

Undersökande arbete som utvärdering

Max Stephens

Artikeln behandlar undersökande projekt och deras roll i matematikplan och utvärdering i delstaten Victoria i Australien. Alla elever försöker att få ett speciellt certifikat under sina två sista år på gymnasiet. För detta ska eleven ha genomfört samtliga kurser och moment med godkänt resultat. Här ges exempel på projektuppgifter och en beskrivning av hur de har utvecklats. Arbets sättet borde stimulera den svenska diskussionen om andra utvärderingsformer än traditionella prov. Det gäller både centralt och lokalt i grundskola och gymnasium.

Arbetet med undersökande projekt har fått en nyckelroll i de matematikkurser som ingår i VCE (Victorian Certificate of Education). Kurserna under de två sista gymnasieåren utgör en kombination av projekt, problemlösning och modellbyggande samt träning av basfärdigheter och tillämpningar. Under det sista året görs en utvärdering genom ett projekt som genomförs under en längre tid. Detta tillsammans med två mer traditionella centrala prov ligger till grund för slutbetyget som är underlag för antagning till högskola.

Malcolm Swan (1993) anger två nyckelprinciper som är nödvändiga för ett genomtänkt och balanserat bedömningsprogram. Dessa motiverar projekt som en del av VCE-matematiken.

- *Balans* – varje bedömning måste innehålla en serie uppgifter av varierande stil och längd som tillsammans speglar målen på ett balanserat sätt.
- *Relevans* – utvärderingen måste motsvara inlärningsaktiviteter av högt utbildningsvärde så att den tid man lägger ned på genomförandet innebär en tillgång snarare än en förlust för elevernas inläring.

Max Stephens is manager of Mathematics for Victorian Curriculum and Assessment Board, Carlton, Victoria, and is past president of the Australian Association of Mathematics Teachers.

Arbetskrav

Arbetskrav är en viktig del av matematikplanen och för alla andra studier inom VCE. De ska uppmärksammas av lärarna när de planerar och genomför sina kurser och för att se till att tillräcklig tid ägnas åt att uppnå kursens mål. Arbetskraven är direkt kopplade till kriterierna för godkänt resultat på en kurs och därmed ett medel för att hjälpa eleverna att uppnå kursens mål. Alla utvärderingsuppgifter relateras till ett eller flera av arbetskraven och därmed finns en direkt koppling mellan det som eleverna gör på varje kurs och hur deras arbete bedöms.

Tre krav gäller för varje matematikkurs:

- Undersökande projekt som inbegriper användning av matematik.
- Problemlösning och modellering: kreativ tillämpning av matematiska kunskaper och färdigheter för att lösa problem i okända omvärldssituationer

Amn. Max Stephens presenterade arbetet med utvecklingen av kursplaner, utvärdering och fortbildning vid ett besök i Sverige hösten 1993, på inbjudan av Skolverkets SOS-projekt. Översättning och bearbetning har gjorts av **Beth Thyr** och **Ronnie Ryding**. Vissa delar är originaltext, andra är "rakt översatta" vilket inte alltid ger texter som överensstämmer med vårt traditionella sätt att presentera skolmatematik.

- Färdighetsträning och standardtillämpningar: att studera matematik genom inlärning och tillämpning av algoritmer, rutiner och tekniker och användning av dessa för att lösa standardproblem.

Att genomföra ett projekt ger rikliga tillfällen till lärande i sammanhang där kunskaper kan komma till användning och där begrepp kan tillämpas i situationer som går tvärs över de vanliga ämnesgränserna.

Projektet som en del i utvärderingen speglar kursens mål som de uttrycks i arbetskraven. Det gör också att ett bredare spektrum av matematisk prestation värderas och belönas. Oftast belönar man annars bara de prestationer som ingår i tidsbegränsade tentor vid slutet av skolåret.

Vad ska eleverna göra?

Eleverna åtar sig ett projekt och arbetar med det både under och utanför lektionstid under en bestämd period. De presenterar resultaten av sina projekt i en rapport på ungefär 1500 ord. Den ska framhäva de matematiska aspekterna och de slutsatser man kommit fram till i sin undersökning.

Elevhäftet presenterar ämnet och flera möjliga utgångspunkter. Varje utgångspunkt ger en bestämd kontext för de förhållanden och samband som ska utforskas. Eleverna måste undersöka en av dessa utgångspunkter, antingen fördjupat eller på bredden.

Varje utgångspunkt innehåller förslag på hur man kan börja och ibland vissa steg som ska följas. Relationen mellan det genomgående temat och utgångspunkterna framgår av exemplen som följer. För att dessa samband ska kunna utforskas krävs att eleverna i sista gymnasieåret använder den matematik de har till sitt förfogande. Möjliga felkällor behöver identifieras och begränsningar behöver förklaras.

1993 fick eleverna 4 veckor på sig för att genomföra sina projekt. Vid slutet av första veckan skulle de ha valt en utgångspunkt och under andra veckan skulle de ha diskuterat sin projektplan med läraren. Det första utkastet till rapport skulle lämnas in

för kommentarer under tredje veckan så att tillräckligt med tid skulle återstå för att skriva den slutgiltiga versionen.

Utgångspunkterna kan undersökas längre och mer ingående än man normalt förväntar sig av eleverna i sista gymnasieåret. Eleverna är varken vetenskapsmän, matematiker eller drivna matematikförfattare. Dessutom är projektet tidsbegränsat. Elevhäftet innehåller därför noggrann vägledning.

Eleverna behöver identifiera nyckelvariablerna i sin undersökning. Det kan finnas för många variabler i en sådan situation för att behandlas matematiskt. De kanske behöver förenkla situationen de undersöker eller förutsätta att några variabler kan antas vara konstanta. De måste kunna motivera sina förenklingar. Detta kan vara lämpliga diskussionsämnen i klassen.

Efter att ha undersökt en situation med inledande antaganden kan eleverna behöva titta på samma situation från ett annat perspektiv, t. ex. genom att ändra på några av sina antaganden. Utgångspunkterna kan här innehålla konkreta förslag.

Att kunna utvärdera sina resultat är en central del av en matematisk undersökning. Under vilka omständigheter är det troligt att resultaten stämmer? Verkar de vara i linje med mina ursprungliga antaganden? Vilken är deras praktiska och matematiska betydelse?

För att skriva en rapport behöver eleverna noga överväga hur de ska relatera sina matematiska upptäckter och möjliga slutsatser till projektets matematiska mål. Lyckas de identifiera några genomgående mönster eller begränsningar?

Eleverna uppmanas att ha bedömningskriterierna till hands medan de förbereder sin projektplan, skriver första utkastet och framför allt när de utarbetar sina slutgiltiga versioner. Bedömningskriterierna som är kända av både lärare och elever pekar ut uppgiftens viktiga matematiska element.

Den rekommenderade utformningen av rapporten är till för att hjälpa eleverna att strukturera sina tankar genom stycken, underrubriker osv.

Tema: Exponentiella och logaritmiska skalor

Ditt projekt ska vara baserat på eller innehålla teorin för exponentiella eller logaritmiska skalor. Ditt projekt bör använda matematik från arbetsområdet *Förändring och approximation*. Du uppmanas att visa initiativ och att vara självständig vid genomförandet av ditt projekt.

Allmänna råd

I sambandet $y = e^x$ där y beror exponentiellt på x , kallas exponenten x för den naturliga logaritmen för y . Du bör känna till förhållanden som innehåller exponenter, såsom formeln för ränta på ränta. Målet med projektet är att undersöka sammanhang i vilka exponenter används för att mäta något kvantitativt. Många kvantiteter i vetenskap och i vardagsliv mäts faktiskt på det sättet, t. ex. styrkan av jordbävningar. Din uppgift är att förklara det exponentiella sambandet i ett eller flera fall och undersöka detta ingående.

Exponentiella samband ger tillfälle att använda flera delar av matematiken. Att förklara samspillet mellan exponentialfunktion och logaritm inbegriper begrepp som funktion och invers funktion. Exponentiella samband kan illustreras med hjälp av numeriska beräkningar, och genom att plotta på log-log eller lin-log papper. Den exakta betydelsen av logaritmer kan ges i algebraiska eller analytiska termer. Du uppmanas att konstruera och använda verkliga logaritmiska skalor i samband med några av de ämnen som föreslås för undersökning.

Ange vilken matematik du använder. Du kan välja att utveckla ett datorprogram till din hjälp eller använda ett befintligt datorprogram, men kom ihåg att ge din egen analys av problemet.

Utgångspunkter

Du får undersöka vilket ämne som helst som har anknytning till temat. Du måste diskutera ditt ämnesval och vilken anknytning det har till temat med din lärare. Exempelen nedan är möjliga utgångspunkter, men det är inte obligatoriskt att använda dessa. Du kan undersöka några eller alla punkter som tas upp i ett av följande ämnen:

Musik

- Hur kommer exponenter in i musikaliska skalor?
- Beskriv matematiskt fördelningen av banden på en gitarrhals.
- Beskriv den tempererade (liksvävande) skalan och hur den skiljer sig från ren harmonik.
- Beräkna skillnaden mellan den rena kvinten och kvinten i den tempererade skalan.

Vetenskapliga skalor

- Beskriv några logaritmiska skalor inom naturvetenskap, t.ex. dB, pH, Richterskalan, magnituden av stjärnor, färgkoden på motstånd.
- Samla och diskutera information om dessa skalor, t.ex. ljudstyrkan av typiska ljud, styrkan av jordbävningar eller stjärnors ljusstyrka.
- Varför använder man logaritmiska skalor för att mäta såna kvantiteter?
- Föreslå andra kvantiteter som det är lämpligt att mäta med logaritmiska skalor.

Logaritmer och beräkning

- Ta reda på Napiers, Briggs och andra matematikers bidrag till utvecklingen av logaritmer.
- Hur beräknades logaritmiska tabeller ursprungligen?
- Undersök sambandet mellan integration och logaritmer.
- Slå upp eller beräkna några exponentiella eller logaritmiska serier.
- Jämför den beräkningsmässiga prestandan av olika formler.

Tema: Att bestämma kurvor

Ditt projekt ska vara baserat på eller innehålla en undersökning om bestämning av kurvor. Du bör använda matematik från arbetsområdet *Förändring och approximation*. Du uppmanas att visa initiativ och att vara självständig i genomförandet av ditt projekt.

Allmänna råd

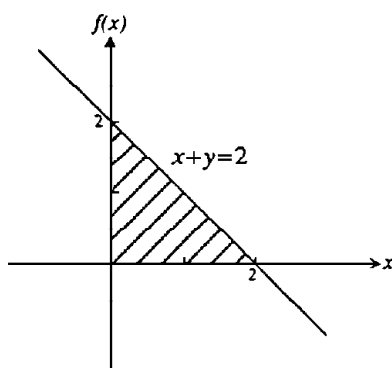
För att lösa ett matematiskt problem är det ofta nödvändigt att hitta en viss linje eller kurva som kan anpassas till en bestämd serie av punkter. Du har antagligen beräknat ekvationen för en rät linje genom två punkter. Du kommer ihåg att det bara finns *en* rät linje som går genom två givna punkter. Vi säger att de två punkterna bestämmer linjen.

En given punkt och en given lutning bestämmer också en viss linje. Men bara en punkt är inte tillräckligt.

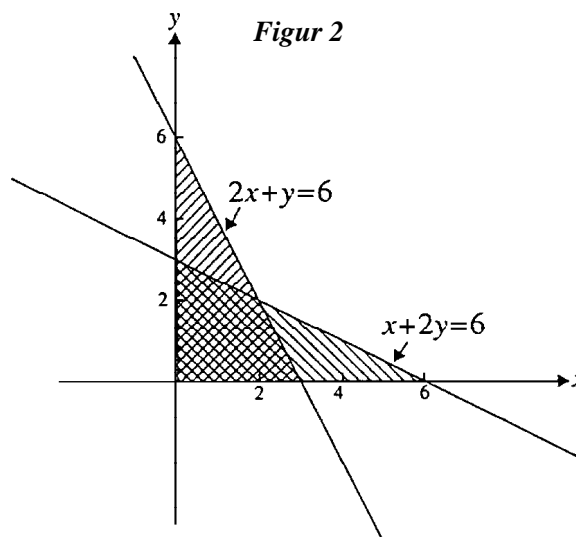
Ibland, men inte alltid, kan en linje bestämmas utifrån en punkt på linjen och arean som ligger mellan linjen och de positiva delarna av koordinataxlarna. Linjen $x + y = 2$ (Figur 1) är den enda linjen som passerar igenom (1, 1) och bildar en area av två areaenheter med de positiva delarna av koordinataxlarna. Därför bestämmer dessa två uppgifter linjen.

För punkten (2, 2) och en omsluten area på nio areaenheter kan både $x + 2y = 6$ och $2x + y = 6$ ritas, så den givna informationen bestämmer inte entydigt en linje. (Figur 2).

Figur 1



Figur 2



I detta projekt ska du utforska vilken information som kan användas för att bestämma kurvor och vilka kurvor som passar vissa uppsättningar information.

Information som du får använda för att bestämma kurvor är: punkter, lutningar, arean under kurvan, symmetri, asymptoter, extrempunkter. Börja med att begränsa din undersökning till enkla typer av kurvor, t. ex. räta linjer eller parabler, och välj punkter och annan information som underlättar ditt arbete. Generalisera ditt arbete efter att ha studerat specifika fall.

Exempel på typer av kurvor är räta linjer, cirklar, kvadratiske ekvationer av typen $y = ax^2 + bx + c$, tredjegrads ekvationer, trigonometriska, och exponentiella funktioner.

Kom ihåg att du måste bevisa två saker för att verifiera om en given serie information bestämmer en kurva av en given typ:

- 1 att det finns en kurva av den typen som passar informationen (det betyder oftast att man måste beräkna kurvans ekvation)
- 2 att ingen annan kurva av den typen passar informationen.

Ange vilket område av matematiken du använder: *analytisk geometri, analys eller algebra*. Du kan välja att utveckla ett eget datorprogram till din hjälp eller använda ett befintligt program men kom ihåg att ge din egen analys av problemet.

Utgångspunkter

Du får undersöka vilket ämne som helst som har anknytning till temat. Du måste diskutera ditt ämnesval och vilken anknytning det har till temat med din lärare. Nedan följer fem möjliga utgångspunkter men det är inte obligatoriskt att använda dem. Om du inte använder en av utgångspunkterna nedan ska du ha "Ämnesgodkännande" från din lärare.

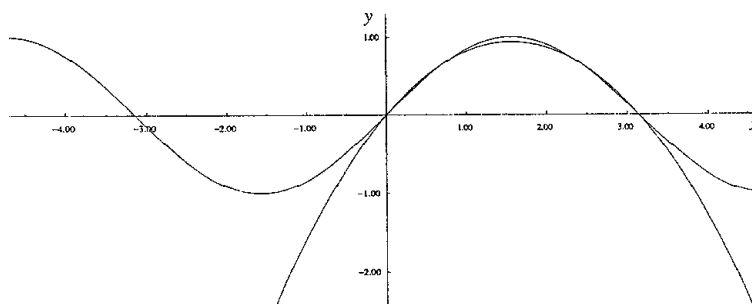
Varje utgångspunkt innehåller några frågor för att vägleda din undersökning och ger anvisningar för hur du kan utvidga den.

1. Kurvor genom serier av punkter.

- Betrakta de tre punkterna $(1, 0)$, $(3, 1)$ och $(5, 6)$. Ta reda på några kurvor av olika typer som passerar genom dessa punkter. Vilka av kurvorna är bestämda av de tre punkterna?
- Identifiera några typer av kurvor som inte kan passera igenom alla de ovannämnda punkterna.
- Undersök problemen i a) och b) ovan för att hitta andra serier med tre punkter och serier med fler än tre punkter.
- Välj nu en typ av kurva. Identifiera de egenskaper som dina serier av punkter måste ha för att det ska finnas kurvor av din utvalda typ som passerar igenom dem (Du kommer att kunna hitta en cirkel som passerar genom vilka tre punkter som helst som inte ligger i rät linje.)
- Undersök d) ovan för andra typer av kurvor.

(2 – 4 Visas ej här.)

5. Att approximera en komplicerad funktion med enklare funktioner.



Figuren visar grafen $y = \sin x$ och grafen $y = -0.38x(x - \pi)$. Grafen av andragradsfunktionen är lik grafen av $\sin x$, dock bara när x ligger mellan 0 och π . Räknemaskiner använder enklare funktioner som polynom för att beräkna värdena av komplicerade funktioner som $\sin x$ i ett visst intervall.

- Välj en funktion och ett intervall för funktionen (som $\sin x$ eller e^x eller \sqrt{x}). Sök en tredjegradskurva i ditt intervall som är så nära grafen av din funktion som möjligt.
- Hur mätte du så nära som möjligt? Du får uppfinna en egen metod och beskriva det tydligt. Är den tredjegradskurva som du har hittat den närmaste som finns?
- Kommer en annan tredjegradskurva att behövas för att approximera din funktion över ett annat, kanske större, intervall? Illustrera ditt svar genom att ta reda på en tredjegradskurva som är nära din funktion över ett annat intervall. Är din kurva den bästa approximerade kurvan i detta intervall?
- Kan approximationen förbättras genom att använda en annan typ av kurva? Skulle det vara bättre att använda polynom av grad 4 eller av högre grad? Skulle det vara bättre att använda en kombination av funktioner (t.ex. en serie av linjestycken, delar av två parabler, o.s.v.)?

Tema: **Matematiska modeller och förändring**

Ditt projekt ska vara baserat på eller innefatta matematiska modeller och förändringshastighet. Du bör använda matematik som passar inriktningen *Change and Approximation*. Du uppmanas att visa initiativ och att vara självständig i genomförandet av ditt projekt.

Allmänna råd

I denna uppgift ska du undersöka sättet på vilket olika variabler är relaterade i en matematisk modell av en verklig situation. Du uppmanas att undersöka kopplingen mellan förändringsgrader av olika variabler i modellen.

Som ett enkelt exempel, fundera på vad som händer när du häller vätska i en behållare. Självklart är det så att ju snabbare du häller desto snabbare förändras vätskans höjd. Vätskans höjd är en funktion av volymen av vätska som hälls i behållaren. Hur snabbt höjden förändras beror på hur snabbt man häller och på behållarens form. I en cylindrisk behållare är förändringshastigheten av höjden direkt proportionellt mot hällningshastigheten, men om behållaren har en mer komplex form (t.ex. en konisk flaska) kommer detta förhållande att vara mer komplicerat.

Det kan vara lämpligt att i vissa fall utföra enkla experiment för att få en uppfattning av vad som händer, men det är väsentligt att du utvecklar en matematisk modell som representerar läget och att du använder matematiska tekniker för att fastställa resultat och samband. (Det kan naturligtvis vara lämpligt att jämföra matematiska och experimentella resultat men bara experiment är inte tillräckliga).

Där du använder en matematisk funktion som härleder sig från ett experiment eller data är du inte tvungen att ge ett teoretiskt försvar för ditt val av funktion.

Matematiska modeller

I utvecklingen av en matematisk modell för att representera någon av situationerna som anges i utgångspunkterna kan följande råd vara till hjälp:

1. Ge förutsättningar som förenklar en verklig situation. I exemplet ovan kunde du ignorera avdunstning eller anta att en behållare är perfekt cylindrisk. Ta hänsyn till de sannolika effekterna av dessa antaganden på dina resultat.
2. Identifiera nyckelvariablerna i din modell. Om det finns för många variabler att ta itu med från början, anta att några av dem är konstanta så att du får ett problem som du kan bearbeta matematiskt. Valet av konstanter kommer generellt att vara upp till dig men du bör fundera på att göra realistiska val.
3. Om du känner att du har undersökt en modell till fullo med de antaganden du har gjort kan det vara möjligt att ändra på ett eller flera av dina antaganden. I de flesta fall föreslås i utgångspunkterna hur detta får göras.
4. I varje etapp bör du försöka att utvärdera vad dina resultat säger dig. Titta försiktigt på intervallet i vilket dina resultat kan vara giltiga och försök avgöra vad som kan hända med extrema värden på dina variabler. Fundera på den praktiska betydelsen av dina resultat.

Utgångspunkter

Du ska undersöka en av följande utgångspunkter. Du ska bekräfta ditt val av utgångspunkt med din lärare (helst före slutet av den bestämda tidsperiodens första vecka).

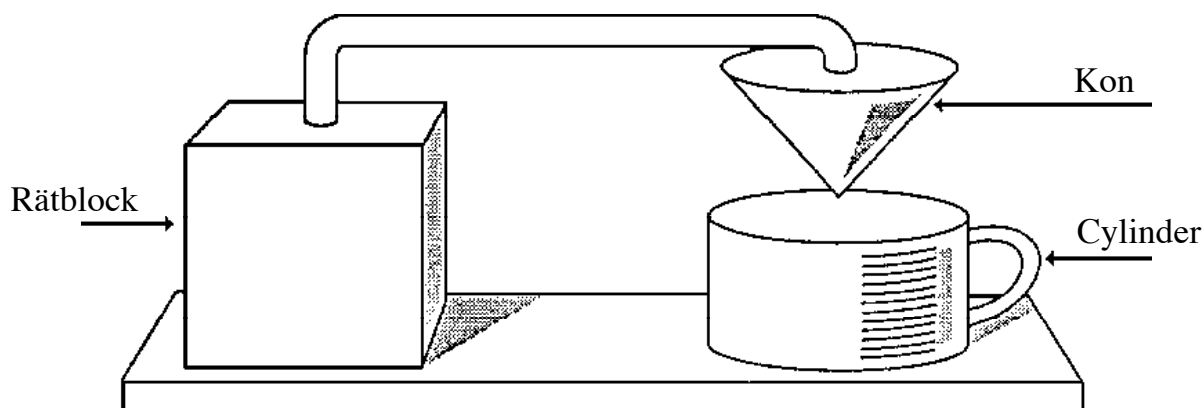
1. Kaffebryggare

I denna utgångspunkt ska du undersöka sambanden mellan vätskeströmningen i de olika delarna av en kaffebryggare. Du ska undersöka förhållandet mellan höjden och volymen av vätskan och hur detta varierar med tiden.

En kaffebryggare består av tre kopplade behållare. Vatten värms i en behållare, pumpas till filtret som innehåller filterpappret och kaffet och sen droppar vattnet ned i kaffekannan.

A. Att arbeta med en enkel modell

Du bör anta att vatten dras upp från en behållare som kan betraktas som ett rektangulärt prisma och sen pumpas till ett filter som har formen av en inverterad cirkulär kon. Det droppar sen in i en cylindrisk kaffekanna.



- Antag, till att börja med, att vattnet pumpas in i filtret med en konstant hastighet, och att filtret är blockerat. Det betyder att vi bara tittar på det första stadiet av förflyttning av vätska, genom att använda en strömningshastighet som tillåter en liter vatten att passera in i filtret under 15-20 minuter och genom att anta att filtret är stort nog för att hålla den mängden vatten. Bestäm hastigheten med vilken volymen och höjden av vatten i filtret ändras med tiden. Skissa grafer över förändringshastigheterna som du har funnit.
- Från formlerna för förändringshastighet bör du nu kunna hitta formler för volym och höjd som funktion av tid, genom integrering eller på annat sätt.
- Titta nu på det andra stadiet av vätskeförflyttning. Tänk dig att filtret är fyllt av vätska. Låt vätskan från filtret strömma in i kannan utan att något mer vatten pumpas in i filtret. Anta att strömningshastigheten är proportionell mot kvadratroten ur h där h är höjden av vätska i filtret vid tiden t . Hitta formeln för förändringshastighet med avseende på tiden för höjden och volymen av både vätskan som återstår i filtret och vätskan som fyller kannan.
- Från de olika formlerna för förändringshastighet bör du nu genom integrering kunna hitta formler för volymen och höjden av vätskan i kannan som funktion av tid. Alternativt kan du skissa grafer över förändringshastighetsfunktioner för att beskriva förloppet i systemet.

B. Att utvidga modellen

Här är några förslag på att utvidga den enkla modellen ovan. Du ska välja ett av dessa eller ett liknande alternativ.

- Betrakta hela systemet fungerande på en gång. Undersök speciellt höjden av vätskan i filtret när vatten hålls i och droppar ut ifrån filtret.
- Du kanske vill undersöka kannor av olika form och/eller problemet var man ska placera streck som visar koppgraderingar på kannans sida. Vilken kopp fylls snabbast?
- Antagandet att vatten strömmar in i filtret med en konstant hastighet är tvivelaktigt. I praktiken börjar det långsamt, når sen sitt maximum och avtar. Hitta en enkel funktion med de egenskaperna över ett lämpligt intervall, och undersök effekten av att använda den som ett mått på förändringshastigheten av höjden och volymen av vatten i filtret.

Likheter och skillnader 1991–93

Efter försöket 1989 har stora delar av projektet förblivit oförändrat. Varje år har ett ämne formulerats av en grupp lärare, matematiker och matematikutbildare. 1991 var temat *Exponential and logarithmic scales* i kursen *Change and Approximation*. Året därpå var temat *Determining curves*, följt 1993 av *Mathematical modelling and rates of change*.

Ämne och utgångspunkter har planerats för elever med varierande matematikkunskaper. Projektet måste vara så öppet att det tillåter eleverna att följa olika undersökningsvägar inom temat. Genom åren har kontexter och teman innehållit inslag från teoretisk och tillämpad matematik samt matematiska modeller.

Lärarnas roll för att stödja elevernas arbete är specificerade i förutsättningarna. Dessa kräver att eleverna rådgör med sina lärare i valet av ämne. Lärarna ska se till att det valda ämnet är relaterat till temat på ett lämpligt sätt. Man förväntar sig också att lärarna ska observera och kommentera elevernas arbete medan de utarbetar sin rapport och kommentera minst ett utkast innan den slutgiltiga rapporten överlämnas för bedömning. Lärarens roll när det gäller att hjälpa elever att välja utgångspunkt framgår av 1991 års projekt. Sättet på vilket temat och utgångspunkterna utarbetats liknar de två föregående. Temat beskrevs och sen följde flera möjliga utgångspunkter. (Se CAT 1991 sid 18)

Bara 3 av 5 möjliga utgångspunkter beskrivs här. De två andra är *The slide rule* och *Measurement of information*. Det är också viktigt att notera att eleverna tilläts undersöka vilket ämne som helst som var relaterat till temat. Vad beträffar utgångspunkterna så hade eleverna frihet att "undersöka några eller alla punkter som tas upp." Sådan tolkningsfrihet är ämnad att ge eleverna möjligheter att åta sig undersökningar efter eget intresse och förmåga. Men i ett omfattande bedömningsprogram, där resultaten av bedömningar har en omedelbar inverkan på elevernas intagning till universitet, så finns det problem med att

tillåta en sådan tolkningsfrihet av tema och utgångspunkter. Medan bara en minoritet valde att undersöka ämnen som inte var med på listan (t. ex. en undersökning om klassifikationen av storleken på metkrokar) så uppstod däremot problem med att jämföra bedömningar av elever som hade valt att undersöka olika delar av samma ämne. Det fanns också ett flertal skolor där temat tolkades på ett annat sätt än vad som avsågs i elevhandledningen.

Följande år försökte man övervinna dessa svårigheter genom att ge mer detaljerade råd. 1992 fick eleverna åta sig en undersökning som inte fanns angiven i elevhandledningen. Detta krävde att läraren fick "Topic approval" av ordföranden i den lokala bedömningsgruppen. I själva verket valde nästan alla elever en av fem givna utgångspunkter, av vilka två visats. (Se CAT 1992 sid 19)

Med mer specificerade utgångspunkter fick man en mer konsekvent tolkning av teman skolor emellan. Denna skärpta struktur gav fortfarande betydlig och rimlig omfattning för eleverna att utforska ett ämne. Dock har det kostat en del, som John IZARD och Chris HAINES påpekar

... the constraints of making the task the same for all have eliminated several critical features of authentic assessment. The assessment gathers no evidence on a candidate's ability to choose an issue worthy of investigation, to decide where to obtain relevant information, to consider the costs of collecting the information ... or to test results of an investigation in another context to gauge generalisability. .

Den nya formen fick fortfarande kritik för oklarhet i de avslutande förslagen till utgångspunkter. I utgångspunkt 1, t. ex., blev eleverna uppmanade att "undersöka andra typer av kurvor." Det var inte klart hur många "andra typer av kurvor" som skulle undersökas. Lärare och elever sökte klara gränser för omfattningen av undersökningarna. Många elever lade faktiskt ned mycket mer tid än de rekommenderade 20 timmarna. De arbetade under sex eller åtta

veckor, och överlämnade rapporter långt över 20 sidor långa. I viss mån var detta en följd av att ha ett fast slutdatum, medan startdatum avgjordes av skolorna.

1993 introducerades bestämda datum för projektets början och slut. Eleverna var tvungna att försöka sig på en av de givna utgångspunkterna. Det fanns klarare anvisningar för vad eleverna förväntades göra. I temat *Mathematical modelling and rates of change* fick eleverna börja med en enkel modell och sedan utvidga denna på ett av flera möjliga sätt. En utgångspunkt innebär att eleverna skulle undersöka strömning av vätska in och ut genom en kaffebryggare. (Se CAT 1993 sid 21)

Rapporter med denna utgångspunkt uppvisade ett spektrum av metoder. Några omfattade datorproducerade arbetsblad och grafiska analyser av effekten av förändringskonstanter såväl som mer traditionella algebraiska metoder.

Förändring och utveckling

Vad förblir detsamma?

- En central grupp fastställer ett tema för undersökande projekt varje år.
- Skolor underrättas om det matematiska innehåll som man anser som centralt för det projekt som ska genomföras under det följande året.
- Lärare och elever får riktlinjer för utformning.
- Fastställda villkor för projektet klargör lärarnas roll i att verifiera elevernas arbete, att stödja eleverna när de planerar sina rapporter, och att kommentera det första utkastet till rapport.
- Kriterier för bedömning av rapporter diskuteras med lärarna på möten som hålls i början av skolåret, och ett kommenterat urval av rapporter som representerar ett spektrum av slutbetyg från föregående år publiceras.
- De första betygen som lärarna sätter kontrolleras inom en grupp lokala skolor. Ett urval rapporter för normering tas

från varje skola i staten och betyg bekräftas eller ändras.

Förändringar som gjorts nyligen.

- En bestämd fyraveckorsperiod har introducerats för att genomföra projektet och skriva klart rapporten.
- En maximal gräns för antal ord har fastställts till 2000 ord och de delar av en rapport som överskrider denna gräns blir inte bedömda.
- Förhållandet mellan tema och möjliga utgångspunkter har klarlagts.
- När det gäller utgångspunkterna har eleverna fått mer detaljerad vägledning om den avsedda omfattningen.
- Förbättrade procedurer för bedömning av rapporter inkluderar kravet att eleverna ska föra dagbok som ska innehålla alla anteckningar och utkast, och som ska lämnas in till läraren tillsammans med den slutgiltiga rapporten.

Sammanfattning

Erfarenheterna av projektet inom VCE-matematiken har visat att följande punkter är viktiga:

- att välja tema och utgångspunkter som ger rikliga möjligheter att undersöka matematik som hör till kursplanen,
- att garantera enhetliga tolkningar av tema och utgångspunkter,
- att anpassa undersökningen till elevernas kunskapsnivå och den matematik som är central i deras aktuella program,
- att utveckla den matematiska formuleringen av temat så att undersökningen ger eleverna goda möjligheter att utveckla sitt matematiska kunnande,
- att hjälpa lärarna att integrera ett undersökande projekt med den aktuella kursens matematiska innehåll,
- att ge råd och resurser till lärarna så att de kan hjälpa elever med projekt som är baserade på ett stort utbud av utgångspunkter,

- att sätta rimliga gränser för elevernas och lärarnas arbetsinsatser,
- att ge vägledning för lärarna när det gäller att sätta betyg och att jämföra betygssättningen mellan skolorna.

Referenser

Mathematics Study Design (1990). Victorian Curriculum and Assessment Board, Carlton, Victoria.

Izard, J. and Haines, C. (1993). Assessing oral communications about mathematical projects. In M. Stephens, A. Waywood, D. Clarke and J. Izard

(Eds.) *Communicating mathematics: perspective from classroom practice and current research*. Hawthorn, Victoria: Australian Council for Educational Research.

Stephens, M. (1993). Valuing and fostering mathematical writing in Victorian Certificate of Education. In M. Stephens, A. Waywood, D. Clarke and J. Izard (Eds.) *Communicating mathematics: perspective from classroom practice and current research*. Hawthorn, Victoria: Australian Council for Educational Research.

Swan, M. (1993). Improving the design and balance of assessment. In M. Niss (ed.) *Investigations into assessment in mathematics education: an ICME Study*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.