

Madeleine Löwing och Karin Wallby

# PROBLEMLÖSNING

Trollkarlen Anton har 14 grå, 8 vita och 6 svarta möss i sin hatt. Med förbundna ögon plockar han upp en mus i taget ur hatten.

Hur många möss måste han ta upp för att säkert få upp minst en av varje?

# Jag förstår inte! Hur ska jag göra?

- Vad är det eleverna inte förstår?
- Vad tror eleverna om lärarens/skolans förväntningar?

## Undvika eller utveckla?

- Vad är det eleverna inte förstår?
- Kontext?
- Komplexitet?
- Presentation?
- Läsförståelse
  - avläsning?
  - ordförståelse
  - begreppskunskap
  - modellering

- Olika typer av problem

## Konkretisering

- $6 + 1 =$  ,  $7 + 1 =$  ,  $8 + 1 =$
- Som metafor kan man använda ålder: "Hur gammal är du om ett år?" Svaret är nästa tal i talraden.  $6 + 1 = 7$ ,  $7 + 1 = 8$ ,  $8 + 1 = 9$ . Den elev som behärskar talraden kan då enkelt addera 1 genom att ta nästa tal i talraden.

## Utvecklingsbart och generaliserbart ?



*"Är det bara pizzor man kan dela?"*

Materialet begränsar  
möjligheten till variation av  
ett antal aspekter av  
bråkbegreppet.

- L: Hur många tredjedelar är en hel?  
 E: 3 tredjedelar  
 L: hur många fjärdedelar?  
 E: fyra fjärdedelar.  
 E: ...och tolv tolvdelar  
 E: ...och miljoner miljondelar.....  
 L: ja men sådana delar har vi inte så det kan vi inte göra...

## Rutinuppgifter

En typ av problem som varje vuxen människa bör behärska som en ren rutin.

Beräkningarna ska kunna utföras i det närmaste automatiserat, helst i huvudet.

När man står vid bussterminalen och skall välja rätt buss, så har man inte alltid tid att fundera över om man känner igen problemet och om man har en lösningsmetod, för i så fall missar man sannolikt bussen.

Det kan också vara genant att komma till snabbköpskassan med 8 burkar läsk à 14 kr styck, om man bara har 100 kr.



# Vardagsproblem av rutinkaraktär

- Jag skall vara på konserten 19.00. Vilken buss måste jag ta för att komma i tid?
- Läsken kostar 18 kr per flaska. Hur många flaskor kan du köpa om du har 100 kr?

# Mer komplicerade vardagsproblem

Lösandet av mer komplicerade vardagsproblem kräver att man utför beräkningar i flera olika steg. Är det fler steg, blir det svårare för vissa elever att genomskåda hela lösningsstrategin.

För en elev med sämre färdigheter finns ett motstånd mot att våga börja lösa denna typ av problem.

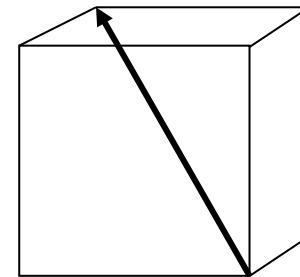
Eleven behöver hjälp att diskutera vilka olika beräkningar som behöver utföras.

# Konstruerade problem

- På en buss får man inte ta med sig föremål som är bredare, högre eller längre än 1 m. Hur skall man kunna ta med sig ett spjut som är 1,7 m långt utan att dela det?

Lösningen är matematiskt klurig.

- Man slår in spjutet i en kubformad låda med sidan 1 m. Rymddiagonalen blir då  $\sqrt{3}$  m är drygt 1,7 m. Som sagt en fiffig lösning men ganska så krystad.



- **För** att kunna lösa liknande problem
- **Om** problemlösning och strategier
- Lära matematik **via** problemlösning
  
- Problemlösning är både mål och medel

- begrepp och metoder
- genomföra resonemang
- argumentatera
- kommunicera matematik med olika representationer och uttryck

# Problemlösning i kursplanen och läroplanen för förskolan

- utvecklar sin förmåga att använda matematik för att undersöka, reflektera över och pröva olika lösningar av egna och andras problemställningar,

(Lpfö)

# Att välja bra problem



# Förstå problemet

- Pärlorna

# Presentera problemet

- Anknyt till elevernas erfarenheter, sätt in dem i situationen
- Gå igenom problemet, på *olika* sätt
- Diskutera betydelsen av orden
- Låt elever få tolka problemet
- Hjälps åt att reda ut eventuella oklarheter

# Språket i textproblem

- Vardagsord – ovanliga ord – matematikspecifika ord – termer
- Symboler
- Koppling symbol och text
- Struktur
- Speciella konventioner

- [Skolvägen](#)

## Språknivåer i matematik

- **Talspråk:** Hur långt är det till ...? Hur bred är vägen? Hur högt är huset?
- **Formaliserat språk:** Vilken längd har...? Vilken är vägens bredd? Vilken höjd har huset?
- Ofta tar man ytterligare ett steg mot abstraktion och uttrycker relationer mellan olika begrepp **i formler**. Till exempel  $A = l \cdot b$  och  $V = l \cdot b \cdot H$ .
- En elev som inte har förstått den **elementära grammatiken** för det matematiska formelspråket, kan inte utläsa uttryck som  $3(2+5)$  eller  $\pi r^2$  och har därmed ingen chans att göra ens de enklaste räkneuppgifter
- Matematiskt **fackspråk:** produkt, dividera, funktion, kontinuerlig, bråk, relation, ben, volym, tal, ... etc. har inom matematiken betydelser som kan skilja sig från allmänspråket

# Hur ser ämnesundervisning ut?

- Lärarna litar på att ett *begripligt inflöde räcker för att lära sig ett nytt språk och nya begrepp.*
- Lärarna ger inte eleverna tillfälle att *själva producera nya språkliga element genom att tala och skriva.*
- Detta i sin tur leder till att det inte heller finns tillfälle att *ge eleverna återkoppling på hur de formulerat sig så att de kan förbättra sitt språk och ställa upp nya hypoteser.*

## Arbeta språkutvecklande

Det innebär att du hjälper eleven att använda en korrekt terminologi och att du på ett adekvat sätt talar om olika begrepp, egenskaper eller modeller inom matematiken.

Du ska korrigera och ställa frågor så att du kan vara säker på att eleven förstått begreppen, sambanden etcetera på ett korrekt sätt och att hon uttrycker sig tydligt.

Lärande samtal och reflekterande diskussioner med eleverna som effektiva och dynamiska klassrumsaktiviteter som synliggör lärandet.

Hajer, & Meestringa, Theun, 2010

Wiliam, 2007

Gibbons, 2006

# Sätt igång arbetet – håll det igång

- Ge möjlighet för alla att få sätta sig in i problemet
  - Lyssna på eleverna.
  - Leta efter intressanta frågor, idéer, lösningar och intressanta svårigheter.
- Ge tydliga ramar och lagom stöd
- Låt processen ta tid
- Håll huvudet kallt



# Led klassrumsdiskussionen

- Olika lösningar
- Jämför lösningar, se efter likheter och skillnader
- Se efter förtjänster och red ut missförstånd
- Se kopplingar
- Håll matematiken närvarande

# Formulera ett eget problem

- Att formulera egna problem stärker elevens tänkande och förståelse vid lärande av matematik
- Detta är en central komponent i beskrivningar av vad som menas med problemlösningskompetens
- Men .... Det krävs en diskussion om uppgiftens syfte och utformning

# Planera en lektion

- Välj problem – tänk igenom syftet
- Lös problemet själv
- Fundera över tänkbara lösningsmetoder, förbered tänkbara svårigheter och frågor
- Hur ska problemet presenteras?
- Lektionens faser – vilket stöd ska eleverna få, när?

- Vilka lösningar ska presenteras?  
I vilken ordning?
- Vad ska diskuteras? Begrepp, metoder, samband, kommunikation, resonemang ....
- Vad ska de göra som blir klara?

# Några filmtips

- [Pärlorna](#)
- [Skolvägen](#)
- [Tårtan 1](#)
- [Tårtan 2](#)
- [Bedömning för undervisning](#)

## Till nästa gång

- Genomför minst en problemlösningslektion, enligt planen
- Vad fungerade bra?
- Vad kan vi utveckla?
- Redovisa era erfarenheter och tankar inför vidare arbete med problemlösning vid nästa tillfälle (25 april)