

Hur kan forskningen bidra till utvecklingen av matematikundervisningen?

Johan Lithner

Johan.Lithner@math.umu.se

Umeå Forskningscentrum
För Matematikdidaktik

www.ufm.org.umu.se

Frågor att fundera över

- ✓ Vad skulle du vilja få ut av forskningen?
- ✓ Hur skulle du vilja använda dessa kunskaper?
- ✓ Hur skulle du vilja påverka forskningen?
- ✓ Hur skulle du vilja delta i forskning?



Matematikdidaktisk forskning:

"Matematikens didaktik er det videnskabelige arbejdsfelt der søger at identificiere, karakterisere og forstå de fænomener og processer der indgår - eller kunne indgå - i både faktisk og potentiel matematikundervisning og matematiktilegnelse."

(Mogens Niss)

Forskningsområden: vad behöver vi klargöra?

1. Varför man ska lära sig matematik.
2. Vad det innebär att behärska matematik.
3. Hur man lär sig matematik.
4. Inverkan av affektiva aspekter.
5. Hur undervisning kan stödja lärande.
6. Hur matematikundervisning relaterar till andra ämnen.
7. Vilka kompetenser lärare bör ha.
8. Hur elevers kompetenser ska bedömas.
9. Policy
10. Den matematikdidaktiska forskningens karaktär.

Lärandesvårigheter

"After several years of executing procedures they do not understand, students' behaviour is so rule-governed and so little affected by conceptual understanding that one can model their behaviour and predict the errors they will make by looking only at the symbol manipulation rules they have been taught and pretending that they are following these rules like robots with poor memories." (Hiebert 2003)

Att försöka minnas en regel

S : "Är $a^5 \cdot a^3 = 2a^{15}$?"

JL : "Nej, addera exponenterna :

$$a^5 \cdot a^3 = a^{5+3} = a^8."$$

Varför inte resonera istället?

$a^m = a \cdot a \cdot a \cdots a$ med m faktorer, så

$$a^5 \cdot a^3 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^8$$

Två olika typer av resonemang:

- I. Kreativt resonemang. Skapar ny kunskap och bygger på argument förankrade i matematiska egenskaper.**
- II. Algoritmiskt resonemang. En sekvens av regler följs.**

Bestäm största och minsta värde för

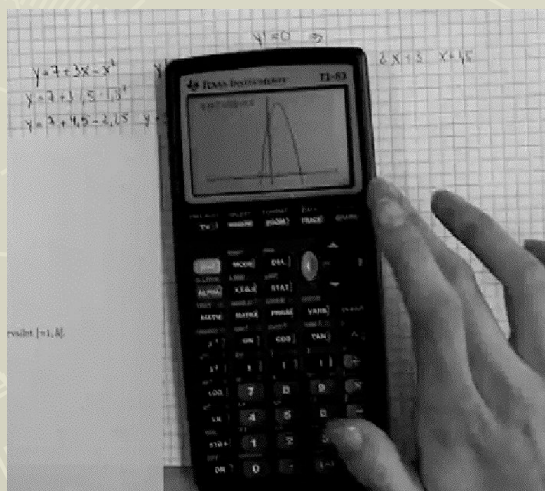
$y = 7 + 3x - x^2$ på intervallet $[-1,5]$

$$y' = 3 - 2x = 0$$

$$x = 1,5$$

$$y = 7 + 3 \cdot 1,5 - 1,5^2 = 9,25$$

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	3	7	9	9	7	3	-3



$$7 + 3x - x^2 = 0$$

$$x_1 \approx 4,54 \quad x_2 \approx -1,54$$

Algoritmiskt Resonemang

- I. Repeterad tillämpning av algoritmer. Väljs ur en begränsad mängd med matematiskt ytliga kopplingar till uppgiften.**
- II. Algoritmen följs utan verifierande argumentation. Om genomförandet inte går som väntat avbryts det utan reflektion.**

Lärare hjälper elev:

Vad är 15% av 90?

$$\begin{array}{r} 90 \\ \cdot 0.15 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 450 \\ +90 \\ \hline \end{array}$$

$$13.50$$

Lotsnings-Resonemang

- I. Strategivalen görs av en lots. Eleven klarar inte att beakta de centrala matematiska egenskaperna.**
- II. Eleven utför endast de i sammanhanget triviala delarna av genomförandet. Lotsens auktoritet ersätter både förutsäggande och verifierande argumentation.**

Läroböcker

Exempel: Av de 80 eleverna som lämnade Vallaskolan hade 16 sökt till det naturvetenskapliga programmet i gymnasieskolan. Hur många procent av eleverna var det?

Andel sökande: $16/80 = 0,20 = 20\%$

Svar: 20% av eleverna sökte det naturvetenskapliga programmet.

Uppgift 964: Vid en poliskontroll utanför en skola fann man att 84 bilar av 400 körde för fort. Hur många procent körde för fort?

Text-lötsning

- I. Strategival: identifiera ytligt liknande egenskaper hos exempel, regel eller annan situation beskriven i boken.**
- II. Strategigenomförande: kopiera proceduren.**

Slutsatser

- ✓ Matematiskt ytliga strävanden mot algoritmiska resonemang är vanliga och ofta dominerande.
- ✓ Det verkar till stor del vara en konsekvens av otillräckligheter i vår lärandemiljö.
- ✓ Ytliga resonemang löser ofta matematikuppgifter, men är otillräckliga för långsiktigt lärande.

Problemlösning, Schoenfeld (1985)

- ✓ Faser i problemlösningsprocessen:
Läsa, utforska, analysera, planera, implementera, verifiera.
- ✓ Nödvändiga kunskaper och beteenden:
Resurser, heuristik, kontroll, inställning.

'Traditionell' målbeskrivning:

Innehållsmål

- ✓ I termer av ämnesinnehåll, stoff.
- ✓ Övergripande: Aritmetik, algebra, geometri, kombinatorik, analys, statistik, etc.
- ✓ Detaljerat: Divisionsalgoritm, lösning av andragradsekvation, medelvärde, Pythagoras sats, etc.

Processmål

- ✓ Problemlösning.
- ✓ Resonemang och argumentation.
- ✓ Begreppsförståelse.
- ✓ Modellering.
- ✓ Kommunikation.
- ✓ Rutinprocedurer.

Ramverket beskriver väsentligen samma sak:

- ✓ Gy07
- ✓ Tidigare svenska kursplaner, dock mindre tydligt
- ✓ NCTM Standards (www.nctm.org)
- ✓ KOM-projektet (pub.uvm.dk/2002/kom)
- ✓ TIMSS (nces.ed.gov/timss)
- ✓ PISA (www.pisa.oecd.org)
- ✓ 'Adding it up' (Kilpatrick m.fl., 2001)

Fler exempel på forskningsresultat

- ✓ **Lärandets komplexitet**
- ✓ **Begreppens förankring**
- ✓ **Begrepps bilden**
- ✓ **Didaktiska kontraktet**
- ✓ **IT-undret**
- ✓ **Transfer**
- ✓ **Bedömning**