

2D
4D

Flaskracet

BEGREPP – RESONEMANG – SANNOLIKHET

Avsikt och matematikinnehåll

Syftet med aktiviteten är att väcka frågor och diskussioner om utfallsrum och om skillnaden mellan *absolut frekvens (antal)* och *relativ frekvens (andel)*. Det är viktigt att eleverna får insikt i hur den relativa frekvensen stabiliseras då många försök görs och att den närmar sig den teoretiska sannolikheten efter många observationer. Eleverna får en konkret upplevelse av slump och utmanas att resonera om slump, risk, chans och sannolikhet.

Förkunskaper

Grundläggande aritmetiska kunskaper.

Material

En PET-flaska till varje grupp med tre elever, vaddkuler i tre olika färger och med en storlek som precis går in i flaskan, spelplaner med frekvenstabeller (se elevsidorna) och olikfärgade spelpjäser, exempelvis halverade vaddkuler.

Beskrivning

Varje elevgrupp har en PET-flaska med kulor i tre olika färger där du har bestämt utfallsrummet. Flaskan ska sedan skakas vändas upp och ner så att en enda kula hamnar längst ner mot korken. Varje gång en färg hamnar längst ner flyttas motsvarande markör ett steg upp på spelplanen. Den som har satsat på den färg som kommer först till sju vinner.

Eleverna väljer var sin färg att satsa på och spelar sedan spelet. När en färg kommit i mål slutar spelet och antalet kulor i respektive färg noteras i frekvenstabellens kolumn "absolut frekvens".

I den sista kolumnen ska eleverna skriva in den relativa frekvensen genom att beräkna *kvoten mellan antal gynnsamma fall och totala antalet fall*. De får då fram ett tal i bråkform som också kan skrivas i decimalform eller procentform. Den relativa frekvensen är samtidigt ett mått på sannolikheten. I resultatet ser man att fördelningen i antal mellan kulorna blev röd 7, blå 3, gul 5, medan fördelningen i andelar (del av helhet) blev att:






röd kula hamnade längst ner 7 av 15 gånger, dvs $7/15 \approx 0,47 = 47\%$

blå 3 av 15, dvs $3/15 = 0,20 = 20\%$

gul 5 av 15, dvs $5/15 \approx 0,33 = 33\%$

Utifrån resultatet kan vi skapa en *experimentell sannolikhetsmodell* kring utfallsrummet som säger oss att röd kommer att vinna med sannolikheten 0,47 eller med 47 % chans, medan blå bara har sannolikheten 0,2 dvs 20 % chans att vinna.

Låt eleverna spela flera gånger och se om samma färg vinner varje gång. Bokför varje spelomgång. Be dem på slutet att lägga ihop alla sina spelomgångar och se vilken färg som då vinner.

7			
6			
5			
4			
3			
2			
1			

Frekvenstabell för spelomgång: _____

utfall	absolut frekvens	relativ frekvens
röd	7	$7/15 \approx 0,47$
blå	3	$3/15 = 0,20$
gul	5	$5/15 \approx 0,33$



Sätt fokus på *utfallsrummet* genom att jämföra utfallet av spelet i två olika utfallsrum. Låt halva klassen spela med en ganska jämn fördelning av färger och låt andra halvan spela med en större skillnad i fördelningen. I följande exempel har vi valt att ha tio kulor eftersom ett sådant utfallsrum ger den *teoretiska sannolikheten* i tiondelar, vilket är enkelt att prata om som decimaltal eller procent. Med äldre elever kan man gärna använda andra helheter för att på så vis även träna aritmetiken. Den teoretiska sannolikhetsmodellen för utfallsrummet i de två flaskorna är:

Flaska Aröd $3/10 = 0,3 = 30\%$ blå $4/10 = 0,4 = 40\%$ gul $3/10 = 0,3 = 30\%$ **Flaska B**röd $2/10 = 0,2 = 20\%$ blå $3/10 = 0,3 = 30\%$ gul $5/10 = 0,5 = 50\%$ 

Beroende på utfallsrummet vinner gul oftare med flaska B. Med flaska A vinner färgerna ungefär lika ofta, men med lite övervikt mot blå. Genom spelet skapas flera små stickprov (varje spelomgång är ett litet stickprov). Med hjälp av dessa kan du sätta fokus på *betydelsen av stickprovets storlek* för sambandet mellan teoretisk och experimentell sannolikhet. Eftersom det är ett slumpmässigt spel är det inte säkert att skillnaden mellan flaska A och flaska B blir tydlig i enskilda spelomgångar.

Introduktion

Låt eleverna inledningsvis diskutera hur kunskap om sannolikhet kan öka chanserna att vinna i olika spel. Gå sedan igenom spelreglerna på elevsidan. Undersök vilka ord som eleverna inte har förståelse för. De kan diskutera dem i smågrupper för att sedan sammanfatta och nå konsensus i helklass.

Uppföljning

Samband blir tydligare när spelomgångar läggs ihop och man tittar på långa frekvensserier, dvs stora stickprov. Spelet erbjuder alltså eleverna möjlighet att reflektera över sambandet utifrån små respektive stora stickprov. Detta görs lämpligast genom att i den avslutande helklassdiskussionen först jämföra enskilda spelomgångar, sedan jämföra elevgruppernas samlade resultat, och slutligen lägga samman alla spelomgångar från alla elevgrupper som använde flaska A respektive B. Avslutningsvis jämförs resultaten av den experimentella sannolikhetsmodellen med den teoretiska sannolikheten. Detta görs för varje utfallsrum (flaska A och flaska B) och sedan jämförs resultatet av de olika utfallsrummen.

Intressanta frågor att diskutera både i grupperna och i helklassuppföljningen är exempelvis:

- Vilken färg ska du satsa på? Varför?
- Kan vi veta säkert vilken färg som ska vinna?
(*Nej, men vi kan göra en bra gissning.*)

- Vad är det som avgör vilken färg som kommer att vinna?
(*Slumpen och sannolikheten.*)
- Hur kan vi förutsäga vilken färg som kommer att vinna?
(*Ju högre sannolikhet desto större chans till vinst.*)
- Varför vinner inte samma färg varje gång om ni har samma utfallsrum?
(*Pga att slumpen inte är rättvis i den bemärkelsen.*)
- Om vi adderar många omgångars resultat (många små stickprov) vad ser vi då?
(*Ju fler gånger vi testar desto bättre blir vår förutsägelse, de stora talens lag, eller: ju större stickprov i experimentet desto närmare den teoretiska sannolikhetsfördelningen kommer vi.*)

En aspekt som kan komma upp i elevernas diskussioner är att de anser att resultatet kan påverkas på något fysikaliskt sätt. Om det exempelvis blir många kulor av samma färg i rad är det inte omöjligt att eleverna börjar ifrågasätta hur flaskan skakas, att de börjar skaka hårdare eller att de anser att någon av dem är bättre på att skaka fram en viss färg. Uppmärksamma om sådana tillfällen uppstår och ta upp dem till diskussion.

En aspekt av spelet som kan vara svår för eleverna är att flytta fokus från absolut frekvens till relativ frekvens. Därför är det viktigt att diskussionen innehåller jämförelser och att alla är på det klara med vad som jämförs. Om en grupp elever har hunnit spela en enda spelomgång och en annan grupp har hunnit spela tre omgångar med samma utfallsrum så kommer den andra gruppen att ha mycket högre värden i absoluta frekvenser (antal) men kan ändå ha ganska lika värden i relativa frekvenser (andelar).

Variation

Aktiviteten kan varieras på olika sätt, till exempel:

- Lika många kulor i flaska A och B men olika fördelning mellan färgerna.
(*Fördelningen förändras men inte det totala antalet kulor.*)
- Olika många kulor i flaska A och B men lika många av en viss färg.
(*Exempelvis 3 av varje i flaska A, 3 gula även i flaska B men bara 1 blå och 2 röda: Fördelningen och det totala antalet kulor förändras men inte antalet gula.*)
- Lika fördelning i båda flaskorna men dubbelt så många kulor i B som i A.
(*Det totala antalet kulor förändras men inte fördelningen.*)

Utveckling

I en aktivitet i sannolikhet bör det vara enkelt att växla mellan öppet och dolt utfallsrum. I aktiviteten 2D4D *Hemligheten i flaskan* visas hur man enkelt döljer innehållet i flaskan med silvertejp, eller målar den med täckande färg, och beskriver en ny undersökning där en experimentell sannolikhetsmodell för ett dolt utfallsrum skapas.

Ursprung

Aktiviteten finns presenterad i Matematiklyftets modul Sannolikhet och statistik, åk 4–6. Konstruktörer är Per Nilsson, Örebro universitet och Andreas Eckert, Linnéuniversitetet.

Flaskracet

Flaskor med öppet utfallsrum

Hur stor är chansen att det trillar ner en gul kula i flaskans hals då den vänds upp och ner? Det är en av de frågor som ni får möjlighet att besvara då ni genomför *Flaskracet*.




Material

Varje grupp med tre elever har en PET-flaska med kulor i rött, blått och gult som läraren har förberett, var sin spelpjäs samt spelplanen och tabellerna på nästa sida.

Gör så här

1. Välj var sin färg att satsa på.
2. Skaka flaskan och vänd den upp och ner så att en enda kula hamnar längst ner mot korken.
3. Den som satsat på den färg som hamnar längst ner flyttar upp sin markör ett steg på spelplanen.
4. Den vars färg som kommer först till sju vinner och spelomgången slutar.
5. Fyll gemensamt i frekvenstabellen. I kolumnen *absolut frekvens* fyller ni i utfallet, dvs antalet kulor av varje färg som trillade ner i flaskhalsen.
6. Fyll i och beräkna *relativ frekvens*. Om det funnits gröna kulor och det hade trillat ner fyra gröna på sammanlagt 20 flaskvändningar hade den relativa frekvensen varit $4/20 = 0,2 = 20\%$. Man säger att man beräknar *kvoten mellan antal gynnsamma utfall och totala antalet fall*.
7. Diskutera vilka slutsatser ni kan dra från den ifyllda frekvenstabellen.
8. Spela fler omgångar och se hur era slutsatser stämmer. (Rita själva av frekvenstabellen om ni behöver fler.)
9. Fundera på vilka frågor om sannolikhet, slump, chans och risk som ni skulle vilja diskutera i helklass.



7	M	Å	L
6			
5			
4			
3			
2			
1			
			

Frekvenstabell för spelomgång: _____

utfall	absolut frekvens	relativ frekvens
röd		
blå		
gul		

Frekvenstabell för spelomgång: _____

utfall	absolut frekvens	relativ frekvens
röd		
blå		
gul		

Frekvenstabell för spelomgång: _____

utfall	absolut frekvens	relativ frekvens
röd		
blå		
gul		

Frekvenstabell för spelomgång: _____

utfall	absolut frekvens	relativ frekvens
röd		
blå		
gul		

