

Finns det en naturmetod i matematikundervisningen?

***Bengt Ulin** är lektor vid högskolan för lärarutbildning i Stockholm och matematiklärare vid Kristofferskolan i Bromma. Här ger han motiv för och förslag till innehåll i en naturmetod för matematikundervisning.*

Som bekant finns det naturmetoder som med framgång används vid undervisning i främmande språk. En metod för läsinlärning kallas LTG: läsning på talets grund, dvs en metod som vill bygga på barnets sätt att tala, på talets natur.

Finns det en naturmetod för oss som undervisar i matematik? Visst borde det finnas en sådan! All undervisning bör först och främst utgå från barnets hela natur. Det borde vara självklart att all pedagogik skall ha sina rötter i elevens utveckling, en process som pågår under hela skoltiden. Vi måste vara förtrogna med viktiga utvecklingsskeden som puberteten.

Inom ramen för den allmänna grund som en kunskap om människan skall ge ställer oss fackämnen inför specifika frågor. När en klass övar rättskrivning, ekvationslösning, skriver uppsats eller skall komponera affischer till en teaterföreställning, rör det sig om aktiviteter av olikartade slag. Ja, redan inom ett och samma ämne, exempelvis svenska eller matematik, ryms övningar som aktiverar eleverna på helt olika sätt. För att komma till en naturmetod i skolmatematiken måste vi därför bli förtrogna med matematikens egen natur, lära känna de olikartade kvaliteter som präglar skilda slag av matematisk problemlösning.

Matematik i skolan - problemlösning

Det finns många som tänker på räkning när de hör ordet matematik. En matematiker är en person som räknar, som (ännu snävare betraktat) kan räkna ut någonting, ett avstånd eller en vinkel eller en kostnad.

Men matematik handlar om problemlösning, och det ligger en djup sanning i ett yttrande av den framstående matematikern Paul Halmos: "The computer is important, but not to mathematics".

Problemlösning innebär att komma på en idé eller rent av flera idéer. Att kunna räkna är ett hjälpmedel för att nå ett kvantitativt resultat eller för att göra förundersökningar.

Att komma på en idé måste man faktiskt göra själv. Man kan visserligen få hjälp av andra, men den avgörande tankeblixten måste ju slå ned i en själv. Den bästa hjälpen är det egna sökandet, ens egen strävan.

Genetisk undervisning

Ju äldre eleverna blir, desto starkare växer sig ett berättigat behov av att få klara av uppgifter på egen hand. Att lösa ett problem med en aha-upptäckt bereder en alldeles särskild glädje. För att ge en grupp tonåringar riktigt bra tillfällen till självständigt arbete och egna upptäckter lät den tyske didaktikprofessorn Martin Wagenschein eleverna undersöka om det finns hur stora primtal som helst. Efter en skolveckas kamp (en hel timme per dag) hade gruppen upptäckt att svaret är ja, och den hade – efter vissa irrfärder – funnit samma vackra bevis som en gång Euklides. Några månader senare skrev en av deltagarna i ett brev till läraren: "Matematik hade för mig varit inbegreppet av långtråkighet och nu kunde jag knappt förstå att denna härliga upplevelse också kunde heta matematik..."

Wagensein kallar denna form av undervisning för genetisk undervisning: den föds i eleverna själva i lektionernas nu.

Vi skulle vara i en idealsituation om alla kunskaper, förmågor och färdigheter kunde förvärvas på detta genetiska sätt. Men i motsats till primtalen är inte lektionerna obegränsat många, och därtill kommer att eleverna arbetar i olika takt och med starkt varierande förutsättningar. Vidare måste en hel del kunskaper övas in, övas och repeteras och befästas, så att de blir arbetsverktyg för nödvändiga rutiner.

Här blir vi medvetna om två poler i matematikundervisningen: å ena sidan elevernas eget skapande, å den andra en lärarledd träning i rutiner. Den förra polen kan urarta i ett mycket begränsat kunnande, den senare kan ge eleverna leda vid blotta tanken på räkning. Vid sidan av denna didaktiska polaritet finns en annan, matematisk, nämligen tvåfalden av ren matematik och tillämpad. I ren matematik frågar vi inte efter ett praktiskt resultat, här har vi *l'art pour l'art*. I den tillämpade matematiken bygger frågeställningen på en praktisk uppgift.

Det rör sig inte om ett par statiska tvåfaldar. Tvärtom, det handlar om dualiteter som har befruktat varandra och bör göra det i hög grad i skolmatematiken.

Några historiska perspektiv

Den berömda Rhind-papyren från 1800-talet före Kristus vittnar om att ren och tillämpad matematik blandades i Fornegypten. ”Problem 2”, att dela 2 bröd på 10 personer, var en praktisk uppgift som krävde en aritmetisk lösning och ”Problem 22”, att komplettera $\frac{2}{3} + \frac{1}{30}$ till 1, var en ren räkneuppgift som kunde dyka upp i vardagen.

Ännu flera århundraden efter tillkomsten av Papyrus Rhind hade de egyptiska skrivarna – och de tillhörde eliten – möda med de fyra räknesätten, och detta redan i behandlingen av hela tal. Papyrus Rhind

och likartade dokument var en samling bruksanvisningar när det gällde matematiska beräkningar. Dessa recept var okända för folket, men skrivarna utbildades i konsten att använda dem. Kunnandet reducerades med tiden till en teknik, vars utövare inte längre visste hur räknemetoderna blivit härledda, ja inte ens kände till vilka formler de byggde på.

Det är intressant att göra en jämförelse med eleverna och deras skolsituation i dag.

I åtminstone de tre lägsta årskurserna, men ej sällan högre upp, brottas våra elever precis som fornegypterna med heltal och räknesätt men med vårt överlägsna positionssystem till sitt förfogande. Under dessa år och de närmast följande skall eleverna tillägna sig en rad räknerutiner och lära sig diverse regler. Det är en känslig process. Här och var smyger sig felaktiga tankeformer in, en del elever stelnar i ett efterhärmande som medför att de i en högre årskurs blir helt ställda redan vid en obetydlig variation av en frågeställning.

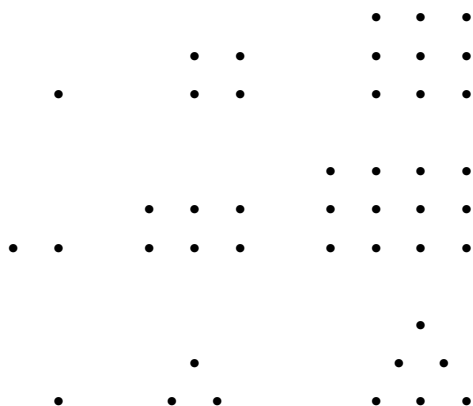
Därmed är vi tillbaka vid den didaktiska polariteten mellan elevernas egen aktivitet och lärarens demonstration. Hur fortsatte det historiska perspektivet?

Liksom i Fornegypten utgjorde matematikkunniga en elit även i Tvåflodslandet och sedermera i Grekland. Men efter att ha lärt åtskilligt av egyptier och babylonier tog grekerna matematiken i egna händer. De sökte sig fram till egna upptäckter och bevis. De ville inte sätta tilltro till forna auktoriteter och utvecklade den självmedvetna tankekraft som sedan dess präglade matematiken, den kraft som ger oss säkerställd visshet: jag vet att jag vet.

I och med puberteten intensifierar ungdomarna den process som skall leda till frigörelse från auktoritet och vuxenberoende. Individuell aktivitet och omdömesbildning blir allt viktigare. I fortsättningen skall vi nu se på några matematikuppgifter som kan vara ägnade att möta eleverna på hög- och gymnasiestadierna i deras situation.

Att göra en upptäckt

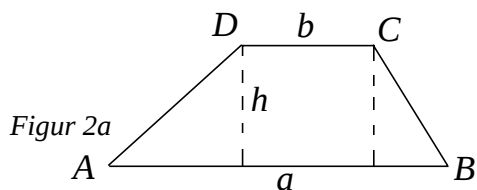
Till de tidigare grekiska matematikerna hörde Pythagoras och hans elever. De engagerade sig starkt i heltal och heltalsförhållanden. De geometriserade talen till figurerade tal, punktkvadrater, punktrektanglar, -trianglar, -femhörningar, etc. (Figur 1)



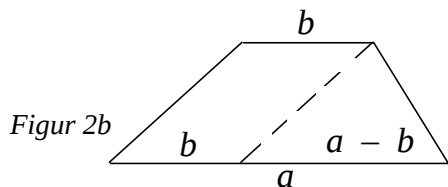
Figur 1

Eftersom bilden, åskådningen, betydde så mycket för grekerna, kom geometrin att sättas högst. De studerade formförvandlingar och blev skickliga i att omvandla en figur utan att ändra dess ytinnehåll. Detta är ett tema än i dag, när det gäller att härleda formler för arean av cirkeln och en del månghörningar, exempelvis parallelltrapetset.

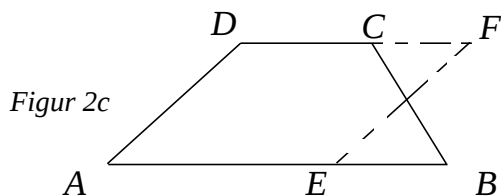
Låt oss se på hur eleverna kan ta sig an det problemet.



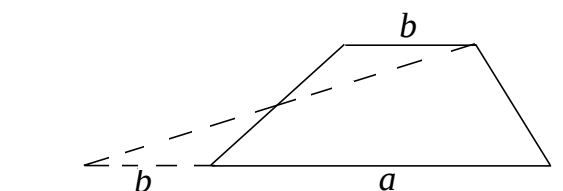
Figur 2a



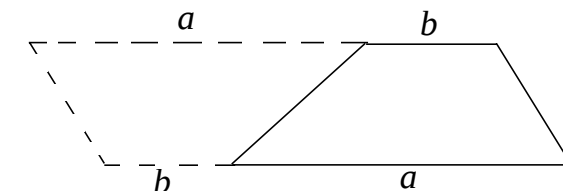
Figur 2b



Figur 2c



Figur 2d



Figur 2e

I fig 2a-e ser vi fem förslag som eleverna hittat, inte alltid i en och samma klass. I fig 2a är arean uppdelad på en rektangel och två trianglar, i fig 2b på parallelogram + triangel. I fig 2c går EF parallellt med AD och delar BC på mitten. Triangeln nere till höger är flyttad, så att trapetset förvandlats till en parallelogram. I fig 2d är triangeln uppe vid b avskuren och vriden ner till baslinjen. Metoden i 2e är att fördubbla trapetset till en parallelogram. Hur kommer vi nu till en formel? I fallet 2b får vi förenkla

$$bh + (a - b) \frac{h}{2}$$

till ett enklare uttryck; i fig 2c finner vi att längden $AE = DF$ är medelvärde

$$\frac{a + b}{2}$$

varefter vägen är fri. I fig 2d kommer vi direkt till uttrycket

$$\frac{(a + b)h}{2}$$

och detsamma gäller fall 2e. Uppdelningen 2a, som många i början höll för att vara särskilt lovande, visade sig vara knepig att omsätta i algebra. Alla vägarna ledde inte lika lätt till Rom, men de flesta av dem var rätt framkomliga och ledde till målet

$$\frac{(a + b)h}{2}$$

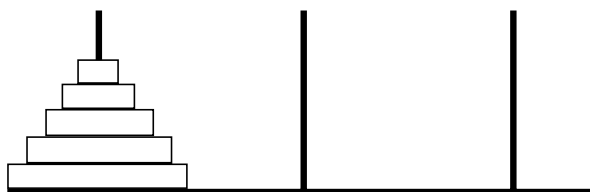
Några elever fann 2b vara det enklaste sättet, andra tyckte att 2d var elegantast och somliga att 2e var smartast.

På lärarhögskolan i Stockholm har matematikinstitutionen mottot ”Tänk rätt på flera sätt”. Riktat till en hel klass i matematik blir detta motto ett utmärkt didaktiskt ledmotiv. Andra bra motiv är: ”Upptäck något!” och ”Gissa!”

Ingen behöver bli ledsen för att gissa fel – en inkörsport till att inte heller ett tankefel tas så tragiskt.

Att försöka upptäcka något eller att gissa något appellerar till alla i klassen och särskilt glädjande är det förstås att upptäcka den nyckel som öppnar problemlösningsslåset. Här ett exempel som skall visa att matematik inte är räkning.

Det berömda tornet i Hanoi



Figuren ovan visar Hanois torn, välkänt från många böcker om rolig matematik, matematikgåtor o.d. Ett torn med allt mindre brickor mot sin topp skall byggas upp på en annan av de tre pinnarna, varvid den tredje pinnen skall utnyttjas som hjälppinne. Vid varje flyttning får man ta en bricka, och en större bricka får aldrig läggas på en mindre. Uppgiften är att bestämma minimiantalet flyttningar som funktion av antalet brickor. Ännu i årskurs 9 torde eleverna vilja gå direkt till praktiska undersökningar. Men åtminstone på gymnasiet skulle vi kunna börja med att fråga oss, om vi skulle kunna finna några faser i överflyttningsprocessen. Det duger inte att bara räkna antalet flyttningar, det gäller att om möjligt finna en struktur i flyttningarna.

(För det praktiska utförandet behövs inga pinnar. Det räcker med exempelvis fyra kartongbitar av olika storlekar och färger.)

Så småningom märker vi det som strax förefaller självklart och därför kanske oviktigt: bottenbrickan måste flyttas. Denna

flyttning bildar ett slags mitt: dessförinnan måste det närmast lägre tornet byggas upp, och efter det att bottenbrickan flyttats måste det lägre tornet byggas upp en andra gång, nämligen på bottenbrickan.

Ja, därmed är lösningen i full gång! Vi kan nämligen formulera följande resultat:

Minimiantalet flyttningar = 2 ggr (minimi-) antalet flyttningar av det närmast lägre tornet plus 1.

I matematisk text:

$$A_n = 2A_{n-1} + 1$$

och vi har funnit en sk rekursionsformel, med vars hjälp vi kan erhålla vilka antal A_n som helst: ur $A_1 = 1$ följer $A_2 = 3$, $A_3 = 7$, $A_4 = 15$, etc.

Men vilket jobb att räkna fram A_{100} eller något ännu större tal, invänder någon. Måste man steg för steg räkna sig fram till A_{100} ? Finns det ingen direktformel?

Några har upptäckt att talen 1, 3, 7 och 15 ligger 1 under fördubblingstalen 2, 4, 8 och 16. Formeln måste vara

$$A_n = 2^n - 1$$

hävdar de. De prövar med $n = 5, 6$ och 7 och får bekräftelse. Men är formeln säkrad? Nej, bränt barn skyr elden; de har sett exempel på hur en regelbundenhet ”kan spåra ur” ...

Men ett induktionsbevis, rätt enkelt, garanterar att formeln är riktig. Och nu är vi helt inne på en tredje dualitet i matematiken, den allra viktigaste och med stor betydelse för skolmatematiken: polariteten mellan induktivt och deduktivt tänkande eller, enklare uttryckt, mellan fantasi och logik.

Fantasi och logik

Problemlösning omfattar en stor repertoar av tankeformer, alltifrån aningar och hugskott till logiska kedjor och tankekontroll. För att komma igång måste vi få tag på något uppslag, och för att säkerställa ett resultat behövs medveten kontroll, ofta av logisk bevisföring.

Formeln $A_n = 2^n - 1$ för Hanois torn är ett

exempel på hur en (kanske turartad) upptäckt i ett siffermaterial blir startblocket för lösningen. Men man är i mål först sedan formeln bevisats, först sedan vi säkerställt formeln med logiskt tänkande.

Kan fantasin övas på bredare front än för gissningar och upptäckter? Ja visst. Låt oss se på följande nästan lekbetonade uppgift:

Vi skriver exempelvis 4 naturliga tal i bredd, säg 7 12 5 1. Vi adderar nu angränsande tal två och två och skriver summorna på raden nedanför. Detta upprepas två gånger tills vi landar på ett sista tal, ett "bottental". I exemplet här får vi resultatet 59.

7	12	5	1
	19	17	6
		36	23
			59

Frågan är nu: kan man på något enkelt sätt förutsäga om bottentalet blir udda eller jämnt? Utredningen kan gärna börja med 4 givna tal, sedan fortsätta med 5 tal. Därefter kommer många elever utan anmaning att vilja ta steget ut till full generalisering. I en artikel med titeln "En aritmetikuppgift med många utblickar" i Nämnaren nr1 82/83 har jag närmare skildrat klassens arbete med detta problem. Jag begränsar mig här till följande aspekt. Eleverna måste börja med att samla ett siffermaterial, de måste välja egna exempel. Frågan blir då: hur skall exemplen väljas, dvs hur skall vi välja utgångstalen?

Här gäller det att komma på idéer hur man med fördel skall variera exemplen så att det skall bli möjligt att komma på någon teori ur det samlade siffermaterialet. Här kommer fantasin till sin rätt, inte en vild fantasi utan en som anpassas till uppgiften.

Eleverna förstår att variationen från exempel till exempel bör göras så liten som möjligt. Man kan byta ut ett av utgångstalen eller låta två utgångstal byta plats.

På så vis blir matematisk metod mönsterbildande för naturvetenskap, medicin, m fl forskningsfält.

Hur kan vi då träna det logiska tänkandet? Det kan och bör göras på olika sätt. Emellanåt handlar det om att presentera ett bevis. Det gäller då att undvika en guideartad demonstration; snarare kan en sokratisk dialog med frågor bli fruktbar. När en klass en gång fick se ett "bevis" för att "alla trianglar är likbenta" flög två elever upp och begärde med eftertryck att få gå ut ur rummet för att i lugn och ro krossa det bedrägeri som de måste ha varit med om, men som de inte omedelbart kunde genomskåda.

På senare år har matematikundervisningen fått ett utmärkt material när det gäller logisk träning - och jag tänker då på gymnasiestadiet. I Högskoleprovet, som ges två gånger per år för sökande till universitet och högskola, ingår ett delprov, NOG, där det handlar om logiskt tänkande. Det gäller att bedöma, huruvida nog med information givits för att man skall kunna lösa en matematiskt formulerad uppgift entydigt. Ett exempel:

"I en elmätare finns en skiva som snurrar fortare och fortare, ju fler energikrävande apparater som kopplas in. På skivan finns ett märke så att man ska se hur fort den snurrar. Skivan snurrar 120 varv per kilowattimme. Hur stort var effektuttaget vid ett tillfälle då skivan snurrade med konstant fart?

- (1) Skivan snurrade 10 varv på 10 sekunder.
- (2) Skivan snurrade så att märket på dess kant rörde sig med en fart av 0,11 m per sekund.

Tillräcklig information för lösningen erhålls

- A i (1) men ej i (2)
- B i (2) men ej i (1)
- C i (1) tillsammans med (2)
- D i (1) och (2) var för sig
- E ej genom de båda påståendena.

Det gäller alltså inte att beräkna effektuttaget utan att kryssa för vilket av de fem svarsalternativen A-E som är sant beträffande tillräcklig information utöver den som ges i uppgiftspresentationen.

Det bästa med denna typ av uppgifter är att det rör sig om ett centralt område för matematiskt tänkande: har jag att göra med tillräckliga förutsättningar eller enbart nödvändiga? Att undersöka förutsättningar för lösning av ett problem är verkligen av största betydelse i matematiken. Trots detta ägnas alldeles för litet uppmärksamhet, om ens någon, åt undersökande arbete av sådant slag i gymnasiet.

Den uppgift som här citerats har även en annan god egenskap. Den är i princip en uppgift i tillämpad matematik och knyter an till något som vi känner till i vardagen.

I klassrummet behöver ingen tidspress råda som under provets genomförande. Tvärtom, man kan med fördel bygga ut uppgifterna så att eleverna skall motivera valet av svarsalternativ och föreslå kompletteringar av kända data i de fall då en av uppgifterna (1) och (2) är otillräcklig och då inte ens båda uppgifterna räcker till.

Det vore önskvärt att ordentligt med tid kunde ägnas åt analys av matematiska påståenden av typen "Om A gäller, så gäller B" och av typen "Om och endast om C gäller, så gäller D". I det förra fallet är A ett tillräckligt villkor men i regel inte nödvändigt. I de fall då ett villkor är både nödvändigt och tillräckligt (C i den senare versionen) används formuleringen "om och endast om".

Att skilja mellan nödvändiga och tillräckliga villkor är inte så lätt, och dessa båda typer förväxlas ibland i offentliga debatter.

Praktiska problem och etnomatematik

Till en naturmetod i matematikundervisningen hör givetvis uppgifter som hämtas ur vardagens praktiska sammanhang, ur etnomatematiken, som det brukar heta. Även på detta område kan Högscoleprovet, närmare bestämt dess DTK-del, ge oss ett utmärkt problemmaterial, varvid uppgifterna handlar om att ur data, tabeller och kurvor erhålla upplysningar som möjliggör svar på ställda frågor. Det fina med uppgifterna är att de har en autentisk prägel

i motsats till en del gängse problem som förefaller vara skrivbordsprodukter, fjärran från livet.

I den tillämpade matematiken, ett område som är speciellt viktigt under elevernas pubertetsår, bör problemen vara äkta och aktuella, helst hämtade ur nuets aktualitet, Dagspress, radio och TV, speciellt nyhets-sändningarna, ger varje dag material av intresse, som t ex följande, som (nästan i skrivande stund) kunde hämtas ur en TT-sändning den 6 juli 1991: Där hette det, att var tredje gravid kvinna i Sverige är rökare och att endast var tionde av dessa förmår göra uppehåll i rökningen under graviditeten. Man kan då - osökt - fråga: hur stor bråkdel av kvinnorna röker ej under graviditeten?

En något knepigare uppgift (från "Godmorgon världen", P1 19.8.1990):

Där sades att "1/8 av världens muslimer är araber" och att "10% av araberna är icke-muslimer."

Ungefär i stil med Högscoleprovet kan vi här fråga om det går att räkna ut förhållandet mellan antalet araber och antalet muslimer.

De flesta mediauppgifterna leder till problem rörande procent. Ju mer omväxlande etnomatematiken i skolan kan bli, desto bättre.

Till sist rörande detta kursområde: Det måste omfatta hela skoltiden. Det går att ställa trevliga problem redan i årskurs 1, både i ren och tillämpad matematik.

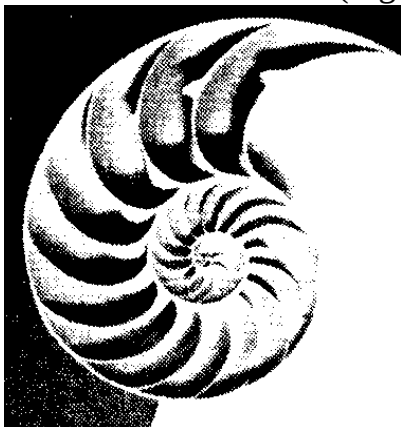
Innan vi återgår till frågan om naturmetod vill jag på det återstående artikelutrymmet ta upp några aspekter på matematik, natur och konst.

Matematik, natur och konst

Vi lever i en tredimensionell omgivning, präglad av den räta vinkeln. Från ett husbygge kan vi hämta många bra geometriproblem, som ger eleverna tillfälle att använda sina kunskaper om likformighet, Pythagoras sats etc. Sedan början av 60-talet har jag sparat Hedström – Öije "Matematiska uppgifter i realexamen vt 107 –

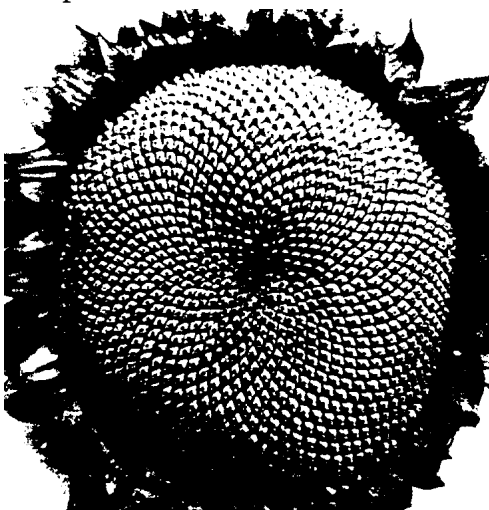
vt 1961". Liksom Högscoleprovet innehåller denna problemsamling en rad realistiska uppgifter. I geometriavsnitten förekommer en villa som skall isoleras, en pump som skall försörja ett trädgårdsland med vatten, ett fartyg som befinner sig på spaning i öppen sjö och en häftig snöstorm som har vållat isbildning på telegrafledningen utefter Riksgränsbanan. En realism lika stark som hos Bellman och Taube, men givetvis utan poesin hos dessa trubadurer.

Det finns dock åtskilliga områden av tillvaron där matematik är sammanvävd med både skönhet och realism. Verkligheten överträffar dikten, brukar det heta. Besannas inte detta när vi ser på en genomskuren Nautilus-snäcka, en solros eller ett välformat blomkålshuvud? (Fig 4-6)



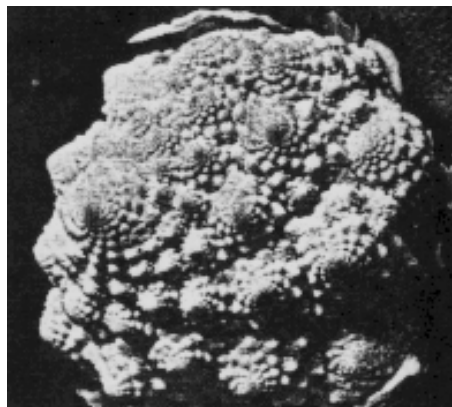
Figur 4

I Nautilus-snäckan möter vi den logaritmiska spiralens arkitektur, genomförd med yttersta precision.



Figur 5

Blomkålen visar en arkitektur, där varje spiral själv innehåller blomkålshuvuden i mindre skala, dessa visar i sin tur spiraler av ännu mindre huvuden osv, ända tills ögat inte längre kan urskilja detaljerna. Även i solrosens korgar är spiralerna logaritmiska och där finns två system av spiraler, ett medsols och ett motsols.



Figur 6

Vi har räknat antalet spiraler hos skolträdgårdens solrosor och funnit 21 spiraler motsols och 34 medsols. Hos ännu större solrosor blir dessa tal 34 resp 55 eller 55 resp 89. Ser inte detta märkligt ut? Jättestora exemplar har 89 resp 144 spiraler och världsrekordet lyder på 144 resp 233.

Dessa tal ingår i den berömda talföljden 1,1,2,3,5,8,13,21,34, ... Talen lanserades av matematikern Fibonacci (1200-talet) och kallas efter honom Fibonacci-tal. Varje tal fr o m det tredje är summan av de närmast föregående två talen.

Åtskilliga andra exempel kunde anföras, exempel som vittnar om hur talen, heltalen, kan vara konstitutionellt invävda i naturen. På ett förbluffande sätt dök kvadrattalen upp då schweizaren J.J. Balmer undersökte proportionerna mellan de våglängder som vår landsman Anders Jens Ångström uppmätt hos fyra vätespektrallinjer, nämligen värdena

$$H_a = 6562,10 \text{ Å}$$

$$H_b = 4860,47 \text{ Å}$$

$$H_c = 4340,1 \text{ Å}$$

$$H_d = 4101,2 \text{ Å}$$

Balmer fann att

$$H_a : H_b : H_c : H_d =$$

$$\frac{3^2}{3^2 - 2^2} : \frac{4^2}{4^2 - 2^2} : \frac{5^2}{5^2 - 2^2} : \frac{6^2}{6^2 - 2^2}$$

Därmed är vi tillbaka hos pythagoreerna, som ju höll heltalen för att vara konstituerande i tillvaron.

När eleverna i en klass efter sex, sju timmars arbete med stereometrisk konstruktion får ta kristaller i olika färger i handen och ”med egna ögon” se den geometri som de förut utvecklat, infinner sig en välgörande atmosfär av häpnad, en pythagoreisk stämning!

Det är sannolikt att Pythagoras var den förste i historien att spåra upp tal i musikens värld, då han knäppte på sitt monokord och lyssnade till tonintervallerna. Det visade sig att de fem första heltalen, 1,2,3,4 och 5 bygger upp den diatoniska skalan från grundtonen till dess högre oktav. Oktaven svarar mot förhållandet 2:1, kvinten mot 3:2, kvarten mot 4:3, etc. Septimens förhållande är

$$\frac{15}{8} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} \quad \text{Den är rätt dissonant.}$$

Starkt dissonant, som en ambulanssignal, är ”djävulsintervallet” tritonus, steget om tre heltoner från exempelvis c till fiss. Detta intervall är irrationellt (roten ur 2), dvs outtaltbart med heltal. Denna kvadratrot som först uppträdde i samband med kvadratdiagonalen, kom att skaka pythagoreernas filosofi. En kris som blev särskilt fruktbar under de senaste 200 åren av matematik och fysik.

Vad bör ingå i en naturmetod?

En naturmetod bör ta hänsyn till och ge rättvisa åt

1. människans natur, dvs elevernas utvecklingsbehov
2. matematikens natur
3. tal och former i naturen
4. tal och former i det som människan skapat, även i konsten

Punkt 1 och 2 motiverar skolmatematikens huvudkaraktär att vara övningsämne. Det som främst bör övas är tankeförmågan, förmågan att lösa problem.

Punkt 1 och 4 kräver att vi ger ordentligt utrymme åt tillämpad matematik.

Punkt 3 och 4, slutligen, föranleder oss att betrakta skolmatematiken även som något av ett orienteringsämne. Och med orientering ska då inte menas en mer eller mindre färglös information utan något som är ägnat att ge liv åt undervisningen och öppna fönster för eleverna ut i världen.

Till punkt 1 bör vi också räkna glimtar ur matematikens historia, glimtar om matematiker och deras bidrag till utvecklingen av åtminstone västerländska betraktelsesätt. Sådana glimtar blir vitaminer som ökar elevernas aptit och förbättrar atmosfären i lektionsarbetet. Den genetiska metoden – för att ta ännu en bild – kan emellanåt ge oss uppvindar i arbetet och ge eleverna upplevelser som stimulerar dem att med större positivitet ta sig an de mindre hisnande rutinövningar som tillhör skolvardagen.

Några litteraturtips

SIGMA, *En matematikens kulturhistoria* (FORUM)
Kline, M. (1968) *Matematiken i den västerländska kulturen*. Prisma.

Onstad, T. *Fibonacci-tallene*. *Normat*, Nordisk matematisk tidskrift, nr 1, 1991.

Midonick, H. *The Treasure of Mathematics*, del 1 och 2 (Pelican Books)

Ulin, B. *Att finna ett spår*. Utbildningsförlaget.

Dahl, K. (1991) *Den fantastiska matematiken*. Fischer & Co.