

Vad bör en matematiklärare kunna?



Johan Häggström | NCM, Göteborgs universitet

Vad bör en matematiklärare kunna?

Vad bör en matematiklärare göra?

Vad kännetecknar god matematikundervisning?

Hur når vi dit?

John Hattie har analyserat över 800 meta-analyser

– Vilken "effekt" har olika faktorer på resultaten av undervisningen?

Hatties resultat tyder på att man måste ge sig in i klassrummen för att finna det mest avgörande faktorerna för elevernas kunskapsutveckling och menar att det finns belägg för att faktorer som påverkar undervisningen indirekt inte har särskilt stor betydelse.

"Indeed, one of the fascinating discoveries throughout my research for this book is discovering that many of the most debated issues are the ones with the least effects. It is a powerful question to ask why such issues as class size, tracking, retention (that is, holding a student back a grade), school choice, summer schools, and school uniforms command such heated discussions and strong claims. [...]" (s. 33)

"So, for example, reducing class size does not directly influence student learning [...] ... there are few policies that directly affect teaching. Most policies are about structural issues such as resources, smaller class sizes, choice (or whom you want to send your children to school with), curriculum, and tests and high stake assessment. It is rare to find a policy that relates to teaching." (s. 244)

Hattie, J.A.C. (2008). *Visible learning: a synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London: New York: Routledge.

Lärarens agerande träder fram som en av de mest avgörande komponenterna.

"The major message is simple – what teachers do matters [...] – especially those who teach in a most deliberate and visible manner. When these professionals see learning occurring or not occurring, they intervene in calculated and meaningful ways to alter the direction of learning to attain various shared, specific, and challenging goals." (p. 22)

Hattie sammanfattar huvudresultaten i en lista med 6 punkter, som alla handlar om betydelsen av lärarens agerande för undervisningen.

Läraren ska undervisa aktivt och beakta elevernas sätt att tänka och deras förförståelse.

Tydliga lärandemål där läraren följer elevernas kunskapsutveckling och vet hur man kan gå vidare.

Klargörande och konstruktiv "feedback" från läraren är en faktor som särskilt lyfts fram, samt att läraren skapar ett klassrumsklimat där "fel" välkomnas och ses som "möjligheter till lärande".

"These results show that active and guided instruction is much more effective than unguided, facilitative instruction" (Hattie, 2008, s. 243).

Hattie, J.A.C. (2008). *Visible learning: a synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London: New York: Routledge.

The effects of classroom mathematics teaching on students' learning

(Hiebert & Grouws, 2007)

Kärnfrågan i forskning om undervisning:

“What is it, exactly, about teaching that influences students' learning?”

Undervisningens beskaffenhet har betydelse för elevernas lärande.

Det finns inget som talar för att **en** metod skulle vara mest effektiv oavsett undervisningsmål.

“students learn best when they have the most opportunity to learn”

“opportunity to learn is not the same as being taught”

Komponenter i effektiv undervisning för att få elever att utveckla matematiska färdigheter:

“rapid pace”, “teacher modeling” “smooth transition from demonstration to substantial amounts of error-free practice”

Komponenter i effektiv undervisning för att få elever att utveckla begreppslig förståelse:

“explicit attention to concepts - to connections among mathematical facts, procedures and ideas in a public way”, “the engagement of students in struggling with important mathematical ideas”

Hiebert, J. & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 371–404). Greenwich: Information Age

Hur svårt kan det vara att undervisa i matematik?

Elev: jag kan inte [pekar på $6 \cdot 8$]

Lärare: hmm ... vet du vad $5 \cdot 8$ är?

Elev: 40

Lärare: okej, så om $5 \cdot 8$ är 40 då är $6 \cdot 8$... ?

Elev: jag vet inte

Lärare: ??

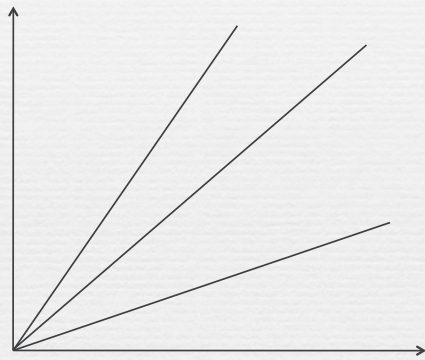
Lärare: $6 \cdot 8 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 5 \cdot 8 + 8 = 40 + 8 = 48$

Elev: $6 \cdot 8 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$

$5 \cdot 8 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$

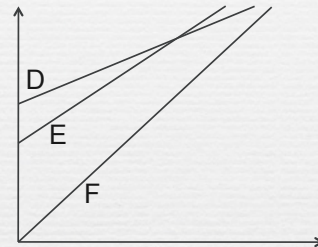
SW1 – lektion 11

Inledande genomgång



$$K=15x \quad K=10x \quad K=2x$$

Elevuppgift



a) $K = 125 + 3x$

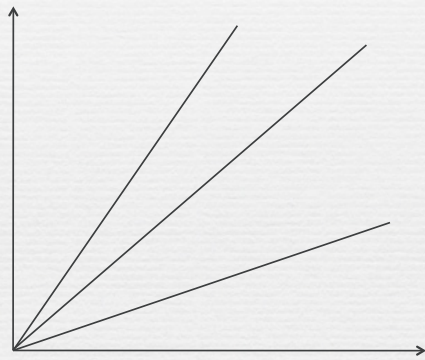
b) $K = 4x$

c) $K = 175 + 2x$



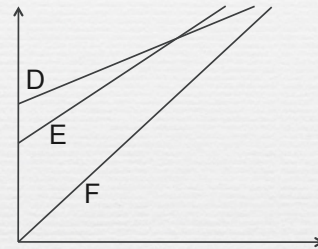
SW1 – lektion 11

Inledande genomgång



$$K=15x \quad K=10x \quad K=2x$$

Elevuppgift



a) $K = 125 + 3x$

b) $K = 4x$

c) $K = 175 + 2x$



Elevers svårigheter

- Oklar förståelse av x
 - "Jag fattar inte varför man har x [...] onödigt ..."
 - " x är nånting, ett tal, man vet inte vad det är"
- Oklar förståelse av uttrycket/formeln
 - Hela uttrycket/grafen – Ett värde i taget (objekt – procedur)

Aktiv eller Re-aktiv undervisning?

Kult-projektet/Learner's Perspective study – <http://www.lps.iccr.edu.au>

TIMSS 2007 Resultat årskurs 8

Genomsnittliga resultat och fördelning i matematik, årskurs 8, för samtliga länder och regioner.								
Länder	Fördelning av resultat i matematik	Percentiler av resultat				Genomsnittlig poäng ³	Antal år i skolan	Genomsnittlig ålder
		5.a	25.a	75.a	95.a			
		95% konfidenstervall för medelvärde						
Taiwan						598 ▲	8	14,2
Sydkorea						597 ▲	8	14,3
Singapore						593 ▲	8	14,4
Hongkong, Kina						572 ▲	8	14,4
Japan						570 ▲	8	14,5
Ungern						517 ▲	8	14,6
England						513 ▲	9	14,2
Ryssland						512 ▲	7 or 8	14,6
USA						508 ▲	8	14,3
Litauen						506 ▲	8	14,9
Tjeckien						504 ▲	8	14,4
Slovenien						501 ▲	7 or 8	13,8
Armenien						499	8	14,9
EU/OECD genomsnitt 2007 ¹						499 ▲		14,3
Australien						496	8	13,9
Sverige						491	8	14,8
Malta						488	9	14,0
Skottland						487	9	13,7
Serbien						486	8	14,9
Italien						480 ▼	8	13,9
Malaysia						474 ▼	8	14,3
Norge						469 ▼	8	13,8
Cypern						465 ▼	8	13,8
Bulgarien						464 ▼	8	14,9
Israel						463 ▼	8	14,0
Ukraina						462 ▼	8	14,2
Rumänien						461 ▼	8	15,0
Bosnien och Herzegovina						456 ▼	8 or 9	14,7
Internationellt genomsnitt 2007 ²						451 ▼		
Libanon						449 ▼	8	14,4
Thailand						441 ▼	8	14,3
Turkiet						432 ▼	8	14,0
Jordanien						427 ▼	8	14,0
Tunisien						420 ▼	8	14,5
Georgien						410 ▼	8	14,2

The learning gap

Kunskapsutveckling från åk 2 till åk 5

The teaching gap

TIMSS video studies (1995, 1999) – 7 länder

Lesson scripts

Rutinuppgifter – Utmanande problem

USA: lärarna löser själva eller bryter ner i mindre steg av rutinkaraktär

Teacher knowledge gap

Lärares kompetens (Li Ping Ma)

People seem to have different approaches to solving problems involving divisions with fractions.
How do you solve a problem like this one?

$$1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} =$$

Imagine that you are teaching division with fractions. To make this meaningful for kids, something that many teachers try to do is relate mathematics to other things. Sometimes they try to come up with real-world situations or story-problems to show the application of some particular piece of content. What would you say would be a good story for $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = ?$

(sid 55)

1	USA	KINA
Correct algorithm, correct answer ($3\frac{1}{2}$)	43%	100%
Correct algorithm, incomplete answer ($1\frac{1}{4}$)	9%	0%
Incomplete algorithm, unsure, incomplete answer ($\frac{28}{8}$)	19%	0%
Fragmentary memory of the algorithm, no answer	24%	0%
Wrong strategy, no answer	5%	0%
2		
Correct story	0%	90%
Correct story, "problematic context"	4%	0%
Wrong story	83%	1%
No answer	26%	9%

Profound Understanding of Fundamental Mathematics

By profound understanding I mean an understanding of the terrain of fundamental mathematics that is deep, broad, and thorough. Although the term profound is often considered to mean intellectual depth, its three connotations, deep, vast, and thorough, are interconnected. (sid 120)

Fundamental mathematics is elementary, foundational, and primary. It is elementary because it is at the beginning of mathematics learning. It is primary because it contains the rudiments of more advanced mathematical concepts. It is foundational because it provides a foundation for students' further mathematics learning. (sid 124)

Skillnaderna mellan amerikanska och kinesiska lärares kunskaper förklaras med att

- Undervisningen i den grundläggande utbildningen är av högre kvalitet i Kina.
- Kinesiska lärare ägnar mycket tid och kraft åt att gemensamt studera undervisningsmateriel, formulera utbildningsmål och hur innehållet kan hanteras i undervisningen.

Besides a careful investigation of 'what to teach', teachers study 'how to teach it' [...] In the process of studying what is in a textbook and how to deal with it interactions between 'what to teach' and 'how to teach' occur. It is easy to see that through such interactions a teacher's subject matter knowledge would develop, stimulated by concern for how to teach. (sid 133)

Ma, Liping (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics*. New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Vad krävs för att effektivt kunna planera, genomföra, utvärdera och utveckla undervisning i matematik, så att alla elever får möjlighet att utveckla sina kunskaper och sitt självförtroende i, samt intresse för matematik?

Djupt kunnande i och om den matematik som ska bli föremål för undervisning.

Förtrogenhet med skolans matematik, så som den beskrivs i kursplaner, för att kunna omsätta den i undervisning, samt förmåga att bedöma ett moments roll i relation till en elevs utveckling och fortsatta skolutbildning.

Kännedom om elevers komplexa kunskaper i och om matematik, förmåga att upptäcka, tolka och förstå variationer i dessa, samt att kunna analysera och bedöma deras kvalitet.

Kunskap om teorier för hur individer utvecklar sitt kunnande i matematik och hur läraren på olika sätt kan bidra till detta, t ex genom att ge lämpliga utmaningar på "lagom" nivå.

Insikt i hur svårigheter med olika delar av skolans matematik kan uppstå, förebyggas och åtgärdas.

Kännedom om möjligheter och svårigheter med olika sätt att gruppera och individualisera, samt med olika arbetssätt och arbetsformer i relation till elever, innehåll och målsättning.

Omdöme i användande av läromedel och av tekniska hjälpmedel som miniräknare och datorer i undervisningen.

Kunnande i olika metoder för att utvärdera och bedöma elevers matematikkunskaper i förhållande till målbeskrivningar och betygskriterier, samt att kunna beskriva och kommunicera detta till elever och föräldrar.

Kompetencer og matematiklæring – Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark

Mogens Niss & Tomas Højgaard Jensen (Red.)

Læseplanskompetence

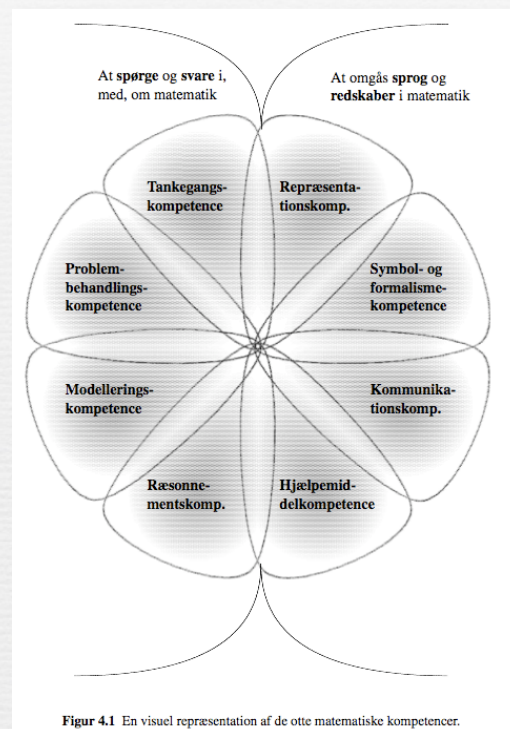
Undervisningskompetence

Læringsafdækningskompetence

Evalueringskompetence

Samarbejdskompetence

Professionel udviklingskompetence



Det är svårt att ändra på lärare – men undervisningen kan gå att förändra ...

Lesson study / learning study

Lärandemål

Planera

Genomför

Utvärdera



Karl Johans skola, Örebro
"Tänk så många 'första lektioner'
som görs i skolan!"

Lärare, Kungsbacka
"Jag har jobbat 25 år i skolan - det här är
det roligaste jag gjort under den tiden."