

Svårt att lära, lätt att undervisa. Hur utmanar vi synen på matematik?

Jag utgick i mitt anförande 2 feb från mina erfarenheter av lärarutbildning och som redaktör för rapporter och skrifter om lokalt och nationellt utvecklingsarbete. Jag ägnade mig åt upplevda innebörder i rubriken, först litet bakgrund.

För några år sedan hade jag en föreläsning för ett hundratal studenter som skulle börja sina studier i matematik vid lärarutbildningen. Jag försökte ge litet perspektiv på matematik som ämne för utbildning i åk 1-12 inom fyra områden: Ämnets innehåll, Hur elever lär sig, Undervisningens ramar och utvärdering, Metodik och praktik. Inspirerad av att under en period studerat internationell litteratur kring olika föreställningar om matematik och matematikundervisning gav jag de studerande en kort enkät att svara på i slutet. Gensvaret blev starkt och alla engagerade sig i frågorna. När du tar del av svaren kan du tänka på att de som fick enkäten skulle bli lärare 1-7, 4-9 eller gymnasielärare och hade erfarenheter av minst 12 års egen skolgång.

Matematik är det väl lätt att undervisa i ...

a) Vad syftar man på då?

b) Om man vill argumentera emot vad ska man säga då?

a) Argument för att det är lätt att undervisa

Förhållandevis stor enighet är det i svaren om följande:

Matematiken är statisk, oföränderlig, tidlös och enkel. Regler och formler ändras inte och bestämmer vad som ska göras. Lärare har kontroll och följer läroboken som ger kursen, behöver inte förbereda så värst mycket, ge läxa och ha genomgång då och då. De varierar inte undervisningen och det är inte mycket att "plocka fram". Det är samma "race" år efter år trots förändringar i kursplaner, i tekniska hjälpmedel och i samhället.

Elever kan plugga in/klara saker utan att förstå. I matematik ska elever räkna uppgifter själva som det bara finns ett svar på – rätt eller fel. Det finns litet utrymme för engagemang eller personliga ställningstaganden, ifrågasättande eller frågor.

I elevers arbeten är det lätt att se vad som är fel och lätt att betygsätta.

Traditionen är fast. En kvinna skrev: *Min fd högstadielärare (nu skolchef) gav mig följande tips: Bli matematiklärare så att du får vila dig vissa lektioner.*

Sammanfattningsvis så ger svaren samma intryck som utredningar under 2000-talet: Läroboken har dominerande ställning, den anses ge kursen och tar över lärares planering av elevers lärande. Även om vi egentligen vet att det inte fungerar, så fångas vi i vår arbetssituation, matten är ändå enklast att lägga ner mindre kraft på. Visst blir resultaten därefter, men matte är ju så svårt.

b) Argument mot att det är lätt att undervisa

Svaren var mer omfattande och varierande än under a. Studenternas argument hamnar i stort sett inom fyra områden. Ett är ämnets *natur, karaktär och användning*, där lärare behöver kunna förklaringsmodeller och arbetssätt för att öka förståelsen. Två andra områden är *elevers tänkande i matematik och deras tänkande om matematik*. Det är svårt men nödvändigt att utgå från elevers tänkande och hur de ser på ämnet för att öka förståelsen samt motverka ointresse för matematik. Elever kan se matematik som i det närmaste omöjligt och trist att lära – en svår uppgift för lärare att förändra.

Ett fjärde område som nämns är *lärobok och tradition*. Om man tycker matematik är lätt att undervisa i

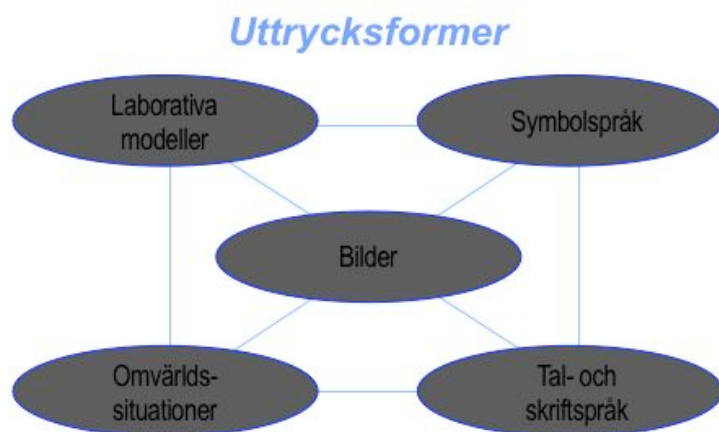
utvecklas man inte som lärare. Kunnande i matematikundervisning ändras över tid. Om man tar matematikundervisning på allvar så innehåller vare sig läroböcker eller prov mer än en bråkdel av det man ska lära sig i eller om matematik.

Erfarna lärare om matematikundervisning

Under mitt arbete som lärarutbildare hade jag samlat yttranden om matematikundervisning:

*Det gäller att anknyta till verkligheten
Vi måste gå från det konkreta till det abstrakta
Vi måste ge symbolerna mening
Arbeta mera laborativt.
Rita en figur
Tala mera matematik.*

I samband med en studie av elevers taluppfattning och litteraturstudier kring uttrycksformer då vi arbetade med kursplanen 1994 skrev jag en artikel i Nämnaren nr 2, 1995, *Språk, symboler och om uttrycksformer*.



Bilden ovan är något förenklad. Den kan ses som ett slags tankeinstrument för att underlätta begreppsutveckling och problemlösning i lärares planering. I en professionell undervisning väljer vi uttrycksformer med tanke på matematisk idé och begrepp men även med tanke på elever och situation. Lärares uppgift är också att säkra elevers förståelse för hur de går mellan olika uttrycksformer.

Undervisningsparadoxen

Det jag berättat ger en kortfattad bakgrund till det jag kallat *Undervisningsparadoxen*, mer om denna och andra paradoxer i Nämnaren 26(2), 13-19.

Matematik är svårt att lära sig.
Det är lätt att undervisa i matematik.

De första reaktionerna jag fick på formuleringen var en blandning av förvåning och aha-utrop, så är det! Mina erfarenheter och analyser visar att båda föreställningarna kan finnas hos enskilda personer, styrkan varierar beroende på vad som är lämpligt i en viss situation för att legitimera den egna insatsen. Uppfattningarna finns också hos grupper av personer eller i organisationer som styr vad våra barn och elever ska lära sig. Även om lärares undervisning är viktigast för om och hur eleven utvecklar kunnande så är det hela det system som vi som matematikutvecklare verkar i som till sist blir avgörande för

framgång. Inom detta finns inte bara officiella styrdokument, utan också historiskt grundade traditioner, värderingar och uppfattningar, synliga eller osynliga, ej ifrågasatta. De styr hur vi tänker och agerar, så också föreställningarna i paradoxen.

Vi ser hur politiker och myndigheter ibland desperat letar eller uppfinner orsakssammanhang utan att lita till forskning, utvecklingsarbete eller beprövad erfarenhet. De ger sig inte tid att hantera komplexitet och professionella handlingsprogram som t ex Matematikdelegationens från 2004. Detta är ingen ny situation. Vi hade motsvarande för 40 år sedan (nya matematiken), men också för 20 år sedan (matematikkris 86-90). Då som nu menar jag att politiker och beslutsfattare sprang från ansvar och möjligheter. Jag har beskrivit dessa skeenden i en rapport (Emanuelsson, 2001). Politiker lokalt och nationellt vill verka handlingskraftiga men är historielösa och strävar efter snabba och billiga lösningar. Genom att sopa grundläggande problem under mattan får inte våra elever de chanser de har rätt till i en skola för alla. Det blir dyrare och svårare på sikt att förändra situationen. Den nedåtgående trenden i intresse och resultat består.

I vårt samhälle finns föreställningar att matematik är abstrakt, svår att förstå, meningslös och nästintill omöjlig att lära – och att detta gäller många. Det stora antalet ej godkända i grundskolan (upp till 20%) och på vissa gymnasielinjer (upp till 50 %) tolereras av politiker år efter år utan innehållsmässigt fokuserade åtgärder. Det blir kanske en studiedag. Efter att ha haft matematikutvecklare ett läsår så har kommunen gjort sitt. Långsiktighet saknas, uppföljning av elever är inte uthållig. Elevers försämrade förutsättningar för utbildning och för ett acceptabelt vardags- och samhällsliv tas inte på allvar. Det är miss-hushållning med ekonomi och mest allvarligt mänskligt kapital.

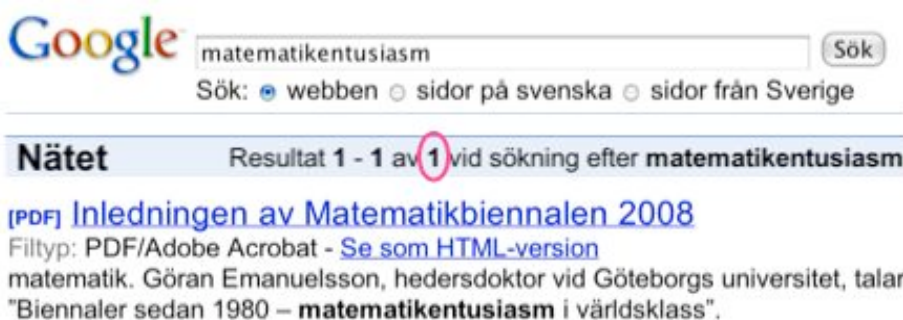
Vid ett besök 2003 på Freudenthalinstitutet i Utrecht, ett av de mest kända centrumen för utveckling av matematikutbildning som finns, så bad vi föreståndaren Jan de Lange om råd för insatser i Sverige. Hans högst prioriterade förslag var (min översättning):

1. Politiker vill åstadkomma förändringar genom strukturella och organisatoriska åtgärder. Satsa istället långsiktigt på utveckling av innehåll.
2. Eleverna blir smartare och smartare. Vi tar sämre och sämre hand om deras intellektuella utveckling i matematik. Bryt trenden och börja gå åt andra hållet. Höj förväntningarna – öka stödet. Det är en dålig idé att göra ämnet "lättare" när elever får svårigheter, istället bör man göra det mer utmanande. Svårigheterna beror inte på att ämnet är för svårt utan på att undervisningen är för dålig och tråkig. Som det nu är så håller skolan på med "unlearning the students".

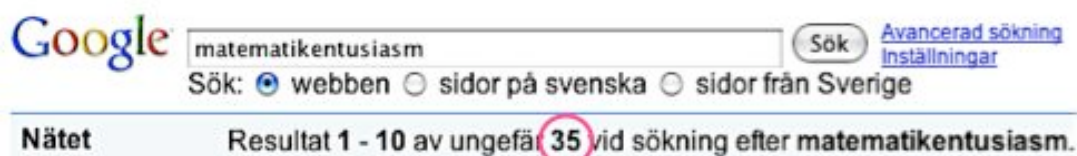
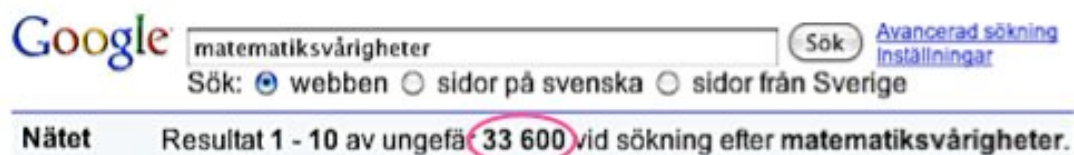
Hur är det med entusiasm och svårigheter?

Jag fick hedersuppdrag att ha ett inledningsanförande vid Matematikbiennalen 2008 och valde rubriken *Biennaler sedan 1980 – matematikentusiasm i världsklass*, ett påstående som jag "ledde i bevis", hur kan ni se på <http://matematikbiennalen.ncm.gu.se/>

I januari 2008 googlade jag på *matematikentusiasm* och fick bara en enda träff – mitt eget bidrag!



Då valde jag istället *matematiksvårigheter* och fick 18 100 träffar! En träff på matematikentusiasm och 18 100 på matematiksvårigheter. Jag gjorde om proceduren i jan 2009 och fick då:



[\[PDF\] Biennaler sedan 1980 – matematikentusiasm i världsklass](#)

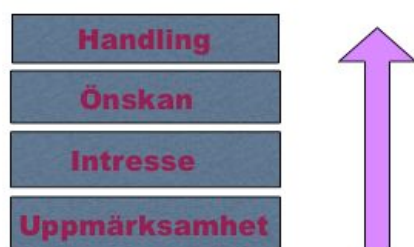
Det är visserligen en ökning av antalet träffar på *matematikentusiasm* från 2008 till 2009. De flesta är emellertid referenser till mitt biennialbidrag... Ökningen av *matematiksvårigheter* är ännu större i absoluta tal. Visst är obalansen mellan matematikentusiasm och matematiksvårigheter något att fundera över?

De professionella dvs lärare, lärarutbildare och forskare har långsiktigt engagerat sig i gräsrotsdrivna infrastrukturer, jag tänker på Nämnaren (sedan 1974), matematikbiennaler (sedan 1980), biennetter, matematikföreningar, utbildarnätverk. Orsaker till att dessa fått en sådan omfattning är naturligtvis så att många insett matematikämnets roll och betydelse och har intresse och tar eget ansvar för att motverka bristande långsiktighet och förståelse från politiker och myndigheter. 20 jan samlades på Bengt Johanssons och NCM:s inbjudan mer än 30 organisationer som har fokus på matematik, med anledning av den bristande samordningen av insatser nationellt.

Inget annat ämne har så många aktiva entusiaster hör vi från Skolverkets kursplaneansvariga och den nya Skolinspektionen. Varför får inte dessa bättre genomslag? Kan det vara att uppmärksamheten på problemen är alltför ytliga och dåligt förankrade i de professionellas erfarenheter och att åtgärderna därför inte leder till fokuserade, samordnade åtgärder som verkligen når skolor och klassrum?

Hur påverkar vi attityder?

Vi kanske har en del att lära av media- och reklamfolk. För att påverka attityder tänker de ofta i fyra steg *uppmärksamhet*, *intresse*, *önskan* och *handling*. Om inte något uppmärksamhets så kan det inte väcka intresse, Finns inte intresset så önskar man inte närma sig området, finns inte denna önskan så satsar man inte på att lära sig. Den viktigaste grunden är uppmärksamhet. Mer om detta kan du läsa i SOU 2004.



Visioner – finns de?

Hur är det med visioner inom ett ämnesområde som är så hårt drabbat av nedåtgående trender under många år? Vad arbetar vi för? Kursplanen beskriver ju inte hur undervisning eller förhållningssätt till undervisningen. De senaste åren har det utkommit en strid ström med böcker med forskningsanknuten inspiration. NCM ger ut tre tidskrifter en i matematik, en i matematikdidaktik och en för matematik-

undervisning. Där finns det talrika empiriska bevis på att elever kan lära sig matematik med både lust och kvalitet. I NCM:s rapport *Hög tid för matematik* (2001) formulerades också en vision på skol- och klassrumsnivå. Det kan vara något att diskutera och förhålla sig till i den egna kommunen.

Alla elever har tillgång till engagerande, kunniga lärare som erbjuder matematikundervisning av hög kvalitet. Undervisningen genomsyras av höga förväntningar underbyggda med ett starkt och genomtänkt stöd. Lärare har tillräckliga resurser för sitt arbete och de utvecklas fortlöpande i sitt yrke. De arbetar systematiskt och långsiktigt över ämnes- och stadiegränser i projekt. De samarbetar och besöker varandras lektioner för att lära och diskutera elevernas lärande och kollegernas undervisning. På varje skola finns en ämnesansvarig som hjälper sina kolleger och som håller sig informerad om läromedel, goda exempel, matnyttiga webbsidor, konferenser, forskning, kursutbud genom att delta i biennaler, följa tidskrifter och internet. Genom återkommande träffar mellan ämnesansvariga på skolor och högskolor stimuleras erfarenhetsutbyte.

Eleverna engageras i komplicerade matematikuppgifter som noga utvalts av lärarna. Problemen kan angripas från olika perspektiv, med olika hjälpmedel och uttrycksformer. Eleverna får hjälp att förfinas och utforska sina antaganden och de använder en rik uppsättning metoder för argumentation och bevisföring. I grupp eller ensamma arbetar de på ett reflekterande sätt. Muntligt eller skriftligt kommunicerar eleverna sina idéer och resultat. Verksamheten präglas av nyfikenhet, upptäckarglädje och känsla för ämnets mångfasetterade karaktär.

Miniräknare och datorer används för undersökande verksamhet som ökar begreppsförståelsen och underlättar behandlingen av stora datamängder, i grafiska representationer eller tidsödande beräkningar. Eleverna utvecklar god förståelse för matematikens betydelse i samhälls- och yrkesliv och har insikt i vilket nödvändigt och kraftfullt hjälpmedel den är för många vetenskaper. De får god förståelse av hur matematiken utvecklats och utvecklas i ett historiskt perspektiv. De värderar matematiken högt och engagerar sig aktivt för att lära sig ämnet och pröva sitt kunnande.

Skolledare och skolpolitiker förstår innebörden och vikten av matematiskt tänkande och lärande. De hjälper till att skapa lämpliga miljöer och erbjuder erforderlig tid och resurser för att stimulera undervisning och lärande.

Skolor samarbetar med institutioner på högskolenivå för att berika varandras professionella utveckling. Matematiker intresserar sig för, och bidrar konstruktivt till, att bestämma och tydliggöra innehållsliga mål i skolmatematiken och att utveckla lärares matematikkunnande. Nätverken spelar en aktiv roll och engagerar många lärare i diskussioner, kompetensutveckling och utvecklingsarbeten.

Från allmänhet, media, näringsliv och övriga samhället finns stöd för utbildningsfrågor och utveckling av matematikundervisning. Betydelsen av god stimulerande matematikutbildning för alla är allmänt accepterad.

Ur NCM 2001:1, *Hög tid för matematik*, En vision om undervisning, s 46-47



Vad är det jag vill ha sagt?

För det första: Idag finns stort kunnande, stor entusiasm kring hur lärande och undervisning i matematik blir givande och spännande. Vi vet att alla elever kan nå målen, om de får tid och professionell undervisning. Dessvärre står mycket i strid med våra traditioner. Det krävs ansvar och insatser främst från lärare och elever, men också uppmärksamhet, förståelse och ledarskap från politiker och beslutsfattare lokalt och nationellt, för att göra denna undervisning möjlig! Om inte dessa insatser samordnas och blir långsiktiga så kommer situationen *inte* att förbättras. Vårt lands matematikhistoria visar detta.

För det andra: Jag vill att ni ska känna, hur utomordentligt betydelsefulla ni är och – att ni ska reflektera och agera, dels att entusiasmera era kolleger att medvetet, uthålligt utveckla matematikundervisningen med de resurser som finns, men *också* – ta alla chanser att uppmärksamma matematikens och matematikundervisningens betydelse och ställning för beslutsfattare i er egen kommun. Tveka inte att i varje ögonblick utmana paradoxen: **Svårt att lära – lätt att undervisa.**