

2C  
9C

# En halv boll

BEGREPP – MODELL – GEOMETRI

## Avsikt och matematikinnehåll

Elever ges möjlighet att i en praktisk undersökning upptäcka att formeln för arean av en sfär beror på dess radie.

## Förkunskaper

Känna till och kunna använda formeln för arean av mantelytan på en cylinder,  $2\pi rh$ .

## Material

En halv boll, tunn kartong, sax, vanlig och dubbelhäftande tejp samt snöre.



## Beskrivning

Eleverna får börja med att tillverka en cylinder med samma radie som bollen. De ska sedan linda snöre runt både cylindern och den halva bollen för att därefter genom att mäta, jämföra och resonera komma fram till formeln för en sfärs area.

Det är främst av praktiska skäl som en halv boll används – den ligger still.

## Introduktion

Diskutera de begrepp som är aktuella i aktiviteten: radie, diameter, omkrets, area, cylinder, sfär, klot, begränsningsyta, mantelyta. Uppmana eleverna att vara noggranna.

## Uppföljning

Diskutera skillnaden mellan att troliggöra, att visa och att bevisa. Påpeka för eleverna att denna aktivitet inte är ett bevis för formeln utan enbart en enkel approximation för att vi ska kunna göra en uppskattning. Den kan sedan förbättras genom att allt tunnare snöre används.

Diskutera snörets roll. Det är inte snörets längd som ger arean, utan *relationen* mellan snörens längder. Cylinderns area är given genom dess formel och genom att jämföra snörena ser vi att den halva bollens area är hälften så stor, alltså är hela sfärens begränsningsyta lika stor som cylinderns mantelyta.

$$\begin{aligned} & 1/2 \cdot 2\pi rh \\ & = \pi rh \\ & = \pi r \cdot 2r && \text{(cylinderns höjd är } 2r) \\ & = 2\pi r^2 \end{aligned}$$

Därför följer att sfärens area är  $4\pi r^2$

Ge en historisk tillbakablick. Se t ex artikeln *Vackert! sa Arkimedes* som finns under Att läsa.

## Variation

Undersök relationen med olika bollar och olika grovlek på snöret.

## Ursprung

*En halv boll* är baserad på en aktivitet i det indiska styrdokumentet *Guidelines for mathematics laboratory in schools, class X*, vilket är den sista årskursen i den obligatoriska skolan. Så här beskrivs dokumentet:

*The present document includes details of all Class X activities to be carried out by the students during the full academic session. Description of a few sample projects has also been included. Since Class X is a terminal stage, great care has been taken to ensure that these activities are directly related to the syllabus, can be easily performed and do not require expensive equipment or materials.*

Hela dokumentet finns på <http://www.cbse.nic.in/mathlabx.pdf>

## Att läsa

Hamawi, A. (2007). Kvadraten, cirkeln, kuben och sfären. *Nämna* nr 2, s 51–53.

Kiselman, C. & Mouwitz, L. (2008). *Matematiktermer för skolan*. NCM, Göteborgs universitet.

Persson, U. (2004). Sfären. *Nämna* nr 4, s 42–46.

Ulin, B. (2006). Vackert! sa Arkimedes. *Nämna* nr 1, s 39–41.

# En halv boll

## Att finna formeln för arean av en sfär

### Material

En halv boll, tunn kartong, sax, vanlig och dubbelhäftande tejp och snöre.

### Gör så här

1. Tillverka en cylinder enligt figuren. Cylinderns radie ska vara lika stor som bollens.
2. Sätt dubbelhäftande tejp på cylindern så att snöret inte glider av.
3. Fäst snörets ände längst ner på cylindern och linda snöret tätt, varv efter varv, så att hela cylindern täcks. Fäst med lite tejp och klipp sedan av snöret.
4. Sätt dubbelhäftande tejp i kors över den halva bollen.
5. Fäst en ny snörände på den halva bollen och linda snöret på samma sätt så att bollhalvan täcks. Klipp av snöret.
6. Lossa snörena från cylindern och bollhalvan och jämför längderna.
7. Vilket snöre är längst? Hur förhåller sig längderna till varandra?
8. Vilken slutsats kan ni dra? Försök att förklara vad undersökningen visar.
9. Vilken är formeln för arean av cylinderns mantelyta? Hur bör då formeln för arean av sfären formuleras?

