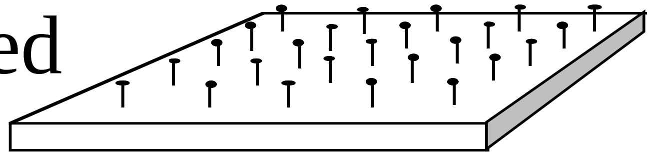
Geometri med geobräde



Ingvar O. Persson

Ett förnämligt hjälpmedel i den grundläggande geometriundervisningen är geobrädet. Det kan också användas för att presentera utmanande frågeställningar. Här ges några exempel som antyder möjligheterna och presenteras aktiviteter att pröva i den egna klassen.

Vid den grundläggande geometriundervisningen kan geobrädet användas som ett av flera hjälpmedel. Elever som arbetar med geobräde kan t ex på ett mycket konkret sätt få erfara skillnaden mellan begreppen area och omkrets samt hur dessa kan varieras på olika sätt.

Hjälpmedlet kan användas av lärare och elever från förskolan till högskolan. Geobrädet består av en träplatta med ett regelbundet kvadratiskt mönster av spikar. När man arbetar med brädet används gummisnoddar, gärna i olika färger. De exempel som kommer att behandlas i det följande, hänför sig till geobräden med 25 spikar och storleken sexton rutor eller areaenheter.

Litet historik

Geobrädet vänder sig till alla som vill arbeta laborativt med matematik. I boken *Geometri på ett bräde* (1983) av Andrejs Dunkels aktualiseras detta hjälpmedel som tidigare varit okänt för många i Sverige. Det är genom Dunkels som jag kommit i kontakt med geobrädet och inspirerats att arbeta med detta hjälpmedel.

Idén till geobrädet tillskriver Dunkels den brittiske matematikpedagogen Caleb Gattegno. Det har således använts sedan början av 1900-talet. I matematikdidaktisk litteratur, såväl svensk som internationell, ges numera ofta hänvisningar och exempel där detta flexibla hjälpmedel används för att konkretisera problemställningar, främst inom geometriområdet.

Geometrins ställning har skiftat i grundskolans läroplaner. I Lgr 62 var det fortfarande till stor del euklidisk geometri som gällde. I Lgr 69 tonades denna geometri ned. I stället betonades avbildningsgeometri. Undervisningen fokuserades kring t ex speglingar och vridningar. I Lgr 80 betonas anknytningen till vardagen och geometrins roll att ”organisera uppfattningen om sin omgivning”. I de senaste kursplanerna från 1994 och 2000 har geometrin fått en mera framskjuten placering. Inte minst betonas rumsuppfattning, olika uttrycksformer och resonemang, som lyfter fram geometriska begrepp och samband.

Dunkels menade (1983) att geometrins historiska utveckling kan sammanfattas under rubrikerna

1. Mönster och ornament
2. Experiment
3. Deduktion

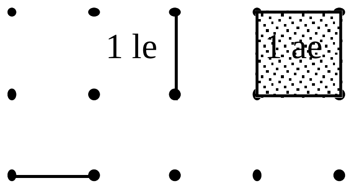
Genom att använda geobrädet i undervisningen kan man följa denna utveckling. På ett naturligt sätt uppehåller vi oss länge vid experimenterandet. Genom geobrädets stora flexibilitet ges möjligheter att snabbt variera de egna figurerna och på så sätt undersöka flera möjligheter. Under denna experimentfas är geobrädet överlägset papper och penna. Därefter sker på ett nästan självklart sätt övergången till användning av papper och penna för att dokumentera tankar och figurer. Slutligen vidtar reso-

Ingvar O. Persson *är lärarutbildare i matematik vid Lärarhögskolan i Stockholm.*

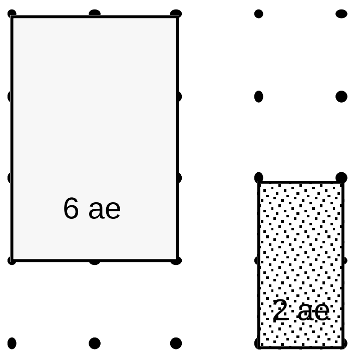
nemang om frågor med allmänna slutsatser och konsekvenser.

Geobrädet uppfyller som jag ser det därmed ett viktigt krav på ett laborativt hjälpmedel, nämligen att så småningom bli komplementärt och slutligen praktisk taget överflödigt. Tänkandet kan exemplifieras, dokumenteras och generaliseras.

Ett sätt att orientera in sig på Geobrädet är att definiera avståndet mellan två spikar som en längdenhet (1 le). Då avses längden av en sträcka som är parallell med geobrädets sidor. Ett område som begränsas av fyra sådana sträckor, kallar vi en ”ruta” med arean 1 areaenhet (1 ae.)

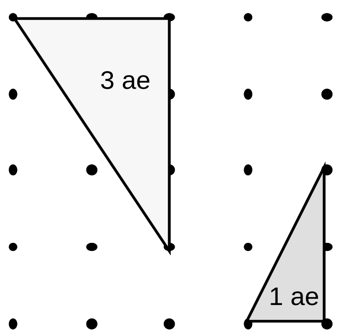


Rektangelområdena nedan har storleken 6 respektive 2 areaenheter (ae).

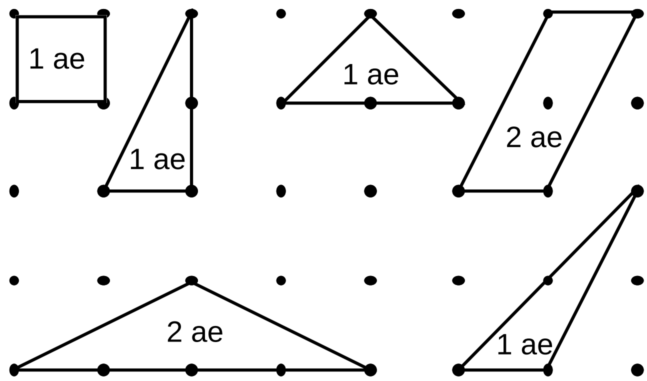


När vi arbetar med geobräde är det nödvändigt att rita av figurerna på t ex prickpapper för att komma ihåg dem.

Om vi delar ovanstående områden längs en diagonal, så får vi triangelområden som har hälften så stor area som rektanglarna, dvs 3 ae och 1 ae.



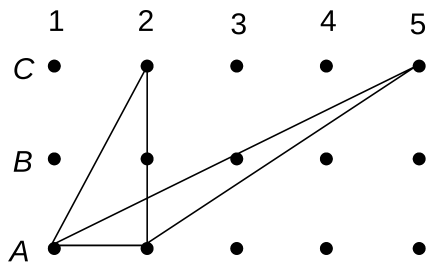
Redan efter dessa inledande exempel kan vi börja leta efter flera trianglar och fyrhörningar som har storleken 1 ae eller 2 ae, se exempel nedan. Kom ihåg att rita på prickpapperet och fundera över hur olika områden kan sättas ihop och delas upp.



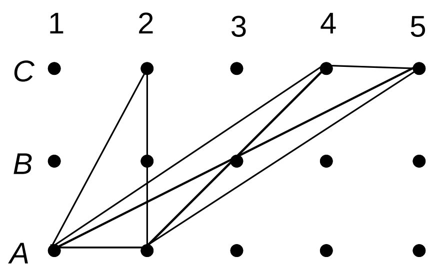
Geobrädet är dynamiskt

Genom t ex fördubblingar och halveringar kan vi jämföra storlek av olika områden.

Exempel
Vi jämför storleken av två triangelområden, som vi spänt upp på geobrädet.



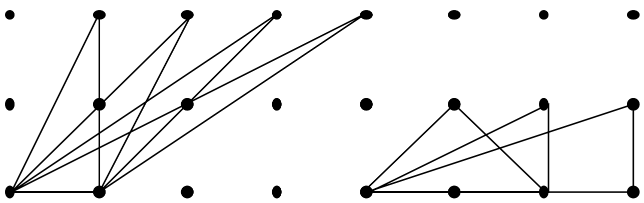
Vi lyfter gummisnodden vid C5 så att vi får en parallellogram A1, A2 C5, C4.



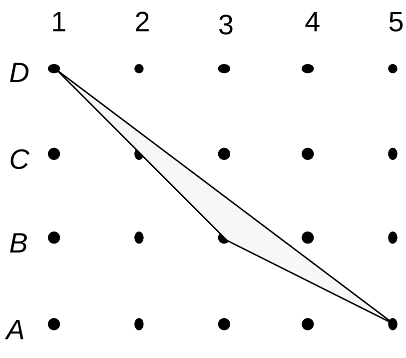
Parallellogrammen är dubbelt så stor som den föregående triangeln, eftersom linjen A1-C5 är diagonal i parallellogrammen. Nu halverar vi parallellogrammen längs A2C4 och får en ny triangel som är lika stor som A1, A2, C5. Därefter upprepar vi detta förfarande via C3 och C2 och ser då att trianglarna A1, A2, C2 och A1, A2, C5 är lika stora, 1 ae. Därmed har vi också funnit flera triangelområden med storleken 1 ae.

Det finns många olikformiga trianglar med storleken 1 ae som går att spänna upp på geobrädet.

De sju som visas i figuren är de sju som först brukar dyka upp när elever får börja söka efter olika alternativ. Arean kan också beräknas som basen gånger höjden dividert med två.

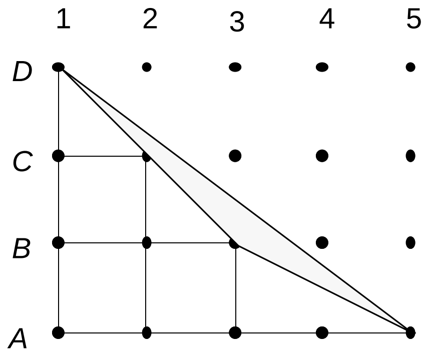


Hittills har jag av elever och kursdeltagare fått förslag på 17 st olikformiga trianglar med storleken 1 ae. Jag vet inte hur många det kan finnas på ett geobräde med 25 spikar. Antalet fylls på hela tiden. Detta visar något av tjusningen med detta hjälpmedel tycker jag. Hittar du fler än sjutton tar jag gärna emot dina förslag. Det är tillåtet att använda flera gummisnoddar. Vid ett tillfälle när vi funnit de sju ovanstående trianglarna konstruerade en elev i årskurs åtta den här triangeln på geobrädet.



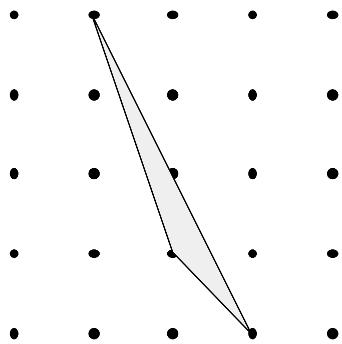
När jag frågade honom hur han visste att den hade storleken 1 ae svarade han. *”Jag vet inte säkert, men jag känner det på mig!”*

Jag såg inte heller direkt hur stor den var, så vi funderade alla en stund. Den lösning som övertygade oss om att den var 1 ae var följande.



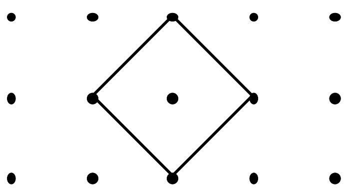
Vi ramade in triangeln med den stora triangeln A1, D1, A5. Denna triangel har storleken 6 ae. Att det skuggade området är 5 ae är ganska lätt att inse. Det består av tre hela och två halva rutor samt en triangel som är 1 ae. Därav följer att triangeln D1, B3, A5 har storleken 1 ae.

Vi klarade inte av att lösa uppgiften med hjälp av den vanliga formeln för area. Metoden växte fram som en önskan att övertyga oss om att hypotesen stämde. Genast framhöll då en annan elev att han också hade en liknande triangel som var 1 ae och med samma metod kunde vi se att det stämde.



Behov av ”nya tal”

I föregående övningar har vi kunnat se olikheter mellan omkrets och area. I en kvadrat med arean 1 ae är alla sidor 1 le. Omkretsen är 4 le. När arean är 4 ae är har sidorna storleken 2 le och omkretsen är 8 le. Arean kan beräknas som ”sidan gånger sidan”. Nu spänner vi upp en sned kvadrat.



Vi kan konstatera att arean är 2 ae, men hur lång är sidan? Vi ser att den är diagonal i en ruta.

Vilket tal multiplicerat med sig självt blir 2? blir den fråga som väcks. Talet måste vara större än 1 och mindre än 2. Om vi prövar med miniräknaren kan vi ana att talet ligger mellan 1,41 och 1,42, eftersom 1,41 gånger sig själv är 1,9881 och 1,42 gånger sig själv är 2,0164. Om man fortsätter pröva olika tal, ser man att det inte går att komma fram till ett tal som gånger sig självt är 2. Här kan det finnas anledning att definiera vad vi menar med kvadratrot.

Därefter kan vi konstruera andra sneda kvadrater och söka kvadraternas areor och sidornas längder.

Referenser

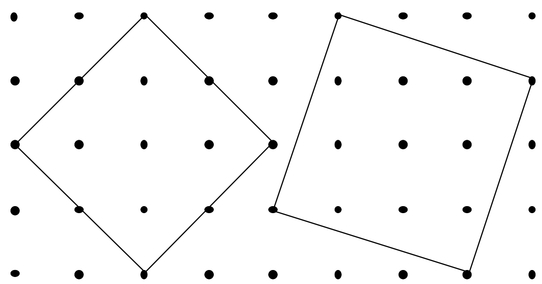
Dunkels, A. (1983). *Boken om geometri på ett bräde*. Göteborg: Förlagshuset GOTHIA.

Dunkels, A. (1983). Uppslaget. *Nämnaren 9(3)*, 39-43.

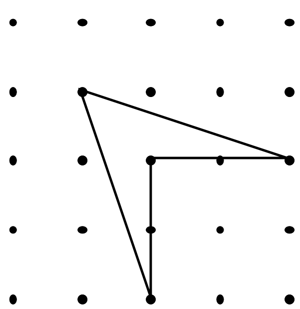
Några övningar

1 Gör så många olika ”raka” kvadrater du kan komma på. Anteckna storlek och antal. I ”raka” kvadrater är sidorna parallella med geobrädets sidor.

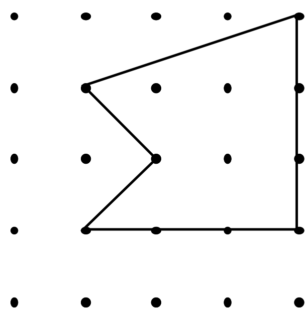
2 Hur stora är kvadraterna nedan? Beskriv hur du får fram areorna och kvadraternas sida.



3 Hur stor är fyrhörningen nedan? Beskriv hur du tänker.



4 Den här femhörningen är 6,5 ae Beskriv hur man kan se det.



5 Gör så många *olika* trianglar med storleken 1 ae som du kan komma på. Rita av dem på ett prickpapper.

6 Gör några trianglar med arean 2 ae och några med arean 3 ae. Rita av trianglarna på prickpapper. Anteckna hur många du hittar och vad som karakteriserar dem.

7 Hur får man en triangel med arean 7,5 ae. Skriv ner din motivering för att den triangel du hittat har den angivna arean.