1,2C
4,6C

Area med stickor

PROBLEMLÖSNING – KREATIVITET – GEOMETRI

Avsikt och matematikinnehåll

Area med stickor är en intressant och innehållsrik aktivitet. Den engagerar såväl elever i grundskolan och på gymnasiet som vuxna. Aktiviteten lyfter fram det faktum att en given omkrets kan ge ytor med olika areor och den innehåller även en stor portion problemlösning.

Area med stickor är också ett bra exempel på en aktivitet där material inledningsvis är nödvändigt för alla, men där ett abstrakt och generellt matematikinnehåll sedan kan utvecklas i olika hög grad beroende på elevernas kunnande och intresse.

Förkunskaper

Grundläggande kunskaper om omkrets och area.

Material

12 stickor till varje elev eller par. Stickorna kan vara av vilket slag som helst, det enda som krävs är att de är lika långa. Prick- eller rutpapper, vilket finns för nedladdning på ncm.gu.se/matematikpapper.

Beskrivning

Aktiviteten beskrivs på elevsidan.

I praktiken händer alltid samma sak. Alla kommer snabbt igång med aktiviteten och de allra flesta hittar ganska enkelt månghörningar som är sju, sex och fem areaenheter. Men sen tar det tvärstopp för alla! Ganska snart inser de flesta att nu handlar det om att börja tänka på ett nytt sätt. I vilken utsträckning eleverna sedan kommer vidare beror till stor del på tidigare erfarenheter men också på deras fantasi, kreativitet och om de vågar prova helt nya sätt att lägga stickorna på.

Introduktion

Titta gemensamt på elevsidan och diskutera vad som menas med månghörningar. Andrejs Dunkels beskrev i *Geometri på ett bräde* månghörningar som kohagar; det ska vara möjligt för kossorna att komma åt att beta överallt i det inhägnade området. Det är en förklaring som många elever förstår.

Undersök också om alla elever förstår vad längd- och areaenhet innebär. Resonera om att det i denna aktivitet är helt ointressant hur lång omkretsen är i exempelvis centimeter eller hur många kvadratdecimeter stor arean är. Eftersom längdenheter (le) och areaenheter (ae) används är det möjligt att lika gärna använda sugrör, bambukäppar eller till och med mindre stockar ute på skolgården istället för små stickor.

Under arbetets gång kan många diskussioner uppstå om vad som är tillåtet. Betona att alla 12 stickor ska användas hela tiden. Inga stickor får brytas av och eftersom det hela tiden handlar om att göra månghörningar får det inte vara stickor som ensamma ”sticker ut” från figuren.

För att eleverna senare ska kunna diskutera sina lösningar är det viktigt att de ritar av sina lösningar och gärna också andra lösningsförslag även om de förkastas.

Uppföljning

Låt de elever som hittat lösningar för 4 areaenheter eller färre redovisa dem.

Erfarenheter

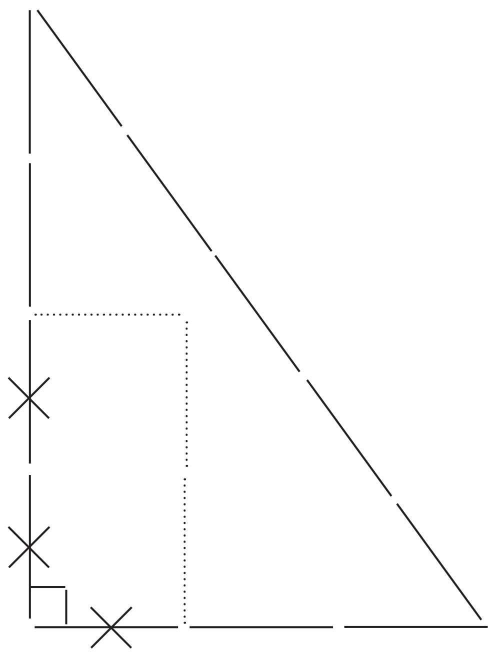
Var uppmärksam på elever som delar kvadrater av storleksordningen 1 ae till två kongruenta rätvinkliga trianglar. Resonera om hypotenusans längd. Eftersom den är $\sqrt{2} \approx 1{,}4$ räcker inte en sticka. Det är då vanligt att de tre stickorna "puttas samman" till en liksidig triangel. Uppmärksamma eleverna på att den inte har en area som är hälften av motsvarande kvadrats area eftersom triangelns yta har minskat. Hur stor är den liksidiga triangelns area? En bra utmaning!

Det är också vanligt att försöken med att finna 4 ae utmynnar i olika stjärnformer. Det går naturligtvis att finna en sådan stjärna, men då krävs det ett annat förfaringssätt än att med bara stickor "bevisa" att månghörningen är 4 ae.

Facit

Det går relativt enkelt att finna lösningar från 7 ner till 5 areaenheter. De flesta bygger på att "hörnen viks in" precis som på det exempel som visas på elevsidan. För 4 areaenheter visas här två lösningar, men det finns fler.

Lägg 10 stickor som en rektangel $1 \cdot 4 = 4$ ae. "Byt" en kortsida mot två stickor som bildar en triangel som sticker ut och lägg en motsvarande triangel på andra sidan som går inåt. I detta fall har det ingen betydelse hur stora trianglarna är eftersom de kompenserar varandra. Samma grundidé går att använda så att figuren får lite andra utseenden.



Lägg en så kallad egyptisk triangel, dvs en rätvinklig triangel med sidorna 3, 4 och 5 le. Det ger arean $3 \cdot 4 / 2 = 6$ ae. "Vik in" tre stickor, vilket medför att arean blir 2 ae mindre, alltså 4 ae. Genom att fortsätta "vika in" stickor går det enkelt att komma ner till 3 ae.

Utveckling

Eftersom *Area med stickor* tydligt visar att en omkrets kan ha många olika areor är det lämpligt att även göra en aktivitet som tar upp det omvända, dvs något som har en given area men med en omkrets som varierar. Tessellering är ett bra exempel på sådan aktivitet.

Gör en fördjupning om egyptiska trianglar.

Ursprung

Aktiviteten är översatt och bearbetad efter en idé i Ingvill Stedøys Matematisk koffert, se information på simplicatus.no

Problemet finns också publicerat av Martin Gardner – kanske var han allra först med det? Läs mer under Problemavdelningen i Nämnaren nr 3, 2010.

Att läsa

Furness, A. (1989). *Mätaren*. Solna: Ekelunds.

Persson, U. (2010). Problemavdelningen. *Nämnaren* 37(3), s 66–67.

Tiedemann, A. (1998). *Talens magi – Lustläsning för talfreaks*. Stockholm: Berghs.

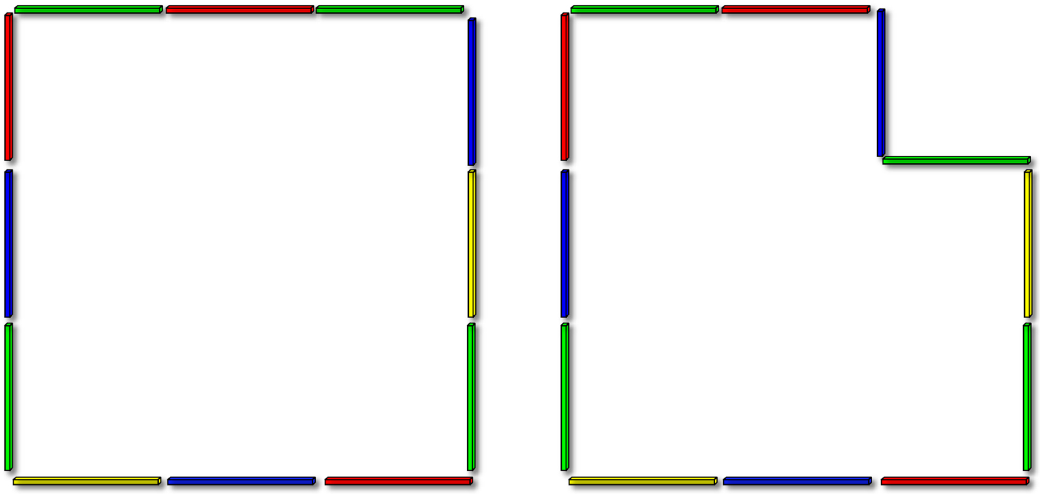
Area med stickor

Material

12 stickor, prick- eller rutpapper.

Månghörningar

Det finns många sätt att lägga månghörningar med 12 stickor så att arean är ett heltal. Här visas två exempel, den första månghörningen har arean 9 ae och den andra arean 8 ae. En areaenhet är här den kvadrat som kan läggas av fyra stickor, dvs sidans längd är en sticka.



Gör så här

Använd de 12 stickorna till att lägga olika månghörningar med en area på

- 7 areaenheter
- 6 areaenheter
- 5 areaenheter
- 4 areaenheter
- 3 areaenheter.

Dokumentera

Rita alla lösningar, och även försök till lösningar, på prick- eller rutpapper. Är det till och med möjligt att lägga månghörningar med ännu mindre area?