

# Kommentar till

## *Laborativ matematik, konkretiserande undervisning och matematikverkstäder. En utvärdering av Matematiksatsningen. RAPPORT 366, 2011.*

Vi – Elisabeth Rystedt och Lena Trygg – har tagit del av utvärderingen *Laborativ matematik, konkretiserande undervisning och matematikverkstäder*. I denna kommentar vill vi bemöta den kritik som framkommer mot två böcker som vi har skrivit: *Matematikverkstad – en handledning för att bygga, använda och utveckla matematikverkstäder* samt Kunskapsöversikten *Laborativ matematikundervisning – vad vet vi?*

I utvärderingens sammanfattning skriver författarna att "Litteraturen<sup>1</sup> har fokuserat mycket på formerna för hur man "ska göra", något som i sin tur genomsyrar de lektioner vi studerat. Lektionerna har därför ofta blivit statiska och låsta till den aktuella situation och det aktuella materialet". (Utvärderingen, s 13)

Vi håller inte med om påståendet att våra böcker fokuserar mycket på "att göra" och vänder oss mot att författarna i första hand framhåller våra böcker som enskild orsak till negativa resultat i den laborativa undervisningen.

Vi betvivlar inte alls att det i dagsläget finns brister i (vissa) lärares laborativa matematikundervisning, men det skulle också kunna finnas andra orsaker än våra böcker. Andra tolkningar är att dessa lärare inte tagit till sig innehållet i böckerna i sin helhet eller att de inte har adekvat utbildning för att undervisa i matematik. Ytterligare orsaker kan vara att de inte fått tid och möjlighet att sätta sig in i ett laborativt arbetssätt, inte har utrymme för didaktiska diskussioner tillsammans med kollegor eller att de inte har getts möjlighet till kompetensutveckling kring laborativ matematikundervisning. Kanske har de inte heller med sig erfarenhet av att hantera och förhålla sig till laborativa material från sin egen lärarutbildning.

Poängen med att ha en matematikverkstad – i någon form – på skolan är att underlätta för lära- ren att bedriva en god undervisning. Både vid planerad användning och spontant uppkomna behov finns material enkelt tillgängligt. Vinsten är att material finns samlat och ordnat på ett strukturerat sätt, vilket på sikt ger en bättre arbetsmiljö. Med andra ord skapas mer tid för förberedelser, planering och uppföljning av undervisningen och matematikdidaktiska diskussioner med kollegor som syftar till att utveckla skolans matematikundervisning.

Nedan ges en kort sammanfattning av bemötandet av den kritik vi fått. I nästa avsnitt finns utdrag ur utvärderingen samt ur våra två böcker, så att det blir möjligt för läsaren att själv jämföra.

Vi menar att författarna till utvärderingen ger en missvisande presentation av våra böcker i tre avseenden:

### 1. *Författarna framställer motsättningar som saknar grund*

Vi reagerar på att det i utvärderingen kan uppfattas som att det råder motstridiga uppfattningar mellan utvärderingens författare och perspektiv som framförs i våra böcker. Vi ifrågasätter de motsättningar som författarna målar upp och som vi anser saknar grund. Vi har valt att kategorisera dem under nedanstående rubriker:

*Mål för matematikundervisningen – att upptäcka och använda abstrakta strukturer och relationer*

*Lärarens roll för kopplingen mellan konkret och abstrakt*

---

1. Angående den litteratur som avses: "Det visar sig också att man inom de flesta av projekten har sökt inspiration från böcker utgivna av NCM och vi inleder därför med att ge de beskrivningar och definitioner som finns i litteratur utgiven av NCM." (Utvärderingen, s 2)

*Laborativt arbetssätt är inget mål i sig*

*Rik tillgång till material behöver inte betyda god undervisning*

2. *Den samsyn som finns i de tre texterna negligeras*

Vi har valt att visa på samstämmighet mellan utvärderingen och våra böcker som *inte* kommer fram i utvärderingen. Det har samlats under

*Vikten av lärarens ämnesdidaktiska kompetens*

*Vikten av att få förståelse – inte "att göra"*

*Vikten av tydligt syfte*

*Vikten av att inte tro på "quick-fix"*

*Vikten av att inte gå till överdrift*

*Gemensamma utgångspunkter i forskning, t ex Szendrei 1996*

3. *Felaktiga tolkningar och brister*

Slutligen har vi gjort några nedslag i missuppfattningar och brister som samlats under nedanstående rubriker

*Matematikverkstadsboken – ingen exempelsamling*

*Kunskapsöversikten – ska ge en bild av kunskapsläget*

*Missförstånd*

*Ofullständig läsning*

\*\*\*

Vi tycker det är bra att denna utvärdering har genomförts. Det finns intressanta – om än inte oväntade – resultat som är viktiga att beakta inför kommande matematiksatsningar. Utvärderingen visar i flera fall på en bristande matematikdidaktisk kompetens hos lärare, att undervisningen ligger på en, för eleverna, alltför låg nivå och att lärarna inte alltid är på det klara med målet för sin egen undervisning. Detta kan ses som en övergripande problematik och borde sannolikt påverka dessa lärares samlade matematikundervisning – inte enbart de laborativa inslagen.

Alla kan helt säkert vara överens om att behovet av kompetensutveckling och stöd för lärare som undervisar i matematik är stort – något som även denna rapport med all tydlighet visar. Det inger ändå hopp att lärarna, i intervjuerna, själva lyfter fram att de under projektens gång har blivit medvetna om behovet av didaktiska ämneskunskaper och att de har fått ett gemensamt intresse för och fokus på matematikundervisningen på skolan. Detta utvecklingsintresse hos lärarna behöver tas tillvara och kommer väl till pass inför den stundande statliga satsningen på att höja kvaliteten på matematikundervisningen. Lärare skulle då kunna få möjlighet att utveckla sitt matematikdidaktiska kunnande så att de vid laborativ matematikundervisning kan ge eleverna de allra bästa förutsättningar för att lära matematik!

\*\*\*

I det följande finns utdrag ur utvärderingen samt ur våra två böcker för att jämförelser ska kunna göras. För att underlätta för läsaren har texterna markerats med olika färger:

Med blå text markeras texter från *Laborativ matematik, konkretiserande undervisning och matematikverkstäder. En utvärdering av Matematiksatningen. RAPPORT 366, 2011*. I fortsättningen förkortad till "Utvärderingen".

Med grön text markeras texter från *Matematikverkstad – en handledning för att bygga, använda och utveckla matematikverkstäder* samt Kunskapsöversikten *Laborativ matematikundervisning – vad vet vi?* I fortsättningen benämns den första boken "Mv-boken" och den andra "Kunskapsöversikten".

Vi är väl medvetna om att Skolverket är beställare av utvärderingen, men att det är författarna till utvärderingen som själva ansvarar för rapportens innehåll och de uppfattningar som uttrycks.

## 1. Författarna framställer motsättningar som saknar grund

### *Mål för matematikundervisningen – att upptäcka och använda abstrakta strukturer och relationer*

Ur Utvärderingen: Som framgår av de föregående styckena har vi en något annorlunda uppfattning om syftena med laborativ matematik och innebörden i konkret matematik. Vi menar att avsikten med all matematikundervisning är att den ska leda till abstraktion, även om det gäller en så elementär kunskap som att  $1 + 1 = 2$  oberoende av vad man räknar. (s 29)

I utdraget nedan kan man tydligt läsa att vi deklarerar att laborativ matematikundervisning inte ska stanna i det praktiska utan att målet för matematikundervisningen är att upptäcka och använda abstrakta strukturer och relationer.

Ur Kunskapsöversikten: Översikten behandlar laborativ matematikundervisning, men det betyder inte att lärandet ska stanna i det praktiska. Matematik är en abstrakt och generell vetenskap (Kiselman & Mouwitz, 2008). Matematiken har frigjort sig från det konkreta ursprunget, vilket är en förutsättning för att den ska kunna vara generell, dvs tillämpbar i många olika situationer (Nationalencyklopedin, 1996). Det är det som är matematikens styrka.

Redan ett naturligt tal är en abstraktion (Devlin, 1997). Att två äpplen och tre äpplen tillsammans är fem äpplen är exempel på en konkret situation, medan  $2 + 3 = 5$  är en abstraktion som kan användas i alla situationer oavsett om det handlar om äpplen, motorcyklar eller planeter. Att lära sig matematik kan därför ses som en process, där målet är att upptäcka och använda abstrakta strukturer och relationer (Devlin, 1997). (s 3)

### *Lärarens roll för kopplingen mellan konkret och abstrakt*

Ur Utvärderingen: Begreppet konkret kopplas konsekvent till laborativt material, och grundsynen är kopplad till Anna Kruses klassiska dikotomi gripa – begripa. Vi har en annorlunda syn på detta och menar att kopplingen konkret – abstrakt inte finns, utan att den måste *skapas* av läraren. (s 28)

Vi känner inte alls igen oss i resonemanget ovan om kopplingen mellan gripa – begripa. I både Mv-boken och Kunskapsöversikten skriver vi explicit fram att matematik är ett värde som måste tillföras och / eller lyftas fram av läraren.

Ur Mv-boken: Det laborativa arbetet ska fungera som en länk mellan det konkreta och abstrakta, men det sker inte med automatik. Elever behöver både stöd och utmaningar för att upptäcka matematiken i laborativa aktiviteter så att kunnandet kan generaliseras och användas i andra situationer. Det är lärarens uppgift att hjälpa eleverna att stärka dessa samband. Ett svårt men spännande uppdrag. (s 8)

Ur Mv-boken: Laborativa aktiviteter kan bana väg från den kunskap eleven redan besitter till den nya kunskap som eftersträvas. Detta sker inte av sig självt utan undervisningen måste lyfta fram matematiken i aktiviteterna. Eleverna måste få hjälp med att göra kopplingar mellan den laborativa aktiviteten och de abstrakta begrepp och generella matematiska samband som arbetet syftar att leda fram till. (s 69)

Ur Mv-boken: Eftersom laborativt material i sig inte ”lär ut” matematik utan är ett värde som läggs till vid användandet, är lärarens kunnande avgörande för hur det görs. (s 86)

Ur Kunskapsöversikten: *Matematik måste tillföras och/eller lyftas fram*

I litteraturen betonas ofta att fysiskt material i sig inte ger matematiska insikter, det bidrar inte med automatik till förståelse i matematik. Matematik är ett värde som läraren måste tillföra materialet (Ball, 1992; Clements, 1999; Fennema, 1973; Meira, 1998; Moyer, 2001; Szendrei, 1996). Samma inställning har Madeleine Löwing och Wiggo Kilborn och de poängterar också felaktigheten i att benämna ett laborativt material som konkret material:

En av de viktigaste poängerna med konkretisering har man tappat bort redan när man kallar ett laborativt material för ett ”konkret material”. Materialet i sig är dött och äger inte någon konkretiserande egenskap. Genom att använda materialet på ett sådant sätt att det underlättar den språkliga förståelsen av en operation eller tankeform, så har man däremot använt materialet i konkretiserande syfte. Men det är ändå inte materialet som är konkret. Om man lyckas konkretisera något eller inte är alltså helt beroende av hur materialet används. (Löwing & Kilborn, 2002, s 204)

Laborativa material ska dels hjälpa elever att förstå matematikens abstrakta natur och dels att bli mer effektiva problemlösare (Fennema, 1973). Deborah Ball framhåller att även om kinestetiska (att göra med kroppen) upplevelser kan bidra till ökad varseblivning och tänkande, ”vandrar inte förståelsen genom fingertopparna och upp genom armen” (Ball, 1992, s 47). Patricia Moyer menar att nyttan av de laborativa materialen avgörs av hur läraren och eleverna utnyttjar dem i ändamålsenliga och meningsfulla sammanhang. Det är genom att material betraktas som redskap i lärandet och genom att eleverna aktivt reflekterar över sitt agerande med dem som matematisk förståelse kan skapas (Moyer, 2001). Att införa laborativa material innebär alltså inte snabba lösningar som förbättrar elevers lärande i matematik, men de kan spela en viktig roll – både som positiv stimulans för att inspirera till förändring och som betydelsefulla verktyg för undervisningen i matematik (Ball, 1992).

Ovanstående forskares syn på laborativa material i matematikundervisningen kan sammanfattas med Szendreis ord i vår översättning: ”Undervisningsmaterial är inga mirakeldroger, deras förtjänst kräver planering och förutseende” (Szendrei, 1996, s 411). (s 23–24)

Vi vill också påpeka att vi definierar ”konkret” utifrån Svenska Akademiens ordbok och när vi gör en etymologisk tillbakablick på ordet begrepp, framgår att det kommer från det lågtyska begripen:

Ur Kunskapsöversikten: Med konkret menas i detta sammanhang sådant som kan uppfattas med våra fem sinnen, det vi kan se, ta på, flytta på med mera, medan abstrakt är sådant som vi endast kan uppfatta med våra tankar (Svenska Akademiens ordbok). (s 5)

Ur Mv-boken: Ordet *begrepp* kommer ursprungligen från det fornsvenska begripa som i sin tur kan härledas från det lågtyska begripen med betydelsen gripa (med tanken). (s 55)

## Laborativt arbetssätt är inget mål i sig

Ur Utvärderingen: Detta förutsätter i sin tur att laborationen ingår som en del av en didaktisk planering och inte primärt uppfattas som ett sätt att aktivera eleverna eller att skapa variation i undervisningen. Det gäller alltså att skilja mellan mål och medel, där medlet, i det här fallet laborationen, inte får bli målet. Laborationen är en metod – inte ett innehåll. För att uppnå det som i kursplanen i matematik anges som syften, att utveckla sina förmågor, bör eleverna möta ett matematikinnehåll på olika sätt. (s 27)

Vi är mycket noga med att påpeka risken för *hands on – minds off*, att läraren måste göra medvetna didaktiska val och att fokus ska ligga på *vad* eleven ska lära och *varför* det ska läras.

Ur Mv-boken: Ibland används uttrycket *hands on – minds off* då matematikverkstäder diskuteras. Att det i verkstaden råder febril aktivitet under trevliga former behöver inte betyda att eleverna verkligen lär sig matematik. Aktiviteter och laborationer uppfattas ofta som "en kul grej". Det kan med andra ord vara enkelt att skapa tillfällen för *hands on*-arbete, men risken finns att det stannar vid aktiviteter där det kunnande som ska utvecklas åsidosätts: *minds off*. Det kan bli mer av att göra än av att förstå och lära. Läraren måste vara medveten om denna risk, uppmärksamma de återvändsgränder som kan uppstå och istället genomföra en matematikundervisning med fokus på mål och innehåll: *minds on*.

Laborativt material är ingen mirakelkur i sig utan läraren måste göra medvetna, didaktiska val utifrån frågor om

- *vad* som ska läras – vilket matematikkunnande elever ska utveckla
- *varför* det ska läras – i vilket sammanhang aktiviteten ingår
- *hur* det ska läras – på vilka sätt elever ska arbeta för att utveckla förståelse. (s 7–8)

Ur Mv-boken: De didaktiska frågorna måste ständigt beaktas för att ge önskvärda effekter i elevernas lärande. Vad eleven ska lära, varför det ska läras och hur det ska läras ligger då bakom lärarens val och planering av aktiviteter.

---

I skolans matematikundervisning är det ofta hur-frågan som är i fokus vid planering. När det gäller laborativa aktiviteter är det avgörande för elevernas lärande att en förskjutning sker från enbart hur-frågan till att även behandla vad- och varför-frågorna. (s 69)

Ur Mv-boken: Att arbeta laborativt kan också betraktas som ett förhållningssätt till undervisning i matematik. Det innebär, enligt vårt sätt att se, att ämnesdidaktiskt medvetna lärare uppmärksammar de delar i styrdokumentet som vinner på ett laborativt arbetssätt. (s 4)

## Rik tillgång till material behöver inte betyda god undervisning

Ur Utvärderingen: Vi menar att det inte räcker att ha en rik tillgång till verktyg och material, om man inte vet hur de ska användas. (s 25)

Vi håller helt med författarna om att det inte är räcker att köpa in laborativa material. Det viktiga är hur läraren tar hjälp av materialet för att ge elever förutsättningar att utveckla ett allt mer abstrakt tänkande, se nedan. Vari består olikheten i våra synsätt?

Ur Mv-boken: Det räcker inte att lärare känner ett material väl, deras föreställningar om hur elever lär påverkar sättet att använda laborativt material. Lärare måste reflektera över hur elever beskriver

matematiska idéer och hjälpa dem att utveckla ett allt mer abstrakt tänkande. En del lärare tar till laborativt material i försök att förändra sin undervisning, men de gör det utan att reflektera över hur olika representationsformer kan påverka förståelsen för matematikinnehållet. Mer material ger inte bättre begreppsuppfattning om det inte införs på ett genomtänkt sätt. (s 86)

## 2. Den samsyn som finns i de tre texterna negligeras

### *Vikten av lärarens ämnesdidaktiska kompetens*

Ur Utvärderingen: Vi delar Szendreis syn på detta och menar att det är lärarens didaktiska ämneskunskaper som är helt avgörande för om det kommer att ske en konkretisering och att materialet således har en underordnad betydelse. (s 28)

Vi är helt ense med författarna till utvärderingen om betydelsen av att lärare har en stabil förankring i både ämnesteorin och ämnesdidaktik, vilket framgår vid jämförelse med utdraget ur Mv-boken nedan.

Ur Mv-boken: *Vad behöver läraren kunna?*

För att arbete i en matematikverkstad ska falla väl ut behöver läraren ha en stabil förankring i både ämnesteorin och ämnesdidaktik samt medvetenhet om det uppdrag som ges i styrdokumentet. Ju tryggare en lärare känner sig med sina ämneskunskaper, desto större möjlighet finns för läraren att upptäcka och omsätta uppslag, idéer och aktiviteter till ett arbetssätt som gynnar varje elevs matematiklärande. (s 87)

### *Vikten av att få förståelse – inte "att göra"*

Ur Utvärderingen: Konkretisering handlar inte om att arbeta med material utan om att synliggöra ett matematiskt innehåll med hjälp av materialet. (s 29)

Vi instämmer helt och fullt, det är inte "att göra" något med materialet som är det viktiga. De laborativa aktiviteterna ska bidra till att eleverna får förståelse för ett givet matematikinnehåll. Därför är lärarens roll central vid laborativ matematikundervisning. Vi föreslår därför t ex att läraren, inför en laborativ aktivitet, kan ställa sig de didaktiska grundfrågorna, se nedan.

Ur Kunskapsöversikten: Lärarens roll är central i all matematikundervisning, inte minst vid det laborativa arbetssättet. Det kan alltid finnas en risk för 'hands on – minds off', dvs att för eleven blir aktiviteten något "att göra" och inte något "att förstå". En grundläggande hjälp för läraren kan vara att inför en laborativ aktivitet själv ställa sig och besvara de tre didaktiska frågorna som i detta sammanhang kan formuleras:

*Vad ska läras?*

*Varför ska det läras?*

*Hur ska eleverna få möjlighet att lära?*

Matematikinnehåll

Mål på kort och lång sikt

Metod – hur aktiviteten ska genomföras. (s 63)

### *Vikten av tydligt syfte*

Ur Utvärderingen: Det gäller att i planering och målbeskrivning för undervisningen vara tydlig med i vilket syfte materialet ska användas, så att det inte bara blir en sysselsättning eller lek. (s 30)

Att läraren är medveten om sitt syfte med de laborativa aktiviteterna framhålls i både Utvärderingen och i Mv-boken.

Ur Mv-boken: Om laborativt material får en positiv eller negativ effekt på undervisningen beror i stor utsträckning på lärarens syfte med aktiviteterna. (s 86)

### *Vikten av att inte tro på "quick-fix"*

Ur Utvärderingen: Det vi sett är också att lärarna tagit till sig en metod som beskrivs i den litteratur som studerats inom projektet. Det visar sig emellertid och många lärare inser nu själva, att detta inte löser problemen, det blir endast en "quick-fix". (s 71)

Vi är minst sagt förvånade över formuleringen ovan: Författarna till utvärderingen anser att vi presenterar "en metod" i våra böcker som vi inte anser stämmer överens med vad som faktiskt står i våra böcker (se samtliga jämförande textutdrag). När sedan lektioner bedöms utifrån denna metod – som inte finns i våra böcker – blir det än mer problematiskt, speciellt då författarna lägger ansvaret för en undermålig metod – som inte finns i våra böcker – just på våra böcker.

Vi har genom vårt arbete på NCM många kontakter med lärare, matematikutvecklare, skollärare och andra. Hittills har vi inte träffat någon som, efter att ha läst våra böcker, ansett att vi förordar några snabba och enkla lösningar. Tvärtom lyfter vi fram, precis som i utvärderingen, betydelsen av att inte tro att införande av laborativa material i sig stödjer elevers lärande i matematik:

Ur Kunskapsöversikten: Att införa laborativa material innebär alltså inte snabba lösningar som förbättrar elevers lärande i matematik ... (s 24)

### *Vikten av att inte gå till överdrift*

Ur Utvärderingen: Det är dock viktigt att följa upp hur, och till vad, en elev som hämtar material använder det. Om eleven använder materialet för att manipulera sig fram till ett svar på en uppgift, istället för att utveckla och träna sig i en viss tankeform, (t.ex. genom att räkna sig fram ett steg i taget när syftet är att träna effektiva huvudräkningsstrategier) så blir materialet mer till skada än nytta. (s 73)

I Mv-boken refereras till både Wigforss och Vygotskij när det gäller överanvändning av material som i sin tur inte leder vidare till abstrakt tänkande.

Ur Mv-boken: Fritz Wigforss framhöll redan under 1920-talet åskådningens roll i undervisningen, men han varnade samtidigt för alltför långt drivna krav på konkretion:

Den yttre åskådningen är emellertid ett medel att komma fram till den inre, till en åskådning i fantasien, till det åskådliga tänkandet. Och kravet på åskådlighet kan leda till överdrift i att visa barnen allt möjligt, som de redan har en klar uppfattning av, medan man försummar att uppöva deras förmåga av åskådligt tänkande. Ej blott vid den yttre åskådningen utan ock vid tänkandet bör man sträva efter självverksamhet från barnens sida. (Wigforss)

Samma tankegångar återfinns också hos Vygotskij, som tar avstånd från en undervisning som uteslutande vilar på åskådlighet och inte leder vidare till abstrakt tänkande. Undervisningen får inte stanna upp vid det som eleven redan behärskar och klarar självständigt; målsättningen måste vara att vidga gränserna för elevernas tänkande.

Om en elev behöver laborativt material som stöd för beräkningar bör detta i första hand användas i den inledande fasen. När eleven känner sig säker på att ha förstått hur hon kan tänka vid

räkneoperationen och skapat sig egna inre strategier ska materialet inte längre brukas. Det är inte meningen att eleven alltid ska ha konkret material för att lösa uppgifter av samma art utan det laborativa materialet ska istället hjälpa eleven att utveckla sitt tänkande i matematik. (s 85)

### *Gemensamma utgångspunkter i forskning, t ex Szendrei 1996*

Ur Utvärderingen: En forskare som ägnat stor uppmärksamhet åt konkretisering och på ett djupare plan har studerat användningen av laborativa material, är Szendrei (1996) ... (s 28)

Redan i Mv-boken som kom ut 2005 refereras till Juliana Szendrei och i Kunskapsöversikten som kom ut 2010 får man 35 träffar när man gör en sökning på Szendrei. Många avsnitt i samtliga tre texter vilar på samma uttalanden som Szendrei har gjort. Ett ex:

Ur Utvärderingen: Szendrei (1996) ...: "Indeed, it is not easy to plan a process that can realise the journey from concrete material to abstract mathematical content." (s 28)

Ur Kunskapsöversikten: Szendrei instämmer i att det inte är okomplicerat att planera en process som går från att elever arbetar med laborativa material till att de får insikt i ett abstrakt matematiskt innehåll (Szendrei, 1996). (s 40)

## 3. Felaktiga tolkningar och brister

### *Matematikverkstadsboken – ingen exempelsamling*

Ur Utvärderingen: Boken (Matematikverkstadsboken, vår kommentar) avser att vara en resurs för lärare som vill bygga upp en matematikverkstad på den egna skolan och är inte avsedd att vara en exempelsamling med aktivitetstips. (s 24)

Beskrivningen är helt korrekt. Boken har ett didaktiskt perspektiv på laborativt arbete i en matematikverkstad. Den är inte ämnesdidaktisk i den mening att den tar sin utgångspunkt i vissa matematiska begrepp och diskuterar hur elever kan lära sig dem. Trots det finns kritik i utvärderingen mot att det saknas koppling mellan material och användning:

Ur Utvärderingen: I boken finns ett antal exempel på hur material kan användas, men det saknas en direkt koppling mellan material och inläring. (s 24)

Bokens titel är *Matematikverkstad. En handledning för att bygga, använda och utveckla matematikverkstäder*. I inledningen poängteras dessutom att Mv-boken inte är en exempelsamling:

Ur Mv-boken: Vi vill redan i inledningen poängtera att detta är en handledning för uppbyggnad av matematikverkstäder, inte en exempelsamling med aktivitetstips. De exempel som ges ska i första hand ses som illustrationer för att belysa texten. (s 3)

I Mv-boken finns istället ett helt avsnitt på s 51–53 om var lärare kan hitta förslag på aktiviteter.

### *Kunskapsöversikten – ska ge en bild av kunskapsläget*

Ur Utvärderingen: Fokus i kunskapsöversikten (Rystedt & Trygg, 2010) är hur olika forskare och matematikdidaktiker ser på laborativ undervisning. Vad som däremot saknas i denna kunskapsöversikt är exempel på meningsfulla och framgångsrika laborationer, vad som är avsikten med dem och hur de kan genomföras. Boken ger således ingen innehållslig hjälp för lärare i deras arbete med laborationer ... (s 26–27)

Uppdraget från Myndigheten för skolutveckling var att skriva en kunskapsöversikt – inte ge exempel på laborationer. En kunskapsöversikt kan ge didaktiskt medvetna lärare innehållsliga insikter som de själv kan omsätta i sin egen undervisning.

Ur Kunskapsöversikten: ... har gjort att det känts angeläget att ta fram en kunskapsöversikt som ger en bild av vilket kunnande som finns om laborativ matematikundervisning. (s 1)

### Missförstånd

Ur Utvärderingen: Ett exempel finner man på sidan 25 i boken Matematikverkstad: Med den där beskrivna aktiviteten ska eleverna lära sig att summan av ett udda och ett jämnt tal är udda. Man gör följande tabell

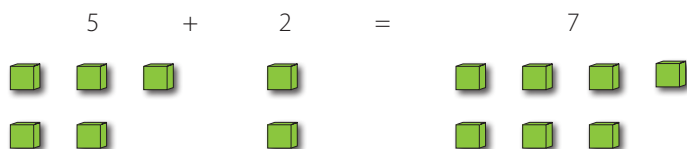
	Specifik	Generell
Konkret	5 äpplen + 2 äpplen = 7 äpplen	Ett udda antal äpplen plus ett jämnt antal äpplen blir ett udda antal äpplen.
Abstrakt	$5 + 2 = 7$	Summan av ett jämnt tal och ett udda tal är udda.

Vi kan inte se någon poäng med tabellen i sig eftersom den bara konstaterar ett faktum, inte förklarar vad man avser att förklara. Hur tänker man att läraren ska arbeta för att denna tabell ska leda till avsedd inläring? (s 25)

Vid läsning av vad som står i Matematikverkstadsboken framgår att detta inte är en aktivitet för elever, utan ingår i ett längre resonemang under rubrikerna "Att skapa länkar mellan konkret och abstrakt" samt "Generalisering". (Mv-boken s 23–26.)

### Ofullständig läsning

Ur Utvärderingen: Längre ner på sidan beskriver man additionen i tabellen med hjälp av material.



Här förväntas eleven se att summan är udda. Men det är stor skillnad mellan att se och att förstå en generell slutsats. Det som ska abstraheras är inte att summan  $5 + 2$  är ett udda tal, utan varför. Förklaringen är att en mängd föremål, av vilka man kan bilda par, svarar mot ett jämnt tal. Blir det ett föremål över är talet udda. Först när en elev insett detta, kan uppfattningen betraktas som generell. (s 25)

Hade utvärderingens författare vänt blad i Mv-boken och även läst fortsättningen på nästa sida, hade de kunnat ta del av varför summan av ett udda och ett jämnt tal är udda.

Ur Mv-boken: En kub ligger ensam – udda – även om alla kuber förs samman. Det är möjligt att se att detta samband måste gälla för alla heltal, så länge ena termen är udda och den andra jämn. För att ytterligare lyfta matematikinnehållet finns här ett tillfälle att gå så långt som till ett algebraiskt bevis:  $(2n + 1) + 2m = 2(n + m) + 1$ . (s 26)

## REFERENSER

---

- Rystedt, E. & Trygg, L. (2005). *Matematikverkstad – en handledning för att bygga, använda och utveckla matematikverkstäder*. NCM, Göteborgs universitet.
- Rystedt, E. & Trygg, L. (2010). *Laborativ matematikundervisning – vad vet vi?* NCM, Göteborgs universitet.
- Skolverket (2011). *Laborativ matematik, konkretiserande undervisning och matematikverkstäder. En utvärdering av Matematiksatsningen. RAPPORT 366*. Tillgänglig 12-01-04 på [www.skolverket.se/2.3894/publicerat/arkiv\\_pressmeddelanden/2011/over-200-000-elever-deltog-i-satsning-pa-matematik-1.164930](http://www.skolverket.se/2.3894/publicerat/arkiv_pressmeddelanden/2011/over-200-000-elever-deltog-i-satsning-pa-matematik-1.164930)

*Elisabeth Rystedt & Lena Trygg*

*Nationellt centrum för matematikutbildning,  
Göteborgs universitet*

