

Från det konkreta till det generella

Med hjälp av ett gemensamt problem för klassen kan alla elever delta, med olika angreppssätt och uttrycksformer. Eleverna kan få börja i det nära och konkreta, upptäcka matematiska mönster och skapa ett generellt uttryck eller en formel.

Tanken med de här problemen är att eleverna kan få börja tänka i det nära och konkreta, sedan få chansen att upptäcka matematiska mönster och slutligen få uttrycka mönstren med egna ord eller i generella termer. Problemen bör anpassas till elevgruppen så att alla elever i gruppen förstår problemet och har chansen att börja arbeta med det. Varje problem presenteras här därför i två versioner.

Ambitionen bör inte vara att alla elever ska klara att lösa samtliga deluppgifter, det gör inget om de når olika långt. Däremot är det tänkt att alla elever i en klass arbetar samtidigt med problemet, individuellt eller i små grupper. Man avslutar sedan med en gemensam redovisning av elevernas olika lösningar, där lärarens roll blir att lyfta fram och förtydliga matematiken i problemet och lösningarna. Någon bästa lösningsmetod bör inte framhållas utan klassen bör hellre premieras för sin samlade mångfald av lösningar och uttrycksformer. Att kunna växla mellan olika matematiska uttrycksformer och strategier är ju nycklar till framgång i matematik. Det sista delproblemet är tänkt som en liten diagnos, det ska visa om eleverna har förstått vilken matematik som ingår i problemet och kan tillämpa sina nyvunna kunskaper.

Cyklar

Utanför daghemmet Lillstugan står tre sorters cyklar: tvåhjuliga, trehjuliga och fyrehjuliga. Om man räknar alla hjulen är de tre gånger så många som cyklarna.

- Om det finns 12 hjul hur många cyklar finns det då av varje sort?
- Om det finns 21 hjul hur många cyklar finns det då av varje sort? Visa alla möjligheter.
- Antag att det finns n st fyrehjuliga cyklar. Här är n ett godtyckligt positivt heltal med vissa begränsningar uppåt. Ange ett generellt uttryck för hur många tvåhjuliga cyklar det finns då.
- Formulera ett matematiskt liknande problem. Lös det.

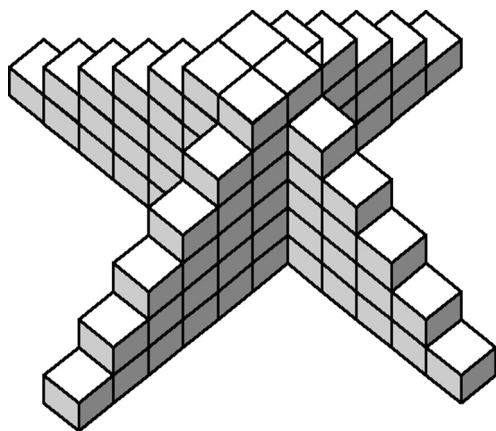
Exempel på enklare variant:

Utanför en cirkusvagn står cyklar: enhjuliga och trehjuliga. Om man räknar alla hjulen är de dubbelt så många som cyklarna.

- Om det finns 8 hjul hur många enhjuliga och hur många trehjuliga finns det då?
- Om det finns 20 hjul hur många enhjuliga och hur många trehjuliga finns det då?
- Beskriv hur man enklast kan komma på svaren.
- Hitta på ett liknande problem. Lös det.

Tornet

Här är en bild av ett torn, 6 kuber högt.



- Hur många kuber behövs för att bygga tornet på bilden?
- Hur många kuber behövs för att bygga ett liknande torn som är 8 kuber högt?
- Hur många kuber behövs för att bygga ett torn som är 100 kuber högt?
- Hur många kuber behövs för att bygga ett liknande torn som är n kuber högt?
- Formulera ett liknande problem. Lös det.

Exempel på enklare variant:

Här nedanför är en bild av ett torn som är 4 kuber högt.

- Hur många kuber behövs för att bygga tornet på bilden?
- Hur många kuber behövs för att bygga ett liknande torn som är 6 kuber högt?
- Hur många kuber behövs för att bygga ett liknande torn som är 15 kuber högt?
- Beskriv hur man enklast kan räkna ut hur många kuber som behövs.
- Hitta på ett liknande problem. Lös det.

Körsbär

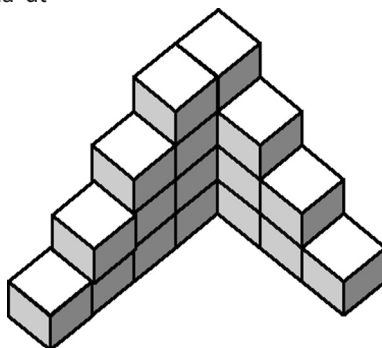
Syskonen Anna och Björn hade plockat körsbär. När deras syster Cilla kom hem utan körsbär delade de snällt med sig till henne. Anna gav henne en femtedel av sina och Björn gav henne tre sjundedelar av sina. Sedan hade alla tre lika många körsbär var. Alla körsbären var hela.

- Vem av Anna och Björn hade flest körsbär från början?
- Hur många körsbär kunde Anna respektive Björn ha haft innan Cilla fick sina?
- Skapa ett generellt uttryck med n för det möjliga totala antalet körsbär. Här är n ett godtyckligt positivt heltal. Visa att ditt generella uttryck stämmer för $n = 1, 2$ och 3 .
- Formulera ett matematiskt liknande problem. Lös det.

Exempel på enklare variant:

Anna och Björn hade plockat körsbär. Anna åt upp en fjärdedel av sina körsbär. Björn åt upp en tredjedel av sina körsbär. Sedan hade båda lika många körsbär kvar. Alla körsbären var hela.

- Vem av Anna och Björn hade flest körsbär från början?
- Hur många körsbär kunde Anna ha plockat? Hur många körsbär kunde Björn ha plockat?
- Hur många körsbär kunde de ha plockat sammanlagt? Beskriv hur man enklast kan räkna ut det.
- Hitta på ett liknande problem. Lös det.



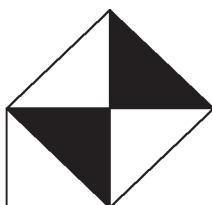
Triangelpyssel

David och Elin lägger mönster med svarta och vita trianglar.

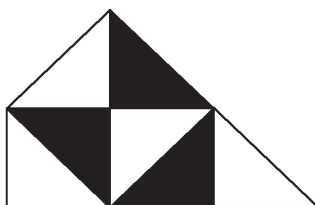
De lägger figurerna en och en och låter varje ny figur växa på ett bestämt sätt:



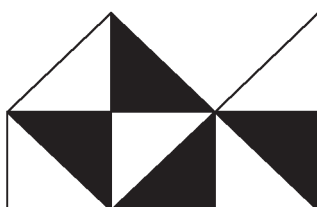
Figur 1



Figur 2



Figur 3



Figur 4



Figur 5

- a) Hur många vita och hur många svarta trianglar går det åt till Fig 7?
- b) Hur många vita och hur många svarta trianglar går det åt till Fig 20?
- c) Hur många vita och hur många svarta trianglar går det åt till Fig n ? Här är n ett godtyckligt positivt heltal.
- d) Hur många vita och hur många svarta trianglar går det *sammanlagt* åt till de n första figurerna? Här är n ett godtyckligt positivt heltal. Visa att ditt generella uttryck stämmer för $n = 1, 2$ och 3 .
- e) Formulera ett matematiskt liknande problem. Lös det.

Exempel på förenkling av problemet, med samma figurer:

- a) Hur många vita och hur många svarta trianglar går det åt till Fig. 7?
- b) Hur många svarta trianglar går det sammanlagt åt till de 7 första figurerna?
- c) Hur många svarta trianglar går det sammanlagt åt till de 20 första figurerna?
- d) Beskriv hur man enklast kan komma på svaren.
- e) Hitta på ett liknande problem. Lös det.