

Tal i decimalform

<i>Kapitlet behandlar</i>	<i>Test</i>
Beteckningar, även pengar och måttetal	4, 5
Talens storlek	4, 5, 6, 7, 8
Talens relativa storlek	5, 6, 7, 8, 9
Decimalernas värde i positionssystemet	7, 8, 9

5

Decimalsystemet är otroligt effektivt. Med det kan vi uttrycka både mycket stora och mycket små tal med anmärkningsvärt få siffror. Vi kan röra oss mellan universums ytterligheter ner till atomers inre inom 20 potenser av 10. Trots det kan vi inte exakt uttrycka ett så enkelt bråk som en tredjedel med ändligt många decimaler.

De grundläggande principerna för tal i decimalform är:

- Siffrorna på båda sidor om decimaltecknet utgör tillsammans ett enda tal.
- Mittpunkten i talet är entalet, inte decimaltecknet. Decimaltecknet markerar helt enkelt att talet till vänster om det är entalet.
- Åt vänster ökar värdet i varje position tiofalt och åt höger minskar värdet i varje position tiofalt.
- Nollan används om det är nödvändigt som platsmarkering före första gällande siffra i ett tal, t ex i 0,0035.

I Sverige används traditionellt kommatecknet som decimaltecken även om decimalpunkten också förekommer i vissa sammanhang, t ex på kontoutdrag. På miniräknaren är tecknet vanligen en punkt. Ibland ser vi också pris uttryckt med kolon eller med örena skrivna med mindre storlek. Det kan uppfattas som ett sätt att skilja kronor och ören men det kan också tolkas som ett sätt att avskilja decimalerna.

Till vardags används decimaltecknet oftare i skrift än i talspråk, med undantag för vid rapportering av idrottsresultat: poäng, tider i sekunder, tiondelar,

hundra delar etc. När det står 6,70 meter säger vi sex och sjuttio eller sex meter och sjutti centimeter.

Barn möter tal i decimalform innan de får undervisning om dem i skolan. Kanske handlar det första mötet om priser eller om mätningar av längder, areor, volymer och tider.

Kända svårigheter och missuppfattningar

Decimalsystemet är enkelt och elegant och ett resultat av många års utveckling. Det innehåller dock vissa svårigheter för den som ska lära sig det och det är viktigt att uppmärksamma elevers missuppfattningar och lyfta fram dessa så att vi kan hjälpa till att undvika eller undanröja dem.

Missuppfattningar om tal i decimalform är vanliga och hos en del personer består de livet ut. En av de viktigaste orsakerna till missuppfattningar är de sätt på vilket vi i vardagslivet handskas med dessa tal, tex när det gäller pengar och måttangivelser. En annan viktig orsak är att kunskap om och erfarenheter från hela tal generaliseras och tillämpas felaktigt på decimalerna. Vi läser "sex och tjugofem" när vi ser 6,25 kr, vilket är helt naturligt i vardagssammanhang. Att utläsa det som "sex komma tjugofem hundra delar kronor" låter konstlat. Men för den som ska lära sig att förstå tal i decimalform kan det orsaka vissa svårigheter. Läser vi på liknande sätt det nakna talet 6,25 som "sex och tjugofem" finns risken att eleverna uppfattar att siffrorna på vardera sidan av decimaltecknet inte hör ihop, att det är en sammansättning av två skilda tal.

Elever kan också uppfatta decimaltecknet som en mittpunkt, med ett heltal på var sida om decimaltecknet. I själva verket är det ju entalet som är mittpunkten, inte decimaltecknet. Till vänster om entalet finns tiotalen och till höger tiondelar. Decimaltecknet visar helt enkelt var entals siffran finns.

Att vi ofta utläser decimaldelen som "tjugofem" och inte som "två tiondelar och fem hundra delar" kan också försvåra förståelsen för platsvärdena i talet. Denna svårighet kommer kanske inte fram så länge det handlar om pengar eller mått. Det är därför viktigt att läraren är medveten om att pengar och måttangivelser visserligen kan vara användbara för att konkretisera men att de också kan vara missledande och otillräckliga.

Bland elever som ännu inte riktigt har förstått decimalernas platsvärden finns några kända missuppfattningar om hur antalet decimaler påverkar storleken. En av dem är att ju fler decimaler talet har desto större är det, som när det gäller heltal. Andra uppfattar att ju färre decimaler talet har desto större är det, eftersom många decimaler betyder små delar, alltså ett litet tal. En del elever tror också att alla nollor bland decimalerna påverkar talets storlek, oavsett vilken plats de har i talet.

En vanlig uppfattning är att det inte finns några decimaluttryck mellan exempelvis två intilliggande tiondelar som mellan 0,2 och 0,3 eller mellan två intilliggande hundradelar, 0,65 och 0,66.

Några exempel

- 3,14 utläses som 3 och 14.
- Eleven tolkar att det står fyra komma fem på miniräknaren som att det betyder fyra meter och fem centimeter.
- Eleven tror att 0,1324 är större än 0,180 för att 1324 är större än 180.
- Eleven tror att 0,1504 är mindre än 0,130 för att det har tiotusendelar och de är mindre än vad tusendelar är.
- Eleven tror att 0,5 är ett annat tal än 0,50.
- Eleven tänker att det inte finns några decimaluttryck mellan 0,5 och 0,6 för att det inte finns några hela tal mellan 5 och 6.

Om undervisningen

För att utveckla förståelsen för tal i decimalform behöver eleverna få använda flera olika fysiska och visuella modeller. Tiobasmaterial, meterlinjaler och måttband, tidsangivelser i sportprogrammen på TV, pengar, etc lyfter fram olika aspekter av talen och deras struktur. Som modell vid introduktion och förklaring ger de tillsammans en mer fullständig bild av systemet än enbart pengar, där bara två decimaler används.

Språket har en viktig roll för att eleverna ska utveckla en säker förståelse. För att nå verklig förståelse för att 1,5 är större än 1,12 är det under den inledande undervisningen lämpligt att utläsa talen som "en hel och fem tiondelar" och "en hel, en tiondel och två hundradelar" eller "en hel och tolv hundradelar" osv. Att säga "ett komma fem" och "ett komma tolv" ger inget stöd åt förståelsen. Det är av flera skäl viktigt att ofta prata om och att uttala tal i decimalform, och att inte enbart behandla dem skriftligt.

Ta vara på varje tillfälle att peka på när och var tal i decimalform förekommer i elevers omgivning: priser i affärer och i annonser, längdmått, vikt, volym, tidtagning vid sportevenemang på TV osv. Uppmärksamma och diskutera om belopp eller mått är uttryckta i två olika enheter, tex sju meter och fyrtio centimeter, eller om det är en enda enhet, tex sju komma fyra meter

eller sjuhundrafyrtio centimeter. Var noga med att båda enheterna ska vara med när talet utläses som två hela tal: "fyra kronor och femtio öre" eller "sju liter och fyra deciliter". När eleverna väl förstått positionerna kan man gå över till "fyra komma femtio kronor" och "sju komma fyra liter".

I sportsammanhang uttrycks tid i decimalform när det handlar om sekunder och delar av sekunder. Diskutera med eleverna varför decimalform inte används när det handlar om år, månader, dygn, timmar och minuter. Visa och förklara hur ordet decimaler hör ihop med andra ord: decimeter, deciliter, decennium.

Miniräknaren kan behöva speciell uppmärksamhet. Eleverna behöver ibland hjälp med att skilja mellan decimaltecknet, som ofta är en punkt, och multiplikationstecknet, som inte är en punkt. De behöver också få bekanta sig med att miniräknaren tar bort nollor i slutet av decimaluttryck. När man trycker in 6,50 visar de flesta räknare 6,5.

Några förslag

- Använd tiobasmaterial där hundraplattan får representera entalet, tiostaven representera tiondelen och entalskuben representera hundradelen. Låt eleven bygga olika tal genom att täcka rader och kolumner.
- Använd ett rutnät, 10×10 , som enhet/helhet. Låt varje ruta motsvara 0,01 ($\frac{1}{100}$) och varje rad eller kolumn motsvara 0,1 ($\frac{1}{10}$). Låt eleverna visa olika tal på rutnätet, exempelvis 0,01; 0,1; 0,3; 0,07; 0,4; genom att skugga rutor, rader och kolumner. Representationen av nyckeltal som 0,1; 0,2; 0,25; 0,5; på rutnätet hjälper till att visa relationen till motsvarande tal i bråkform, dvs $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$.
- Andra konkreta modeller av decimalsystemet kan vara:
 - meterlinjalen (som enhet/helhet) tillsammans med Cuisenairematerial eller andra stavar om 10 cm och småkuber med sidan 1 cm för att representera tiondelar och hundradelar.
 - trippmätare eller annat liknande räkneverk.
 - dragspelsremsor, se kap 3.
- Låt eleverna översätta skrivna tal i decimalform till konkret representation:

- Visa videoklipp från sportprogram där tidtagningen visas i bild, eller hämta exempel från tidningar. Diskutera vad siffrorna står för.
- Visa båda formerna av skrivna längdmått – i decimalform och som meter och centimeter, intill varandra. Gör det samma för tider, penningbelopp, vikter, volymer etc.
- Utveckla referenspunkter bland tal i bråkform: $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{1}{4} = 0,25$; $\frac{3}{4} = 0,75$.
- Räkna uppåt och nedåt. Fortsätt till exempel serier som: "0,1; 0,2; 0,3 ...", "0,3; 0,6; 0,9 ...", "0,01; 0,02; 0,03 ...", "0,25; 0,50; 0,75 ...", "2; 1,9; 1,8 ...", "3; 2,5; 2 ..."
- Låt eleverna uttrycka tal i decimalform med egna ord, t ex 0,75 kan vara både $\frac{7}{10} + \frac{5}{100}$ och $\frac{75}{100}$ och att 1,5 kan vara både "en hel och fem tiondelar" och 15 tiondelar.