

Slumpen i vardag, samhälle, liv och universum

Skolans sannolikhetsbegrepp är lättast att illustrera med enkla spelsituationer. Dessa kan vara lockande tack vare sin tydlighet, men de leder lätt fel och kan få ämnesområdet att verka begränsat. Om slumpen finns i spel, så finns den också i en rad andra situationer.

Skolan formar människor, till mer eller mindre demokratiska, sociala, självständiga och andra viktiga egenskaper i samhällslivet. Detta gäller inte bara skolan i stort och de mer samhällstillvända ämnena. Även matematikundervisningen präglar förstås eleverna. Den som är duktig för oftast med sig ett självförtroende livet igenom, andra blir avskräckta. Jag vet inte hur många intelligenta, pigga människor jag har mött som tittar på mig och säger: "Hu, matte, det var mitt sämsta ämne i skolan." Andra kan säga att det var roligt, men att dom aldrig har haft någon användning för det, särskilt inte sedan miniräknarna kom. Ett fåtal har haft glädje av Pythagoras sats när dom skulle bedöma flaggstångens höjd, eller inför en trädfällning.

Men skolmatematiken påverkar också vår världsbild i fundamentala men lite svårångade avseenden. Jag tror att jag har observerat en intressant förskjutning, som speglar läroplanernas förändring, sedan min skoltid.

Peter Jagers är professor i matematisk statistik vid Chalmers. Han är också styrelseordförande för NCM.

jagers@math.chalmers.se

Min generation är formad av den gamla folkskolans och gymnasiets läroplaner. Vi har i grunden en deterministisk syn på tillvaron. Här härskar räta linjer, orsak och verkan, gamle Newton sitter i orubbat bo. Vi talar sällan om slump eller sannolikhet. Där våra mödrar skulle ha sett Ödet och våra far- eller morföräldrar Guds finger, där spanar vi efter orsaker. Hos yngre generationer finns mycket mer av öppenhet mot slumpmässiga beskrivningar, samtidigt som en undervegetation av astrologiska förställningar florerar i vissa kretsar. Om någon missar bussen, och på nästa träffar sitt livs kärlek, så är det slumpen eller stjärnorna, men inte försöker man reda ut den komplicerade orsakskedjan bakom händelsen.

Skolan har här en viktig uppgift, att sprida ett rationellt förhållningssätt till komplicerade orsakskedjor. Och ett sådant blir med nödvändighet sannolikhetsteoretiskt. Av samma anledning som det är absurt att exakt reda ut slantsinglingens (eller bussmissandets) mekanik, duger en sannolikhetsteoretisk beskrivning väl i många av livets viktiga situationer, och ger ett alternativ till gammal och ung vidskepelse.

I själva verket tror jag att den lilla förändring som gjordes när lite sannolikhetsräkning infördes i läroplanen, i skuggan av alla stora strider om mängdlära och peda-

gogik, har lett till att unga människor idag resonerar på ett helt annat sätt om risker och chanser. Jag tror dessutom att denna förändring skulle kunna drivas en bra bit längre, och göra skolmatematiken mer relevant för vanliga människor. Om detta dessutom skulle leda till att föreställningar om att allting står skrivet i stjärnorna förlorade sitt märkliga grepp om många människor, så desto bättre.

Hasardspel och Big Bang

Kring sannolikhetsteorin som den nu lärs ut, i skolan och på högre nivåer, står en doft av casino. Här blandas kort och här kastas tärningar. Roulethjulen snurrar. Det är genom analogi som man kan ana att detta har en relevans också utanför spelhusets väggar. Ur undervisningssynpunkt kan detta vara naturligt. Sannolikhetsteorin föddes ur en känd hasardspelares korrespondens med Blaise Pascal. Spel och dobbel är roligt, tycker många, inte minst ungdomar. Matematiken framträder klarast i renodlade exempel, exakta cirklar i stället för verklighetens skeva hjul, och slumpen är särskilt tydlig i hasardspelens för många så spännande värld. Men i själva verket finns den överallt.

Den moderna fysiken lär oss att materiens innersta, kvantpartiklarnas språng, till och med i princip är slumpmässiga och bara beskrivbara i sannolikhetsteoretiska termer. De som går allra längst säger att universums själva tillblivelse, den stora smällen, Big Bang, var en liten slumpmässig kvanthändelse. Av just den anledningen har den danske vetenskapsjournalisten Tor Nørretranders gett sin bok om universums utveckling titeln *Världen växer – en bok om slumpens historia*. Han sammanfattar med följande vackra ord:

Det började av en slump. Sedan har det vuxit. Världen växer för att det finns något i den och att det finns något i den beror på att den växer. Världen kan inte försvinna igen av en slump. Därtill har den blivit för stor. Skapelsen skedde slumpmässigt; ingenting födde en ny värld, utan förvarning, utan plan. Ingen knackade på. Den kom som en tjuv om natten.

Det primära är alltså slumpen. Stabilitet, orsak och verkan är en följd av sannolikhetsteorins fantastiska lagar: de stora talens lag, den centrala gränsvärdessatsen och många andra.

Men det är inte bara i fysiken som slump och sannolikhet har intagit en central plats. Den moderna biologin är uppbyggd kring samspelet mellan slumpmässiga mutationer och den bistra nödvändighet, som leder till att de mest lämpade överlever. Nobelpristagaren Jacques Monod har beskrivit detta i sin bok med den talande titeln *Le hasard et la nécessité* (svensk titel: *Slump och nödvändighet*).

Jag, en slump?

Biologins slumpmässighet manifesterar sig också på det individuella planet. Att jag blev till kan inte beskrivas som något annat än en slump. Först och främst genom de tillfälligheter som förde samman mina föräldrar. (Kanske var det någon som missade bussen?) Men också genom att de hade kunnat få helt andra barn än mig. Människan har ju 46 kromosomer, 23 från mamma och 23 från pappa. Var och en av de 23 har valts slumpmässigt bland de två som pappa respektive mamma hade på respektive plats. Ser vi bort från kromosomöverkorsningar och mutationer, så skulle mitt redan i sig osannolika föräldrapar kunna få två upphöjt till 46, dvs cirka 70 biljoner olika barn. Chansen att just jag skulle bli deras barn torde alltså vara helt försumbar. Så i den meningen borde jag inte finnas, som Tage Danielsson skulle ha uttryckt det.

Historien handlar om människor och präglas även den av tillfälligheternas spel. Det klassiska, men långt ifrån unika, exemplet är kanske skottet i Sarajevo den 28 juni 1914. En rad tillfälligheter ledde till att den bosnisk-serbiske nationalisten Gavrilo Princip lyckades skjuta ihjäl Österrike-Ungerns tronarvinge, ärkehertig Franz Ferdinand. Första Världskriget följde, tre kejsardömen bröts sönder och vi fick Hitler och Stalin.

I historievetenskapen kan man resonera om huruvida det hade kunnat gå annorlunda och om tillfälligheternas spel men man kan inte studera upprepningar av liknande situa-

tioner eller iaktta enkla symmetrier som kan leda oss till sannolikheterna för de olika händelsealternativen. Det som gör spelsituationen så lockande är just att man relativt enkelt kan finna just sannolikheterna.

Problem i vardagslivet

Med en händelse ur vardagslivet ska jag försöka visa att detta dock inte bara gäller hasardspel. Liksom slantsingling och tärningskast, har det sin vetenskapliga bakgrund i den Newtonska mekaniken. Liksom i dessa företeelser är situationen vardaglig och välbekant, och dessutom demonstrerar exemplet sannolikhetsteorins stora bredd, i detta fall dess relevans för juridiken. (Knappast någon vetenskap utom de mest elementära, aritmetik, logik och det vi i skolan kallade språkläran har en så bred direkt kontaktyta mot andra vetenskaper som sannolikhet och statistik. Andra grenar av matematiken har naturligtvis breda tillämpningar, men sällan direkt utan medelbart, via komplicerade fysikaliska teorier.)

Nu till exemplet. Bakom Matematiskt centrum i Göteborg, där jag arbetar, vid Mossens fotbollsplan, finns det en liten okänd parkeringsplats. Två timmar får bilar stå där. På onsdagar får man inte ha någon bil hemma hos oss mellan 9 och 12, så då händer det att jag parkerar min gamla Volkswagen där, och det kan lätt bli tre timmar. Den 25 april 2001 fladdrade böteslappen deprimerande från vindrutan. Det fanns inget spår av markering på hjulen. Hur kunde vakten veta att bilen inte hade varit borta mellan hans två besök?

Parkeringsvaktens exakthet

Jag tog reda på hur man gör. Hjulställningen antecknas, ganska grovt: på vilket klockslag pekar ventilen? Pekar den på samma timma vid nästa kontroll, så är allt förlorat. Men om jag nu trots allt hade gjort en tur och återvänt till min favoritplats, så har jag ju inte begått något brott, även om vänster framhjul skull råka hamna likadant som



före turen? Och det kan ju hända. Mycket osannolikt? Inte så vådligt, eftersom det finns tolv timmar är sannolikheten rimligen $1/12$, lite drygt 8 %. Är detta tillräckligt lite för att jag ska kunna anses ha brutit mot parkeringsbestämmelserna ”med till viss-het gränsande sannolikhet”, som juristerna uttrycker det? Näppeligen, och det finns i själva verket ett svenskt domslut, där den klagande friades och domaren hävdade att gränsen kanske gick vid en procent, så att man skulle kontrollera två hjul i stället för bara ett. Sannolikheten för att båda efter den lilla turen hamnar som förut borde ju vara $1/144$. Den påstådda turen blir mycket osannolikare och därmed närmare det uteslutbara. (Med modern DNA-teknik kommer sådana preciseringar allt oftare pressa sig på i juridiska sammanhang.)

Minska chansen

Efter denna rättegång kontrollerar också parkeringsvakter ställningen på all fyra hjul. Men är det riktigt att sannolikheten är $1/144$ för att två hjul skall stanna i samma läge som före turen? Ja, bara om hjulen rullar oberoende av varann, vilket ju knappast är fallet. Tvärtom, så länge vägen är rak och jämn borde de rulla helt i takt!

Denna invändning kan förefalla öppna falluckan för hela sannolikhetsresonemang-
et. I själva verket är ju inte bara de två hjulen kopplade utan allt bestämt av mekanikens lagar. För markisen Laplaces berömda demon skulle det vara en lätt sak att räkna ut hjulställningen, bara hon visste hur vi startade och sedan körde. Men detta är ju en egenskap bilhjulen delar med slanten som singlar eller det snurrande rouletthjulet – just därför påstod jag att de var av samma kunskapssteoretiska typ. Även slantsinglingen styrs av Newtons mekanik.

Ikke desto mindre vet vi att slantsingling empiriskt utfaller till hälften si och till hälften så. Vi behöver inte ens göra några experiment och det är mest kuriosas att känna till sådant som att den engelske matematikern John Kerrich, i brist på bättre sysselsättning i krigsfångenskap under 2:a Världskriget kastade ett mynt 10000 gånger och fick krona 5067 gånger och att liknande

undersökningar har gjorts av den mer subtila frågan hur häftstift faller. Och visst skulle man kunna gör många bilturer, och varje gång kontrollera ventilställningen och antagligen observerar vi då lika ofta varje tänkbart läge. Men vem vet. Det viktiga är inte vilken speciell sannolikhetsfördelning som kommer att uppträda utan att en deterministisk beskrivning, på ett plan, väl låter sig förenas med en stokastisk, på ett annat.

Slumpmässigt eller exakt?

Det karakteristiska för slantsinglingen, bilturerna och de vardagliga eller historiska tillfälligheterna, med eller utan ödesdigra konsekvenser, är de komplicerade förutsättningarna, den långa invecklade händelsekedja som leder till ett mycket tydligt resultat, och att detta beror på förutsättningarna på ett oöverskådligt och diskontinuerligt sätt. En liten, omedveten ryckning i min hand, eller kvist i golvet och det blir krona i stället för klave. En ryckning i Gavrilo Princip's hand och vi slipper både Hitler och Stalin. En komocka på vägen och däckventilen pekar på klockan tre.

En precisering av denna komplexitet kan leda vidare till en matematisk definition av slumpmässighet, som löser upp motsättningen mellan samtidiga deterministiska och stokastiska verklighetsbeskrivningar. Vill vi komma vidare måste vi lära oss beskriva sannolikheterna för de olika tänkbara händelserna. Så tränger sig möjligheten att upprepa situationen på. Naturligtvis inte exakt, men med ett rimligt mått av noggrannhet, så som man arbetar vid vetenskapliga experiment. Och upprepa och upprepa och upprepa, tills vi ser hur de möjliga resultaten fördelar sig. Eller möjligen i lyckliga fall, inser hur det måste bli.

LITTERATUR

- Gut, Allan (2002). *Sant eller sannolikt*. Stockholm: Norstedts Förlag.
Häggström, Olle (2004). *Slumpens skördar: Strövtåg i sannolikhetsteorin*. Lund: Studentlitteratur.