

# Multilink-kuber



## Varför kuber i matematikundervisningen?

Multilink-kuber – eller motsvarande material – kan utnyttjas till snart sagt alla områden inom matematikundervisningen, i hela grundskolan och även upp på gymnasienivå. Kuberna hör definitivt till de material som blir allt bättre ju mer de kommer i bruk. Dels blir de ”mjukare” och enklare att bygga med efter en tids användning, dels leder arbetet med kuberna ofta till att nya möjligheter upptäcks.

Nedan ges några förslag på aktiviteter och det finns exempel som passar olika åldrar, skilda matematikområden och flera kunskapsnivåer.

## Grundläggande talbegrepp

### *Tiokamrater*

1. Varje elev bygger en egen tiostav av multilink-kuber, 5 i en färg och 5 i en annan.
2. Eleverna minglar runt i klassrummet med sin tiokamratstav bakom ryggen, stannar till framför en klasskamrat, bryter av staven och håller fram ena delen för kompisens som ska tala om hur många kuber som finns kvar på den andra delen bakom ryggen. Genom att stavarna är hopsatta  $5 + 5$  kan eleverna ta hjälp av femtalet för att se vad som fattas till en hel tiokamratstav.



3. För att kontrollera om svaret är riktigt räknar de tillsammans antalet kuber på den tidigare dolda delen.
4. Eleverna fortsätter att mingla runt, stannar upp framför en klasskamrat ...

Idén med tiokamratstaven av multilink-kuber har vi fått av en lärare som berättade att hon brukar låta sina elever göra denna aktivitet då de ”har spring i benen” och behöver röra på sig under lektionen. Samtidigt tränas tiokamrater och det ges tydliga bilder av hur talet 10 kan delas upp på olika sätt.

### *Dubbelt*

En elev plockar upp en näve kuber. En annan ska ta upp dubbelt så många.

### *Hälften*

En elev plockar upp en näve kuber. En annan ska ta upp hälften så många.

Hur hanterar eleverna situationen om den första eleven tar upp ett ojämnt antal kuber? Bra utgångspunkt för fortsatt diskussion ...

## Rumsuppfattning

### *Lägesord*

1. Ställ upp ett antal föremål på ett bord. Elever placerar sina kuber på valfria ställen och beskriver var de ligger, t ex:
  - Min kub ligger framför / bakom / under / ovanpå / bredvid leksaksbilen.
  - Min kub ligger mellan bilen och det vita fåret.





2. Eleverna uppmanas att placera kuben på ett speciellt ställe, t ex:
  - Lägg kuben framför / bakom / under / ovanpå / bredvid bilen.
  - Lägg kuben mellan det vita fåret och bilen.
 I nästa steg kan eleverna bestämma åt varandra var kuberna ska placeras.
3. Föremålen placeras i en lång rad och samtliga elever ser raden framifrån. Raden kan liknas vid en kö. Eleverna ska nu lägga sina kuber i kön och beskriva var de finns.
  - Min kub ligger först / sist / framför / bakom / i mitten / mellan ...
 Eleverna kan sedan bestämma åt varandra var kuberna ska placeras.

## Uppfatta mönster

### *Varannan*

1. Bygg ett mönster där varannan kub t ex är röd och varannan är blå.
2. Eleverna fortsätter att bygga mönstret, så att det framgår att de uppfattat regelbundenheten.
3. Hur kan mönstret beskrivas? – Varannan kub är röd och varannan kub är blå.
4. Bryt mönstret, utan att eleverna ser, genom att t ex ta bort en röd kub så att två blå kommer bredvid varandra. Vad händer? Hur kan det rättas till?
5. Gör på liknande sätt med var tredje / var fjärde / var femte ...

### *Mönsterdetektiv*

1. Använd kuber i två färger och bygg en rad som på bilden. Observera att den innehåller både upprepning och förändring.



Eleverna fortsätter att bygga mönstret.

2. Bygg en ny rad av kuber:



Eleverna fortsätter att bygga mönstret. Uppmärksamma att även denna innehåller både upprepning och förändring.

3. Eleverna bygger egna mönster där kamraterna ska försöka lista ut fortsättningen.

Idéer hämtade ur

Hägglom, L. & Hartikainen, S. (2005). *Tänk och räkna F. Lärarhandledning*. Nacka: Majema-förlaget.

## Bråk och procent

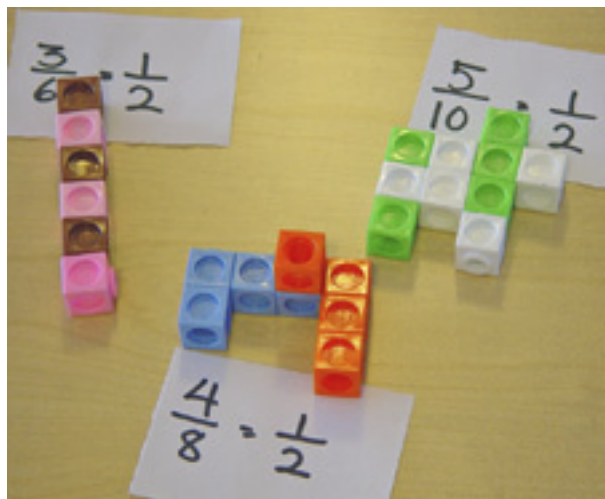
### **Bråk**

Eleverna gör en miniatypp där de med hjälp av valfritt antal kuber i olika färger bygger och illustrerar t ex  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ ,  $1/6$ ,  $1/7$ ,  $1/8$ ,  $1/9$ ,  $1/10$  ... Lappar förklarar vad som visas.



### **Bråk igen**

Med hjälp av kubernas färger illustrerar eleverna hur t ex  $1/2$  kan se ut på minst tre olika sätt. Lappar förklarar vad som visas.

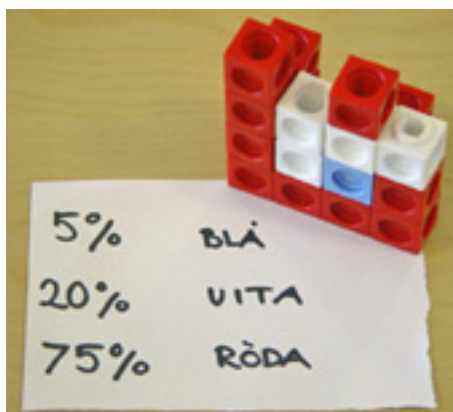


### **Bråk än en gång**

Plocka upp en hög med kuber i olika färger. Bestäm hur stor andel som är röda, blå, gröna ...

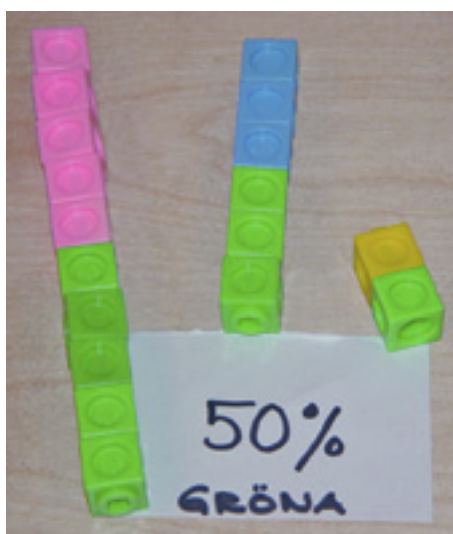
### **Procent**

Eleverna gör en miniatställning där de med hjälp av valfritt antal kuber i olika färger bygger och illustrerar skilda procenttal som t ex 100 %, 80 %, 75 %, 60 %, 50 %, 40 %, 25 %, 20 %, 10 %, 5 % ... De skriver en lapp vid varje objekt som t ex 75 % av kuberna är röda, 5 % är blå, 20 % är vita.



### **Procent igen**

Eleverna illustrerar med hjälp av kuber i olika färger hur t ex 50 % kan se ut på minst tre skilda sätt. Lapp förklarar vad som visas.



### **Procent än en gång**

En elev plockar upp en hög med kuber i olika färger. Bestäm hur många procent som är röda, blå, gröna ... Viss justering av antalet kuber är tillåtet om så önskas:-)

### **Jämförelse mellan bråk och procent**

Jämför miniatställningarna med bråk och procent. Vilka slutsatser kan dras?

## Längd – area – volym

### Längd

Använd kanten på en multilink-kub som längdenhet och låt eleverna mäta olika föremål i klassrummet. Detta kan bli ett steg mellan ostandardiserade och standardiserade längdenheter som t ex kriter och fötter respektive cm och dm. Multilink-kuberna är standardiserade så tillvida att alla har samma mått.

### Area

I denna aktivitet sätts sidan på en multilink-kub till 1 areaenhet. Låt varje elev rita en stor, oregelbunden form på ett A5-papper och sen klippa ut den. Hur stor area har den utklippta figuren? Dvs, hur många kuber går åt för att täcka ytan? Diskutera hur noggrann metoden är.

### Volym

Bestäm att en kub har volymenheten 1. Låt eleverna bygga ett antal kroppar med en bestämd volym, t ex 5 kroppar som är 12 volymenheter stora. Låt eleverna reflektera över om det har någon betydelse från vilket håll de ser kroppen när de ska bestämma den totala volymen.

### Allt större kuber

Utgå från en multilink-kub och bestäm här att den har kantlängden 1.

1. Låt eleverna bygga kuber med kantlängden 1, 2, 3, 4, 5 ...
2. Gör en tabell där värden för kantlängd, bottenarea och volym skrivs in.

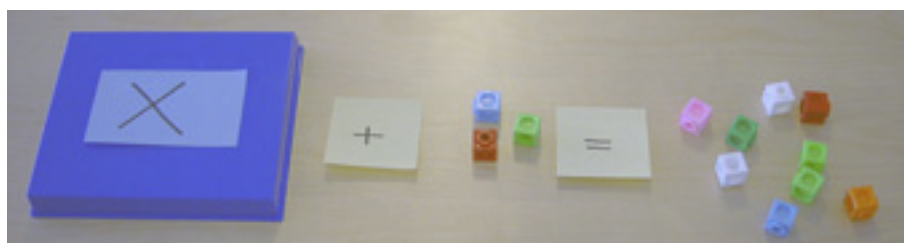
kantlängd	bottenarea	volym
1	1	1
2	4	
3		

3. Eleverna uttrycker först med vardagliga ord, sedan med matematiskt språk, förhållandet mellan längd – area – volym.
4. Diskutera de tre dimensionerna, exempelvis varför "i kvadrat" skrivs med en upphöjd 2:a och "i kubik" med en upphöjd 3:a.

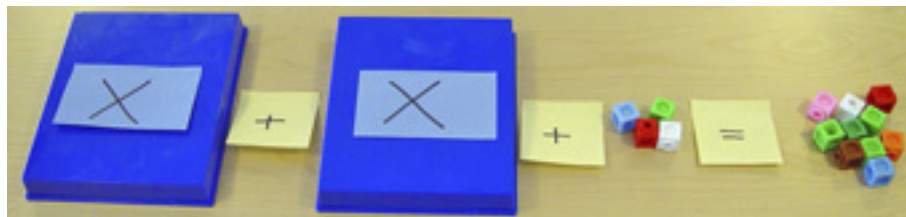
## Ekvationer

### Hemligt tal

1. Lägg ett antal kuber under en låda. Skriv  $x$ ,  $+$ ,  $=$  på post-it-lappar. Placera som på bilden. Hur många kuber finns under lådan?



2. Avänd två lådor och förklara att det är lika många kuber under varje låda. Vad är  $x$ ?



## Funktioner

### *Gissa funktionen*

Ett större papper delas in i två kolumner för att visa vad som går IN och vad som kommer UT. Elever spelar mot varandra i två små grupper. Den första gruppen bestämmer en funktion som t ex "dubbla antalet minus 1".

Alla har tillgång till kuber.



Ett exempel:

1. Grupp A lägger 2 kuber under IN.
2. Grupp B måste chansa i den första omgången, gissar att funktionen är "dubbelt" och lägger därför 4 kuber under UT.
3. Grupp A rättar och tar bort en kub så att funktionen blir  $2x - 1$ , dvs 3. De lägger därefter 4 kuber under IN.
4. Grupp B vet nu att det inte är "dubbelt". Prövar med " $x + 1$ " och lägger 5 kuber under UT.
5. Grupp A rättar och lägger till 2 kuber. Lägger sedan 5 kuber ...

När Grupp B listat ut funktionen är det deras tur att bestämma en ny.

Funktionen "dubbla antalet minus 1" skrivs med matematiska symboler antingen som  $y = 2x - 1$  eller som  $f(x) = 2x - 1$ .

Aktiviteten kan anpassas till yngre elever genom att den ändras till *Gissa min regel*: istället för att komma underfund med vilken funktion som kamraterna avser, ska de lista ut vilken regel som den andra gruppen bestämt.

## Diagram

Använd kuber till att bygga stapeldiagram. Se t ex Strävorna 6D *Venn-diagram* och speciellt under rubriken Utveckling. Strävorna finns på [ncm.gu.se/stravorna](http://ncm.gu.se/stravorna)

## Kombinatorik

Om man utgår från kuber i två olika färger, finns bara en möjlighet att sätta ihop dem till ett par, om kuberna ska ha olika färg och riktningen inte har någon betydelse.

1. Hur många olika par kan det bli med samma regler om tre färger används?
2. Fortsätt och undersök med fyra färger, fem, sex ...
3. Låt eleverna formulera en generell regel med egna ord.
4. Äldre elever kan översätta regeln till en matematisk formel.

I boken *Rika matematiska problem* finns en utmärkt beskrivning av vilket matematiskt innehåll – från ostrukturerat letande till formell kombinatorik – eleverna kan få erfarenhet av genom att arbeta med ett liknande problem.

Se s 39 – 53 samt s 219 i

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem – inspiration till variation*. Stockholm: Liber.

## Sannolikhet

### *Kub-i-påse*

För att kunna göra förutsägelser om t ex proportioner på ett material som inte kan ses helt och hållet, kan det vara bra att arbeta med stickprovsundersökningar.

1. Placera kuber i två eller tre färger i tygpåsar eller plastpåsar som inte är genomskinliga. Märk varje påse med en bokstav och skriv hur många kuber som finns i den, t ex A och 10 kuber. Dessa 10 kuber kan exempelvis bestå av 8 röda och 2 vita eller 5 gröna, 4 svarta och 1 gul.
2. Låt en påse gå runt i klassen. Här är det verkligen en fördel med stor klass! Varje elev sticker ner handen utan att titta i påsen, tar upp en kub, säger högt vilken färg den har och lägger sedan tillbaka den. En elev antecknar undan för undan ordningsnumret och färg på tavlan eller OH-ark.
3. När påsen passerat ungefär halva klassen kan en sammanställning göras av de data som hittills antecknats. Alla får möjlighet att göra en egen förutsägelse av hur färgfördelningen ser ut.
4. Påsen fortsätter att cirkulera tills alla har haft den och sen kan eleverna avgöra om de vill hålla kvar vid sin tidigare förutsägelse eller om de vill göra justeringar. Några elever får redogöra för hur de resonerat. Slutligen töms kuberna ut och den korrekta fördelningen blir synlig.
5. Elever kan sedan i par eller smågrupper fortsätta att undersöka nya påsar. En viktig fråga att diskutera är hur många "drag" som behövs för att förutsägelserna ska bli rimligt goda.

Om det finns en påse till varje grupp samt ytterligare ett par extra kan varje grupp arbeta i sin egen takt.

Denna idé är hämtad från

Ollerton, M. (2005). *100 Ideas for Teaching Mathematics*. London: Continuum.



## Mer om kuber

- Som nämndes i inledningen finns det bra aktiviteter med multilink-kuber som passar även upp på gymnasienivå. Exempel finns på Strävorna 8E *Faktorisering* och Strävorna 8E *Binomialkub*.
- Boken *Linking Cubes and the Learning of Mathematics – Making algebraic structure and mathematical thinking accessible to learners of all ages* ger många goda förslag att arbeta vidare med. Tanken med boken är inte att erbjuda färdiga elevaktiviteter utan underlag för lärare att undersöka, diskutera och utveckla. Författare är Paul Andrews och boken ges ut av ATM, Association of Teachers of Mathematics. Se även [www.atm.org.uk](http://www.atm.org.uk)