

Intensivundervisning i matematik

Görel Sterner, NCM
gorel.sterner@ncm.gu.se



Varför kämpar en del elever med matematik?

Saknar viktiga erfarenheter under förskoletiden

Emotionella problem, blockeringar

Kaotiska uppväxtförhållanden

Underskott av matematikundervisning

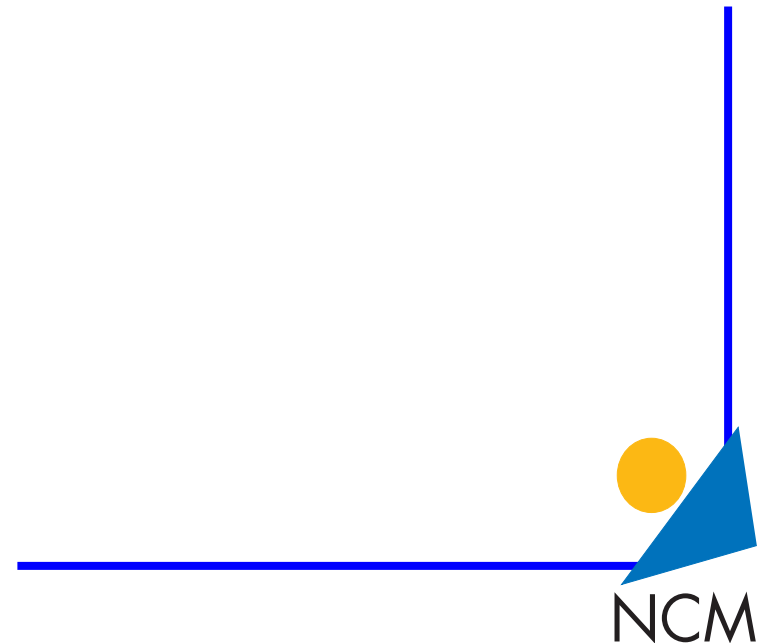
Låg arbetsinsats

Bristfällig undervisning

Lässvårigheter

Begränsat arbetsminne

Kognitiv förmåga



Matematik och språk

- | | |
|---------------------------------------|------------------------|
| • Storlek: stor, större, störst | liten, mindre, minst |
| • Antal: många, fler, flest | få, färre, ? |
| • Kvantitet: mycket, mer, mest | litet, mindre, minst |
| • Massa: tung, tyngre, tyngst | lätt, lättare, lättast |
| • Längd: lång, längre, längst | kort, kortare, kortast |
| • Höjd: hög, högre, högst | låg, lägre, lägst |
| • Bredd: bred, bredare, bredast | smal, smalare, smalast |
| • Tjocklek: tjock, tjockare, tjockast | tunn, tunnare, tunnast |
| • Ålder: gammal, äldre, äldst | ung, yngre, yngst |

Gudrun Malmer, 1999

Ordförråd

- Snööga - enstaka snöflingor
- Sparvhalvor - stora mjuka snöflingor
- Vassme - ytterst lite nysnö
- Äppås - orörd snö, utan spår
- Slievar - mycket lätt och luftig snö som ligger ned
- Åbådahka - tjock och lös vintersnö
- Ridne - snö i träden
- Suovve - lös snö på kläder
- Tsievve - hård snö som renar inte kan gräva igenom
- Dielle - vinddriven, bärkraftig snö till fjälls
- Skilltje - ispärlor fastfrusna i toppen på renlav
- Släbtsáadahka - så mycket att den ligger kvar

Se blomman

”Inte ett enda skolbarn kan förmås intressera sig för växternas fysiologi om det inte går att hitta några fästpunkter i det gröna virrvarret. Inga vuxna skulle bry sig om en hotad arts vara eller icke vara om den inte hade ett namn, kunde framkallas i en inre bild och med glädje bli igenkänd ute i markerna.”

”Förlorar du tingens namn så förlorar du också kunskapen om dem.”

(Carl von Linné)

Gunnar Eriksson & Kerstin Ekman, 2011

Kunskapskrav för
godtagbara kunskaper
i slutet av årskurs 3

Eleven har grundläggande kunskaper om matematiska begrepp och visar det genom att använda dem i vanligt förekommande sammanhang på ett i huvudsak fungerande sätt. Eleven kan beskriva begreppens egenskaper med hjälp av symboler och konkret material eller bilder. Eleven kan även ge exempel på hur några begrepp relaterar till varandra.

Kunskapskrav för
betyget E i slutet av
årskurs 6

Eleven kan även beskriva olika begrepp med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett **i huvudsak fungerande** sätt. I beskrivningarna kan eleven växla mellan olika uttrycksformer samt föra **enkla** resonemang kring hur begreppen relaterar till varandra.

Kunskapskrav för
betyget A i slutet av
årskurs 9

Eleven kan även beskriva olika begrepp med hjälp av matematiska uttrycksformer på ett **väl fungerande** sätt. I beskrivningarna kan eleven växla mellan olika uttrycksformer samt föra **välutvecklade** resonemang kring hur begreppen relaterar till varandra.

Kompetensutveckling



Tal och räkning, geometri

Lärare, förskola, f-klass-åk 6

Lärare åk 4 – 9

Rektorer

Principer för intensivundervisning

- * Undervisningen ges av en kvalificerad matematiklärare under 10 veckor, 4 tillfällen à 40 minuter per vecka.
- * Ett nära samarbete mellan klasslärare och intensivlärare.
- * Elevens engagemang och arbetsinsatser betonas.
- * Undervisningen utgår från återkommande analyser av elevens kunskaper och färdigheter.
- * Undervisningen bygger på forskning och beprövad erfarenhet.
- * Ett nära samarbete med hemmen.

Skollagen

Särskilt stöd

8 § Om det inom ramen för undervisningen eller genom resultatet på ett nationellt prov, genom uppgifter från lärare, övrig skolpersonal, en elev eller en elevs vårdnadshavare eller på annat sätt framkommer att det kan befaras att en elev inte kommer att nå de kunskapskrav som minst ska uppnås, ska detta anmälas till rektor. Rektor ska se till att elevens behov av särskilt stöd skyndsamt utreds.

7 § Särskilt stöd får ges i stället för den undervisning eleven annars skulle ha deltagit i eller som komplement till denna. Det särskilda stödet ska ges inom den elevgrupp som eleven tillhör om inte annat följer av denna lag eller annan författning.

Åtgärdsprogram

- 9 §** Ett åtgärdsprogram ska utarbetas för en elev som ska ges särskilt stöd. Av programmet ska det framgå vilka behoven är, hur de ska tillgodoses och hur åtgärderna ska följas upp och utvärderas. Eleven och elevens vårdnadshavare ska ges möjlighet att delta när ett åtgärdsprogram utarbetas.
- 10 §** För en elev i grundskolan, grundsärskolan, specialskolan och sameskolan ska det särskilda stödet ges på det sätt och i den omfattning som behövs för att eleven ska ha möjlighet att nå de kunskapskrav som minst ska uppnås.

Rektors roll och delaktighet

Stötta och entusiasmera lärarna.

Underlätta lärararbetet genom att anpassa organisationen.

Garanterar långsiktig hållbarhet och utveckling.

Följa elevernas utveckling på ett initierat sätt och tillsammans med lärarna göra bedömningar om vilka elever som är i behov av intensivundervisning.

Tillsammans med lärarna bedöma praktiska, organisatoriska förutsättningar för intensivundervisningen.

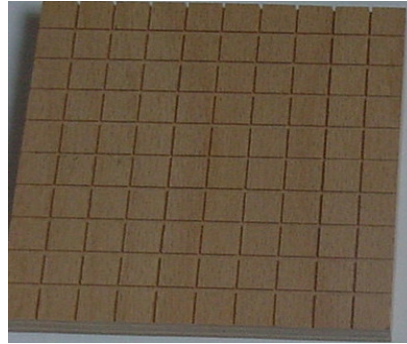
Undervisning i fyra faser

- Den laborativa muntliga fasen
- Den representativa fasen
- Den abstrakta fasen
- En fas för att befästa, återkoppla och att skapa samband som grund för fortsatt lärande

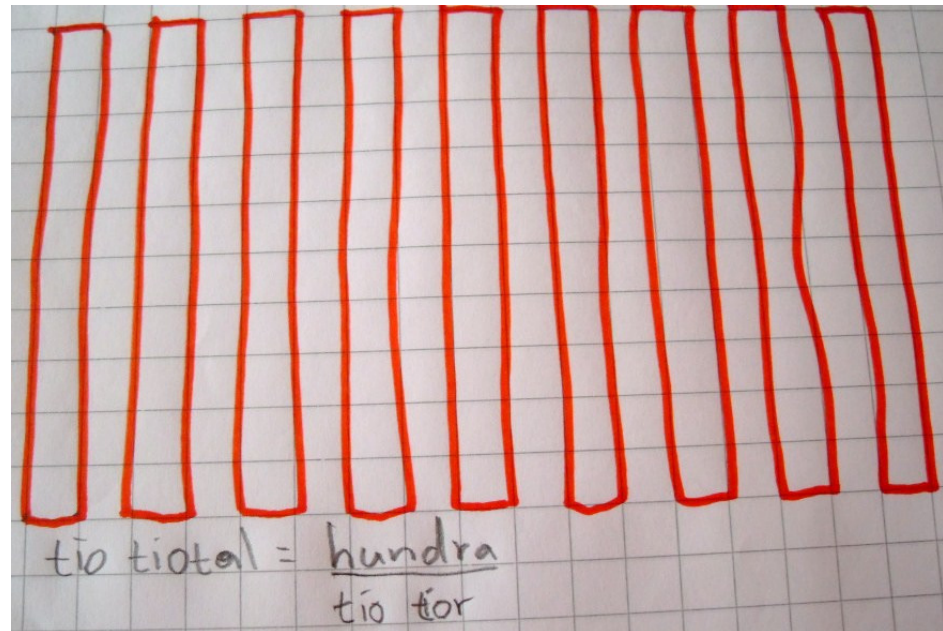
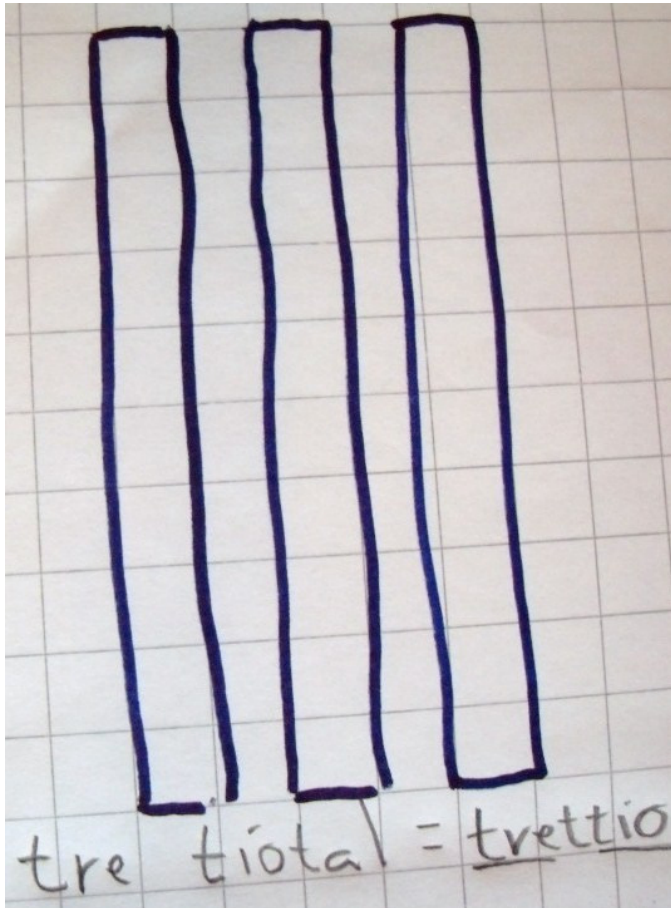


Minskoff & Allsopp, 2006; Lundberg & Sterner, 2006, McIntosh, 2008).

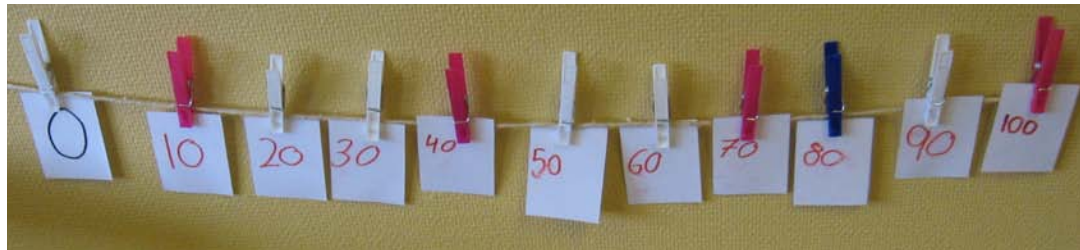
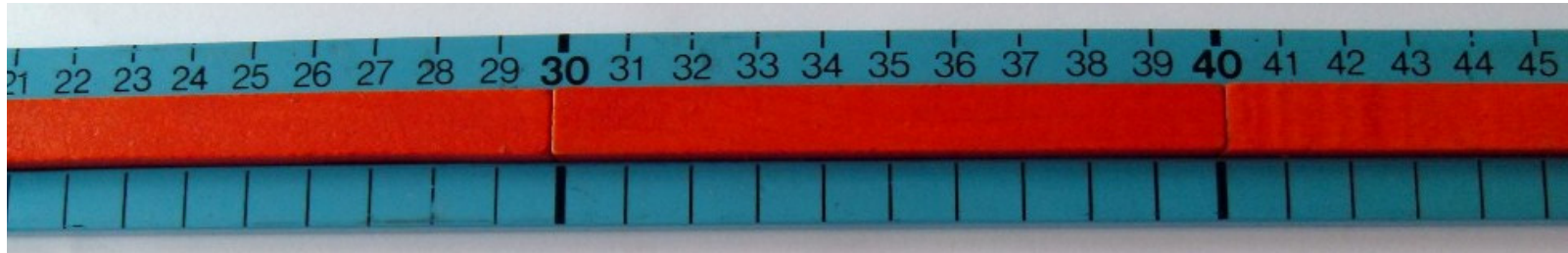
Laborativa fasen



Representativa fasen



Abstrakta fasen



Undersökning av kvadrattal

Mål:

- * Introducera begreppet kvadratrötter.
- * Identifiera kvadrattal i talområdet 0 – 1000.
- * Visa hur sidorna i rätvinkliga trianglar kan identifieras med hjälp av kvadratrötter.

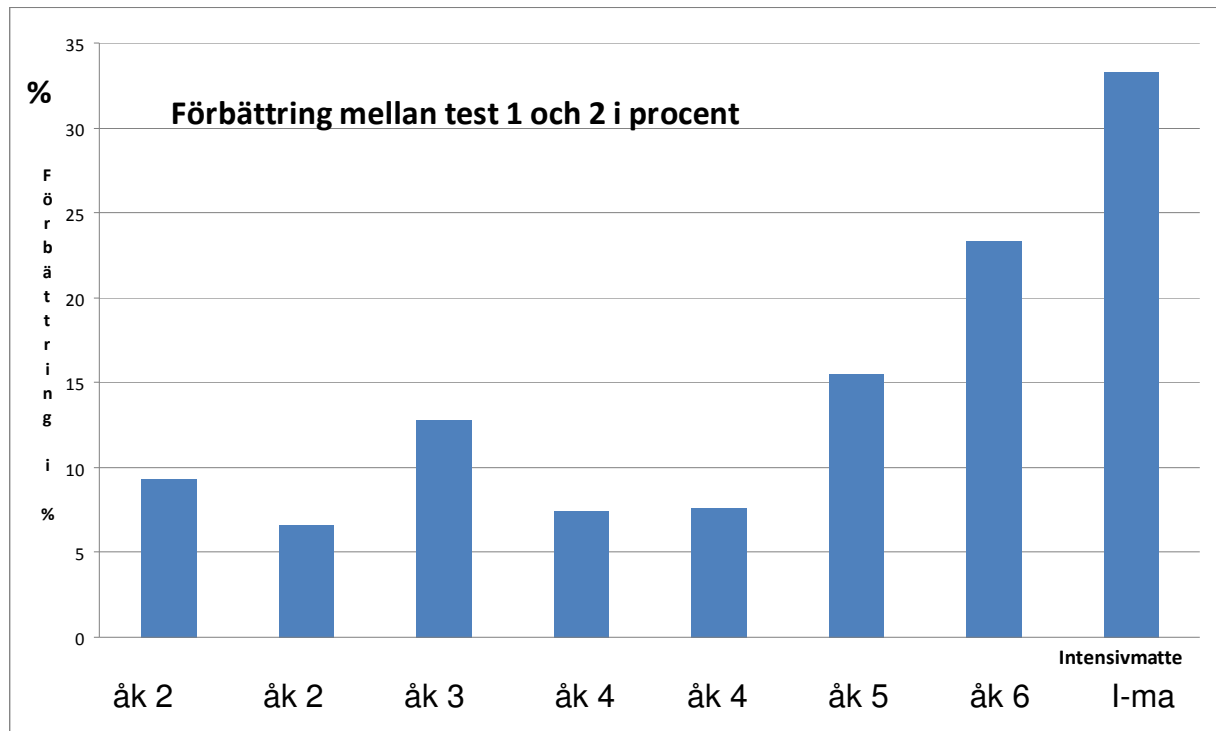
Eleven använder pengar, bild, geobräde och miniräknare för att undersöka kvadrattal.

Muntligt och med matematikens symbolspråk: samtala-beskriva-förklara-resonera och dra slutsatser.

Några resultat

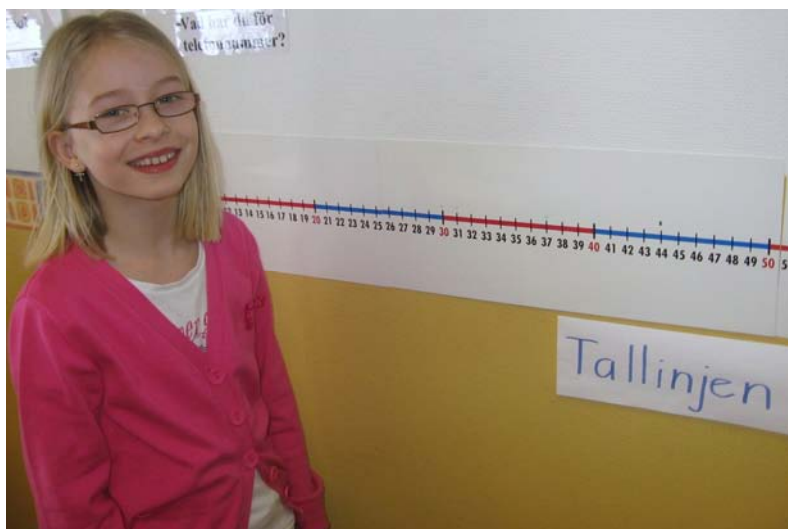
Åk 9: Sex av sju elever nådde målen för G.

Åk 2: Elevernas resultat mellan testtillfälle 1 och 2 förbättrades med i snitt 30 %.



Eleve exempel åk 2

- Talfakta inom de tio första talen
- Uppskatta antal över 20
- Huvudräkning med addition och subtraktion med tal under 10
- Stegräkning med 2, 5 och 10
- Likhetstecknets betydelse
- Räknehändelser
- Språklig uttrycksförmåga
- *Jag kan inte. Det är svårt.*



- Kan följa och skapa talmönster
- Utföra huvudräkning i addition och subtraktion med tiotalsövergångar upp till 100
- Uppåt- och nedåträkning med bl a 2-, 5- och 10-steg i talområdet 0-1000
- Kan grundläggande talskatter och hundrakatter
- Kan bedöma tals relativa storlek inom talområdet 0-1000
- Kan lösa räknehändelser och välja effektiva räknemetoder
- Räknar uppgifter med addition och subtraktion med tal upp till 1000 och med 10- och 100-tals övergångar.

$$510-6 =$$

Jaha, jag fattar varför det är bra att kunna tiokamrater.
Då är det ju 504.

$$130 - 50 =$$

– Det är 80. Jag tar bort 50 från 100, det är 50, 50 och 50 är ju hundrakamrater. Sedan lägger jag till 30.
Alltså är det 80.

$$3 + 8 + 7 =$$

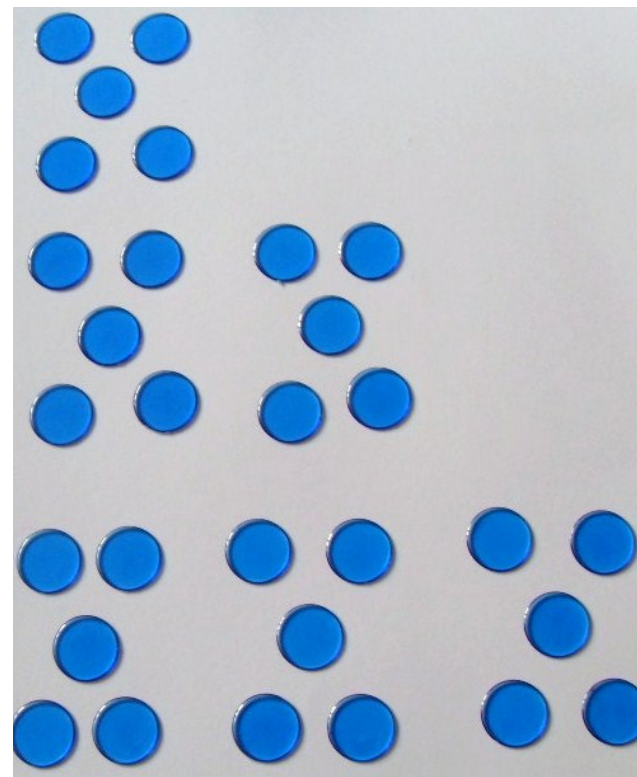
– Jaha, vad lätt. Jag tar $3+7$, för de är tiokamrater och sedan lägger jag till 8 och då är det 18.

Matematik är det roligaste ämnet!

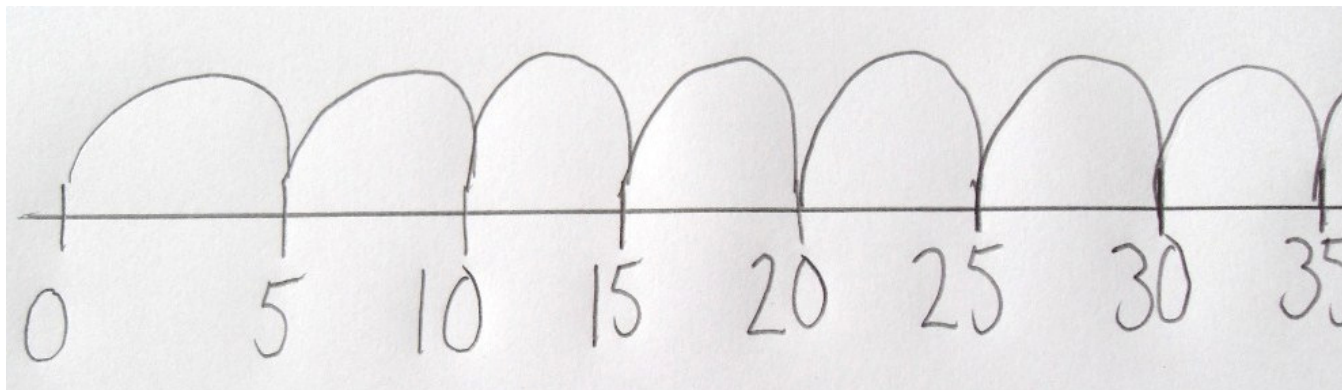
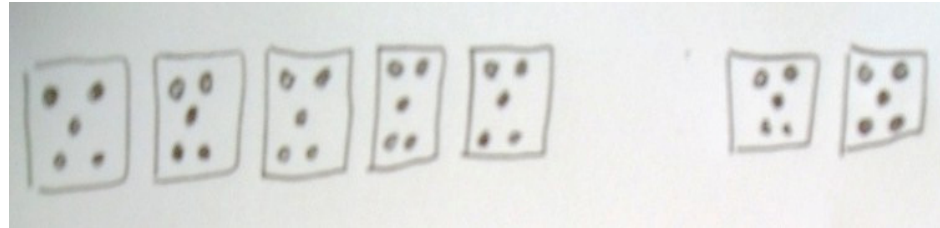
Tack gode Gud för matematiken!

Laborativa fasen

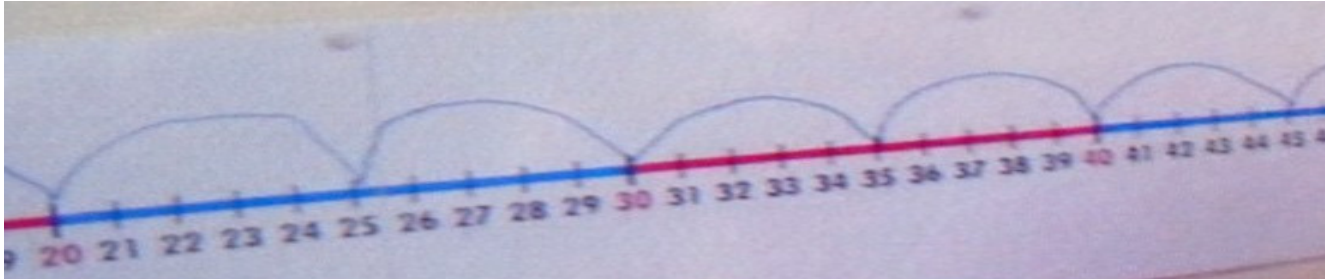
Multiplikation som upprepad addition



Representativa fasen



Abstrakta fasen

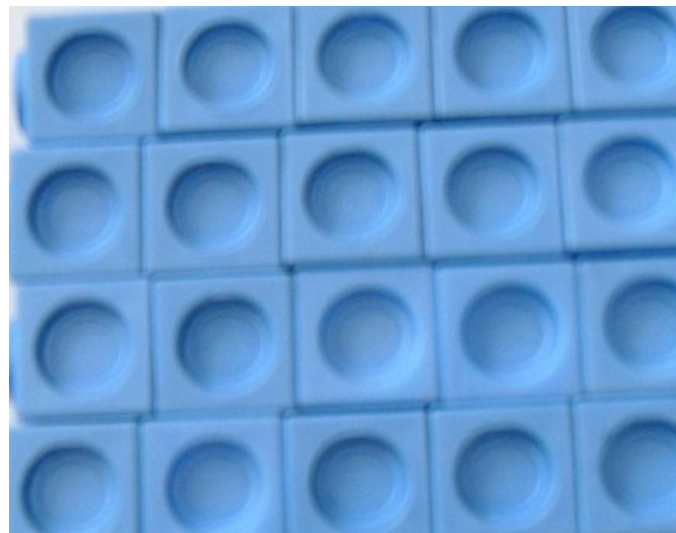


$$3 \cdot 5 =$$

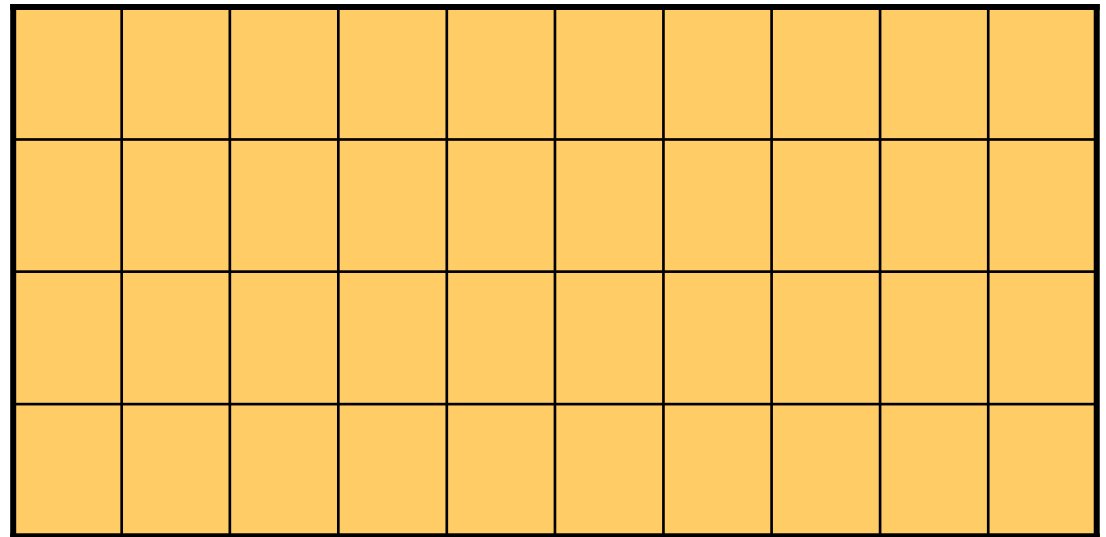
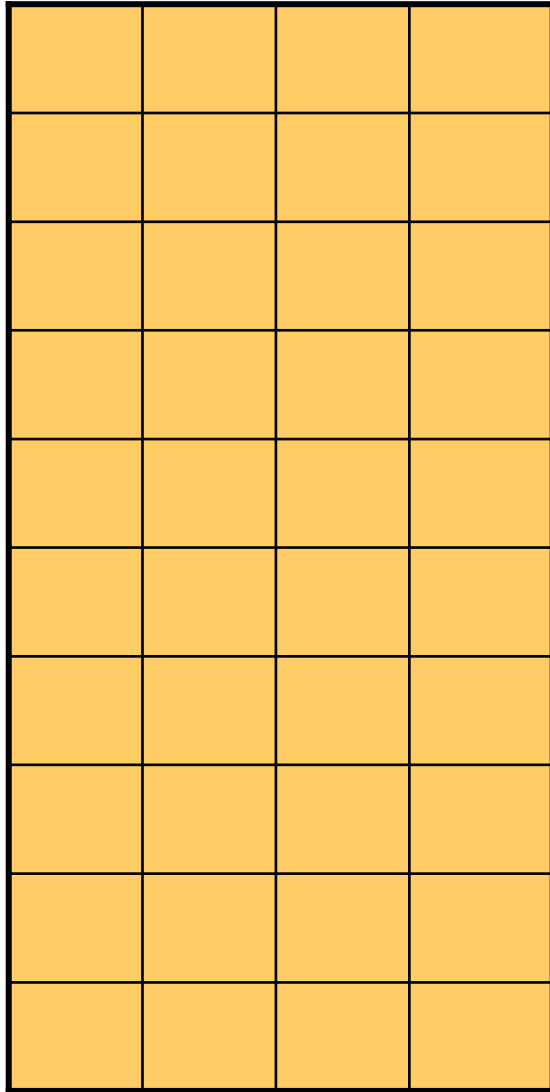
$$7 \cdot 5 =$$

Tabellträning
Använda aktuella räknelagar

Multiplikationens tvådimensionella karaktär



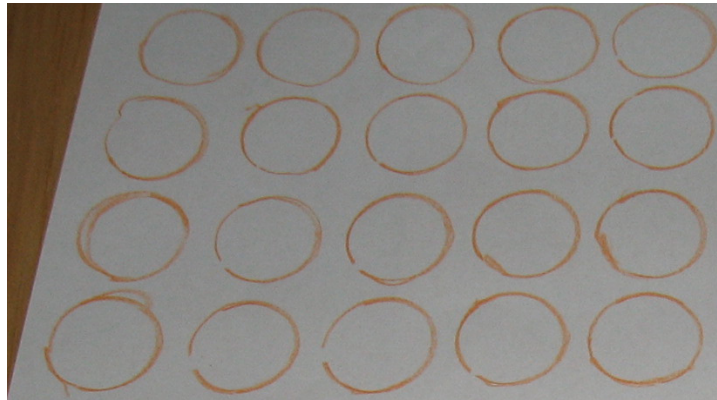
Kommutativa lagen för multiplikation



* Uppmärksamma hur takplattor, fönsterrutor och skåp sitter i rader och kolumner. Hur många rader är det? Hur många kolumner? Hur räknar vi ut hur många det är totalt?



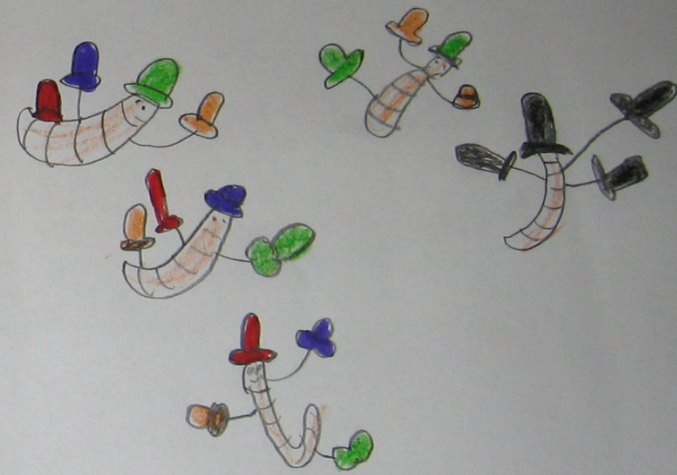
Tanketavla



$$4 \cdot 5 = 20$$
$$5 \cdot 4 = 20$$

Det var en gång 5
hattmaskar som ville
ha 4 hattar var.
Då hade dom 20
hattar tillsammans.

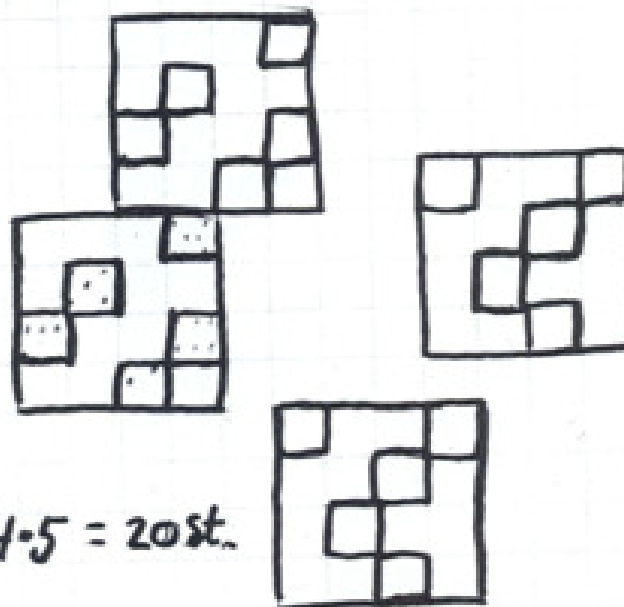
$$5 \cdot 4 = 20$$



LURBRAK

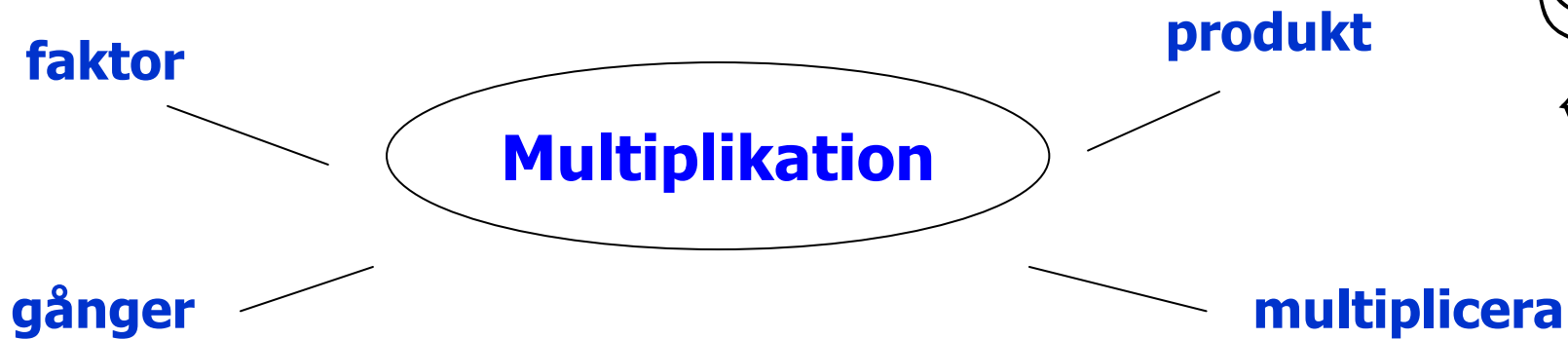
1. **L**äs hela texten och återge den med egna ord.
2. **U**pprepa frågan högt för dig själv och stryk under frågan.
3. **R**inga in viktig information.
4. **B**estäm räknesätt. Är detta ett flerstegsproblem?
5. **R**ita en lösning och berätta steg för steg hur du tänker.
6. **A**nvänd matematikspråket.
7. **K**ontrollera din lösning

Sara köper 4 askar
med stjärnbilder.
Det är 5 bilder i
varje ask. Hur många
bilder köper hon?



$$4 \cdot 5 = 20 \text{ st.}$$

- Markera vilka ord i texten som är viktiga och som kan tänkas vara svåra.
- Skriv orden på tavlan.
- Gör en gemensam tankekarta



- Låt eleverna förklara hur produkt, faktor och multiplikation hör ihop

* Använd knappar som hjälp att illustrera följande:

En bonde planterar frön i rader. Han vill ha minst två rader och raderna måste innehålla lika många frön.

Hur kan han plantera 6 frön? 10 frön? 9 frön? På vilka olika sätt kan han plantera 24 frön? Kan han plantera 7 frön? Varför? Varför inte? Vilka antal frön upp till 20 kan han inte plantera?



Algebra i intensivundervisning

Kunskapskrav för
betyget E i slutet av
årskurs 9

Eleven kan välja och använda **i huvudsak fungerande matematiska** metoder med **viss anpassning till** sammanhanget för att göra beräkningar **och lösa rutinuppgifter inom aritmetik, algebra**, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med **tillfredställande** resultat.

Kunskapskrav för
betyget A i slutet av
årskurs 9

Eleven kan välja och använda **ändamålsenliga och effektiva matematiska** metoder med **god anpassning till** sammanhanget för att göra beräkningar **och lösa rutinuppgifter inom aritmetik, algebra**, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med **mycket gott resultat**.

Förenkla uttrycket

$$3r - r = 3$$

Beräkna värdet av uttrycket
då $r = 5$ och $p = 2$

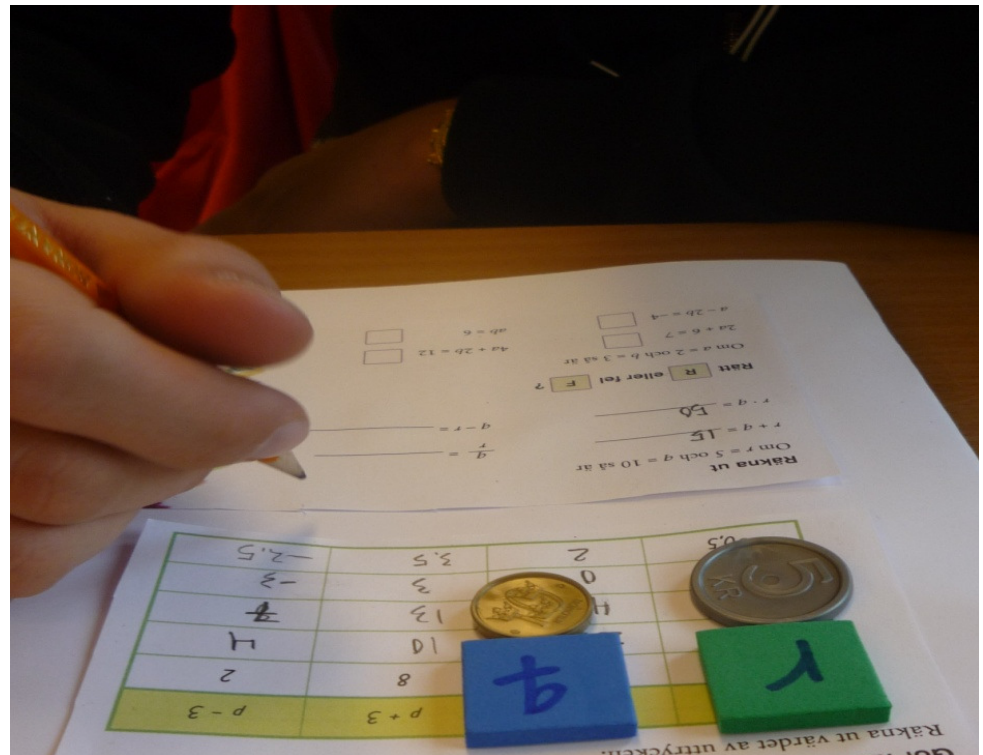
$$3r + 2p = 57$$



Laborativa fasen

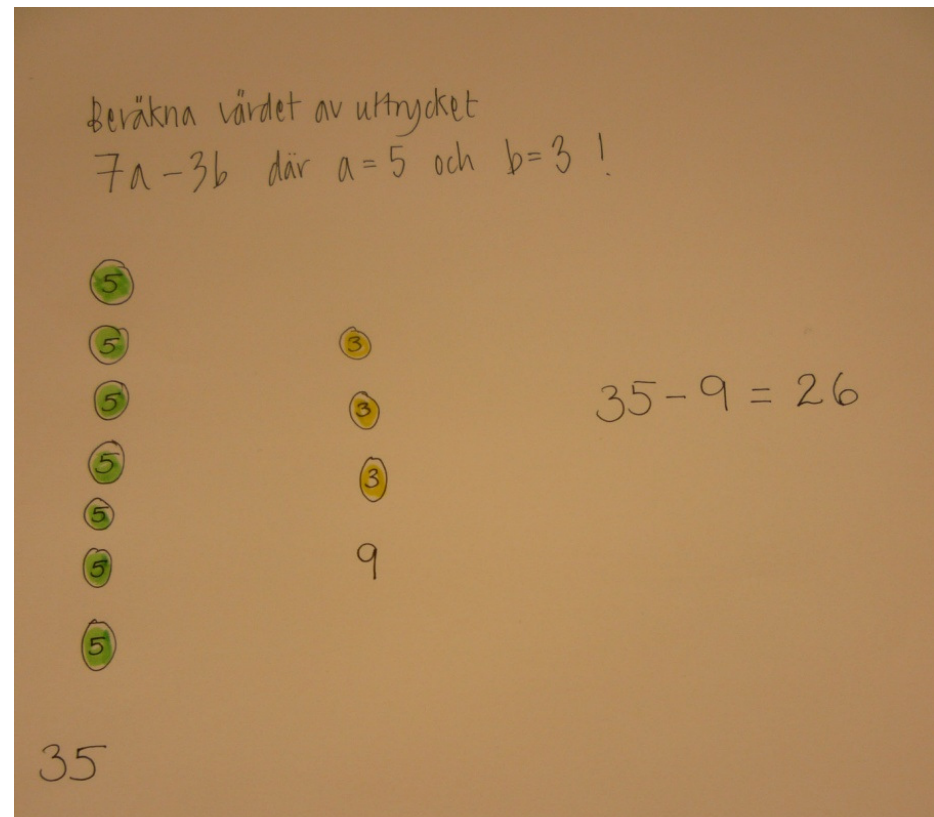
Begreppet variabel

Givet värde av en variabel,
pengar representerar värdet



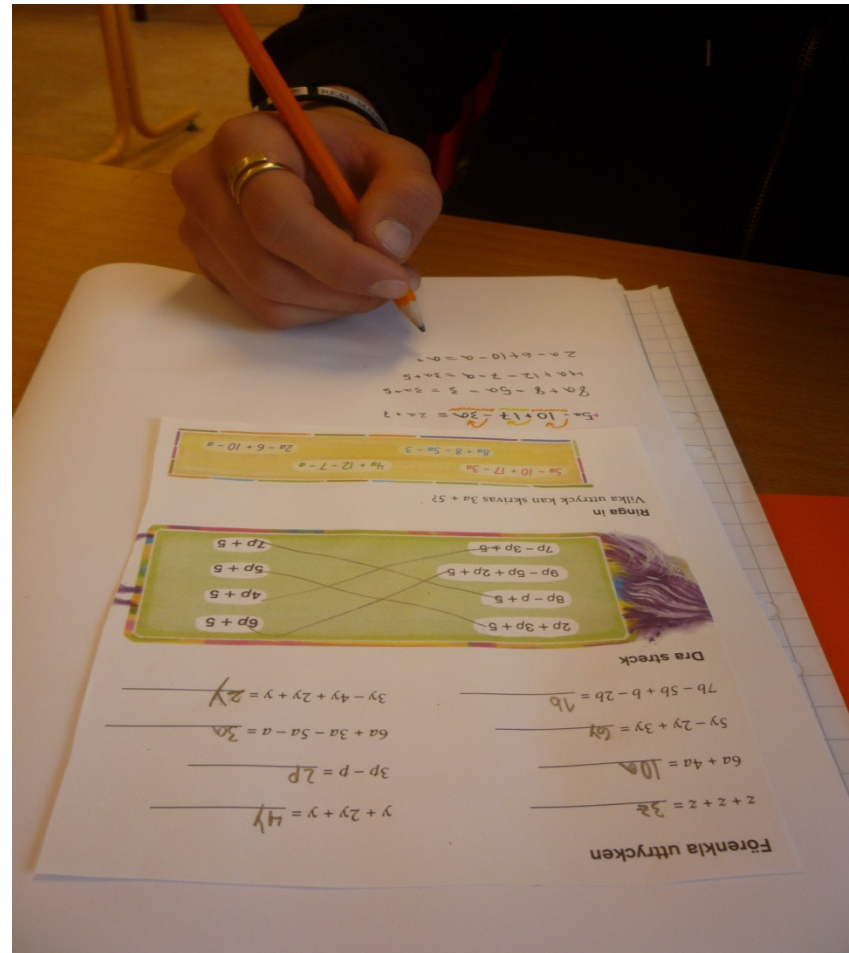
Representativa fasen

Genom att rita bilder och ge muntliga förklaringar som lösningar på uppgifter, kan eleven utveckla inre representationer, sitt ordförråd och sin språkliga uttrycksförmåga.



Abstrakta fasen

Eleven löser
rutinuppgifter med
tillfredsställande
resultat och kan
förklara sambanden
mellan de olika
representationerna.



Elev- och föräldrakommentarer åk 9

Jobba med mig. Det här är jag bra på!

Nu tror jag snart att jag har knapparna i huvudet så att vi kan lägga bort dom.

Om ni inte vetat att jag kan hade jag inte kunnat, men nu vet jag också att jag kan och då kan jag.

Tack för att ni gav mig Anna. Med I-ma känner jag att jag är jag smart, på vanliga matten har jag känt mig dålig.

Äntligen får han hjälp att förstå matematiken. Han är glad när han berättar hemma om vad han gör i skolan.

Ni har räddat våra liv!

Ordinarie lärares kommentarer f-klass - 6

Eleverna har utvecklat positiva attityder till matematikämnet och till den egna förmågan att lära.

De positiva effekterna av intensivundervisningen har även påverkat elevers intresse och engagemang inom andra ämnesområden.

Förmågan att arbeta koncentrerat och uthålligt har förbättrats markant i takt med att elevens kunskande och självkänsla har växt. Detta återspeglar sig tydligt i elevens arbete i klassrummet.

Föräldrarnas engagemang och delaktighet har haft goda effekter även på äldre syskons attityder till skolarbetet.

Eleverna är mer motiverade vilket visar sig i ett större engagemang och ansvar för skolarbetet.

Föräldrasamverkan

Hade den här undervisningen funnits när jag gick i skolan hade matematiken varit annorlunda för mig.

Förr kunde elever som fick specialpedagogiskt stöd få höra att "det är de där som har svårt för sig". Den attityden finns inte alls här. Tvärtom, här är det något åtråvärt och en del av Fridas kamrater frågar om inte de också kan få intensivundervisning.

Den omedelbara återkopplingen och bekräftelsen och att framstegen blir så synliga, stärker hennes självförtroende.

Hon känner sig lika trygg på båda ställena, hon vågar ställa frågor och vara aktiv och delaktig även i klassrummet.

Vi är mycket tacksamma för den hjälp vi har fått – det borde vara en självklarhet för alla skolor. Ju tidigare insatserna görs, desto bättre!

Klasslärares utvärdering av kompetensutveckling

Vi har lärt oss att fokusera undervisningen mer på de kritiska punkterna.

Vi har inte bråttom - vi vågar stanna upp och fördjupa förståelsen.

Vi ser tydligt att de laborativa materialen behövs högre upp i årskurserna. Vi ska inte släppa dessa för tidigt men använda flera olika representationer.

Vi vågar frigöra oss från läroboken mer och mer.

Vi utvecklar ett gemensamt yrkesspråk.

Vi är tydligare lärare och mer observanta på vårt ordval.

Eleverna är mer aktiva, de vågar gissa, komma med hypoteser och pröva.

Vi har blivit bättre på att försöka förstå hur eleverna tänker antingen det är "rätt" eller "fel".

Vi har fått aha-upplevelser när vi studerat litteraturen t. ex vid förlängning av bråk: Att multiplicera täljare och nämnare med samma tal är att multiplicera med 1!

Vi utvärderar och reflekterar mer nu och gör bättre och mer objektiva bedömningar av elevernas kunskande.

Vi ser en tydlig kvalitetsutveckling i undervisningen. Det visar sig i elevernas kunskande.

Några praktiska råd

Se över behovet av kompetensutveckling för samtliga lärare som undervisar i matematik.

Tydliggör lärarrollerna (klass-, spec-, intensivlärare).

Lägg tid på att lösa organisatoriska frågor innan intensivundervisningen startar. Involvera vårdnadshavare.

Se till att pappersarbete är avklarat innan terminen börjar. Bestäm i slutet av våren vilka elever som ska delta, om ni avser att komma igång på hösten. När lärare byts ut försvinner viktig kunskap om eleverna.

Var gärna två intensivlärare som kan hjälpas åt med uppgifter och stödja varandra.

Låt den lärare som har intensivundervisning även ha klassundervisning.

Framgångsfaktorer

Engagerade, kunniga lärare

Elevens egna insatser

God samverkan med hemmet

Strukturerad och effektiv undervisning

Samverkan mellan klasslärare och intensivlärare

Höga, men realistiska förväntningar på elevens förmåga att lära

Pilebro, Skogberg & Sterner.
Intensivundervisning, *Nämnamnaren nr 4, 2010.*

Lundqvist, Nilsson, Schentz & Sterner.
Intensivundervisning som ger resultat,
Nämnamnaren nr 1, 2011.

Rikskonferens om intensivundervisning
Stockholm, 2011-05-16

gorel.sterner@ncm.gu.se

