

Bedömning av kunskap – för lärande och undervisning i matematik

PRIM-gruppen
Gunilla Olofsson

PRIM-gruppen

Forskningsgruppen för bedömning av kunskap och kompetens

Gruppen utvecklar olika instrument för bedömning och utvärdering samt håller föredrag och kursen inom bedömningsområdet.

Verksamheten bidrar till att utveckla ny kunskap inom bedömningsområdet.

Läs mer på www.prim-gruppen.se

Uppdrag från Skolverket

- Ämnesprov i matematik för Åk 3, Åk 6 och Åk 9
- Kursprov i kurs 1a, 1b och 1c för gymnasiet
- Material som ska ge stöd för lärare att följa elevers kunskapsutveckling i matematik
- Material som ska ge hjälp att tolka och konkretisera kunskapskraven i Lgr 11

- Internationella utvärderingar: PISA
- Bedömningsstöd i yrkesämnen

Andra uppdrag

- Kommunala utvärderingar i matematik (UiM)
för åk 2, 5 och 8

Lgr 11

Kursplanen

Matematisk verksamhet utmärks av

- sökande, utforskande och resonerande aktiviteter
- kräver en förtrogenhet med begrepp, metoder och uttrycksformer

Kursplanen lyfter vikten av att

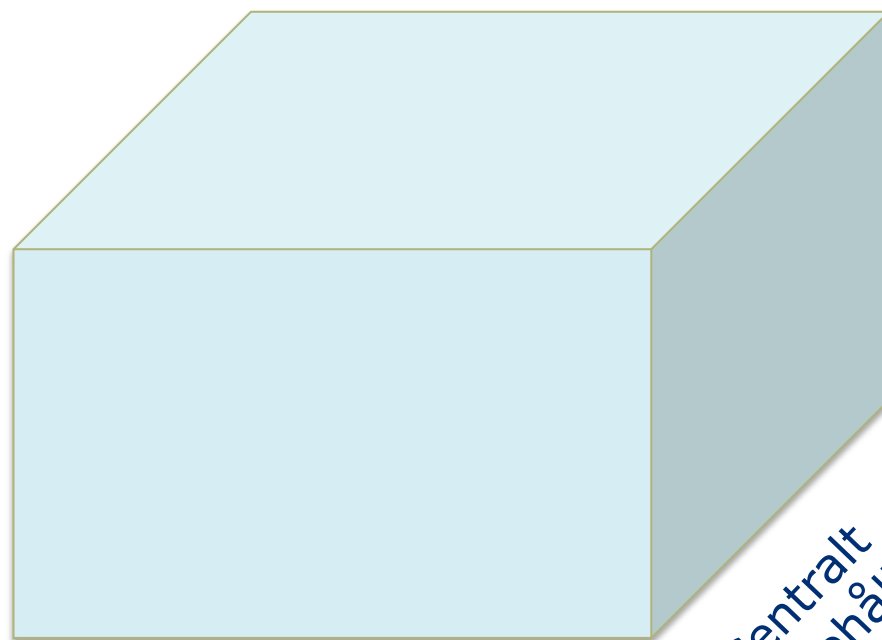
- möta och använda matematik i olika sammanhang och situationer
- inom olika ämnesområden
- kommunicera matematik med olika uttrycksformer

Lgr 11

Gy2011

Kursplanens/ämnesplanens tre dimensioner

Kunskapskrav



Förmågor

Centralt
innehåll

Centralt innehåll -rubriker

Förskola	Grundskola	Gymnasieskola 1a 1b 1c
Mängder, antal, ordning, talbegrepp	Tal och tals användning	Taluppfattning, aritmetik, algebra
	Algebra	
Rum, form, läge, riktning, mätning	Geometri	Geometri
	Sannolikhet och Statistik	Sannolikhet och Statistik
Förändring, tid	Samband och förändring	Samband och förändring
	Problemlösning	Problemlösning

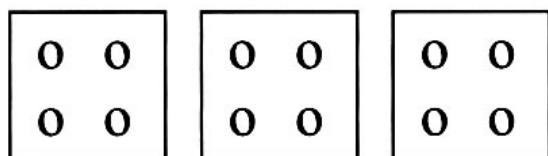
	Åk 3	Åk 6	Åk 9
Algebra	A32 Matematiska likheter och likhetstecknets betydelse. A34 Hur enkla mönster i talföljder och enkla geometriska mönster kan konstrueras, beskrivas och uttryckas.	A61 Obekanta tal och deras egenskaper samt situationer där det finns behov av att beteckna ett obekant tal med en symbol. A62 Enkla algebraiska uttryck och ekvationer i situationer som är relevanta för eleven. A63 Metoder för enkel ekvationslösning. A64 Hur mönster i talföljder och geometriska mönster kan konstrueras, beskrivas och uttryckas	A91 Innebörden av variabelbegreppet och dess användning i algebraiska uttryck, formler och ekvationer. A92 Algebraiska uttryck, formler och ekvationer i situationer som är relevanta för eleven. A93 Metoder för ekvationslösning.

	Åk 3	Åk 6	Åk 9
Samband och förändring	F31 Olika proportionella samband, däribland dubbelt och hälften.	F61 Proportionalitet och procent samt deras samband. F62 Grafer för att uttrycka olika typer av proportionella samband vid enkla undersökningar. F63 Koordinatsystem och strategier för gradering av koordinataxlar	F91 Procent för att uttrycka förändring och förändringsfaktor samt beräkningar med procent i vardagliga situationer och i situationer inom olika ämnesområden. F94 Funktioner och räta linjens ekvation. Hur funktioner kan användas för att undersöka förändring, förändringstakt och andra samband.

Förmågor Lgr 11

Problemlösningsförmåga	formulera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier och metoder
Begreppsförmåga	använda och analysera matematiska begrepp samt samband mellan begreppen
Metodförmåga	välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter
Resonemangsförmåga	föra och följa matematiska resonemang
Kommunikationsförmåga	använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

Vilken/vilka förmåga/förmågor ger uppgiften
möjlighet att visa?



Ringa in de 4 uttryck som passar till bilden.

$4 + 3$

$4 \cdot 4$

$9 + 4$

$4 + 4 + 4$

$\frac{15}{3}$

$3 + 3 + 3$

$\frac{12}{4}$

$3 \cdot 4$

$12 - 3$

$\frac{12}{3}$

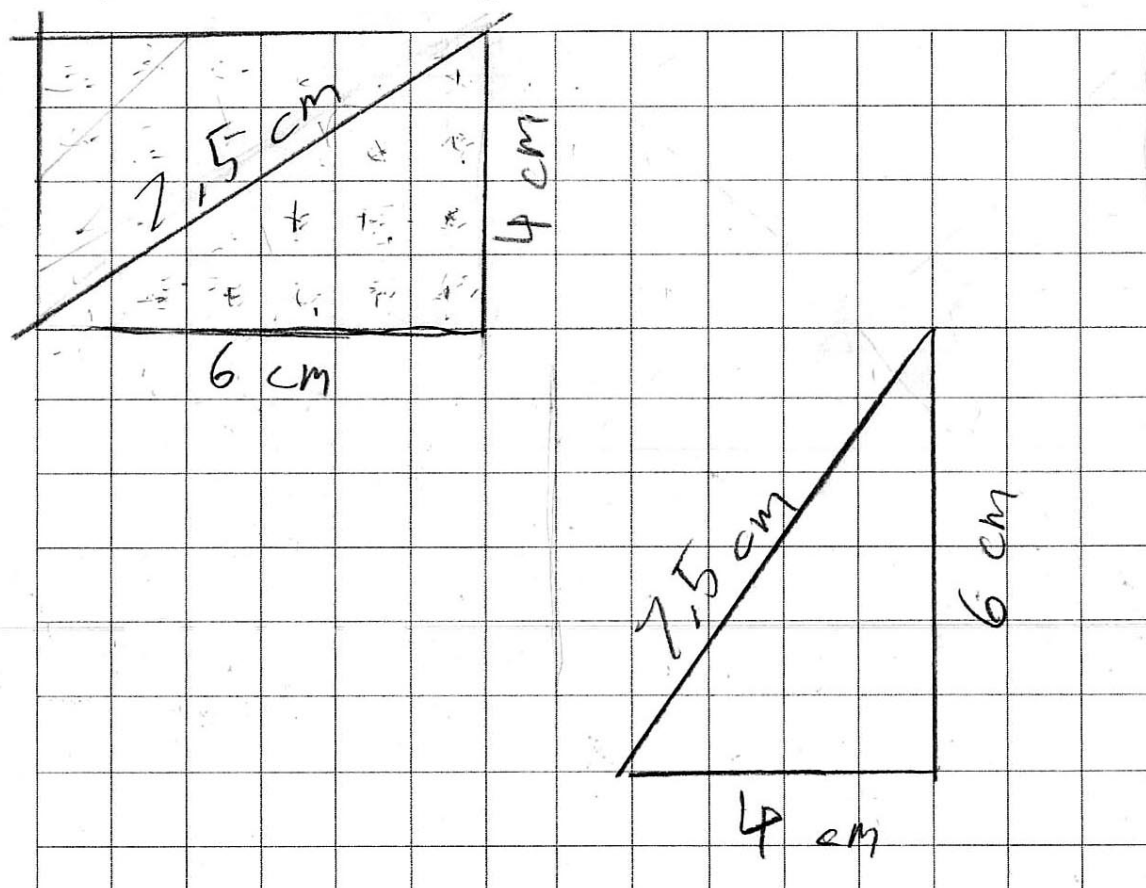
Förmågor och centralt innehåll i Lgr 11

	Taluppfattning och tals användning	Algebra	Geometri	Statistik och sannolikhet	Samband och förändring	Problem -lösning
Problemlösning						
Begrepp						
Metoder och beräkningar						
Resonemang						
Kommunikation						

Vilka förmågor visar elevens arbete?

Trianglar

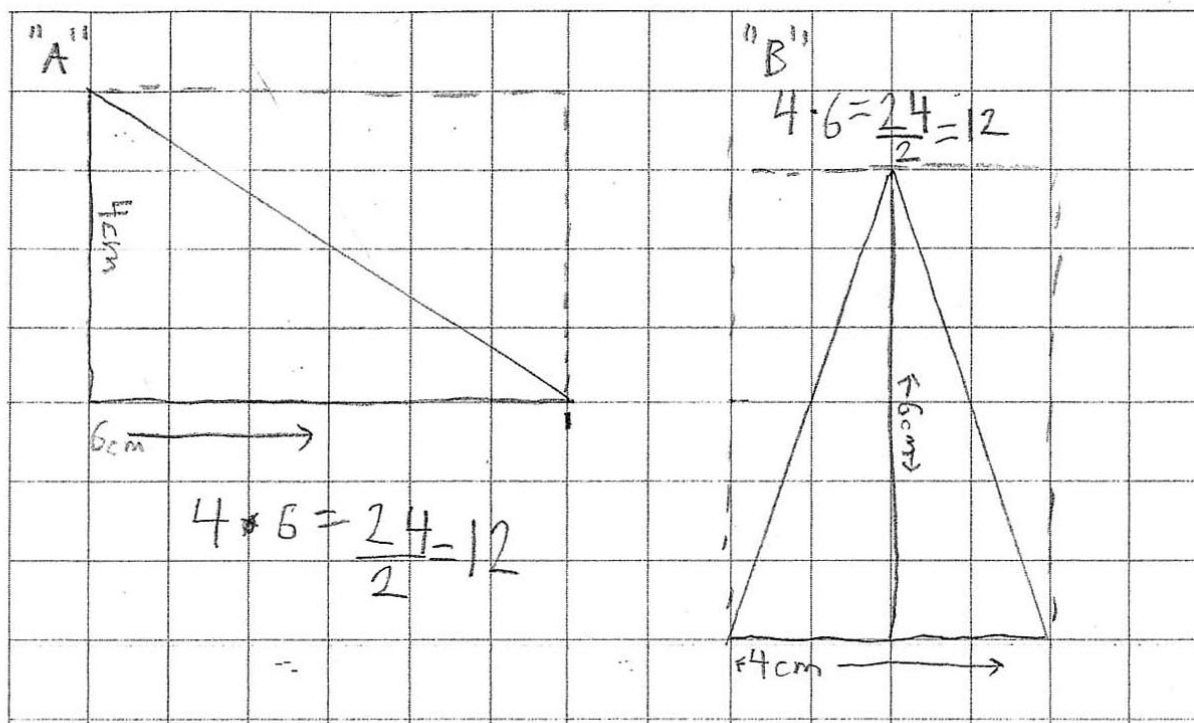
- a) Rita två trianglar med olika form. Båda trianglarna ska ha arean 12 cm^2 .
b) Skriv ut måtten i dina figurer. Visa att arean är 12 cm^2 .



Vilka förmågor visar elevens arbete?

Trianglar

- a) Rita två trianglar med olika form. Båda trianglarna ska ha arean 12 cm^2 .
b) Skriv ut måtten i dina figurer. Visa att arean är 12 cm^2 .



Förmågor och kunskapskrav

	Betyget E	Betyget C	Betyget A
Problemlösning			
Begrepp			
Metoder och beräkningar			
Resonemang			
Kommunikation			

	Åk 3 Godtagbara	Åk 6 Betyget E	Åk 9 Betyget E
Metoder och beräkningar	Eleven kan välja och använda i huvudsak fungerande matematiska metoder med viss anpassning till sammanhanget för att göra enkla beräkningar med naturliga tal och lösa enkla rutinuppgifter med tillfredställande resultat. Eleven kan använda huvudräkning för att genomföra beräkningar med de fyra räknesätten när talen och svaren ligger inom heltalsområdet 0-20, samt för beräkningar av enkla tal i ett utvidgat talområde. Vid addition och subtraktion kan eleven välja och använda skriftliga räknemetoder med tillfredställande resultat när talen och svaren ligger inom heltalsområdet 0-200. Eleven kan även avbilda och, utifrån instruktioner, konstruera enkla geometriska objekt samt hantera enkla matematiska likheter och använder då likhetstecknet på ett i huvudsak riktigt sätt. Eleven kan göra enkla mätningar, jämförelser och uppskattningar av längder, massor, volymer och tider och använder vanliga måttenheter för att uttrycka resultatet.	Eleven kan välja och använda i huvudsak fungerande matematiska metoder med viss anpassning till sammanhanget för att göra enkla beräkningar och lösa enkla rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med tillfredställande resultat	Eleven kan välja och använda i huvudsak fungerande matematiska metoder med viss anpassning till sammanhanget för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med tillfredställande resultat

Kunskapskrav åk 6

	Betyget E	Betyget C	Betyget A
Metoder och beräkningar	Eleven kan välja och använda i huvudsak fungerande matematiska metoder med viss anpassning till sammanhanget för att göra enkla beräkningar och lösa enkla rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med tillfredställande resultat	Eleven kan välja och använda ändamålsenliga matematiska metoder med relativt god anpassning till sammanhanget för att göra enkla beräkningar och lösa enkla rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med gott resultat	Eleven kan välja och använda ändamålsenliga och effektiva matematiska metoder med god anpassning till sammanhanget för att göra enkla beräkningar och lösa enkla rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med mycket gott resultat.

Syftet med nationella provsystemet enligt Skolverket



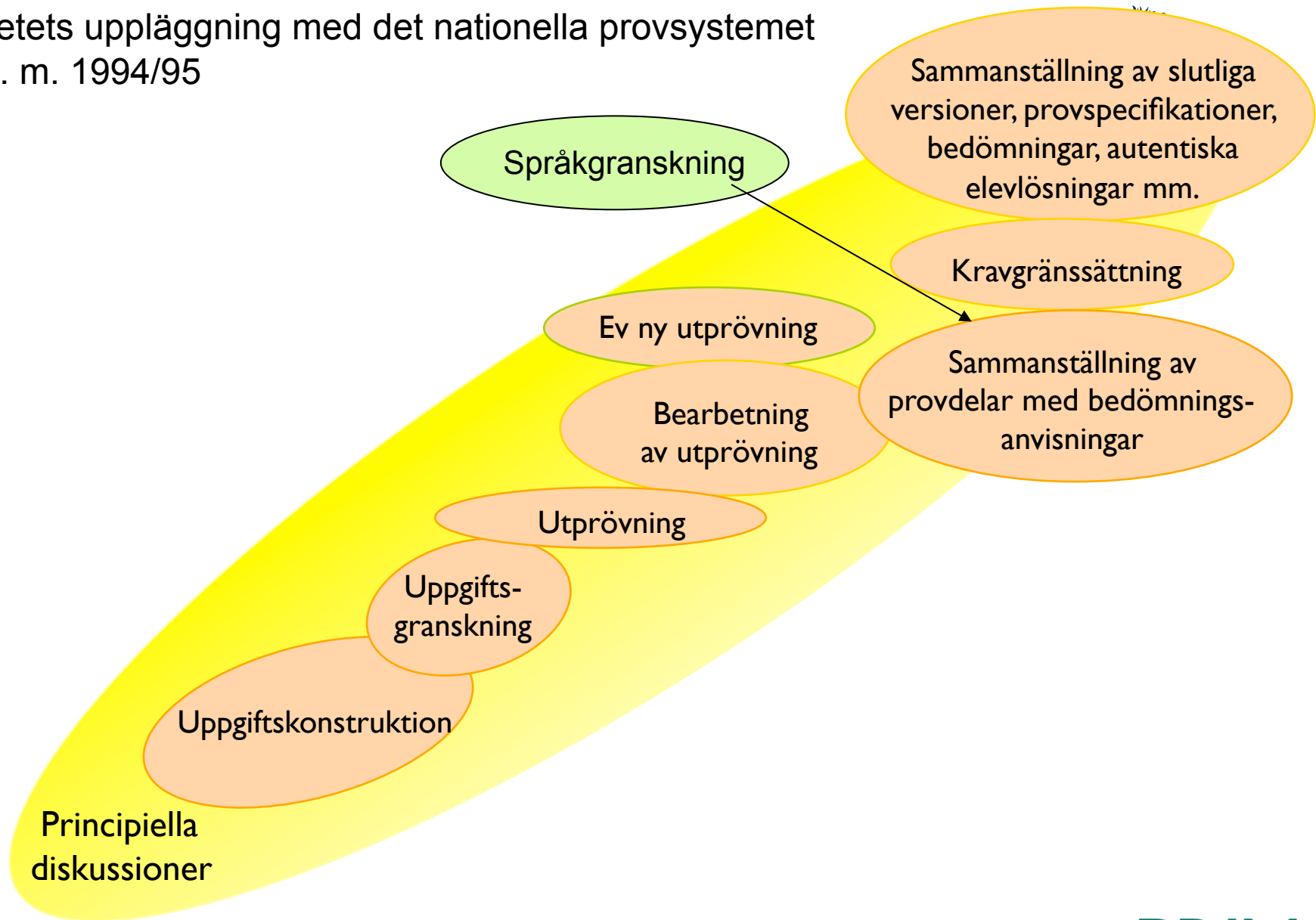
- *Stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning*
- *Ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapsmålen nås på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå*

De nationella proven ska också bidra till

- *att konkretisera kursmål och betygskriterier*
- *en ökad måluppfyllelse för eleverna*

Proven är inte utformade så att de prövar elevens kunskaper mot alla uppställda mål

Arbetets uppläggning med det nationella provsystemet fr. o. m. 1994/95



Vad kan rektor göra för att stödja läraren med arbete med de nationella proven

- Utprovningar
- Information till alla lärare och elever
- Anpassning
- Hjälp med organisation t.ex. vid muntligt delprov

Anpassning

För vissa elever, t ex elever med funktionsnedsättning eller elever i språksvårigheter, krävs en anpassning.

För denna anpassning svara skolan.

Provet anpassas på så sätt att de mål som avses bli prövade fortfarande provas. Det betyder t ex att eleverna *inte* använder miniräknare på den miniräknarfria delen.

Muntlig prov

Det är en fördel om lärarna, med stöd av skollädaingen, kan planera genomförandet.

Olika bedömningsmetoder i nationella prov

- ***Rätt/fel***
- ***Kvalitativ bedömning***
 - ***Beskrivning av kvalitativa nivåer (holistisk)***
 - ***Autentiska elevarbeten***
 - ***Kvalitativa poäng (E, C och A)***
 - ***Analytisk bedömning med matriser.***

Förmågor och kunskapskrav

	Betyget E	Betyget C	Betyget A
Problemlösning	E_P	C_P	A_P
Begrepp	E_B	C_B	A_B
Metoder och beräkningar	E_M	C_M	A_M
Resonemang	E_R	C_R	A_R
Kommunikation	E_K	C_K	A_K

Provsammanställning, Återkoppling och Kravgränser

Förmågematris

	E	C	A																																								
Begrepp	<table><tr><td>1</td><td>7a</td><td>17</td></tr><tr><td>2</td><td>11</td><td>21b</td></tr><tr><td>4</td><td>12</td><td>22a</td></tr><tr><td>4</td><td>14</td><td></td></tr><tr><td>5</td><td>14</td><td></td></tr></table>	1	7a	17	2	11	21b	4	12	22a	4	14		5	14		<table><tr><td>2</td><td>18</td></tr><tr><td>5</td><td>21b</td></tr><tr><td>8</td><td>22a</td></tr><tr><td>14</td><td>24</td></tr><tr><td>15</td><td>24</td></tr></table>	2	18	5	21b	8	22a	14	24	15	24	<table><tr><td>1</td><td>27a</td></tr><tr><td>2</td><td></td></tr><tr><td>9c</td><td></td></tr><tr><td>10</td><td></td></tr><tr><td>11</td><td></td></tr></table>	1	27a	2		9c		10		11						
1	7a	17																																									
2	11	21b																																									
4	12	22a																																									
4	14																																										
5	14																																										
2	18																																										
5	21b																																										
8	22a																																										
14	24																																										
15	24																																										
1	27a																																										
2																																											
9c																																											
10																																											
11																																											
Procedur	<table><tr><td>1</td><td>7b</td><td>16</td></tr><tr><td>3</td><td>8</td><td></td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td></td></tr><tr><td>6</td><td>10</td><td></td></tr><tr><td>7a</td><td>15</td><td></td></tr></table>	1	7b	16	3	8		5	10		6	10		7a	15		<table><tr><td>1</td><td>13</td><td>22a</td></tr><tr><td>5</td><td>14</td><td>22b</td></tr><tr><td>9</td><td>15</td><td></td></tr><tr><td>10</td><td>17</td><td></td></tr><tr><td>12</td><td>17</td><td></td></tr></table>	1	13	22a	5	14	22b	9	15		10	17		12	17		<table><tr><td>3</td><td></td></tr><tr><td>8</td><td></td></tr><tr><td>10</td><td></td></tr><tr><td>15</td><td></td></tr></table>	3		8		10		15			
1	7b	16																																									
3	8																																										
5	10																																										
6	10																																										
7a	15																																										
1	13	22a																																									
5	14	22b																																									
9	15																																										
10	17																																										
12	17																																										
3																																											
8																																											
10																																											
15																																											
Problemlösning Modellering	<table><tr><td>4</td><td>13</td><td>20</td></tr><tr><td>5</td><td>15</td><td>21a</td></tr><tr><td>6</td><td>15</td><td>21b</td></tr><tr><td>7c</td><td>17</td><td>21c</td></tr><tr><td>12</td><td>18</td><td></td></tr></table>	4	13	20	5	15	21a	6	15	21b	7c	17	21c	12	18		<table><tr><td>4</td><td>19a</td><td>23</td></tr><tr><td>7c</td><td>19a</td><td></td></tr><tr><td>13</td><td>21b</td><td></td></tr><tr><td>15</td><td>21c</td><td></td></tr><tr><td>16</td><td>22a</td><td></td></tr></table>	4	19a	23	7c	19a		13	21b		15	21c		16	22a		<table><tr><td>1</td><td>17</td></tr><tr><td>8</td><td>20</td></tr><tr><td>12</td><td>22a</td></tr><tr><td>14</td><td>23a</td></tr><tr><td>15</td><td></td></tr></table>	1	17	8	20	12	22a	14	23a	15	
4	13	20																																									
5	15	21a																																									
6	15	21b																																									
7c	17	21c																																									
12	18																																										
4	19a	23																																									
7c	19a																																										
13	21b																																										
15	21c																																										
16	22a																																										
1	17																																										
8	20																																										
12	22a																																										
14	23a																																										
15																																											
Resonemang Kommunikation	<table><tr><td>2</td><td>17</td><td>23</td></tr><tr><td>10</td><td>21a</td><td>24</td></tr><tr><td>11</td><td>21b</td><td></td></tr><tr><td>12</td><td>21c</td><td></td></tr><tr><td>14</td><td>22</td><td></td></tr></table>	2	17	23	10	21a	24	11	21b		12	21c		14	22		<table><tr><td>3</td><td>21a</td></tr><tr><td>10</td><td>21c</td></tr><tr><td>12</td><td>22</td></tr><tr><td>17</td><td>23b</td></tr><tr><td>18</td><td>24a</td></tr></table>	3	21a	10	21c	12	22	17	23b	18	24a	<table><tr><td>5</td><td>21a</td></tr><tr><td>10</td><td>22b</td></tr><tr><td>12</td><td>24a</td></tr><tr><td>17</td><td></td></tr><tr><td>19</td><td></td></tr></table>	5	21a	10	22b	12	24a	17		19						
2	17	23																																									
10	21a	24																																									
11	21b																																										
12	21c																																										
14	22																																										
3	21a																																										
10	21c																																										
12	22																																										
17	23b																																										
18	24a																																										
5	21a																																										
10	22b																																										
12	24a																																										
17																																											
19																																											

Innehållsfördelning

Aritmetik

1	6	9	10	12	18	20a	21b	21d	23b	24c
2	6	10	11	12	19	20b	21b	22	24a	24c
2	8	10	11	15	20	21a	21d	23a	24b	

Geometri

8	17a	21a	25a	27b
8	17a	21a	25a	
15	17b	21b	27a	

Samband

1	8	15	16	20a	20b	21d	24b	26a	27a
2	8	15	17	20a	21a	21d	24b	26b	27a
2	14	16	17	20b	21c	24a	24b	26b	27b

Sannolikhet

5	18	25b
5	24a	25c
16	24b	

Problemlösning

4	14	18	21b	23a	25a
8	17a	19	21d	23b	25a
12	18	20b	22	24a	

Poängfördelning

	E	C	A
Del I	19	8	1
Del II	15	0	1
Totalt	34	8	2
			44

E

Kravgränser

Provbetyg E:

Minst 40 poäng fördelade på samtliga förmågor.

Provbetyg D:

Förutom kravet för betyg E så skall elevarbetet ha erhållit
Minst 50 poäng varav minst 10 poäng på minst nivå C,
dessa C-poäng ska vara fördelade på minst två förmågor

Provbetyg C:

Minst 60 poäng varav minst 20 poäng på minst nivå C,
dessa C-poäng ska vara fördelade på samtliga förmågor

Provbetyg B:

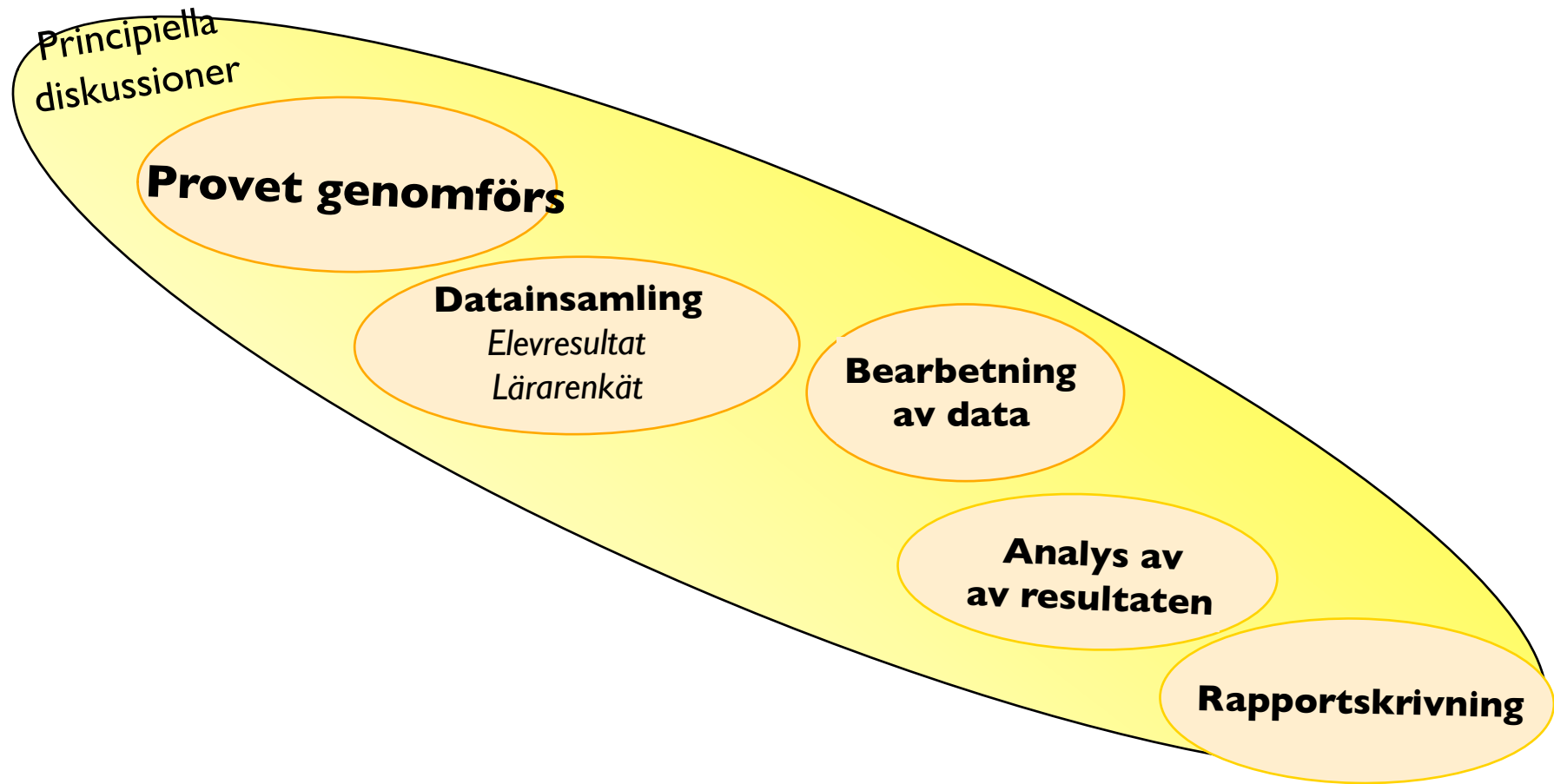
Förutom kravet för betyg C så skall elevarbetet ha erhållit
Minst 80 poäng varav minst 10 poäng på minst nivå A

Provbetyg A:

Minst 100 poäng varav minst 20 poäng nivå A

Namn: Peter Petersson

Arbetets uppläggning med det nationella provsystemet forts

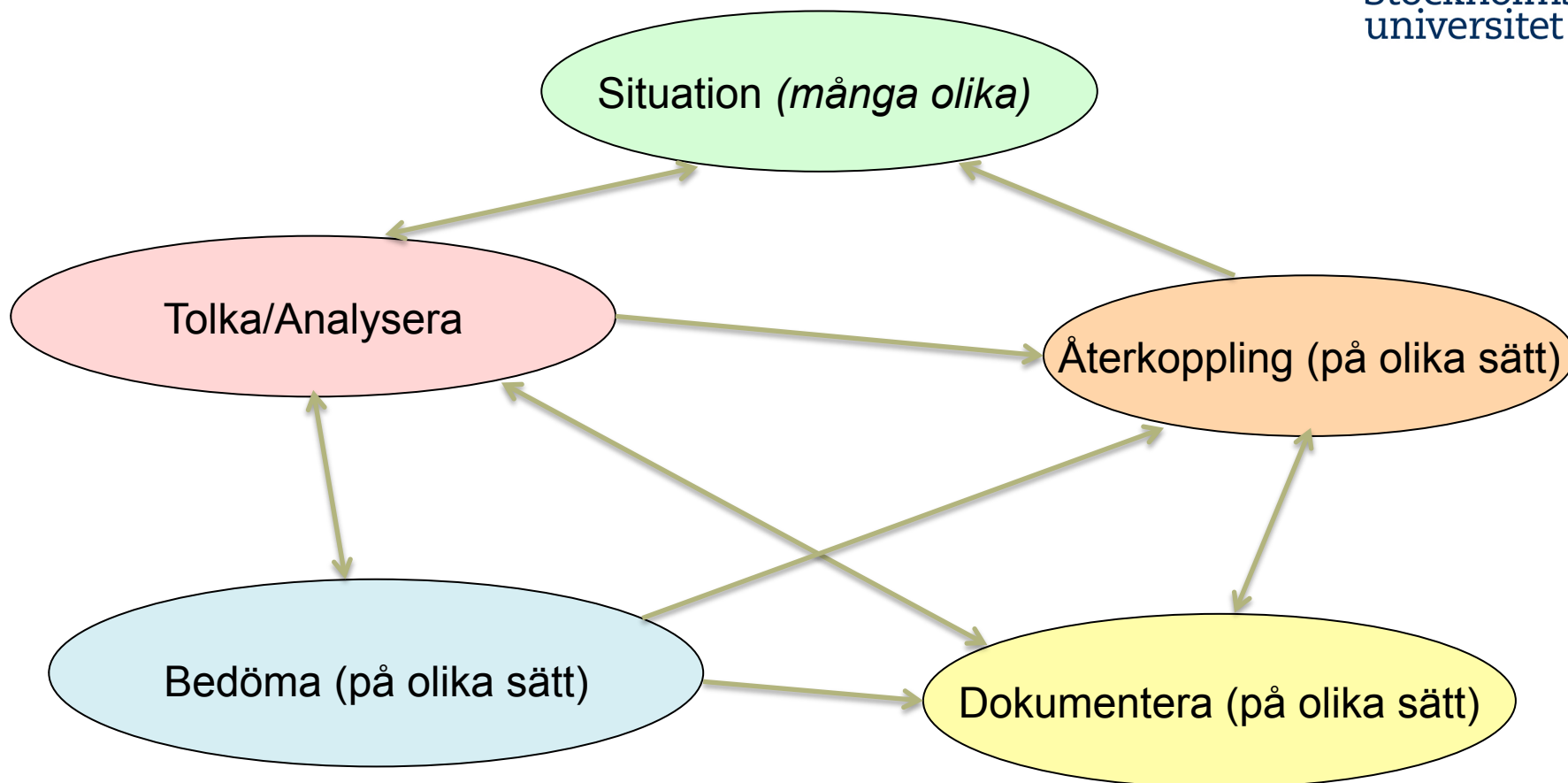


Vad kan rektor göra för att stödja läraren med arbete med de nationella proven

- Skapa bedömningsdiskussioner kring ämnesproven (likvärdighet)
- Uppföljning av provresultat

Pedagogisk bedömning

En förskjutning från....	i riktning mot :
Bedömning och lärande hålls isär	Bedömning av och för lärande lärande sker fortlöpande
Läraren bedömer på egen hand	Lärare och elever bedömer tillsammans...
Produkten i focus	Processer i focus
Huvudsakligen skriftliga prov	Dokumentation av olika slag



Formativ eller summativt ?

- Värdering?
- Antingen eller både och ?
- För vem?

Formativ bedömning

- Ge information som kan utveckla elevernas lärande
- Fokuserar mer på kvaliteter i kunskap
- Under en arbetsprocess gång
- Vägleda arbetsprocessens gång

Gipps 1994



Formativ bedömning

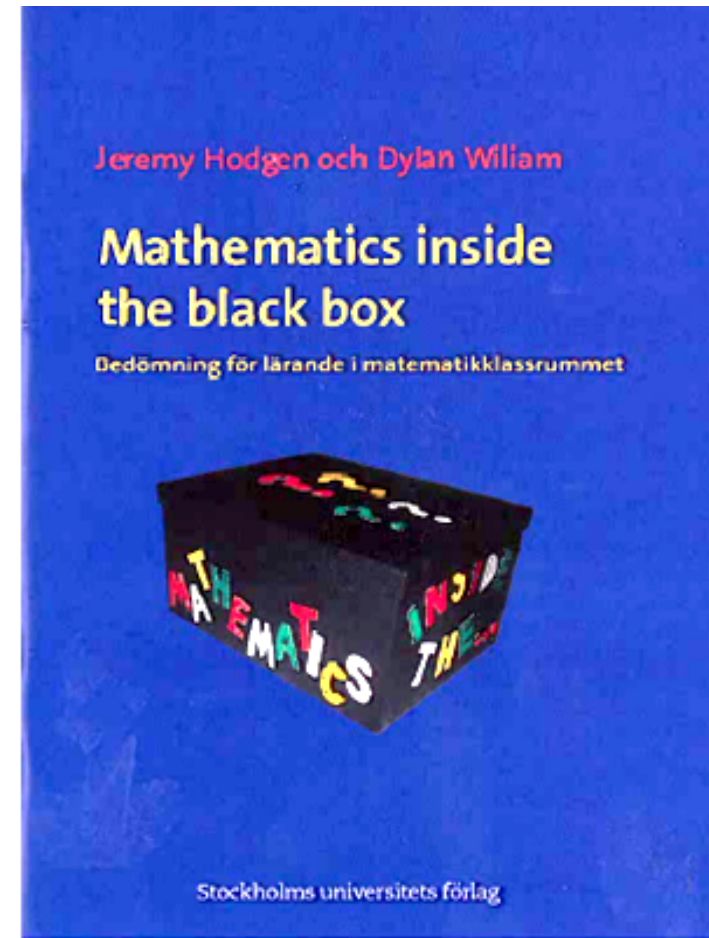
- Ska utveckla kompetenser och färdigheter
- Förutsätter att eleverna själva är delaktiga i sin utveckling

Black & Wiliam (1998)

Mathematics inside the black box (2006)

- *Classroom dialogue*
- *Feedback and marking*
- *Peer and self-assessment*

Finns nu översatt till svenska



Fem principer för lärande

1. Starta där eleven befinner sig i sitt lärande
2. Eleven måste vara aktiv i processen
3. Eleverna måste få samtala om sina idéer
4. Eleverna måste förstå syftet / målen / kunskapskraven
5. Feedback till eleven om hur de kan förbättra sig

Hodgen & Wiliam: Mathematics inside the black box

Frågor i klassrummet

- Vad skulle hända om...?
- Vad är enkelt/svårt med detta problem?
- Vad har du för synpunkter på Saras svar?

Forskning om gensvar

- Gensvar ska riktas mot uppgift och inte mot person
- Gensvar kan vara i form av en fråga så att eleven får hjälp med nästa steg och inte en fullständig lösning av problemet
- Feedback - feed forward – feed up
- Eleverna måste få tid att läsa, svara och agera på synpunkterna
- Kamratutvärdering

Ett utvecklingsprojekt kring..

Tid: 4 eftermiddagar ca 3 timmar

Efter en introduktion väljer varje deltagare något utvecklingsområde

Arbetar i grupp med kollegor

Gruppdiskussioner kring litteraturavsnitt och utvecklingsområde



MiMa –projektet

PRIM-gruppen i samarbete med lärare från Nacka och Botkyrka

Syftet

Att eleverna ska bli mer medvetna om sitt lärande och sitt matematiska kunnande t ex genom att

- bli bättre på att reflektera över sitt eget arbete, sina resultat och att värdera sin egen utveckling
- få en realistisk uppfattning av vad de kan och vad de kan göra, samt hur de kan visa sina kunskaper.
- få tilltro till det de gör och veta hur de bör planera det fortsatta arbetet i matematik.

Exempel på verktyg

- Värderingar t.ex. värderingsschema
- Utvärdering efter ett avsnitt
- Eleverna skriver "elevbok"
- Eleven bedömer själv sitt prov
- Eleverna gör egna uppgifter

Konkreta exempel:

www.prim-gruppen.se > Min egen matematik

Att arbeta mer formativt...

- ha tålamod, det går långsamt men det ger resultat
- våga pröva nytt
- använda eleven som resurs
- inte ta allt på en gång, en sak i taget
- diskutera, argumentera, reflektera och inspireras

Erfarenheter från lärare i Mima-projektet

Visible Learning

Meta-analys av forskningsartiklar
av John Hattie, 2009

Presentation av en studie om vad som
påverkar elevers studieresultat.



Skolverket

Bedömningsstöd:

Bedömningsstöd kopplat till
ämnesprov och diagnostiska material

Kunskapsbedömning i skolan –
praxis, begrepp, problem och
möjligheter.

Frågor och svar



Allt hänger ihop

- För att bedömning ska kunna vara ett kraftfullt verktyg för lärande måste bedömning ses i ett sammanhang
- Vi kan inte frikoppla bedömning från undervisningen

Bedömning speglar

- Syn på kunskap
- Syn på lärande
- Syn på ämnet
- Syn på undervisning

**Att göra det viktigaste bedömbart
inte det enkelt mätbara till det viktigaste**

www.prim-gruppen.se