

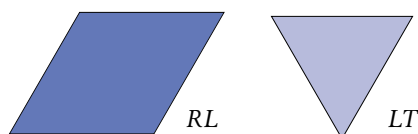
Mer om geometri och mönster

Här beskrivs en workshop där lärare arbetar tillsammans i grupper. Ett mål var att visa samtalets betydelse för förståelsen av geometriska begrepp, egenskaper och relationer. Detta är en fortsättning på en artikel i förra numret. I denna del behandlas förutom månghörningar också rymdgeometriska kroppar.

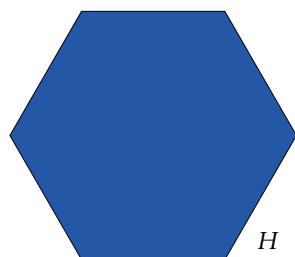
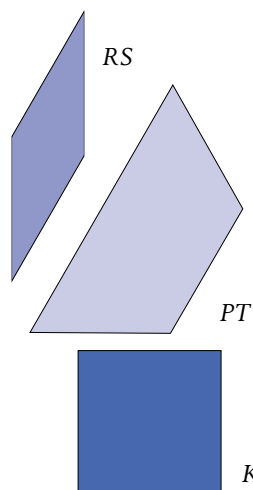
2. Färgade former

Uppgift 2.1 Undersök alla relationer som du kan finna mellan de sex formerna, däribland area, omkrets och vinkel.

Deltagarna arbetade i par med ett set med sex olika färgade former. Det består av en liksidig triangel (LT), en romb med de spetsiga vinklarna 30° (RS), en romb med de spetsiga vinklarna 60° (RL), en kvadrat (K), en hexagon (H) och ett parallelltrapets med de spetsiga vinklarna 60° (PT).



Alla figurer har samma sidlängd förutom trapetsen vars längsta sida är dubbelt så lång som de andra sidorna. Figurerna är tredimensionella men vi använde dem som plana figurer.



*Darina Jirotková är universitetslektor vid lärarutbildningen, Univerzita Karlova, Prag
Graham Littler är professor emeritus i pedagogik vid University of Derby, England*

Denna artikel inleddes i förra numret. En workshop tillsammans med lärare beskrivs, och avsikten är att lärarna genom egna erfarenheter ska se aktiviteternas möjligheter. Lärarnas arbete kommenteras för att illustrera hur lärare kan lära om sina elever i en motsvarande situation. För att också våra nytillkomna prenumeranter ska få del av den första delen finns artiklen att hämta på namnaren.ncm.gu.se

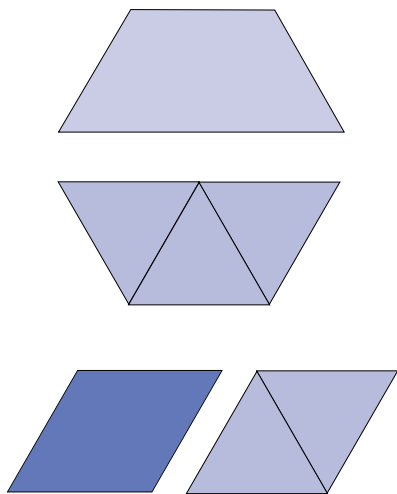
Uppgiftens syfte

Syftet var att visa hur mycket geometri och kommunikation man kan få fram vid undersökningar av materieleet, jämfört med om man bara skapar mönster, vilket är den vanligaste användningen. För att stimulera upptäckten att en areaenhet kan ha vilken form som helst och inte nödvändigtvis behöver vara en kvadrat, föreslog vi triangelns area som enhet.

Kommentarer

Utan undantag användes "övertäckningsmetoden" för att bestämma relationer mellan figurernas areor. Exempelvis täcker tre trianglar trapetsen och den större romben täcks av två trianglar.

Förhållandet mellan trapetsens area och den större romben är 3:2. Den liksidiga triangeln har vinkelsumman 180° , så varje vinkel är 60° . De inre vinklarna hos den större romben och trapetsen är 60° respektive 120° .



Denna enkla uppgift visade hur mycket information om dessa figurers egenskaper som kan erhållas genom enkel undersökning och genom deltagarnas språkliga kommunikation.

Vår uppgift till läsaren

- 1 Undersök figurerna parvis. Försök hitta förhållandet mellan areorna i varje par av figurer.
- 2 Anteckna omkrets och area för figurerna genom att använda den vanligast förekommande sidlängden som längdenhet och valfri figur som areaenhet. Använd sedan en annan figur som enhet och notera arean.
- 3 Är förhållandet mellan triangelns och kvadraternas area 1:2?

Upptäckter i mönster

Uppgift 2.2 Skapa olika mönster, som dina elever kan använda för att upptäcka de relationer du funnit.

Arbetet skedde på samma sätt som i förra uppgiften, men varje grupp hade nu flera set tillgängliga. Deltagarna kunde därmed skapa mönster utan gränser.

Uppgiftens syfte

Vi ville att deltagarna själva skulle avgöra om det är enklast att bestämma relationer som i den första uppgiften eller genom att använda mönster.

Kommentarer

Deltagarna skapade spontant mönster som liknade dem som vi sett barn skapa. Detta visar att det är nödvändigt att ge alla tillräcklig tid för att tillfredsställa lusten att uppleva med känslan. Andra undersökningar (Holt, 1995) har visat att sådana handgripliga erfarenheter gör det möjligt för elever att senare lättare lösa uppgifter. Vi har nya erfarenheter från arbete med 10-åriga elever i små grupper, 12 – 16 elever, i både Sverige och Tjeckien som bekräftar detta. Det visade sig också att de svenska eleverna hade haft mycket mer konkreta erfarenheter än den tjeckiska gruppen.

I vår workshop hade flera av deltagarna behov av att leka med figurerna och skapa mönster utan att beakta de geometriska

relationerna. En deltagare medgav att hon inte löst uppgiften vi bad henne göra eftersom hon varit alltför intresserad av att skapa vackra mönster. Detta indikerade att lärarna inte hade haft möjlighet att arbeta med materialet tidigare. Det är viktigt att lärarna har dessa konkreta erfarenheter själva för att kunna skapa varierade uppgifter för barnen och för att reagera på elevernas utmaningar och därigenom utveckla deras kunskaper i geometri. Det är också nödvändigt att koppla samman skapandet av mönster med samtal om vad som sker med hjälp av geometrins ord.

Spela Uggla

Uppgift 2.3 Spela Ugglespelet med ett set av sex figurerna i uppgift 2.1, benämnda LT, PT, RS, RL, K och H. Du är i en grupp som inte hörde första frågan som ställdes. Ni vet bara att K, LT och H var i "ja"-gruppen (se figur) och att PT, RL samt RS var i "nej"-gruppen. Vilken var frågan? Ställ lämpliga frågor som delar de sex figurerna i två grupper om tre, på så många sätt som möjligt.

Uppgift 2.4 Spela Ugglespelet så att slutligen endast figurerna RL och RS återstår. Viken sista fråga kan särskilja dessa två?

En återkommande aktivitet i workshoppen är *Ugglespelet*, som beskrivs så här:

Kan spelas av två personer eller grupper, A och B, som använder en speciell uppsättning föremål. A väljer ut ett föremål, utan att avslöja vilket. B måste ställa frågor till A för att få reda vilket föremål som A valt. A får endast svara "ja" eller "nej". När B kommit fram till rätt föremål byter A och B roller. Vinnare av en dubbelomgång är den som kommer fram till rätt föremål med hjälp av minst antal frågor.

3 Rymdgeometriska kroppar

Uppgift 3.1 Spela Ugglespelet med de fjorton olikformade klotsarna

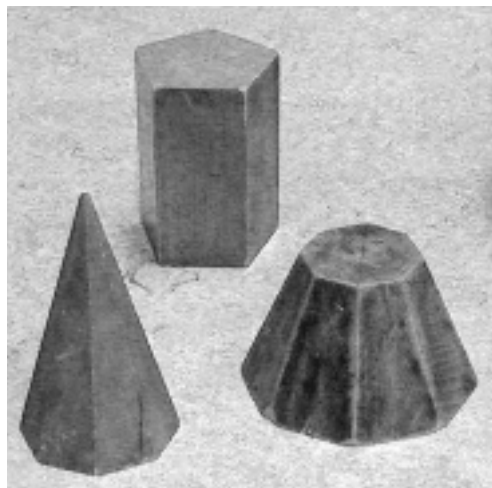
I det sista spelet i vår workshop arbetade deltagarna återigen i två lika stora grupper och varje grupp hade likadana uppsättningar med fjorton klotsar*.

Uppgiftens syfte

För det första använde deltagarna klotsar för vilka det behövdes en helt ny terminologi jämfört med den som använts tidigare. För det andra var det betydligt fler figurer än vad som använts tidigare. Slutligen var en del av klotsarna helt "nya" för deltagarna.

Kommentar

När lärarna spelade Ugglespelet med klotsarna tog de lång tid på sig för att känna på och jämföra dem. De tog också tid på sig för att tänka ut frågorna och de



* Här användes ett material som Graham och Darina hade med sig från Prag. Det bestod av en samling klotsar av olika form, en del klassiska som tetraedern och kuben, andra ovanliga med varierande stymplingar. Liknande klotsar finns kanske på många skolor, på källaren eller vinden. Vi fann de på bilden vid ett besök på Norra Real i Stockholm. För att genomföra uppgiften går det bra att använda andra former än dessa. Annars kanske det kan stimulera till samarbete med slöjden.

diskuterade för- och nackdelar med varje fråga. De använde ett omfattande matematiskt språk och många argument för att komma fram till det som gruppen ansåg som bästa uppsättning frågor för att nå målet med minst antal frågor.

Som tidigare nämnts var några av klotsarna nya och ovanliga för deltagarna. Bland dem fanns en stympad kon och en med en ickekonvex sida (basytan kan tex vara en stjärna) och ett femsidigt prisma. Vi vill i en kommande artikel återkomma med en fullständig beskrivning och analys av arbetet med denna uppgift, baserat på våra tidigare erfarenheter med svenska, tjeckiska och engelska barn.

Sammanfattning

Vi tror att lärarna i denna workshop blev medvetna om några viktiga faktorer:

- Att materiel som de redan har i klassrummet ger rika möjligheter för eleverna att, både för två- och tredimensionella figurer, upptäcka förhållanden och egenskaper och att utveckla ett geometriskt språk.
- Att spela spel är en lämplig undervisningsmetod för elever i alla åldrar och att de möjliggör för lärare och forskare att studera geometriskt tänkande, förståelsen av geometriska begrepp, relationer och företeelser likaväl som elevernas kommunikativa förmågor.
- Att genom att använda strategischema kan lärarna förbereda alla eventualiteter i detta arbete. Sådana kan också användas för att introducera eller befästa speciella egenskaper beträffande geometri och mätning samt för att utveckla lärares kunskap och kommunikativa förmåga.
- Att genom den undervisningsmetod vi använt, dvs ett praktiskt och undersökande arbetssätt, lär sig elever av varandra. När de lär genom erfarenhet, tycker de om att lära och utvecklar sin kunskap på ett sätt som passar deras sätt att tänka.

- Att grupparbete, även i större grupper, stödjer och bidrar till en rikare diskussion där deltagarna lär ett mer omfattande matematiskt ordförråd samt, vilket är viktigt, de lär av varandra snarare än av läraren.

LITTERATUR

- Ernest, P. (1994). *Constructing Mathematical Knowledge*. London: The Falmer Press.
- Gray, E. M., Pitta, D., Pinto, M., Tall, D. O. (1999). Knowledge Construction and diverging thinking in elementary and advanced mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 38 (1-3), p. 111–133.
- Hejný, M. (1995). The development of geometrical concepts. I M. Hejný & J. Novotná. (Red) *SEMT 95 Proceedings*. Prag: Faculty of Education, Charles University.
- Holt, J. (1995). *How children learn*. Harmondsworth: Penguin.
- Jirotková, D. (2001). Das Ja – Nein Spiel. Nicht nur spielendes Lehrnen. *Sache-Wort-Zahl, Lehren und Lernen in der Grundschule*, 38, Juni 2001, p. 50–53.
- Jirotková, D. (1995). Perception of a Solid. M. Hejný, & J. Novotná. (Red), *SEMT 95 Proceedings*. Prag: Faculty of Education, Charles University.
- Littler, G.H.: (1995) Geometry for the Teacher Education Student. M. Hejný, & J. Novotná. (Red), *SEMT 95 Proceedings*, Prag: Faculty of Education, Charles University.
- Noddings, N. (1990). Constructivism in Mathematics Education. A constructivist View in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 4, p. 7–18.
- Tall, D. O. (2001). What Mathematics is Needed by Teachers of Young Children? J. Novotná. & M. Hejný (Red), *SEMT 01 Proceedings*. Prag: Faculty of Education, Charles University.

Detta projekt, GAËR 406/02/0829, ingår i och finansieras delvis med stöd av EU-projektet EM-TISM inom Sokratesprogrammet.