

Second handbook of research on mathematics teaching and learning (NCTM)



Part I: Foundations

1. Putting Philosophy to Work: Coping With Multiple Theoretical Perspectives 3
Paul Cobb, Vanderbilt University
2. Theory in Mathematics Education Scholarship 39
Edward A. Silver & Patricio G. Herbst, University of Michigan
3. Method 69
Alan H. Schoenfeld, University of California, Berkeley

Part II: Teachers and Teaching

4. Assessing Teachers' Mathematical Knowledge: What Knowledge Matters 111
and What Evidence Counts?
Heather C. Hill, Laurie Sleep, Jennifer M. Lewis, & Deborah Loewenberg Ball, University of Michigan
5. The Mathematical Education and Development of Teachers 157
Judith T. Sowder, San Diego State University
6. Understanding Teaching and Classroom Practice in Mathematics 225
Megan Loef Franke, University of California, Los Angeles
Elham Kazemi, University of Washington
Daniel Battey, Arizona State University
7. Mathematics Teachers' Beliefs and Affect 257
Randolph A. Philipp, San Diego State University

Part III: Influences on Student Outcomes

8. How Curriculum Influences Student Learning 319
Mary Kay Stein, University of Pittsburgh
Janine Remillard, University of Pennsylvania
Margaret S. Smith, University of Pittsburgh
9. The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students' Learning..... 371
James S. Hiebert, University of Delaware
Douglas A. Grouws, University of Missouri
10. Culture, Race, Power, and Mathematics Education..... 405
Diversity in Mathematics Education Center for Learning and Teaching
11. The Role of Culture in Teaching and Learning Mathematics 435
Norma G. Presmeg, Illinois State University

Part IV: Students and Learning

12. Early Childhood Mathematics Learning 461
Douglas H., Clements & Julie Sarama, University at Buffalo, State University of New York
13. Whole Number Concepts and Operations..... 557
Lieven Verschaffel, University of Leuven
Brian Greer, Portland State University
Erik DeCorte, University of Leuven
14. Rational Numbers and Proportional Reasoning: Toward a Theoretical Framework 629
for Research
Susan J. Lamon, Marquette University
15. Early Algebra 669
David W. Carraher, TERC
Analucia D. Schliemann, Tufts University

16. Learning and Teaching of Algebra at the Middle School through College Levels: 707
Building Meaning for Symbols and Their Manipulation
Carolyn Kieran, Université du Québec à Montréal
17. Problem Solving and Modeling 763
Richard Lesh, Indiana University
Judith Zawojewski, Illinois Institute of Technology
18. Toward Comprehensive Perspectives on the Learning and Teaching of Proof..... 805
Guershon Harel, University of California, San Diego
Larry Sowder, San Diego State University
19. The Development of Geometric and Spatial Thinking..... 843
Michael T. Battista, Michigan State University
20. Research in Probability: Responding to Classroom Realities..... 909
Graham A. Jones, Griffith University, Gold Coast Campus
Cynthia W. Langrall, & Edward S. Mooney, Illinois State University
21. Research on Statistics Learning and Reasoning 957
J. Michael Shaughnessy, Portland State University
22. Mathematics Thinking and Learning at Post-secondary Level 1011
Michèle Artigue, Université Paris 7
Carmen Batanero, Universidad de Granada
Phillip Kent, University of London

Part V: Assessment

23. Keeping Learning on Track: Classroom Assessment and the Regulation of Learning 1051
Dylan Wiliam, University of London
24. High Stakes Testing in Mathematics 1099
Linda Dager Wilson

25. Large-scale Assessment of Mathematics Education	1111
<i>Jan de Lange, Freudenthal Institute</i>	

Part VI: Issues and Perspectives

26. Issues in Access and Equity in Mathematics Education.....	1145
<i>Alan J. Bishop & Helen J. Forgasz, Monash University</i>	
27. Research on Technology in Mathematics Education: The Perspective of Constructs.....	1169
<i>Rose Mary Zbiek, M. Kathleen Heid, & Glendon Blume, Pennsylvania State University</i> <i>Thomas P. Dick, Oregon State University</i>	
28. Engineering Change in Mathematics Education: Research, Policy, and Practice	1209
<i>William F. Tate, Washington University in St. Louis</i> <i>Celia Rousseau, University of Memphis</i>	
29. Educational Policy Research and Mathematics Education	1247
<i>Joan Ferrini-Mundy & Robert Floden, Michigan State University</i>	
30. Mathematics Content Specification in the Age of Assessment	1281
<i>Norman L. Webb, University of Wisconsin, Madison</i>	
31. Reflections on the State and Trends in Research on Mathematics Teaching and Learning:	1293
<i>From Here to Utopia</i> <i>Mogens Niss, Roskilde University</i>	

The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. (Hiebert & Grouws, 2007)

Inledande observationer

Undervisningens beskaffenhet har betydelse för elevernas lärande.

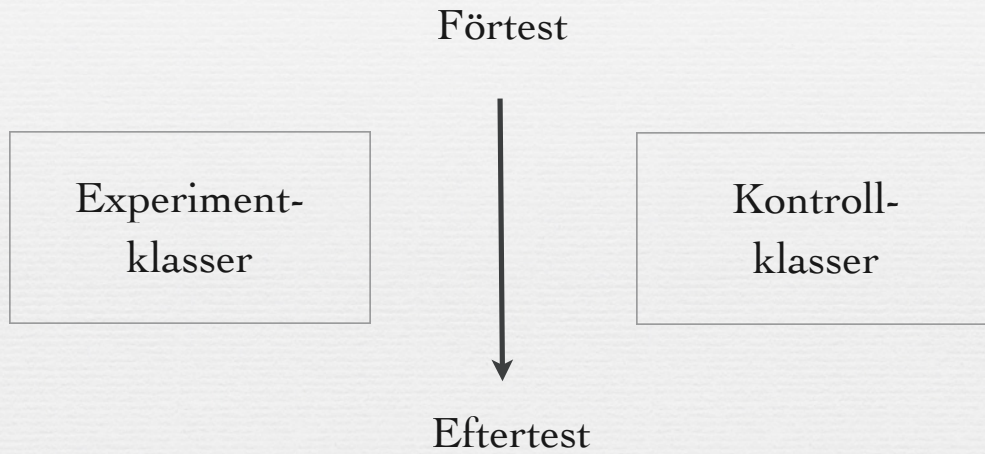
Kärnfrågan i forskning om undervisning:

“What is it, exactly, about teaching that influences students' learning?”

Efter mer än 100 år av forskning söker vi fortfarande efter trovärdiga, påvisbara belägg för att kunna rekommendera vissa metoder.

Det finns inget som talar för att en metod skulle vara mest effektiv oavsett undervisningsmål.

Vanlig design



Metoder för att samla in data om undervisning

enkäter och intervjuer

observationer

videoinspelningar

Metodologiska svårigheter

Vilka faktorer ska man studera – komplexa förlopp

Hur "mäter" man dessa?

Att beskriva undervisning är även mer utmanande än att beskriva
elevers lärande och kunnande

Resultat

“opportunity to learn”

“students learn best when they have the most opportunity to learn”

“opportunity to learn is not the same as being taught”

Komponenter i effektiv undervisning för att få elever att utveckla matematiska färdigheter:

“rapid pace”, “teacher modeling” “smooth transition from demonstration to substantial amounts of error-free practice”

Komponenter i effektiv undervisning för att få elever att utveckla förståelse för matematiska begrepp:

“explicit attention to concepts - to connections among mathematical facts, procedures and ideas in a public way”, “the engagement of students in struggling with important mathematical ideas”

Rekommendationer för fortsatt forskning

De intressanta (avgörande?) komponenterna i “effektiv” undervisning är relaterade till det specifika innehållet och de specifika undervisningsmålen.

Hur elever och lärare interagerar om innehåller måste beskrivas på en detaljerad nivå och med stor precision.

De specifika inlärningsmålen måste vara explicita.

Forskningen måste ha en tydlig teoretisk förankring.

Ha realistiska förväntningar på vad som kan förklaras och förstås – det handlar om mycket komplexa förlopp.

Framgångsrik forskning kräver samarbete i stora nätverk över lång tid.

Teaching systems of linear equations in Sweden and China: What is made possible to learn?

<http://gupea.ub.gu.se/dspace/handle/2077/17286>

Frågeställningar

Hur hanteras samma matematikinnehåll i olika klassrum?

Kan en analys och jämförelse baseras på Variationsteorin?

Fenomenografi

Samma fenomen, tex ett matematiskt begrepp, kan uppfattas (förstås) på kvalitativt olika sätt.

Olika uppfattningar kategoriseras med avseende på vilka kritiska aspekter som urskiljs samtidigt.

Variationsteori

Lärande: att urskilja nya aspekter av lärandeobjektet.

Urskiljande förutsätter ett erfarannde av variation med avseende på den aktuella aspekten.

Lärandeobjekt

I det här fallet en förmåga att uppfatta och förstå matematikinnehållet på ett särskilt sätt.

Dimension av variation

Analysen är gjord med avseende på vilka aspekter av lärandeobjektet som varierar resp hålls konstanta.

Variation av en aspekt betyder att motsvarande dimension av variation öppnas.

Implikationer för "elevers möjligheter att lära".

Hela datamaterialet omfattar 9 videoinspelade klasser från The Learner's Perspective Study, 3 klasser från Sverige, 3 från Hong Kong och 3 från Shanghai.

Mellan 12 och 18 konsekutiva lektioner från varje klass var dokumenterade med tre kameror.

Samma matematikinnehåll – linjära ekvationssystem med två obekanta

16 lektioner från 6 klasser i Sverige och Kina

Tre lärandeobjekt relaterade till

The system of linear equations in two unknowns

Solution to a system of linear equations in two unknowns

The method of substitution

Undervisningen i de 6 klasserna jämförs med avseende på vilka dimensioner av variation som öppnas respektive inte öppnas.

Vilka aspekter av lärandeobjekten är möjliga för eleverna att urskilja utifrån de variationsmönster som uppträder i de olika klassrummen?

Dimension av variation:

x i båda ekvationerna representerar samma tal

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3y = 13 + x \end{cases}$$

Skillnad i hur innehållet hanteras

Vissa klasser: aspekten tas för given – Dimensionen öppnas ej

Andra klasser: denna Dimension av variation öppnas

Dimensioner av variation – linjära ekvationssystem

- Number of equations
- Number of unknowns
- Type of equations
- Unknowns are the same in both equations
- Type of numbers
- Letters used for unknowns
- Format of equations
- Use in problem solving

Dimensioner av variation – lösning

- The same values of the unknowns satisfy both equations simultaneously
- Number of solutions
- Types of numbers
- Two different unknowns (e.g. x and y) can represent the same number ($x=y$)
- The same values of the unknowns (same solution) can satisfy different systems
- The solution is independent of the process of solving

Dimensioner av variation – Substitutionsmetoden

- Find value of one unknown, use this to find value of second unknown
- The initial substitution shall generate an equation in one unknown
- Any unknown can be used in the initial substitution
- Any equation can be used in the initial substitution
- Rearrangement of the 'source' equation sometimes needed
- Substitution has to be done in 'the other' equation
- Value of first unknown can be substituted into any equation

Exempel på variationsmönster i Shanghai

1.
$$\begin{cases} y = x + 7 \\ 2x - 4 = 3y \end{cases}$$

Är något av talparen lösning till ekvationssystemet?

a) (-25, 18) b) (12, 15) c) (20, -18) d) (-25, -18)

2. Har något av ekvationssystemen lösningen $(x, y) = (2, 5)$?

$$\begin{cases} 3x = 11 - y \\ y + x = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} y = x + 3 \\ y = x + 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + 4 = 2y \end{cases} \quad \begin{cases} 2y = 8 + x \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

3. Konstruera ett ekvationssystem med lösningen $(x, y) = (1, -2)$.

Learning study

Fokus på de kritiska aspekterna av lärandets objekt.

En systematisk utprovning av effektiva variationsmönster för att dessa aspekter ska erfaras av eleverna.

En cyklisk repetition av
design - genomförande - utvärdering - ny design.

SLUT