

# Hundringar med undringar

*Detta är en fristående fortsättning på "Undringar om hundringar" i Nämnaren nr 1/2001. Den handlade om situationer med utgångspunkter för erfarenheter av 100. Här beskrivs olika uppföljande aktiviteter som barn och lärare utvecklade tillsammans. Avslutningsvis diskuteras också relationer mellan aktiviteterna, arbete i läroböcker och färdighetsträning.*

**H**är har vi försökt beskriva arbetet med några aktiviteter i åk 2. Vi börjar med ett tärningsspel på en 100-platta som ledde till breddningar och fördjupningar av elevernas tankar – från att uppfatta antalet prickar på olika tärningar över stapel- och cirkeldiagram till procent.

## Hundraspel

Barnen fick i uppgift att klippa ut rutnät med 10 x 10 rutor, att slå en tärning hundra gånger och skriva in talen i rutnätet. Alla lika stora tal skulle målas i samma färg. Sedan skulle de fundera över:

*Hur många blev det av varje? Redovisa på något sätt hur många du har. Vad är summan av alla talen? Vilka upptäckter har du gjort? Vilka slutsatser drar du?*

Olika tärningar med olika antal sidoytor användes. Stina hade en egentillverkad tärning med högt talområde. Flera redovisade med stapeldiagram, andra med cirkeldiagram, där de använde indianpärlor i samma färger som på rutnätet, se t ex (Emanuelsson m fl, 1996, s 186). För att hålla kontroll vid övergången från rutnätet till diagrammet använde några materiel t ex häftstift

eller gem, som de la på rutnätet. Det var praktiskt men inte helt enkelt. När eleverna skulle kontrollräkna att de fått med alla hundra talen var det inte självklart för alla att räkna antalet rutor eller pärlor. En del räknade på sina noteringar. Flera tog miniräknaren till hjälp. För de som använde diagrammen blev det lättare. För en elev var det en stor utmaning att räkna uppåt till 100 eftersom ett-till-ett-principen inte var helt klar för honom. Det var stor spridning på kunnandet i gruppen.

Vi använde barnens arbeten som diskussionsunderlag och strävade efter att hitta

bra strategier när summan skulle beräknas. Vi arbetade med både addition och multiplikation. När vi kom fram till en summa jämförde vi med andras lösningar. Vi frågade efter deras hypoteser: Skulle de få lägre eller högre summa än Johan – som hade en tärning med 0 till 9? De var helt säkra på, att den måste vara lägre om tärningen var markerad från 1 till 6 men de var osäkra om deras tärning hade 0 till 9. Därför behövde de kontrollräkna.

Många skrev i dagboken att det var en jätterolig uppgift. I halvklass utvecklade vi arbetet, monterade och gjorde upptäckter.

*Lillemor Emanuelsson och Berit Bergius arbetar med unga elever i Fiskebäcksskolan Göteborg*

Vi studerade noga Johans lösning och såg att hans summa blev så låg som 322. Varför? Han drog slutsatsen att han hade många ettor. Någon sa hälften, men det var 36 av 100. När vi la till antalet nollor och tvåor blev det 48 – således nästan hälften. Gustav som fått 460 hade bara 24 ettor. Hans tärning var markerad från 0 till 9.

Stinas hypotes, att hon fått högst summa eftersom hennes tärning var speciell med höga tal, ansåg eleverna stämma.

### *Vad lärde sig barnen av hundraspelet?*

De lärde sig att konstruera ett 10 x10-rutnät, att redovisa sina resultat och hålla koll när de räknade. De fick större säkerhet med miniräknaren. Men det gällde att veta vad man gjorde och varför. De tillämpade sina kunskaper om stapel- och cirkeldiagram. De gjorde jämförelser, drog slutsatser och resonerade. Det var den viktigaste delen.

De hittade olika räknestrategier för addition, fick bättre förståelse för positionssystemet och erfarenheter av multiplikation. De fick öva sig att ställa hypoteser, att hålla fast vid den egna men också att förändra den om nya argument kom till. Diskussion av "del av" gav förkänsla om procent.

## Procent

Eftersom flera elever haft funderingar kring procent, bestämde vi oss för att arbeta med detta. Elevernas idéer och närmiljö är ofta underlag för vårt arbete – så även nu. Vi beskriver här ett urval aktiviteter, som vi prövade för att förbereda förståelse av procentbegreppet.

Vi utgick t ex från en grupp med 12 elever som satt i ringen. Alla som hörde till utgjorde 100 %.

- Hur stor del av gruppen är flickor/pojkar?
- Hälften av varje.



- Hur många procent av gruppen är då flickor?

Jo, hälften av 100 %, alltså 50 %. Hälften av 100 var ju 50. Den här gången var 100 % 12 stycken. 50 % av gruppen var hälften av 12, alltså 6.

Vid ett annat tillfälle bestod gruppen av tio stycken. Eleverna satt med alla händerna mot golvet väl synliga för alla. Hur många fingrar fanns i ringen? Tio fingrar var – tio personer. Tio tior är hundra. 100 % var denna gång hundra fingrar. Hur många av de hundra fingrarna hade ringar på sig? Tre. Hur många procent var det? Ett förtjust utrop från flera håll, "ååå, tre procent!"

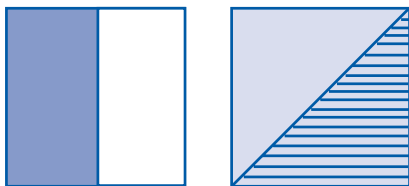
Alla satte sig sedan i ringen med fötterna inåt, synliga för alla. Hur många fötter är hundra procent? Tio personer med två fötter var, det är tjugo fötter. En elev tillägger, "det är tio procent för varje persons fötter". Varje fot är 5 procent.

- Hur många personer är barfota?
- Två.
- Hur många procent av fötterna i ringen är det?
- Tjugo procent av fötterna i ringen.
- Hur många personer har gröna strumpor på sig?
- Sju.
- Hur många procent av fötterna är det?
- Sjuttio procent.

- En av eleverna och jag har glasögon. Hur många procent är det?
- Tjugo procent.

Då tar eleven av sig sina. Nu är det tio procent. Hon sätter på sina igen. Då passar jag på att ta av mina. Barnen skrattar – det är tio procent nu också. De uppfattar att det är andelen av helheten som är avgörande. Det spelar ingen roll var den finns.

Vi tittar på ett grönt A2 papper. Ett rött A4 papper läggs i det gröna papperets ena hörn. En elev ser att det skulle få plats tre till, på den gröna ytan. För att täcka hela det gröna papperet skulle det gå åt fyra röda. Hur många procent av det gröna papperet är då täckt av det röda? Hur stor del av helheten? Jo, hälften av hälften. Hälften av 100 är 50, hälften av hälften är 25 alltså 25 %. På baksidan av en blå kvadrat är hälften av arean, en rektangel, vit. Hur stor del av kvadraten är vit? 50 % kommer spontant. En lika stor ljusblå kvadrat har delats diagonalt – hälften är randig. Hur stor del av kvadraten är randig? 50 % – hälften av hela. Vi jämför hälfterna. Kan man se att de är lika stora? Det är svårt, men eftersom vi ser att hälften av den blå är vit och hälften av den ljusblå är randig, måste de vara lika stora.



Vi tar fram en mindre kvadrat. Hur många sådana behövs för att täcka den stora? Eleverna ser att det är 4. Hur stor är den lilla kvadraten jämfört med den stora? Hälften av hälften dvs 25 % av den stora.

Rutnätet med tio rader med tio rutor i varje rad, är välkänt från hundraspelet. Eleverna vet att det är 100 rutor. Vi lägger klossar en i varje ruta och ser att varje kloss svarar mot 1 %. Eleverna är aktiva och visar stort intresse. De får uppdrag att lägga klossar i 10 %, 20 % osv av rutorna. Kamraterna stöttar den som får uppdraget. Tillsammans löser de olika uppgifter på hundraplattan,

5 % röda, 18 % svarta, 7 % gröna osv. Vi arbetar vid flera tillfällen och på olika sätt med begreppet, i förhållande till olika stora grupper, former, etc. 100 % ser olika ut, olika gånger. Som grupp kan eleverna använda sig av procentbegreppet. Hur klarar de att, utifrån givna uppgifter, själva visa vad de kan?

*Konstruera en kvadrat/rektangel i valfri storlek, måla 50 % i en färg, 50 % i en annan.*

Alla vet hur formen ser ut. Vi överraskas av att ingen, till en början, använder centimeterutat papper. Alla väljer enfärgade vita papper och mäter ut olika stora figurer. Flera använder linjal. Alla verkar vara säkra att hantera 50 %, oavsett figurens form eller storlek. De delar på olika sätt. Ett annat uppdrag är att konstruera cirklar i valfri storlek och måla dessa i två färger, 50 % i vardera färgen. Det är ingen som helst utmaning. Alla har uppfattat att 50 % är hälften av hela figuren. Uppgiften att färglägga figurer i fyra färger, 25 % av figuren i varje färg, klarar alla. Några mäter med linjal, några använder ögonmått, eller klipper ut och viker figurerna. Det sista gäller särskilt cirklar. En uppgift handlar om att ge 50 % av figuren en färg, 25 % en annan och ytterligare 25 % en tredje färg. Detta ger inga nämnvärda svårigheter. Först vid uppdraget som gäller att måla figuren i så många färger att varje färg får 10 % av figuren, använder flera elever rutpapper.

*På en parkeringsplats, med tio platser, står gröna, röda, svarta och blå bilar. Bestäm själv hur många av varje. Hur stor del av parkeringsplatsen är tom? På hur stor del av platserna finns det bilar i respektive färg?*

Vi är förundrade över elevernas entusiasm när de arbetar med denna uppgift. Flera associerar till en uppgift från "ettan", det är igenkännandets glädje. En elev har fyllt platserna med bilar i olika färger. Hon skriver: *Dom röda är 30 %. Dom gröna är 20 %. Dom blåa är 30 %. Dom svarta är 20 %.*

En annan elev har lämnat hälften av platserna tomma och skriver:

*50 % är det bilar i och 50 % är det inte bilar*

i. Det är 20 % röda bilar i och 10 % svarta bilar i och 10 % gröna bilar i och 10 % blåa bilar i.

Den senare elevens formulering är intressant. Han uttrycker inte explicit, ”av alla platser”, men texten visar att han uppfattar andel av helheten.

Det har varit härligt att se barnens förjussning och glittrande ögon över att hantera procentbegreppet. Vi hade inte vågat tro att eleverna skulle klara detta så bra som de gjorde.

## Bilskyltar och bilnummer

En elev hade samlat 100 bilnummer i sommaruppdraget. Vi använde hennes arbete som underlag för hemuppgift vecka 41.

*Samla 10 bilnummer, både siffror och bokstäver t ex BRX 649. Förvandla bokstäverna till tal, genom att du ger dem det nummer bokstaven har i alfabetet. Jämför summan av bokstäverna med siffersumman. Vilken är störst? Minst? Hur mycket större? Hur mycket mindre? Hur stor är hela summan?*

Diskussionen kring lösningar av problem ser vi som mycket viktig. Alla får redogöra för sitt arbete och vad de kommit fram till. En elev visar hur hon använt det alfabet som finns med uppgiften. För att bestämma delsummorna, har hon samlat tior. Det vi arbetat med, har givit resultat i praktisk användning. Har någon hittat bilnummer där Å Ä eller Ö ingår? Nej, det har ingen. Vi diskuterar varför.

Vi undersöker vilket bilnummer som gett den största summan och tittar tillsammans på strategier i beräkningarna. Varje elev berättar och beskriver sedan, i par för varandra om den största/minsta summan de fått. De får också i uppdrag att undersöka om det är möjligt att det finns ett bilnummer som ger precis 100. Hur ser det i så fall ut?

Två av flickorna ser att tre stycken nior ger summan 27. Då måste resten, represen-

teras med hjälp av bokstäver och det återstår 73 till 100. I beräkningarna använder de ibland miniräknare. De har alfabetet framför sig och tittar på de bokstäver som har värden omkring 25. X har värdet 24. Två X är 48 då är det 25 kvar, det är värdet på bokstaven Y. XXY 999 är en lösning på problemställningen.

Två pojkar som arbetar tillsammans utgår också från det högsta värde som siffrorna kan ge. En av dem inser att termernas inbördes ordning inte har någon betydelse. XXY 999 kan omstruktureras till XYX 999 och YXX 999.

Vi gör en utveckling av hemuppgiften för vecka 42:

*Leta efter två bilnummer där summan ligger så nära hundra som möjligt.*

Det kom underbara beskrivningar från elever och även från föräldrar om hur de arbetat. En förälder skrev att familjemedlemmarna smugit omkring i parkeringshuset och på parkeringsplatsen, träffat andra föräldrar och haft trevligt tillsammans! En förälder skrev: *Min dotter har själv skrivit ut resultatet av denna fina mattebilövning på dator, men skrivaren går inte ikväll så jag skriver ut hennes resultat i nattens mörker.*

*Mina bilnummer som blir 100 ihop*

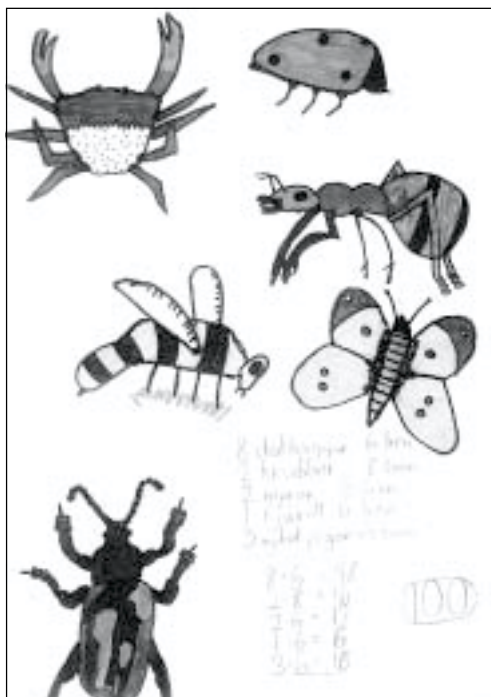
POB 179:  $33 + 17 = 50$

JTH 058:  $37 + 13 = 50$

## 100 ben

En elev hade denna fundering i redovisningen av sommaruppdraget: *Jag har fångat jordlöpare, guldbaggar, kålfjärilar, citronfjärilar, krabbor, ligustersvärmare. Tillsammans har de hundra ben. Hur många har jag fångat?*

Vi hade tidigare studerat krabbor, när vi arbetade med havet. Insekter hade vi inte arbetat så mycket med, undantaget var fjärilar som vi studerade i ettan. Nu började vi med att titta på bilder av vackra, läskiga, fantastiska insekter, av de mest skilda slag. Tillsammans upptäcker vi att de har 6 ben,



en tredelad kropp och att de allra flesta har vingar. Vi tittar på symmetrin. Och vi talar om fortplantningen, *holometaboli*, fullständig förvandling. Ägg – larv – puppa – insekt.

#### Ur en elevtext

**Åta ben på en kraba och åta krabor är lika med 64. Och ala inseker ha 6 ben och 6 inseker och  $6 \times 6$  är lika med 36 och  $64 + 36$  är lika med 100 och så många insekter samlade vi och så monga kraber fongade vii. Först povade jag mej fram med minräknaren sen kom jag fram til den lösningen.**

En flicka arbetar själv. Hon ritat insekter och krabor. Det går inte ihop på slutet och hon är mycket villrådlig. Med uppgiven stämman säger hon det går inte. Vi diskuterar tillsammans vad och hur hon tänkt. Det syns att hon är nära en lösning – det gäller bara att förändra ett par insekter till krabor. Hon inser snabbt sammanhanget när vi samtalar. Ett exempel på tillämpning av Vygotskys teorier i praktiken...

#### En elevs lösningsväg

Efter mycket tänkande och provande kom en pojke fram till lösningen härintill. Ett tidigare utkast såg ut så här:

**5 skalbaggar  $5 \times 6 = 30$**

**1 krabba =  $8, 30 + 8 = 38$**

**2 myror  $2 \times 6 = 12, 38 + 12 = 50$**

**1 fjäril =  $6, 50 + 6 = 56$**

**2 nykelpiger  $2 \times 6 = 18, 56 + 18 = 74$**

**fattas 26 ben**

**1 krabba kvar 18 ben**

**3 skalbaggar till**

**Jag kollar om det stämmer,  $8 \times 6 = 48,$**

**$2 \times 8 = 16, 6 \ 18 \ 12$**

**Då är det 100 ben!**

#### Den långa ormen

En dag kom Sofia med sin fingervirkning, en orm med ögon. Den var 14 meter lång. Någon föreslog att vi skulle göra en 100 m lång orm tillsammans.

#### Gemensam text

*Vi har mätt Sofias fingervirkning. Den är ungefär 14 m. Vi vill ha 100 m. Då fattas 86 m. I klass 2M finns 17 elever. Om vi gör 10 m var blir det 170 m. Alltså om vi gör 5 m var dvs hälften blir det 85 m. Om alla gör lite mer än 5 meter får vi 100 tillsammans.*

Att fingervirkningar är tójbara gör att det blir naturligt att arbeta mycket med begreppet ungefär.

Vi mäter ut 5 m på golvet för att få något att jämföra med. Efter ett tag tar vi bort märket för att se om barnen kan göra uppskattningar. Under arbetets gång lägger vi ut ormen i korridoren. Vi gör en uppskattning på hur långt den ska nå och mäter med måthjulet.

Hur långt når ormen om den blir dubbel så lång? Vi jämför med korridoren. Uppfattningarna går mycket isär, därför prövar vi med ormen.

Hur lång är hela korridoren? Skattningar 69, 72, 74, 75, 65 m sen 85 m när vi tänkt efter hur långt den räckte i korridoren.

Korridoren mäts till 82 m. Men då har barnen missat det lilla kapprummet och en bit utanför personalrummet. Vi har köpt en toarulle som ska vara 100 m. Den rullar vi ut i korridoren och finner att papperet är lite längre än avståndet tvärs genom skolan!

### Vidga elevernas matematikmiljö!

Vi tycker det är viktigt att aktiviteter i matematik har samband med elevers vardag *utanför* skolan men också med tidigare arbeten *i* skolan. I vår undervisning strävar vi efter samband och sammanhang inom och mellan aktiviteterna. Detta tror vi framgår av valet av uppgifter och hur vi sökt utmana elevernas intresse och tänkande. Eleverna har arbetat i olika grupper eller enskilt med frågeställningar som kommit upp under arbetets gång, ibland från eleverna själva, ibland från oss lärare. De har diskuterat och presenterat sina lösningar med hjälp av olika representationer t ex bild, skrift, olika diagram eller muntligt. Genom att ställa hypoteser och pröva dessa har eleverna kommit fram till olika lösningar med stor variation. Vi har sökt uppmärksamma aktiviteter, där det inte finns enbart *ett* svar, och vi tycker att våra elever fått inblickar i matematikens roll och karaktär genom detta arbetssätt som också inspirerats av kursplanens strävansmål (Skolverket, 1997).

Att se förtjusningen hos elever, som trevar sig fram, ser ett mönster att laborera med, och sedan hittar flera lösningar, det är härligt. Att höra elevers övertygande beskrivningar, i redovisningen, av hur de arbetat sig framåt mot flera lösningar är inspirerande för oss som lärare.

I en artikel som denna kan läsaren kanske lätt få en föreställning om att all undervisning handlar om att hitta och genomföra aktiviteter av olika slag. Vi vill därför lyfta fram vikten av mening och sammanhang för att det vi gjort inte ska uppfattas som "käck grejer". En betydelsefull del är t ex att eleverna skaffar sig god taluppfattning, dvs utvecklar relationer inom och mellan tal samt mellan tal och omvärld. Detta har vi lagt ner mycket arbete på.



Vi arbetar naturligtvis med individuell färdighetsträning av t ex tabeller i addition, subtraktion, multiplikation och division. Det är nödvändigt att eleverna uppmärksammas på olika aspekter av addition och subtraktion, sambandet mellan operationer-

na och inte minst likhetstecknets innebörd, som inte är självklar för alla barn. De har ofta den uppfattningen att likhetstecknet betyder "blir" och får då svårt för t ex öppna utsagor, där likhetstecknets "är"-betydelse är central. I området 0–100 har vi arbetat så att eleverna ska bli säkra och kunna generalisera operationer till högre talområde. Vi har använt spel och tärningar men också en "Räknebok", ett läromedel.

I det dagliga arbetet med eleverna söker vi medvetet skilja mellan matematik och räkning, så att de ska inse och få upplevelser av att matematik är mycket mer än det som finns mellan pärnarna i en traditionell lärobok. Vi följer noga upp varje elev med muntliga och skriftliga diagnoser, ibland endast med samtal. Vår erfarenhet är att eleverna med vårt arbetssätt blir goda "räknare" utan så mycket tragglande.

Generellt anser vi att det är viktigt att få inte bara elever utan även föräldrar att inse vad matematik kan vara, och att vi lärare med ett professionellt språk behöver kunna beskriva och redogöra för varför vi arbetar med ett visst arbetssätt eller ett visst innehåll. Om föräldrar har frågor är det nödvändigt att kunna svara, motivera och hänvisa till utvecklingsarbeten, litteratur och forskning.

Ibland har vi fått frågor om det verkliga är sant att eleverna i våra klasser har utfört sina uppdrag och hemuppgifter. Ja, det är sant! Men vi är medvetna om att *våra* föräldrar har möjlighet att stödja sina barn. De har t ex inga svårigheter med svenska språket. Vi vet att många barn inte kan få så mycket stöd och hjälp hemma. Då ska man kanske inte arbeta så mycket med uppgifter av det slag vi berättat om. Vi får nästan alltid positiv respons på föräldramöten, i samtal och i dagböcker. Självklart är det så att elever ibland har missat en hemuppgift. Men vi förväntar oss att alla ska komma med ett bidrag. Vi anser att vi som lärare ska ha höga förväntningar och visa att vi tror att alla elever kan och vill.

Tack vare mångfald och variationer i barnens funderingar har vi arbetat med ett ganska brett matematikinnehåll med räk-

ning, taluppfattning, kombinatorik, statistik, diagram, geometri, mätningar, sannolikheter, procent, varierande uttrycksformer och symboler. Barnen är nästan alltid nyfikna på nya ord och begrepp. En del av detta har vi försökt lyfta fram och visa i denna och föregående artikel.

Vi har hört att många elever som lämnar grundskolan har stora svårigheter med procentbegreppet. Det förefaller märkligt med tanke på det intresse och den förståelse våra barn uppvisar i åk 2. Kanske fler skulle börja tidigare och ge en förberedande och konkret behandling av begrepp som idag visar sig svåra i våra elevers senare skolgång? *Vår* tilltro till elevers möjligheter att klara av att arbeta med "svåra" begrepp har förstärkts. Är det så, att bristande tilltro till elevers möjlighet att utveckla förståelse kring ett innehåll, begränsar eller t o m utesluter möjlig utveckling av elevers lärande?

När man som elev får veta att innehålllet oftast bearbetas i senare skolår, än det som är aktuellt för gruppen, tror vi att barn ser att vuxna har tilltro till deras möjligheter. Detta ger säkert "bränsle på brasan". Det ger också oss, som lärare, mod att fortsätta våga utmana eleverna, för att utveckla vår undervisning vidare.

Utifrån våra kunskaper och erfarenheter ser vi det som viktigt att den planerade basfärdighetssatsningen inte begränsar elevernas möjligheter att få möta intressant och stimulerande matematik redan i unga år.

## LITTERATUR

- Bergius, B. & Emanuelsson, L. (2000). Petter och hans fyra getter. I K. Wallby m fl (Red), *Matematik från början*. NämnarenTEMA. Mölndal: NCM, Göteborgs universitet.
- Emanuelsson, L. & Bergius, B. (2001). Undringar om hundringar. *Nämnaren* 28(1), 9-15.
- Emanuelsson, G., Wallby, K., Johansson, B. & Ryding, R. (Red.) (1996). *Matematik ett kommunikationsämne*. NämnarenTEMA. Mölndal: NCM, Göteborgs universitet.
- Skolverket (1997). *Kommentar till grundskolans kursplan och betygskriterier i matematik*. Stockholm: Skolverket och Liber distribution.