Forskningsområden

För att konkretisera ovanstående väljer jag ett par rubriker på tänkbara forskningsprojekt inom ramen för grundskolans matematikkurser.

Hur skiljer sig yngre barns uppfattning från äldre barns beträffande multiplikation och division? När och hur ändras den? Kan man påverka ändringsprocessen?

Division introduceras som delning i ett visst antal delar. Den uppfattningen lever kvar hos många mycket länge. Några kommer aldrig ifrån den. Ostuppgiften, s 28 i Nämnaren nr 3, 1984/85, belyser detta.

En ostbit väger 0,923 kg. 1 kg ost kostar 27,50 kr. Man vill räkna ut hur mycket ostbiten kostar. Vilken uträkning skall man då utföra?

A: $27,50 + 0,923$ B: $\frac{27,50}{0,923}$

C: $27,50 \cdot 0,923$ D: $27,50 - 0,923$

Problemet uppfattades av väldigt många elever i åk 6—9 som exempel på division. Samma uppgift, fast med de ingående måtvärdena 5 kg resp 28 kr (heltal), löstes korrekt av nästan alla elever, även om uppgifterna gavs i en följd.

Åtskilliga elever trodde de hade slagit fel på miniräknaren, då de avläste resultatet 29,79 (= $27,50/0,923$). *Man måste väl få nå't mindre då man dividerar*, var en vanlig kommentar.

En av uppgifterna i en undersökning i algebra i åk 9 (ännu ej redovisad) var att eleverna bland annat skulle markera de uttryck som betecknade *hälften av a*.

$$a - 2 \quad \frac{a}{2} \quad \frac{2}{a} \quad 2a \quad 0,5a \quad \frac{1}{2a} \quad \frac{1}{2}a$$

Många elever ratade $0,5a$ och $\frac{1}{2}a$ med motive- ringen att det var fråga om multiplikation och *hälften av a* innebär en division med 2.

Båda dessa uppgifter löses av de flesta elever på gymnasieskolans treåriga linjer mer eller mindre automatiskt. När har dessa elever förstått sammanhagen? Det finns ingen lärobok som tydligt tar upp dessa frågor. Är det utmärkande för "duktiga" elever att de fattar dessa sammanhang utan hjälp, eller — hemska tanke — blir de duktiga i matematik därför att de har någon (förälder, kamrat, kanske lärare) som gör dem uppmärksamma på sådana här *dolda svårighets- trösklar*, som det faktiskt finns åtskilliga av om man tänker efter?

Som andra rubrik tar jag följande:

Varför är traditionell algebra ("bokstavsräk- ning") så svår för så många?

Ett tillägg vore

Kan man underlätta inlärnin- g av algebra t ex genom en liten kurs i programmering? Exakt vad vinner man då?

Kunskaper och färdigheter i algebra är ett måste för fortsatta studier i matematik och i ämnen där matematik används, t ex fysik eller tekniska ämnen, där ju formler nästan alltid ligger till grund för eller utgör resultatet av diskussioner och experiment.

En förklaring till rubrikens fråga kan vara att algebra inte är icke-visuell på samma sätt som många andra moment. Visuellt ligger det närmare till hands att anse att

$$(x - y)^2 = x^2 - y^2 \text{ än } x^2 + y^2 - 2xy.$$

Ett ännu mer slående exempel är detta: Byter man ut x mot $-x$ i uttrycket xy så får man $-xy$. Om man däremot ersätter y med $-y$ får man inte $x - y$ utan $x(-y)$!

Det finns säkert andra förklaringar. Flera un- dersökningar visar emellertid att elevernas förstå- else för grundläggande begrepp som utvecklings- mässigt ligger mellan aritmetik och bokstavsräk- ning inte är tillräckligt utvecklade. I en engelsk studie fick eleverna följande uppgift:

$$P = R + S - T$$

Bestäm

- (1) $P - R = (50 \%)$
- (2) $P + T = (76 \%)$
- (3) $P - S + T = (65 \%)$
- (4) $S - T = (29 \%)$
- (5) $T - S = (35 \%)$

Vid första anblicken är skillnaderna i lösnings- frekvens frapperande. En möjlig förklaring skulle vara att förståelsen för att likhetstecknet kan läsas från två håll inte är klar (jämför nr 1 och nr 4 t ex). Skillnaden i lösningsfrekvens mellan (1) och (2) kanske kan förklaras med att T har ett tecken då det *flyttas till andra ledet*, medan R inget tecken har, utskrivet åtminstone. Vilka för- klaringarna än kan vara, förefaller det klart att det är fråga om annat än huruvida eleverna behärskar enkla manipulativa regler eller ej.

Att hitta på obesvarade frågor inom matematik- didaktik är inte svårt. Frågan vilka som är "forskningsbara" i den betydelsen att svaren skulle ge trovärdiga resultat är betydligt mer komplicerad. Vilka kriterier som skall vara upp- fyllda för att en *lösning* till ett problem inom matematikdidaktik skall föreligga är långt ifrån uppställda än.