



Stockholms  
universitet

# Bedömning av kunskap – för lärande och undervisning i matematik

**Göteborg 23 november 2011**

**PRIM-gruppen  
Astrid Pettersson**

# Disposition

- PRIM-gruppens uppdrag
- Lgr 11 och matematik
- Det nationella provsystemet
- PRIM-gruppens arbete med det nationella proven
- Rektors roll
- Bedömningsprocessen
- Exempel på projekt: MiMa, Mathematics inside the black box, Stockholmsprojekt, forskningscirkel, RE-projekt
- Bedömningsstöd
- Att göra det viktigaste

# PRIM-gruppen

Forskningsgruppen för bedömning av kunskap och kompetens

Gruppen utvecklar olika instrument för bedömning och utvärdering och ger kompetensutveckling inom bedömningsområdet samt bedriver forskning.

Läs mer på [www.prim-gruppen.se](http://www.prim-gruppen.se)

## Uppdrag från Skolverket



- Ämnesprov i matematik för åk 3, åk 6 och åk 9
- Kursprov i kurs 1a, 1b och 1c för gymnasieskolan
- Material som ska ge stöd för lärare att följa elevers kunskapsutveckling i matematik
- Material som ska ge hjälp att tolka och konkretisera kunskapskraven i Lgr 11
- Internationella utvärderingar PISA
- Bedömningsstöd i yrkesämnen



Stockholms  
universitet

## Exempel på övriga uppdrag

- Kommunala utvärderingar i matematik (UiM) för åk 2, 5 och 8
- Reggio Emilias skolprojekt
- Kompetensutvecklingsatsning om Bedömning för lärande i Stockholm stad

# Lgr 11

## Kursplanen

Matematisk verksamhet utmärks av

- sökande, utforskande och resonerande aktiviteter
- kräver en förtrogenhet med begrepp, metoder och uttrycksformer

Kursplanen lyfter vikten av att

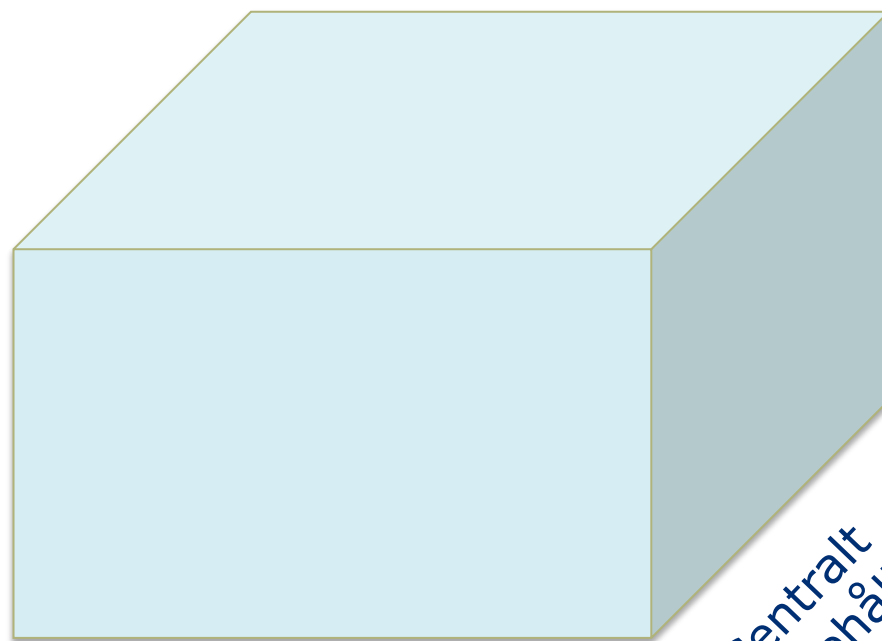
- möta och använda matematik i olika sammanhang och situationer
- inom olika ämnesområden
- kommunicera matematik med olika uttrycksformer

Lgr 11

Gy2011

## Kursplanens/ämnesplanens tre dimensioner

Kunskapskrav



Förmågor

Centralt  
innehåll

# Centralt innehåll -rubriker

Förskola	Grundskola	Gymnasieskola 1a 1b 1c
Mängder, antal, ordning, talbegrepp	Tal och tals användning	Taluppfattning, aritmetik, algebra
	Algebra	
Rum, form, läge, riktning, mätning	Geometri	Geometri
	Sannolikhet och Statistik	Sannolikhet och Statistik
Förändring, tid	Samband och förändring	Samband och förändring
	Problemlösning	Problemlösning



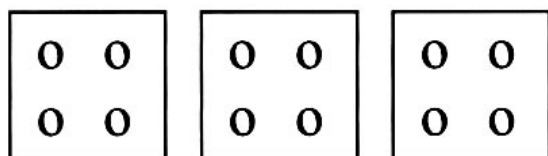
	Åk 3	Åk 6	Åk 9
Algebra	<p><b>A32</b> Matematiska likheter och likhetstecknets betydelse.</p> <p><b>A34</b> Hur enkla mönster i talföljder och enkla geometriska mönster kan konstrueras, beskrivas och uttryckas.</p>	<p><b>A61</b> Obekanta tal och deras egenskaper samt situationer där det finns behov av att beteckna ett obekant tal med en symbol.</p> <p><b>A62</b> Enkla algebraiska uttryck och ekvationer i situationer som är relevanta för eleven.</p> <p><b>A63</b> Metoder för enkel ekvationslösning.</p> <p><b>A64</b> Hur mönster i talföljder och geometriska mönster kan konstrueras, beskrivas och uttryckas.</p>	<p><b>A91</b> Innebörden av variabelbegreppet och dess användning i algebraiska uttryck, formler och ekvationer.</p> <p><b>A92</b> Algebraiska uttryck, formler och ekvationer i situationer som är relevanta för eleven.</p> <p><b>A93</b> Metoder för ekvationslösning.</p>

	Åk 3	Åk 6	Åk 9
Samband och förändring	<p>F31 Olika proportionella samband, däribland dubbelt och hälften.</p>	<p>F61 Proportionalitet och procent samt deras samband.</p> <p>F62 Grafer för att uttrycka olika typer av proportionella samband vid enkla undersökningar.</p> <p>F63 Koordinatsystem och strategier för gradering av koordinataxlar</p>	<p>F91 Procent för att uttrycka förändring och förändringsfaktor samt beräkningar med procent i vardagliga situationer och i situationer inom olika ämnesområden.</p> <p>F94 Funktioner och räta linjens ekvation. Hur funktioner kan användas för att undersöka förändring, förändringstakt och andra samband.</p>

# Förmågor Lgr 11

<b>Problemlösningsförmåga</b>	formulera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier och metoder
<b>Begreppsförmåga</b>	använda och analysera matematiska begrepp samt samband mellan begreppen
<b>Metodförmåga</b>	välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter
<b>Resonemangsförmåga</b>	föra och följa matematiska resonemang
<b>Kommunikationsförmåga</b>	använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

Vilken/vilka förmåga/förmågor ger uppgiften  
möjlighet att visa?



Ringa in de 4 uttryck som passar till bilden.

$4 + 3$

$4 \cdot 4$

$9 + 4$

$4 + 4 + 4$

$\frac{15}{3}$

$3 + 3 + 3$

$\frac{12}{4}$

$3 \cdot 4$

$12 - 3$

$\frac{12}{3}$

# Förmågor och centralt innehåll i Lgr 11



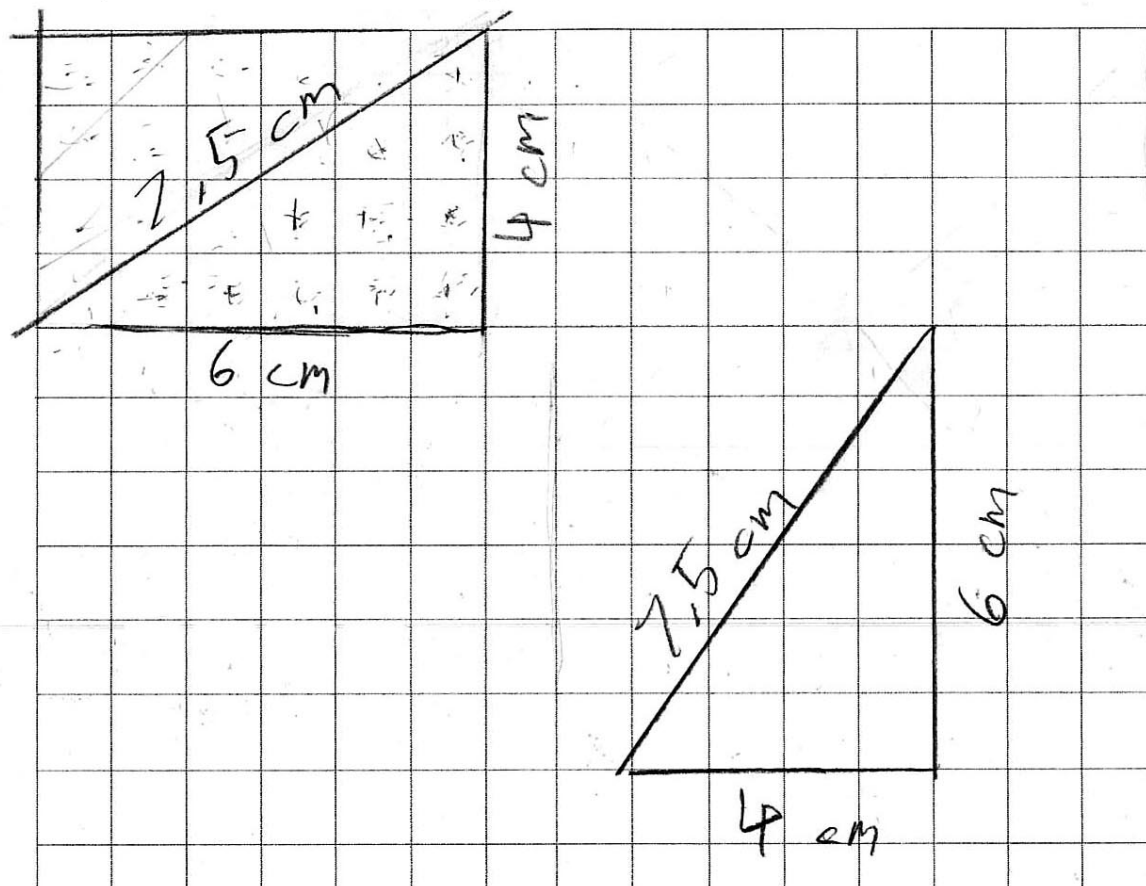
Stockholms  
universitet

	Taluppfattning och tals användning	Algebra	Geometri	Statistik och sannolikhet	Samband och förändring	Problem- lösning
Problemlösning						
Begrepp						
Metoder och beräkningar						
Resonemang						
Kommunikation						

# Vilka förmågor visar elevens arbete?

## Trianglar

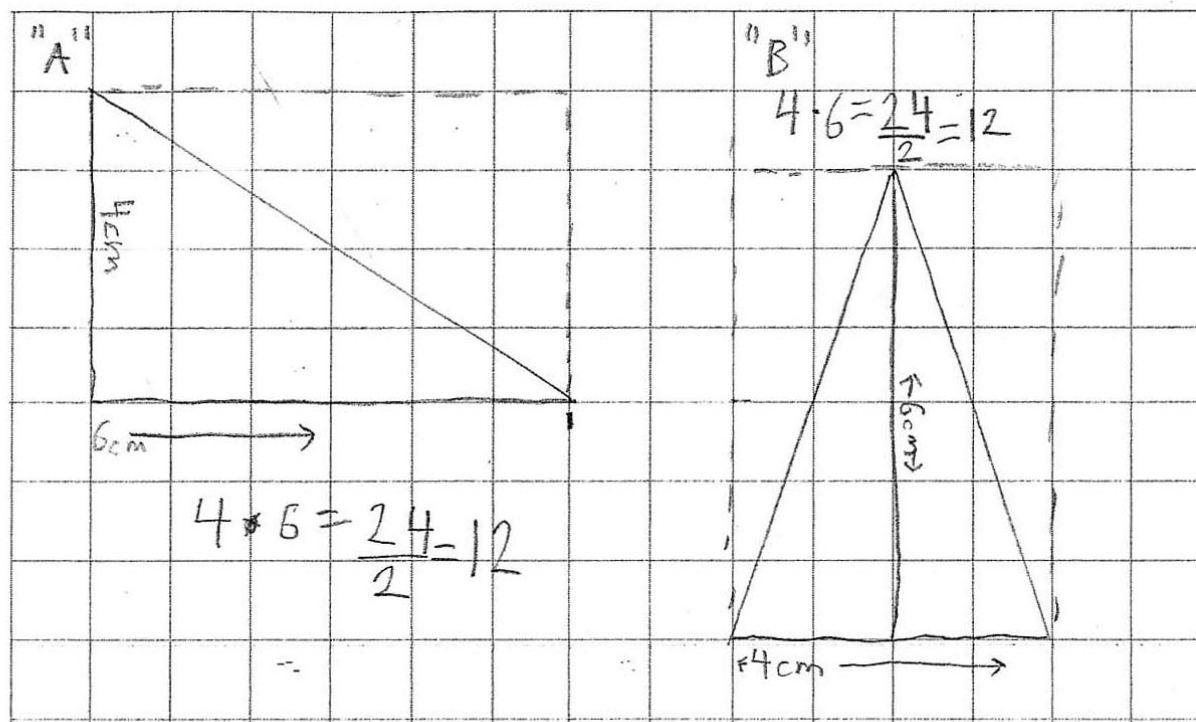
- a) Rita två trianglar med olika form. Båda trianglarna ska ha arean  $12 \text{ cm}^2$ .  
b) Skriv ut måtten i dina figurer. Visa att arean är  $12 \text{ cm}^2$ .



# Vilka förmågor visar elevens arbete?

## Trianglar

- a) Rita två trianglar med olika form. Båda trianglarna ska ha arean  $12 \text{ cm}^2$ .  
b) Skriv ut måtten i dina figurer. Visa att arean är  $12 \text{ cm}^2$ .



# Förmågor och kunskapskrav



	Betyget E	Betyget C	Betyget A
Problemlösning			
Begrepp			
Metoder och beräkningar			
Resonemang			
Kommunikation			



	Åk 3 Godtagbara	Åk 6 Betyget E	Åk 9 Betyget E
Metoder och beräkningar	<p>Eleven kan välja och använda i huvudsak fungerande matematiska metoder med viss anpassning till sammanhanget för att göra <b>enkla</b> beräkningar med <b>naturliga</b> tal och lösa <b>enkla</b> rutinuppgifter med tillfredställande resultat.</p> <p>Eleven kan använda huvudräkning för att genomföra beräkningar med de fyra räknesätten när talen och svaren ligger inom heltalsområdet 0-20, samt för beräkningar av enkla tal i ett utvidgat talområde. Vid addition och subtraktion kan eleven välja och använda skriftliga räknemetoder med tillfredställande resultat när talen och svaren ligger inom heltalsområdet 0-200. Eleven kan även avbilda och, utifrån instruktioner, konstruera enkla geometriska objekt samt hantera enkla matematiska likheter och använder då likhetstecknet på ett i huvudsak riktigt sätt. Eleven kan göra enkla mätningar, jämförelser och uppskattningar av längder, massor, volymer och tider och använder vanliga måttenheter för att uttrycka resultatet.</p>	<p>Eleven kan välja och använda i huvudsak fungerande matematiska metoder med viss anpassning till sammanhanget för att göra <b>enkla</b> beräkningar och lösa <b>enkla</b> rutinuppgifter inom <b>aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring</b> med tillfredställande resultat</p>	<p>Eleven kan välja och använda i huvudsak fungerande matematiska metoder med viss anpassning till sammanhanget för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter inom <b>aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring</b> med tillfredställande resultat</p>

## Kunskapskrav åk 6

	Betyget E	Betyget C	Betyget A
Metoder och beräkningar	<p>Eleven kan välja och använda <b>i huvudsak fungerande</b> matematiska metoder med <b>viss anpassning</b> till sammanhanget för att göra <b>enkla</b> beräkningar och lösa <b>enkla</b> rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med <b>tillfredställande</b> resultat</p>	<p>Eleven kan välja och använda <b>ändamålsenliga</b> matematiska metoder med <b>relativt god anpassning</b> till sammanhanget för att göra <b>enkla</b> beräkningar och lösa <b>enkla</b> rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med <b>gott</b> resultat</p>	<p>Eleven kan välja och använda <b>ändamålsenliga och effektiva</b> matematiska metoder med <b>god anpassning</b> till sammanhanget för att göra <b>enkla</b> beräkningar och lösa <b>enkla</b> rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med <b>mycket gott</b> resultat.</p>

# Syftet med nationella provsystemet



*Är i huvudsak att*

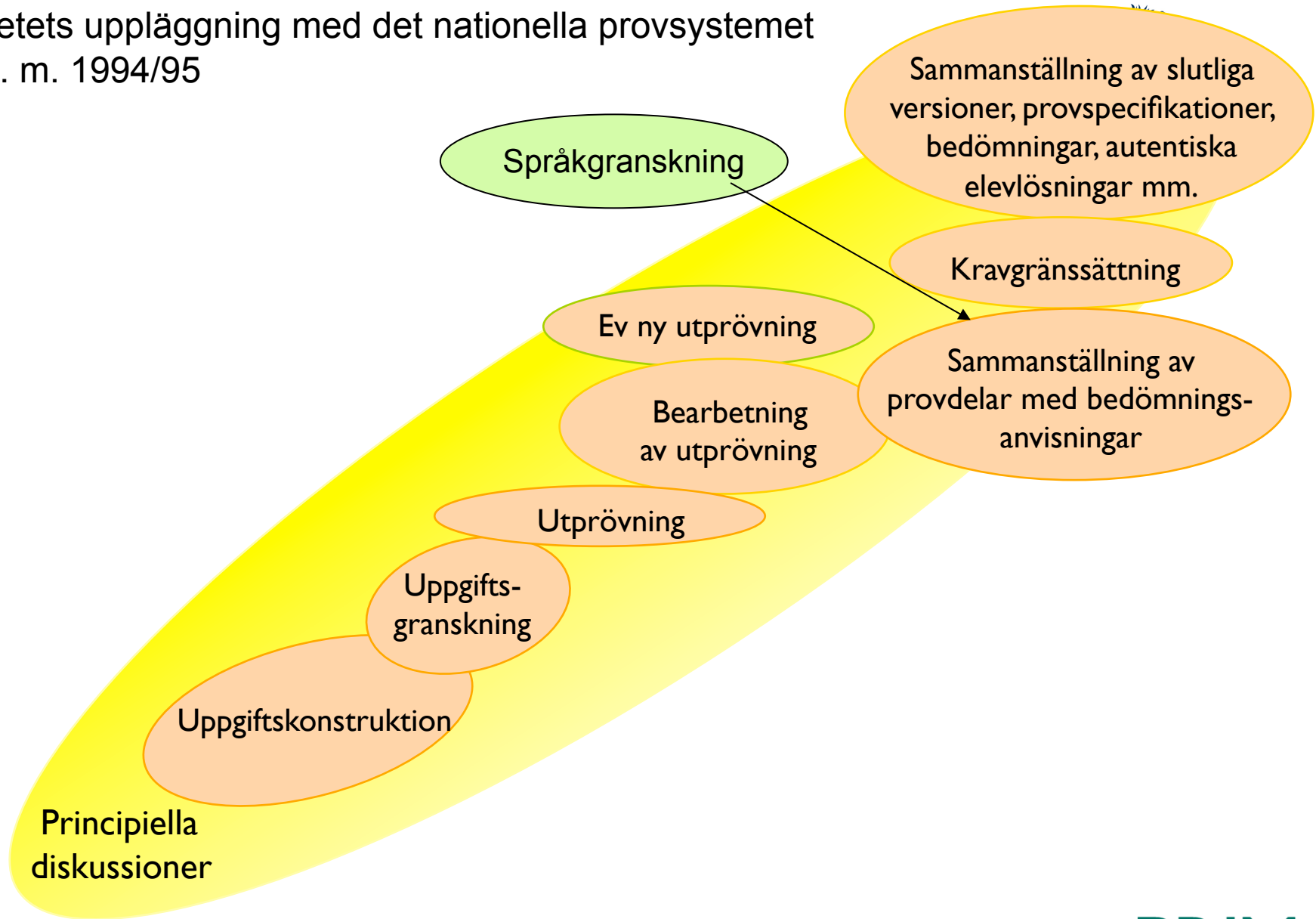
- *stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning*
- *ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven nås på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå*

*De nationella proven kan också bidra till*

- *att konkretisera kursplanerna och ämnesplanerna*
- *en ökad måluppfyllelse för eleverna*

*Proven är inte utformade så att de prövar elevens kunskaper mot alla kunskapskrav och centralt innehåll*

# Arbetets uppläggning med det nationella provsystemet fr. o. m. 1994/95





Stockholms  
universitet

# Olika bedömningsmetoder i nationella prov

- ***Rätt/fel***
- ***Kvalitativ bedömning***
  - ***Beskrivning av kvalitativa nivåer (holistisk)***
  - ***Autentiska elevarbeten***
  - ***Kvalitativa poäng (E, C och A)***
  - ***Analytisk bedömning med matriser.***

## Förmågor och kunskapskrav



Stockholms  
universitet

	Betyget E	Betyget C	Betyget A
Problemlösning	$E_P$	$C_P$	$A_P$
Begrepp	$E_B$	$C_B$	$A_B$
Metoder och beräkningar	$E_M$	$C_M$	$A_M$
Resonemang	$E_R$	$C_R$	$A_R$
Kommunikation	$E_K$	$C_K$	$A_K$

# Provsammanställning, Återkoppling och Kravgränser

## Förmågematris

	E	C	A
Begrepp	1 7a 17	2 18	1 27a
	2 11 21b	5 21b	2
	4 12 22a	6 22a	9c
	4 14	14 24	10
	5 14	15 24	11
Procedur	1 7b 16	1 13 22a	3
	3 8	5 14 22b	8
	5 10	9 15	10
	6 10	10 17	15
	7a 15	12 17	
Problemlösning Modellering	4 13 20	4 19a 23	1 17
	5 15 21a	7c 19a	8 20
	6 15 21b	13 21b	12 22a
	7c 17 21c	15 21c	14 23a
	12 18	16 22a	15
Resonemang Kommunikation	2 17 23	3 21a	5 21a
	10 21a 24	10 21c	10 22b
	11 21b	12 22	12 24a
	12 21c	17 23b	17
	14 22	18 24a	19

## Innehållsfördelning

### Aritmetik

1	6	9	10	12	18	20a	21b	21d	23b	24c
2	6	10	11	12	19	20b	21b	22	24a	24c
2	8	10	11	15	20	21a	21d	23a	24b	

### Geometri

8	17a	21a	25a	27b
8	17a	21a	25a	
15	17b	21b	27a	

### Samband

1	8	15	16	20a	20b	21d	24b	26a	27a
2	8	15	17	20a	21a	21d	24b	26b	27a
2	14	16	17	20b	21c	24a	24b	26b	27b

### Sannolikhet

5	18	25b
5	24a	25c
16	24b	

### Problemlösning

4	14	18	21b	23a	25a
8	17a	19	21d	23b	25a
12	18	20b	22	24a	

## Poängfördelning

	E	C	A	
Del I	19	8	1	<b>E</b>
Del II	15	0	1	
<b>Totalt</b>	<b>34</b>	<b>8</b>	<b>2</b>	

### Kravgränser

#### Provbetyg E:

Minst 40 poäng fördelade på samtliga förmågor.

#### Provbetyg D:

Förutom kravet för betyg E så skall elevarbetet ha erhållit  
Minst 50 poäng varav minst 10 poäng på minst nivå C,  
dessa C-poäng ska vara fördelade på minst två förmågor

#### Provbetyg C:

Minst 60 poäng varav minst 20 poäng på minst nivå C,  
dessa C-poäng ska vara fördelade på samtliga förmågor

#### Provbetyg B:

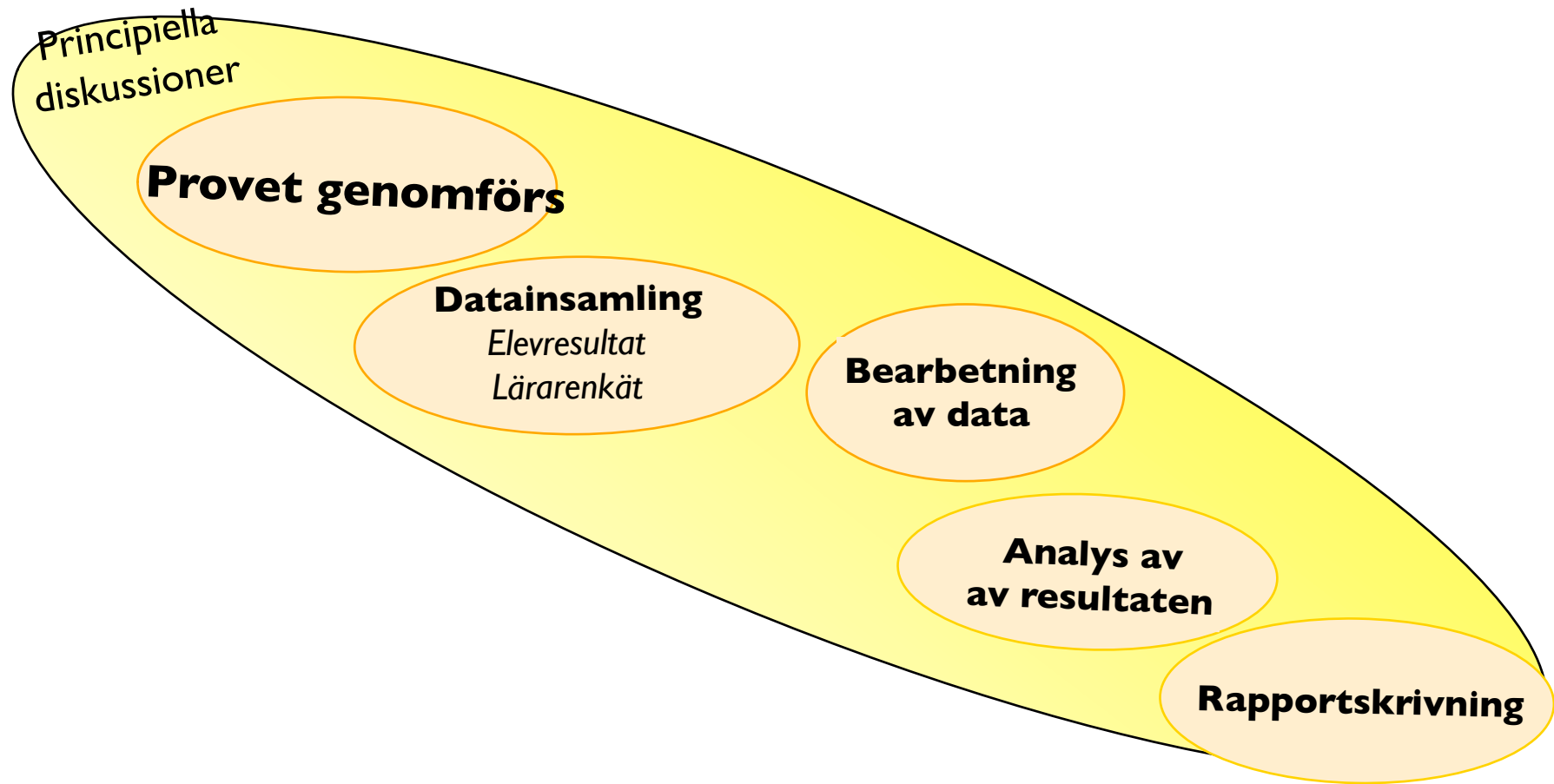
Förutom kravet för betyg C så skall elevarbetet ha erhållit  
Minst 80 poäng varav minst 10 poäng på minst nivå A

#### Provbetyg A:

Minst 100 poäng varav minst 20 poäng nivå A

Namn: Peter Petersson

## Arbetets uppläggning med det nationella provsystemet forts







Stockholms  
universitet

## Vad kan rektor göra för att stödja läraren med arbete med de nationella proven

- Utprovningar
- Information till alla lärare och elever
- Anpassning
- Hjälpt med organisation t.ex. vid muntligt delprov



Stockholms  
universitet

## Anpassning

Anpassning får göras för elever med funktionsnedsättning och rektor är ansvarig för att anpassning genomförs. En diagnos är inget krav för att anpassning sker i prov-situationen.

Det är viktigt att skolan genomför anpassning så att provet så långt som möjligt prövar de kunskaper och förmågor som ska prövas.

I den miniräknarfria delen prövas kunskaper som inte kan prövas på samma sätt om eleven har tillgång till räknare. Det innebär att eleven inte får använda miniräknare på den delen.

## Muntlig prov

Det är en fördel om lärarna, med stöd av skolledningen, kan planera genomförandet.



Stockholms  
universitet

## Vad kan rektor göra för att stödja läraren med arbete med de nationella proven

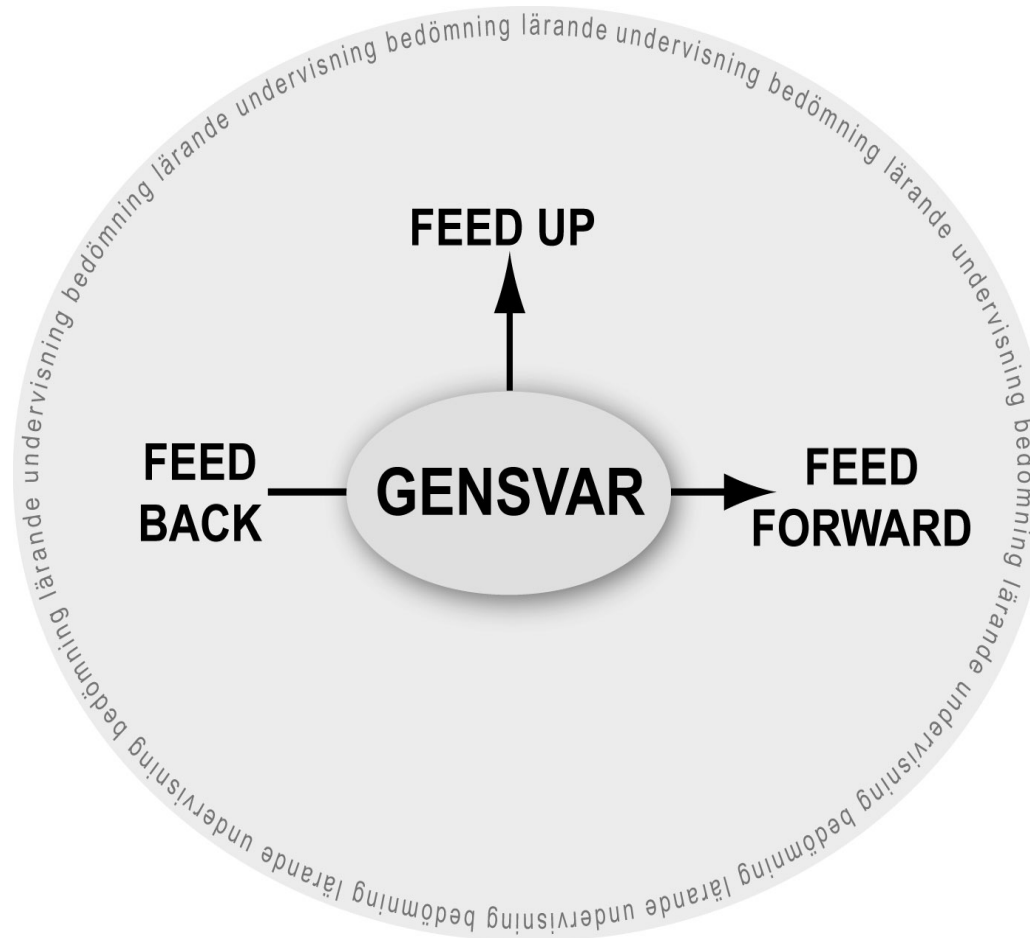
- Skapa bedömningsdiskussioner kring ämnesproven (likvärdighet)
- Uppföljning av provresultat
- Provbetyg - slutbetyg

# Bedömningsprocessen



- Styrdokument
- Verksamhetens och undervisningens mål
- Vad?
- Hur?
- Analysera och tolka
- Dokumentera
- Kommunicera
- Gensvar – hur gå vidare?

# Formativ bedömning



# MiMa –projektet

## PRIM-gruppen i samarbete med lärare från Nacka och Botkyrka

Syfte:

Att eleverna ska bli mer medvetna om sitt lärande och sitt matematiska kunnande t ex genom att

- bli bättre på att reflektera över sitt eget arbete, sina resultat och att värdera sin egen utveckling
- få en realistisk uppfattning av vad de kan och vad de kan göra, samt hur de kan visa sina kunskaper.
- få tilltro till det de gör och veta hur de bör planera det fortsatta arbetet i matematik.

## Exempel på verktyg

- Självvärderingar t.ex. värderingsschema
- Eleverna skriver "elevbok"
- Utvärdering efter ett avsnitt
- Eleven bedömer själv sitt prov
- Eleverna gör egna uppgifter

Konkreta exempel

[www.prim-gruppen.se](http://www.prim-gruppen.se) > Min egen matematik

## Att arbeta mer formativt...

- ha tålamod, det går långsamt men det ger resultat
- våga pröva nytt
- använda eleven som resurs
- inte ta allt på en gång, en sak i taget
- diskutera, argumentera, reflektera och inspireras

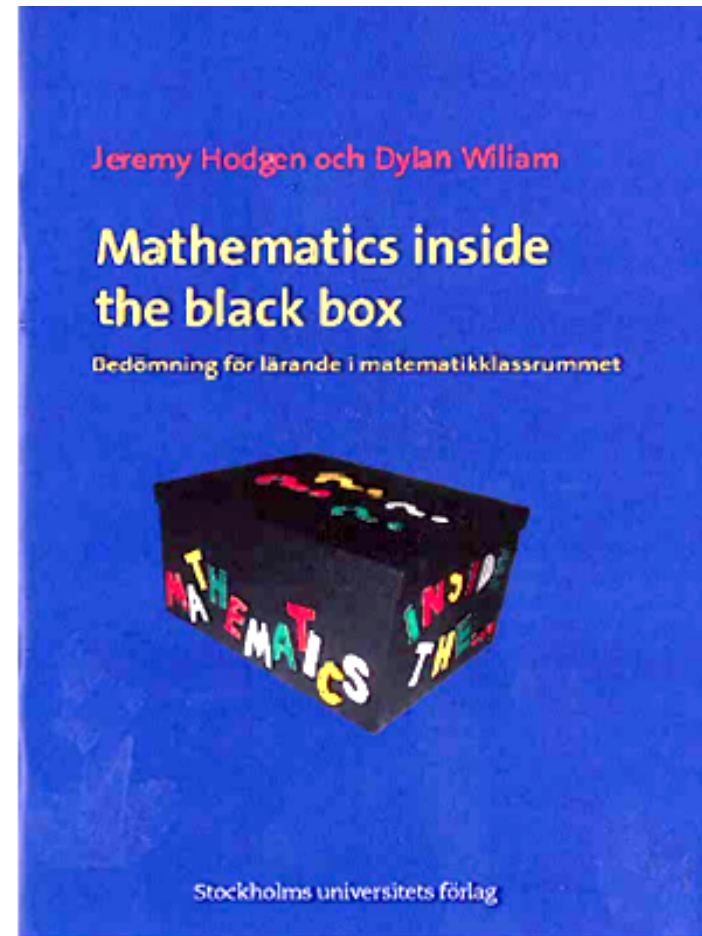
*Erfarenheter från lärare i Mima-projektet*



## Mathematics inside the black box (2006)

- *Classroom dialogue*
- *Feedback and marking*
- *Peer and self-assessment*

*Finns nu översatt till svenska*



## Fem principer för lärande

1. Starta där eleven befinner sig i sitt lärande
2. Eleven måste vara aktiv i processen
3. Eleverna måste få samtala om sina idéer
4. Eleverna måste förstå syftet / målen / kunskapskraven
5. Gensvar till eleven om hur de kan förbättra sig

*Hodgen & Wiliam: Mathematics inside the black box*

# Forskning om gensvar



- Gensvar ska riktas mot uppgift och inte mot person
- Gensvar kan vara i form av en fråga så att eleven får hjälp med nästa steg och inte en fullständig lösning av problemet
- Feedback - feed forward – feed up
- Eleverna måste få tid att läsa, svara och agera på synpunkterna
- Kamratutvärdering

## Ett utvecklingsprojekt kring..

Tid: 4 eftermiddagar ca 3 timmar

Efter en introduktion väljer varje deltagare något utvecklingsområde

Arbetar i grupp med kollegor

Gruppdiskussioner kring litteraturavsnitt och utvecklingsområde



## Nätverks grupp kring boken

### Vad prövade deltagarna?

- Elevbok
- Fusklapp
- Längre väntetid mellan frågorna
- Öka matematiksamtalerna i klassrummet
- Gensvar
- Diagnoser



Stockholms  
universitet

# Forskningscirkel i gensvar

- För och nackdelar med
- "Two stars and a wish"
- Bedömningsmatris
  
- Mer tid över

# RE-projektet

- Att använda svenska och matematik som kommunikativa redskap i elevers meningsskapande
- Pedagogisk dokumentation

# Skolverket

## Bedömningsstöd:

Bedömningsstöd kopplat till ämnesprov och diagnostiska material

Kunskapsbedömning i skolan – praxis, begrepp, problem och möjligheter.

Frågor och svar







Stockholms  
universitet

## Rektorer som leder arbete mot en god bedömningspraktik...

- Ser bedömningsarbetet som en avgörande aspekt av skolans kunskapsuppdrag
- Planerar in möjligheter och avsätter tid för ett systematiskt arbetet där lärare kan diskutera både bedömning med formativt syfte och med summativt syfte
- Läger vikt vid att skolans lärare har god kunskap om bedömning och styrdokumentet
- Uppmuntrar lärare som vill utveckla sin bedömarkompetens

## **Mattelyftet** – 2,6 miljarder ska höja resultaten

Det finns ett behov av att lärare mer strukturerat och kontinuerligt erbjuds möjlighet att samtala om undervisning och didaktik.

Det är betydelsefullt att rektor deltar aktivt i processen för att utveckla och förbättra matematikundervisningen på skolan

***Innehåll i fortbildningen*** är bland annat

- *Bedömning*, både med formativt och summativt syfte

## Allt hänger ihop

- För att bedömning ska kunna vara ett kraftfullt verktyg för lärande måste bedömning ses i ett sammanhang
- Vi kan inte frikoppla bedömning från undervisningen



Stockholms  
universitet



**Att göra det viktigaste bedömbart  
inte det enkelt mätbara till det viktigaste**

[www.prim-gruppen.se](http://www.prim-gruppen.se)