

# TIMSS 2007 Resultat årskurs 4

Genomsnittliga resultat och fördelning i matematik, årskurs 4, för samtliga länder och regioner.

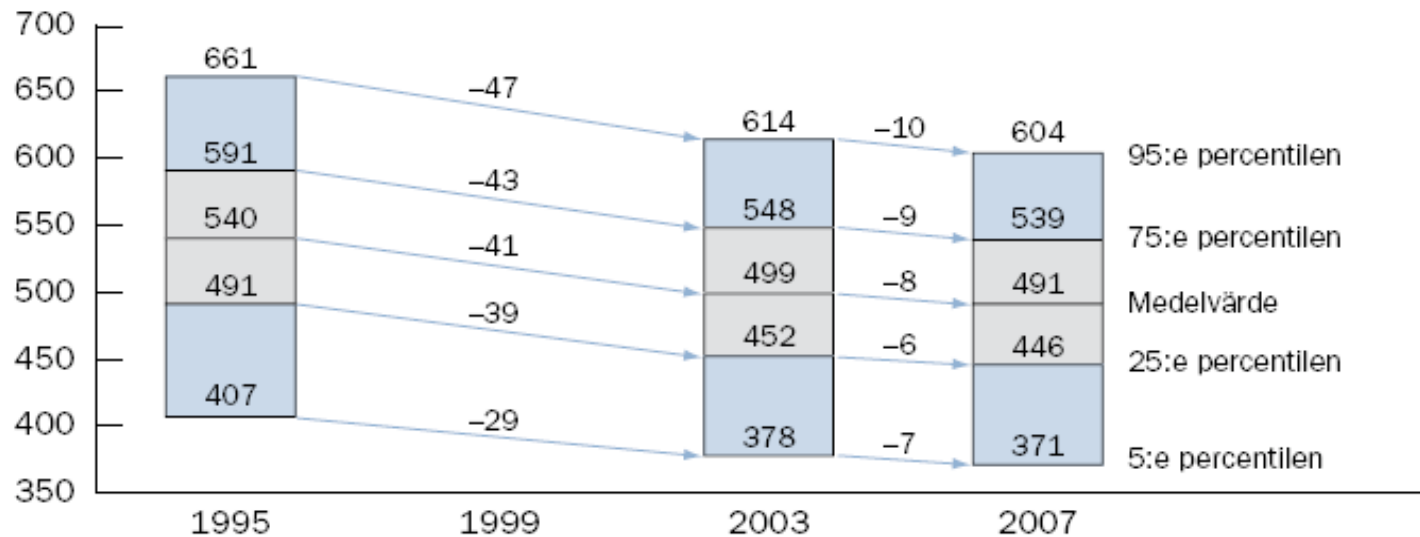
Länder	Fördelning av resultat i matematik	Percentiler av resultat				Genomsnittlig poäng <sup>3</sup>	Antal år i skolan	Genomsnittlig ålder
		5:e	25:e	75:e	95:e			
		95% konfidensintervall för medelvärde						
Hongkong, Kina						607 ▲	4	10,2
Singapore						599 ▲	4	10,4
Taiwan						576 ▲	4	10,2
Japan						568 ▲	4	10,5
Kazakstan						549 ▲	4	10,6
Ryssland						544 ▲	4	10,8
England						541 ▲	5	10,2
Lettland						537 ▲	4	11,0
Nederländerna						535 ▲	4	10,2
Litauen						530 ▲	4	10,8
USA						529 ▲	4	10,3
Tyskland						525 ▲	4	10,4
Danmark						523 ▲	4	11,0
Australien						516 ▲	4	9,9
<b>EU/OECD genomsnitt 2007<sup>1</sup></b>						<b>515 ▲</b>		<b>10,3</b>
Ungern						510	4	10,7
Italien						507	4	9,8
Österrike						505	4	10,3
<b>Sverige</b>						<b>503</b>	<b>4</b>	<b>10,8</b>
Slovenien						502	4	9,8
Armenien						500	4	10,6
Slovakien						496	4	10,4
Skottland						494 ▼	5	9,8
Nya Zeeland						492 ▼	4,5–5,5	10,0
Tjeckien						486 ▼	4	10,3
Norge						473 ▼	4	9,8
<b>Internationellt genomsnitt 2007<sup>2</sup></b>						<b>473 ▼</b>		
Ukraina						469 ▼	4	10,3
Georgien						438 ▼	4	10,1
Iran						402 ▼	4	10,2
Algeriet						378 ▼	4	10,2

# TIMSS 2007 Resultat årskurs 8

Genomsnittliga resultat och fördelning i matematik, årskurs 8, för samtliga länder och regioner.

Länder	Fördelning av resultat i matematik	Percentiler av resultat				Genomsnittlig poäng <sup>3</sup>	Antal år i skolan	Genomsnittlig ålder
		5:e	25:e	75:e	95:e			
		95% konfidensintervall för medelvärde						
Taiwan						598 ▲	8	14,2
Sydkorea						597 ▲	8	14,3
Singapore						593 ▲	8	14,4
Hongkong, Kina						572 ▲	8	14,4
Japan						570 ▲	8	14,5
Ungern						517 ▲	8	14,6
England						513 ▲	9	14,2
Ryssland						512 ▲	7 or 8	14,6
USA						508 ▲	8	14,3
Litauen						506 ▲	8	14,9
Tjeckien						504 ▲	8	14,4
Slovenien						501 ▲	7 or 8	13,8
Armenien						499	8	14,9
<b>EU/OECD genomsnitt 2007<sup>1</sup></b>						<b>499 ▲</b>		<b>14,3</b>
Australien						496	8	13,9
<b>Sverige</b>						<b>491</b>	<b>8</b>	<b>14,8</b>
Malta						488	9	14,0
Skottland						487	9	13,7
Serbien						486	8	14,9
Italien						480 ▼	8	13,9
Malaysia						474 ▼	8	14,3
Norge						469 ▼	8	13,8
Cypern						465 ▼	8	13,8
Bulgarien						464 ▼	8	14,9
Israel						463 ▼	8	14,0
Ukraina						462 ▼	8	14,2
Rumänien						461 ▼	8	15,0
Bosnien och Herzegovina						456 ▼	8 or 9	14,7
<b>Internationellt genomsnitt 2007<sup>2</sup></b>						<b>451 ▼</b>		
Libanon						449 ▼	8	14,4
Thailand						441 ▼	8	14,3
Turkiet						432 ▼	8	14,0
Jordanien						427 ▼	8	14,0
Tunisien						420 ▼	8	14,5
Georgien						410 ▼	8	14,2

# TIMSS 2007 Resultat årskurs 8



**Figur 3.3** Förändring i matematikresultat, årskurs 8, uppdelat efter percentiler 1995–2007. Källa: Tabell D.1 i Appendix D i TIMSS 2007 internationella rapport i matematik samt Skolverkets bearbetningar av data från TIMSS 1995 och 2003.

# TIMSS 2007 Kunskapsnivåer

Figur 3.5 Resultat i matematik uppdelat på kunskapsnivåer, årskurs 8.

Länder	Andel elever på olika kunskapsnivåer				
E/O Sydkorea	2	8	19	31	40
Singapore	3	9	18	30	40
E/O Japan	3	10	26	35	26
Tawan	5	9	15	26	45
Hongkong, Kina	6	9	21	33	31
E/O USA	8	25	36	25	6
E/O Tjeckien	8	26	40	20	6
E/O Slovenien	8	27	40	21	4
E/O Ungern	9	22	33	26	10
Ryssland	9	23	35	25	8
E/O England	10	21	34	27	8
E/O Litauen	10	25	35	24	6
<b>E/O Sverige</b>	10	30	40	18	2
E/O Australien	11	28	37	18	6
Armenien	12	25	36	21	6
<b>EU/OECD-genomsnitt 2007<sup>1</sup></b>	14	25	32	21	8
E/O Skottland	15	28	34	19	4
E/O Italien	15	31	37	14	3
E/O Norge	15	37	37	11	0
E/O Malta	17	23	34	21	5
Serbien	17	26	33	19	5
Malaysia	18	32	32	16	2
E/O Cypern	22	30	31	15	2
Bosnien och Herzegovina	23	35	32	9	1
Ukraina	24	30	31	12	3

# TIMSS 2007 Lärarenkäten

I matematik har den svenska skolan i genomsnitt ...

- mer lärobokstyrd undervisning
- mer lektionstid till självständigt arbete utan lärares handledning

...jämfört med snittet för EU/OECD-länderna.

# Djupanalyser av svenska elevers matematikkunskaper

## Bred vetenskaplig grund:

- Djupintervjuer av ca 300 elever i Lilla Edet.
- Djupanalyser av ca 6000 elevers lösningar i TIMSS 2007.
- Djupanalys av ca 500 elevlösningar i nationella ämnesprovet årskurs 5.
- Nationell och internationell matematikdidaktisk forskning.

# Taluppfattning och aritmetik, TIMSS 2007, årskurs 4

- Ex.  $51 - 49 = 18$   
Eleverna tillämpar beräkningsprocedurerna i fel sammanhang.
- Ex. Det finns plats för 4 personer vid ett bord. Hur kan du räkna ut hur många sådana bord, som behövs för 28 personer?  
Bland de fyra svarsalternativen var innehållsdivision det korrekta.

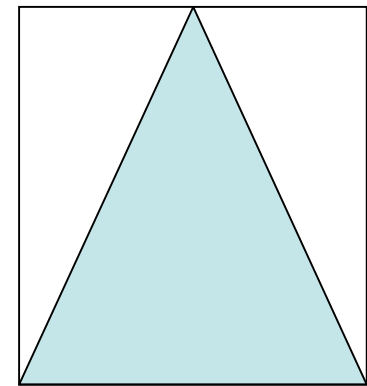
Det visade sig, att eleverna generellt hade svårigheter med att välja ut rätt matematisk modell för de olika typerna av situationer i textproblem.

# Geometri, TIMSS 2007, årskurserna 4 och 8

- Eleverna förväxlade begreppen area och omkrets.

Areans konservation och additiva egenskap.

- Eleverna kunde tillämpa formler direkt, men då en begreppslogisk anpassning krävdes, blev det svårare.





# Algebra, TIMSS 2007, årskurs 8

- Elevers uppfattning av likhetstecknet.

$3 + 4 = 7$  "blir".       $4x + 3 = 5x - 1$  "är lika mycket som".

- Elevers uppfattningar av variabelbegreppet:

icke-symbolisk representation:  $4x - x + 3y - 1$  blev till 8 alt.  $3y + 3$

sifferrepresentation:                       $2b$  blir 28 om  $b = 8$

konkret objektsrepresentation:  $3a + 2b + 2a = 3$  apelsiner +

$2a$  apelsiner + 2 bananer = 5 apelsiner + 2 bananer

$2a * 3a$                       apelsin \* apelsin????

# TIMSS 2007

- Elevernas misstag visade sig inte primärt vara "enkla räknefel"!
- Deras förståelse av begrepp var inte tillräckligt utvecklad.
- De tillämpade beräkningsprocedurerna i fel sammanhang.
- Alltså inte primärt brist på traditionella förkunskaper!

Studien visar på ett primärt innehåll i fortbildningen samt att eleverna behöver få möta en mer förståelseinriktad undervisningen i matematik.

# Beräkningsalgoritmer

- Stegvis beräkning (Jumping strategy)

$$53 - 37$$

$$37 + ? = [37 \xrightarrow{3} 40; 40 \xrightarrow{13} 53] = 53$$

Subtraktion omvandlas till motsvarande addition. Därefter sker uppräkning.

# Beräkningsalgoritmer

- Kompensationsberäkning (Compensation strategy)

$$21 - 7 = [21 - 1 = 20; 20 - 7 = 13; 13 + 1] = 14$$

En utjämning av första termen till närmsta tiotal. Sedan sker beräkningen och därefter kompenseras för utjämningen.

# Beräkningsalgoritmer

- Transformationsberäkning (Transformation strategy)  
Finns i två versioner, en för addition och en för subtraktion.

Addition

$$27 + 35 = [27 + 3 + 35 - 3 = 30 + 32] = 62$$

Till första termen adderas 3, som samtidigt subtraheras från den andra termen.

# Beräkningsalgoritmer

- Transformationsberäkning (Transformation strategy)

Subtraktion

$$43 - 25 = [43 - 3 - 25 - 3 = 40 - 22] = 18$$

Från första termen subtraheras 3, som också subtraheras från den andra termen.

# Beräkningsalgoritmer

- Talsortsvis beräkning (Splitting strategy)

Finns i två versioner:

- en för addition och subtraktion utan växling (Version 1)
- en för subtraktion, som kräver växling (Version 2)

# Beräkningsalgoritmer

- Talsortsvis beräkning (Splitting strategy)

- (Version 1)

$$56 - 32 = [50 - 30 = 20; 6 - 2 = 4; 20 + 4] = 24$$

Först beräknas tiotalen och entalen separat. Därefter adderas delresultaten.



# Beräkningsalgoritmer

- Talsortsvis beräkning (Splitting strategy)

- (Version 2)

$$51 - 48 = [50 - 40 = 10; 1 - 8 = -7; 10 - 7] = 3$$

Först beräknas tiotalen och entalen separat. Därefter adderas/subtraheras delresultaten.

# Beräkningsalgoritmer

- Mixad beräkning (Mixed strategy)

$$51 - 48 = [50 - 40 = 10; 10 - 8 = 2; 2 + 1] = 3$$

Först utförs subtraktionen av tiotalen.

Därefter subtraheras det andra entalet från resultatet. Sist adderas det första entalet till det då uppkomna resultatet.

# Tillämpning av beräkningsstrategier

## Nationella ämnesprovet årskurs 5

**Tabell 18** Kategorier som representerar elevers olika strategier vid beräkningen av  $91 - 59$ , årskurs 5,  $n = 507$

Kategorier	Frekvens		Relativ frekvens (%)		Typiskt svar	
	Korrekt	Inkorrekt	Korrekt	Inkorrekt	Korrekt	Inkorrekt
Talfakta	77	6	15,2	1,2	32	-
Standardalgoritm	160	12	31,6	2,4	32	-
Talsortsvis beräkning utan växling	-	58	-	11,4	-	48
Talsortsvis beräkning med växling	31	2	6,1	0,4	32	-
Stegvis beräkning	42	4	8,3	0,8	32	-
Mixad beräkning	2	4	0,4	0,8	32	-
Transformationsberäkning	2	23	0,4	4,5	32	30
Olika resultat	58	26	11,4	5,1	-	-
<b>Totalt</b>	<b>372</b>	<b>135</b>	<b>73,4</b>	<b>26,6</b>		

# Analys av elevers tankeled

- $51 - 49 = 18$ . Hur resonerar eleven?

$$50 - 40 = 10; 1 - 9 = 8; 10 + 8 = 18$$

Fel version av talsortsvis beräkning!  
Versionen för subtraktion utan växling  
tillämpas på subtraktion med växling.

# Analys av elevers tankeled

- $23 - 17 = 0$ . Hur resonerar eleven?

# TIMSS 2007, Aritmetik åk 4

M01\_08

Ali ville ta reda på hur mycket hans katt vägde. Han vägde sig själv och såg att vågen visade 57 kg. Sedan steg han upp på vågen medan han höll i katten och såg att vågen visade 62 kg.

Vad var kattens vikt i kilogram?

Svar: \_\_\_\_\_ kilogram

M031301

# TIMSS 2007, Aritmetik åk 4

M03\_01

En grupp om 8 barn äter sammanlagt 74 godisbitar. Hur många fler godisbitar behövs för att barnen ska få lika många var?

Svar: \_\_\_\_\_

M031235

# TIMSS 2007, Aritmetik åk 4

M03\_03

Karl mätte skrivtavlans längd med en 30-centimeterslinjal. Skrivtavlan var 6 cm kortare än 9 gånger linjalens längd. Hur lång är skrivtavlan?

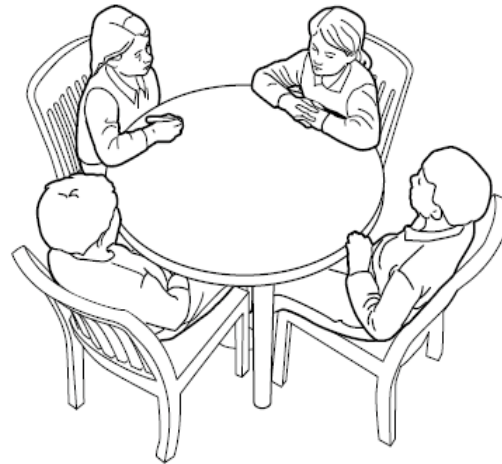
- Ⓐ 264 cm
- Ⓑ 270 cm
- Ⓒ 276 cm
- Ⓓ 279 cm

M031050



# TIMSS 2007, Aritmetik åk 4

M02\_02



Det finns plats för 4 personer vid ett bord.

Hur kan du räkna ut hur många bord som behövs för att 28 personer ska få plats?

- (A) Multiplicera 28 med 4.
- (B) Dividera 28 med 4.
- (C) Subtrahera 4 från 28.
- (D) Addera 4 till 28.

# TIMSS 2007, Aritmetik åk 4

M07\_01

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} =$$

Ⓐ  $\frac{3}{5}$

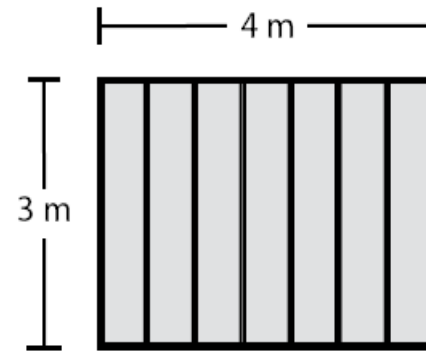
Ⓑ  $\frac{3}{10}$

Ⓒ  $\frac{3}{25}$

Ⓓ 3

# TIMSS 2007, Geometri åk 4

M04\_08



Patrik målar en sida av ett plank. Planket är 4 meter långt och 3 meter högt. Hur stor area måste Patrik måla?

- (A) 4 kvadratmeter
- (B) 7 kvadratmeter
- (C) 12 kvadratmeter
- (D) 14 kvadratmeter

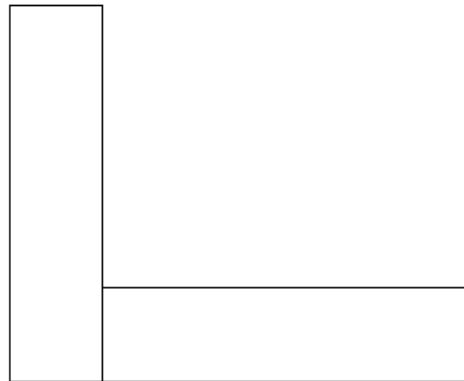
# TIMSS 2007, Geometri åk 4

M05\_06

Jill hade ett rektangulärt papper.

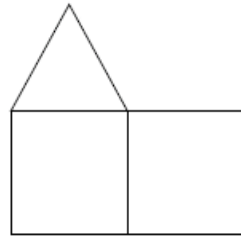


Hon klippte pappret längs den streckade linjen och gjorde en L-form, så här.

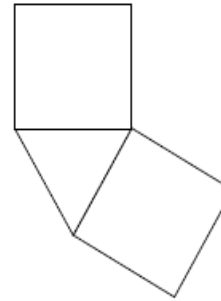


# TIMSS 2007, Geometri åk 4

M07\_06



Rosa



Nina



Lisa

Rosa, Nina och Lisa turas om med att ordna 3 brickor. Var och en ordnar dem i olika former, så som visas. Vilket av följande påståenden om formernas areor är sant?

- (A) Rosas form har större area än de andras.
- (B) Ninas form har större area än de andras.
- (C) Lisas form har större area än de andras.
- (D) Alla formerna har samma area.

# TIMSS 2007, Geometri åk 4

M04\_10



Mannen på bilden är 2 meter lång. Uppskatta hur högt trädet är.

- (A) 4 meter
- (B) 6 meter
- (C) 8 meter
- (D) 10 meter

# TIMSS 2007 Algebra åk 8

M07\_06

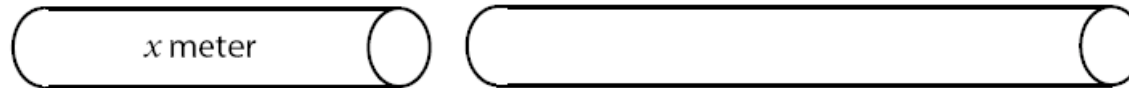
Hasse har 3 jackor mer än Anna. Om  $n$  är antalet jackor som Hasse har, hur många jackor har då Anna uttryckt i  $n$ ?

- Ⓐ  $n - 3$
- Ⓑ  $n + 3$
- Ⓒ  $3 - n$
- Ⓓ  $3n$

M032698

# TIMSS 2007 Algebra åk 8

M04\_04



Det första röret är  $x$  meter långt. Det andra röret är  $y$  gånger så långt som det första.

Hur långt är det andra röret?

- (A)  $xy$  meter
- (B)  $x + y$  meter
- (C)  $\frac{x}{y}$  meter
- (D)  $\frac{y}{x}$  meter



# TIMSS 2007 Algebra åk 8

M02\_06

Vilket alternativ motsvarar  $4x - x + 7y - 2y$ ?

- Ⓐ 9
- Ⓑ  $9xy$
- Ⓒ  $4 + 5y$
- Ⓓ  $3x + 5y$

# TIMSS 2007 Algebra åk 8

**Tabell 11** Kategorier av elevers exponerade förståelse av variabelbegreppet, i den första uppgiften, som inte är fri att publicera, n = 553

Kategorier	Frekvens*	Relativ frekvens (%)
Specifikt obekant tal (Specific Unknown Number)	106	19,2
Sifferrepresentation (Digit Representation)	102	18,4
Icke-symbolisk representation (Non-Symbolic Representation)	19	3,4
Additiv representation	90	16,3
Icke kategoriserad	62	11,2
Ingen ansats till lösning	174	31,5
<b>Totalt</b>	<b>553</b>	<b>100,0</b>

\* Ej viktade frekvenser

# TIMSS 2007 Algebra åk 8

**Tabell 12** Kategorier av elevers exponerade förståelse av variabelbegreppet, i den andra uppgiften som inte är fri att publicera, n = 553

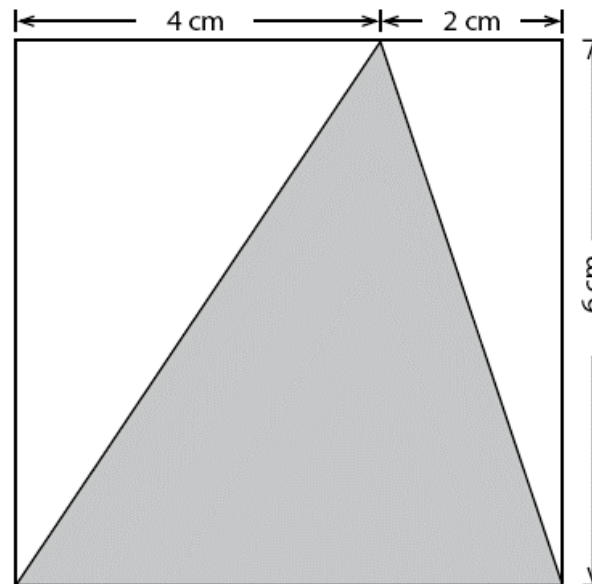
Kategorier	Frekvens*	Relativ frekvens (%)
Generalisat tal (Generalised Number)	222	40,1
Specifikt obekant tal (Specific Unknown Number)	41	7,4
Sifferrepresentation (Digit Representation)	2	0,3
Icke-symbolisk representation (Non-Symbolic Representation)	113	20,4
Icke kategoriserad	52	9,5
Ingen ansats till lösning	123	22,3
<b>Totalt</b>	<b>553</b>	<b>100,0</b>

\* Ej viktade frekvenser

# TIMSS 2007 Geometri åk 8

M01\_12

Figuren visar en skuggad triangel i en kvadrat.

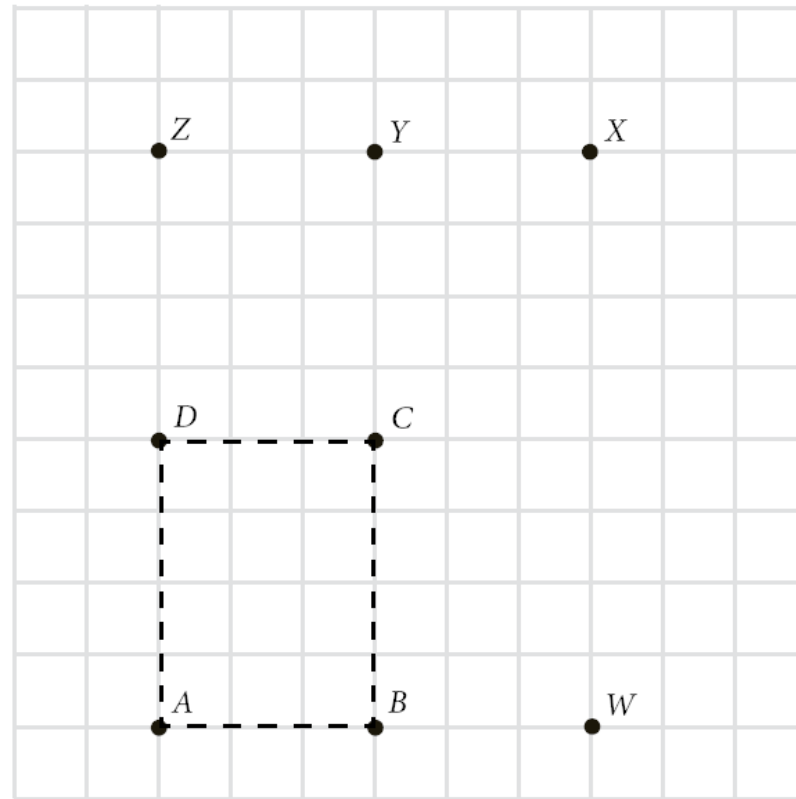


Vilken area har den skuggade triangeln?

# TIMSS 2007 Geometri åk 8

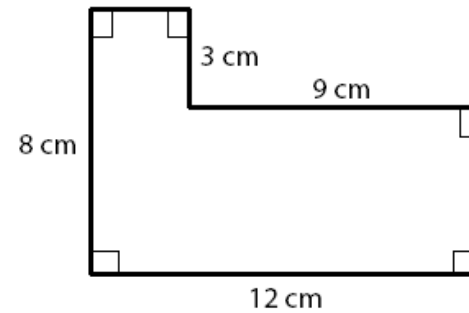
M04\_11

Använd de markerade punkterna för att rita en triangel vars area är TVÅ  
GÅNGER så stor som rektangeln  $ABCD$ 's area.



# TIMSS 2007 Geometri åk 8

M07\_08



Hur stor area, i kvadratcentimeter, har figuren ovan?

- (A) 66
- (B) 69
- (C) 81
- (D) 96

# Analys av elevers tankeled

- $51 - 49 = 18$ . Hur resonerar eleven?

$$50 - 40 = 10; 1 - 9 = 8; 10 + 8 = 18$$

Fel version av talsortsvis beräkning!  
Versionen för subtraktion utan växling  
tillämpas på subtraktion med växling.

# Analys av elevers tankeled

- $37 + 22 = 41$ . Hur resonerar eleven?

$$30 + 20 = 50; 7 + 2 = 9; 50 - 9 = 41$$

Fel version av talsortsvis beräkning!  
Versionen för subtraktion med växling  
tillämpas på addition.



# Analys av elevers tankeled

- $23 - 17 = 0$ . Hur resonerar eleven?

$$23 - 3 - 17 + 3 = 20 - 20 = 0$$

Additionsversionen av  
transformationsberäkning tillämpas!

# Analys av elevers tankeled

- $32 + 26 = 54$ . Hur resonerar eleven?

$$32 - 2 + 26 - 2 = 30 + 24 = 54$$

Subtraktionsversionen av  
transformationsberäkning tillämpas!