
NCM-RAPPORT 2002:3

Vuxna och matematik

– ett livsviktigt ämne

LARS GUSTAFSSON & LARS MOUWITZ

Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM, är ett nationellt resurscentrum som på uppdrag av regeringen inrättats vid Göteborgs universitet. I samverkan med Chalmers tekniska högskola skall NCM stödja utvecklingen av svensk matematikutbildning i förskola, skola och vuxenutbildning. NCM ger ut tidskriften Nämnaren.

För mer information om NCM och Nämnaren, se <http://ncm.gu.se>

ISSN 1650-335X

NCM
Göteborgs universitet
Vera Sandbergs allé 5A
412 96 Göteborg

© NCM, 2002

Redaktör:
Anders Wallby

Layout:
Andersson & Andersson, Lerum

Tryck:
Grafikerna Livréna i Kungälv AB

Innehållsförteckning

Förord	
Sammanfattning	1
Uppdraget	13
Del 1	15
Några motivbilder.....	15
Individ och samhälle	15
Demokrati och värdegrund	16
Det livslånga och livsvida lärandet	16
Livslångt lärande i ett globalt perspektiv	17
Lärande och kunskap i kunskapssamhället	18
Vägledning och validering.....	19
IKT och vuxnas lärande	21
Utbildningsanordnare – mångfald och kvalitet.....	22
Några kritiska perspektiv	23
Matematik – ett livsviktigt ämne.....	24
Skolmiljön, livet och lärandet.....	27
Förutsättningar för och perspektiv på det livslånga lärandet	27
Formellt, icke-formellt och informellt lärande	31
Matematik för vuxna i kunskapssamhället.....	33
Vem är den vuxne?.....	34
Vad vet vi om vuxnas lärande?	39
Vuxenutbildningens organisation idag.....	47
Nationella satsningar och nätverk.....	50
Varför matematik?.....	53
Matematikens ansikten.....	53
Matematik i samhället.....	55
Varför ska den vuxne lära matematik?	56
Skolmatematik – en politisk konstruktion?.....	61
Skolmatematik – ett formellt lärande.....	61
Tradition och status.....	62
På väg mot framtiden	62
En traditionsmättad kultur	63
Ett föränderligt samhälle	64
Ideologi och intresse	65
Matematikkunnande för alla	69
Baskunnande	69
Situerat lärande och kunskap för livet	69
Ett mångfasetterat ämne	71
Det fria samtalet.....	72

Det livslånga och livsvida lärandet	74
Terminologiska överväganden	75
Angelägna frågor för studier och utvecklingsarbeten	76
Skolmatematikens syften.....	76
Matematikkunskaper enligt läro- och kursplaner.....	79
Kompetens och innehåll.....	81
Baskunnande – operationella inriktningar	83
Matematikkunnande som livsprojekt	84
Matematikkunnande som ämneskompetens	86
Matematikkunnande som ämnesinnehåll.....	87
Att ta till sig matematiken.....	88
Lärare, lärarutbildare och övriga parter	89
Blockeringar och motstånd.....	93
Lärares och deltagares berättelser	93
Orsaker till matematikblockeringar och negativa upplevelser	94
Matematiken i det nationella styrsystemet för utbildning av vuxna... 99	99
Grundläggande vuxenutbildning	99
Gymnasial vuxenutbildning	101
Kommentar till gällande kursplaner i matematik	101
Vuxenutbildning för utvecklingsstörda	102
Folkbildning	102
Fem kritiska områden.....	103
Affektiva faktorer och vuxnas matematiklärande	103
Vuxnas informella matematiklärande	103
Validering av vuxnas matematiklärande	104
Bildning – matematikkunnande som livsprojekt.....	104
Kursplaneutveckling i matematik.....	105
<i>Del 2</i>	107
Inledning	107
Utvecklingsplan för kvalitetsarbete i förskola, skola och vuxenutbildning.....	109
NCM:s insatser och resurser för att främja vuxnas matematiklärande	111
Nämnnaren	111
Nämnnaren på nätet	113
Nämnnaren <i>TEMA</i>	113
Innehåll och former för kompetensutveckling	114
Kängurutävlingen	114
NCM:s och Nämnnarens nya webbplatser	115
Nationella referensbibliotek och läromedelsbibliotek.....	116
Rådgivning och utvecklingsstöd till lärare, skolor, kommuner och högskolor	116
Information om kurser i matematik och matematikdidaktik	118
Konferens- och seminarieverksamhet.....	119
Matematikbiennialerna	120

Föräldrar, barn och matematik	121
Specialpedagogik	123
Samverkan och samarbete med nationella och internationella organisationer, myndigheter, nätverk och miljöer	123
Avslutning	125
Referenser	127
Bilagor	133
Bilaga 1: Grundläggande vuxenutbildning – kursplan och betygskriterier i matematik (SKOLFS 1994:24)..	133
Bilaga 2: Gymnasial vuxenutbildning – kursplaner och betygskriterier i matematik (SKOLFS 2000:5)	137
Bilaga 3: Förordning om kursplaner i kärnämnen för de delar av vuxenutbildning för utvecklingsstörda som motsvarar grundsärskolan	157
Bilaga 4: Gymnasial särsvux – kursplaner och betygskriterier i matematik (SKOLFS 2002:2)	161
Bilaga 5: Kursplan i svenskundervisning för invandrare (sfi)	167
Bilaga 6: Nationellt centrum för sfi och svenska som andraspråk	171
Bilaga 7: Myndigheten för kvalificerad yrkesutbildning	173
NCM:s rapportserie	175

Förord

I oktober 2001 fick NCM ett uppdrag av regeringen att genomföra en kartläggning och analys av de insatser som behöver göras för att stärka vuxnas lärande i matematik (U2001/3808/V). Beslutet är kopplat till de varaktiga insatser inom området som NCM tidigare fått i uppdrag att genomföra (Prop. 2001/02:1). Regeringen vill komplettera den satsning som görs på utveckling av basfärdigheter inom främst ungdomsskolan med insatser direkt riktade mot utveckling av matematikundervisning för vuxna.

Denna rapport, som skrivits av Lars Gustafsson och Lars Mouwitz, lägger en grund för ett fortlöpande långsiktigt utvecklingsarbete. De två författarna har gemensamt utformat rapportstrukturen och identifierat ett antal kritiska områden och angelägna utvecklingsinsatser vad gäller vuxnas matematiklärande.

Lars Gustafsson arbetar på NCM med ansvar för vuxnas matematiklärande. Han har lång erfarenhet av vuxnas matematiklärande genom att tidigare ha verkat som lärare inom folkbildningen. Ett pedagogiskt utvecklingsarbete, som fått stöd från Folkbildningsrådet, redovisas i rapporten *En matematik i folkbildningens tjänst* (Gustafsson, 1998). Genom deltagande i internationella konferenser och studieresor har han bevakat området vuxnas matematiklärande. Lars Gustafsson har haft huvudansvaret för kapitlen "Skolmiljön, livet och lärandet" samt "Blockeringar och motstånd". Han har också haft ett övergripande ansvar för översikter och referenser till aktuell matematikdidaktisk forskning kring vuxnas matematiklärande.

Lars Mouwitz har mångårig erfarenhet som gymnasielärare, han arbetar på NCM som redaktör och utredare och är doktorand inom området matematikdidaktikens filosofi. Han har bland annat skrivit läromedel i matematik och filosofi samt NCM-rapporten *Hur kan lärare lära?* Lars Mouwitz har haft huvudansvaret för kapitlen "Några motivbilder", "Varför matematik?", "Skolmatematik – en politisk konstruktion?" och "Matematikkunande för alla".

Göran Emanuelsson och Bengt Johansson, som också arbetar vid NCM, har bidragit med underlag till rapporten, främst till kapitlen "Matematiken i det nationella styrsystemet för utbildning av vuxna" och "NCM:s insatser och resurser för att främja vuxnas matematiklärande".

I en tidigare NCM-rapport, *Hög tid för matematik* (NCM, 2001) föreslås en rad utvecklingsinsatser, bla kompetensutveckling för undervisning av vuxna. Föreliggande rapport skall ses som en komplettering och precisering med särskilt fokus på vuxnas lärande.

Det är vår förhoppning att denna rapport skall bidra till en fördjupad diskussion om vuxenutbildningen i matematik och om vilka utvecklingsinsatser som är mest angelägna på kort och lång sikt.

Rapporten består av två delar. Den första delen innehåller en analys av problematiken kring vuxnas matematiklärande och fem kritiska områden identifieras som särskilt angelägna för forskning och utvecklingsarbeten. Den andra delen är operationell och redovisar NCM:s nuvarande aktiviteter och resurser vad gäller stärkande av vuxnas matematiklärande i relation till de fem kritiska områdena.

Bengt Johansson
Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM
Göteborgs universitet

September, 2002

Vuxna och matematik

– ett livsviktigt ämne

LARS GUSTAFSSON & LARS MOUWITZ

Sammanfattning

Rubrikerna i denna sammanfattning motsvarar första rubriknivån i själva rapporten, vilket vi hoppas underlättar för läsaren att gå in och specialstudera vissa avsnitt.

Uppdraget

Bakgrunden till rapporten är regeringens beslut (U2001/3808/V) att ge uppdrag åt Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM) vid Göteborgs Universitet att genomföra en kartläggning och analys av de insatser som behöver göras för att stärka vuxnas lärande i matematik. Rapporten lägger en grund för ett fortlöpande långsiktigt utvecklingsarbete och uppmärksammar ett antal områden där särskilda insatser behöver göras.

Några motivbilder

Förutom till själva uppdraget relaterar rapporten till samtidens ideologiska och vetenskapliga perspektiv och motivbilder, vilka därmed utgör en samtida fond till uppdraget. Bland olika mål för utbildning och lärande kan vi se individuella utbildnings- och bildningsmål respektive samhällliga mål knutna till arbetsmarknad och näringsliv. Andra mål anknyter till medborgarskap, demokrati och värdegrund.

Vuxenundervisningen idag kännetecknas av stor mångfald vad gäller anordnare. Former för flexibelt lärande och distansundervisning växer

fram med hjälp av IKT och ökat datorkunnande. Detta möjliggör en långtgående individualisering och geografisk spridning.

Lärandet beskrivs idag vanligen i två dimensioner; det *livslånga* respektive det *livsvida* lärandet och anknyter till tre olika typer av lärandemiljöer; *formella*, *icke-formella* och *informella*. Såväl i ett nationellt, europeiskt som i ett globalt perspektiv bör uppmärksammas att lärande sker hela livet, också i andra miljöer än i den formella skolmiljön. Synen på lärande och kunskap har förändrats; lärande är inte nödvändigtvis kopplat till begreppet "undervisning" och kunskap framställs ofta som en "färskvare", som snabbt åldras och blir förlegad. Frågan om hur man skall validera vuxnas faktiska kunnande har därmed blivit något av en huvudfråga: Vilka kunskaper bär den vuxne med sig från sina olika lärandemiljöer och hur värdesätta dem i perspektivet det livslånga lärandet?

Det finns dock anledning att ha en kritisk distans till de motivbilder som här presenteras. Trots att de ger diskussionen näring och bäring är de inte oproblematiska. Utvidgningen av begreppet *lärande* till att omfatta i stort sett alla slags upplevelser kan leda till utarmning av dess innebörd. Att lärandet beskrivs som *livslångt* kan upplevas som en utvidgning av ungdomstiden, vi ska försöka vara "unga" tills vi dör. *Framtidens* samhälle framställs dessutom ofta som om det redan existerade, vilket strider mot den demokratiska tanken att framtiden aktivt skapas av människan. Det livslånga lärandet beskrivs också som ett *individuellt* livsprojekt och man kan fråga sig om inte lärandet som kollektivt projekt har minst lika stort värde. *Kunskap* beskrivs ofta i generella ordalag som en färskvare som snabbt åldras, men finns det inte ett visst kunnande, tex i matematik, som är både livskraftigt och långlivat?

Skolmiljön, livet och lärandet

En avgörande förutsättning för att undervisning ska bli en del av det livslånga lärandet är att den vuxne upplever lärandet som meningsfullt, det måste te sig begripligt och relevant och vara praktiskt användbart i den vuxnes livsvärld. Samtidigt bör man se undervisningen i ett större bildningsperspektiv. Lärandet blir då ett tillfälle att överskrida personliga erfarenheter och möta det obekanta. I perspektivet det livslånga lärandet blir bildningen en personlighetsutvecklande process utan slut. Ökat matematikkunnande innebär för individen att bättre kunna förstå och hantera världen.

Läraren och den sociala interaktionen är också av stor betydelse för lärandets möjlighet, liksom ett rimligt studietempo avpassat efter den vuxnes situation. Det är väldokumenterat att inom vissa vuxenutbildningsformer är andelen deltagare som hoppar av i förtid stort. En faktor som brukar nämnas som förklaring är de komprimerade och tidspressade matematikkurserna.

En central fråga för vuxenundervisningen är hur man ska kunna uppmärksamma och värdesätta den vuxnes ofta omfattande lärande i icke-formella och informella miljöer, tex arbetsliv, familjeliv, organisationsliv och fritidsverksamhet. Den vuxnes matematikkunnande värderas ofta enbart i relation till skolmatematikens kursplaner, vilket försätter den vuxne i den förödmjukande situationen att åter hamna "i skolbänken". Genom att uppmärksamma och validera den vuxnes informella kunskaper på ett mer flexibelt sätt så kan självförtroende och motivation stärkas och kvardröjande matematikångest och -blockeringar kanske hävas.

Kunskap om vilken matematik och matematisk kompetens som i praktiken behövs för den vuxne i olika sammanhang är begränsad eftersom endast ett mindre antal studier finns på detta område. Det finns dock forskning som visar att "skolmatematiken" av idag inte är en självklar och god grund. Ibland blockerar snarast skolmatematiken den vuxnes informella kunskaper, så att denne lyckas sämre i test *efter* undervisningen än *före*.

Intressant är här hur den vuxnes informella kunskaper från olika livsmiljöer ska kunna tas tillvara och även tillföra skolmatematiken nya dimensioner och nytt innehåll. I detta sammanhang bör man också problematisera olika avnämnares krav, vilka i allmänhet endast är uttryckta i relation till ungdomsskolans kurssystem.

Vem är då den vuxne? Denna fråga kan inte ges ett enkelt svar, istället är det ett utmärkande drag för vuxenundervisningen deltagarnas heterogenitet, tex vad gäller förkunskaper, mål och syfte med studierna, ålder, yrkesbakgrund, familjeförhållanden, socio-ekonomiska förhållanden, etnicitet, inställning och motivation till studier.

I utbildningssammanhang är det vanligt att den vuxne beskrivs utifrån ett ålderspsykologiskt perspektiv. Den fas som är av intresse här – vuxenheten – består av två delar. Den första kännetecknas av familjebildning och yrkeskarriär medan den andra mer kännetecknas av kulturella och sociala aktiviteter av upplevelsekaraktär. Studier under den första vuxenheten tenderar att vara snävt instrumentella medan studier under den andra delen ofta drivs av nyfikenhet, lust och vilja till personlighetsutveckling.

En del grupper av vuxna hamnar av olika skäl utanför utbildningssystemet, hit hör korttidsutbildade män, personer med läs- och skrivsvårigheter, äldre vuxna, arbetslösa och vissa personer med invandrarbakgrund. En viktig fråga är hur dessa grupper ska kunna rekryteras till, motiveras inför och stimuleras till att fullfölja vuxenutbildning. Negativa erfarenheter av skolmatematiken är här ofta en starkt hämmande faktor för studier.

Den vuxne är van vid att ta ansvar för sitt liv och att fatta egna beslut; det som uppfattas som meningsfullt vill man också lära sig. Om undervisningen inte lever upp till detta kan den vuxne utveckla ett mer eller mindre aktivt motstånd eller besluta sig för att hoppa av. Uppfattar man

inte utbildningssituationen som frivilligt vald uteblir också ofta lärandet, tex om personen riskerar arbetslöshet eller utsatts för moraliserande påtryckningar av typ "alla måste utbilda sig hela livet". Validering och vägledning är här nyckelfrågor, liksom möjliga konflikter mellan samhälleliga och individuella motiv och syften. Den vuxnes kunnande från informella lärmiljöer är en integrerad del av dennes identitet och självuppfattning och får inte "underkännas" av samhällets utvecklingskrav.

Ett sätt att definiera "vuxenstuderande" är att hänvisa till deltagande i olika utbildningssystem, vilket också görs i denna rapport. Vuxenstuderande är den som deltar i utbildning på grundskole- eller gymnasienivå i statligt eller kommunalt organiserad vuxenutbildning eller studerar på folkhögskola eller i studieförbund. I perspektivet det livslånga lärandet finns dessutom många andra miljöer för lärande, som tidigare nämnts. Problematiken kring frågan om det finns en särskild *vuxenpedagogik* är komplex. I vissa avseenden skiljer sig vuxenutbildningens ramar och motiv i hög grad från ungdomsskolan, tex den vuxnes behov av flexibilitet i relation till sin livssituation, erfarenheter från och anknytning till andra lärmiljöer som arbetsplatsen samt konfliktrisker i relation till den vuxnes informella lärandemotiv och kunnande.

Forskning kring vuxnas matematiklärande har varit föga omfattande i Sverige och det är först helt nyligen som speciella forskningsmiljöer börjat utvecklas. Internationellt, liksom i några svenska undersökningar, har forskningen ofta uppmärksammat gapet mellan "skolmatematik" och den matematik som den vuxne faktiskt använder eller behöver i olika livssituationer. Den vuxne använder helt andra strategier och metoder och är ofta omedveten om dessas matematiska karaktär. En problematik som anknyter till detta är frågan om möjligheten att överföra matematikkunnande från en situation till en annan, dvs i vilken grad lärandet får transfereffekt. Andra områden som varit föremål för forskning eller utvecklingsarbete är matematiklärandets affektiva aspekter, frågor om kritiskt medborgarskap och demokrati samt kursplanearbete med utgångspunkt från de studerandes egen livsvärld, dvs ett "numeracy"-perspektiv.

Trots bristen på forskning och utvecklingsarbete så är vuxenutbildningen i Sverige inne i ett dynamiskt utvecklingsskede, vilket tex avspeglas i mål och strategier i regeringens proposition *Vuxnas lärande och utvecklingen av vuxenutbildningen* (Prop. 2000/01:72). Det är här av stor vikt att dessa utvecklingsplaner samordnas med lämpliga forskningsprojekt och pedagogiskt/didaktiska utvecklingsarbeten, inte minst på matematikområdet.

Varför matematik?

Matematik är ett mångfasetterat ämne och en unik mänsklig tankekonstruktion. Trots sin höga abstraktionsgrad har ämnet många djupa och

vitala förbindelser med vår omvärld, såväl i enkla vardagsföreteelser som i avancerade vetenskapliga frågor. Matematik är både en grundvetenskap med "ett eget liv" och ett mäktigt verktyg för många andra vetenskaper. Matematiska modeller kommer också i allt högre grad till användning för att hantera ekonomiska och samhällsliga förhållanden. I både de tekniska och sociala artefakter som bygger upp vår livsvärld ligger matematiska modeller dolda, ofta osynliga för gemene man.

I "skolmatematiken" sker ett möte mellan ämnet och människors föreställningar, erfarenheter, känslor och tankar, vilka skapar speciella problemställningar, inte minst inom vuxenutbildningen. Till sist är också matematiken en domän för ett särskilt slag av estetiska upplevelser, glimtar av klarhet och vackra mönster kan skapa starka euforiska känslor av insikt och överblick. Tyvärr har många helt andra upplevelser av ämnet: känslor av misslyckande, ångest, förödmjukelse, misstro och avståndstagande. Skolmatematiken blir då till ett livshämmande stigma.

Matematiken finns överallt, men för individen till synes nästan ingestans, ett förhållande som brukar kallas *matematikens relevansparadox*. En vuxen med ångest och blockeringar inför ämnet drar därför lätt slutsatsen att ämnet är meningslöst; det varken ökar förståelsen av omvärlden eller bidrar till personens praktiska kunnande.

Eftersom många utbildningar är matematikintensiva, så behöver den vuxenstuderande viss reell, eller i varje fall formell, matematisk kompetens. Skolmatematiken har här en specifik roll som "kritiskt filter", ett sorteringsinstrument för antagningar till många högre studieprogram. I perspektivet av en högskola som rekryterar istället för utsorterar bör denna ämnets roll problematiseras, vilket på sikt kanske kan innebära att matematiken i högre grad kan bli ett ämne för bildning och personlighetsutveckling.

Det är inte heller självklart att den traditionstygda skolmatematikens pensum är det bästa för ett livslångt lärande. Internationell forskning kring *numeracy*, och speciellt *adult numeracy*, visar att dagens skolmatematik ofta är föga användbar i den enskildes livsvärld. Frågan "Varför matematik" leder därför vidare till frågorna "Varför skolmatematik?" och "Vilken skolmatematik bör vi ha?".

Skolmatematik – en politisk konstruktion?

Med termen "skolmatematik" avses i denna rapport den matematik som ingår i det formella utbildningssystemet från förskola till och med gymnasium. Ämnet har av tradition hög status, det anses svårt att lära men ändå ha stort värde, ofta utan närmare motivering. Få vuxna förhåller sig känslomässigt neutrala till ämnet, antingen har man haft lätt för det och uppskattar dess innehåll eller också känner man ångest och kanske avståndstagande på grund av misslyckanden och blockeringar i

ungdomsskolan. Den vuxnes förhållande till ämnet får därför en starkt själv censurerande effekt angående vilka framtida studier och livsmål som ter sig möjliga.

Skolmatematikens mål och innehåll varierar över tid och påverkas av utbildningspolitikens övergripande syften, av människosyn och ideologier samt synen på lärande och kunskap. Skolämnet förväntas ge kunskaper och färdigheter för kommande studier, kommande yrkesliv och kommande medborgarskap, lärandet förväntas ha en stark transfer-effekt. En viktig fråga är huruvida detta antagande är korrekt i allmänhet och specifikt om det gäller för vuxenundervisningen. Kanske bör den vuxnes matematikstudier ha helt andra utgångspunkter och annat innehåll?

I ett sociokulturellt perspektiv är "skolmatematik" inte bara en uppsättning kursplaner utan en hel utbildnings- och undervisningskultur som upprätthålls av såväl lärare som elever och även av föräldrar, skolledare och andra inblandade parter. Läromedel, förväntningar, traditioner, föreställningar och undervisningsstil genomsyrar den dagliga verksamheten och nya läroplaner, kursplaner och didaktiska forskningsframsteg får svårt att vinna gehör i klassrummet.

I perspektivet det livslånga lärandet och de snabba förändringarna i kunskapsområdet blir förmågor som kritiskt tänkande, ansvarstagande, samarbete, kunskapsökande, argumentation och presentation väsentliga. Hur kan detta komma att påverka skolmatematikens innehåll i allmänhet och vuxenutbildningen i synnerhet? Skolmatematiken står inte över våra ideologier, såväl mål som innehåll bestäms till viss del av politiska och ekonomiska intressen. En övergripande fråga är här om ämnet ska avspegla en *anpassning* till ett tänkt framtidsscenario eller om ämnet ska bidra till att utveckla individer som *skapar* sin framtid.

Det finns vidare all anledning att undvika det spegelperspektiv som tidigare präglat vuxenutbildningen, där den vuxnes studier pressats in i styrformer, programtexter och målskrivningar som egentligen är avsedda för barn och ungdomar. Ett historiskt perspektiv på skolmatematikens utveckling kan här bidra till ökad klarsyn vad gäller motiv och syften. Detta i sin tur underlättar en problematisering av nuvarande kursplaner för såväl ungdomsskolan som för vuxenundervisningen. Hur kan olika lärmiljöer berika varandra? Kan den vuxnes matematikkunnande inspirera utveckling av ungdomsskolans matematikämne?

Matematikkunnande för alla

Även om matematikstudier ibland för den vuxne själv kan ha ett begränsat instrumentellt syfte så måste utbildningen som sådan ha ett bredare upplägg. Att studera matematik bör således ses som en del i ett livsprojekt, ett studium som berikar personligheten, öppnar dörren till nya kunskapsfält och visar framåt mot nya och vidgade livsmöjligheter.

Skolmatematikens syften och mål beskrivs relativt utförligt i våra styrdokument, tex innebär problemlösning att individen tränas i att strukturera sitt tänkande och argumentera för sina idéer och lösningsförslag muntligt och skriftligt. Sådana kognitiva och kommunikativa färdigheter har ett värde långt utöver matematikkunskandet som sådant.

Matematiklärandet bör också innefatta skolans uppdrag att utveckla demokratisk kompetens hos eleverna. Hitintills har matematikämnets roll här varit att underlätta läsningen av statistiska diagram och ekonomiska kalkyler i politiska sammanhang. På senare år har dock det *deliberativa samtalet* särskilt poängterats, ett samtal som bygger på saklighet, respekt för varandras argument och ståndpunkter och en vilja att finna kollektiva överenskommelser. Här behöver matematikämnets *arbetsformer* problematiseras, det är inte ovanligt att matematikämnet framställs som en enda räkka av fakta som ska memoreras och reproduceras. En sådan framställning görs kanske också auktoritärt och ensidigt av läraren via den enda använda läroboken. Ämnet får då sin legitimitet enbart utifrån auktoritetstro och lydnad, en märklig och kontraproduktiv undervisningskultur som ersätter saklighet, argumentation och samtal.

En identifikation av ett baskunnande i matematik måste också relateras till det livslånga och livsvida lärandet. Ur vuxenperspektivet är det av avgörande betydelse att ämnesspecifika kunskaper kompletteras med en motivation att lära, och att få självförtroende och förmåga att flexibelt hantera förändring. Det formella utbildningssystemet har här en viktig uppgift att ge ett baskunnande som i realiteten är utvecklingsbart och inspirerande för framtida studier.

Innehållsligt bör man presentera matematikens "stora idéer". Utan kunskap om dessa kommer ämnet att förbli obegripligt och oanvändbart. Här behövs kunnande såväl i *matematik* som *om matematik*. En annan viktig aspekt är att alla elever måste få kunskap om vissa "tillväxtpunkter" som utgör didaktiska fundament för vidare undervisning och lärande, kanske även i vuxenlivet.

Såväl i Sverige som internationellt har försök gjorts på senare år att beskriva matematikkunnande i termer av kompetenser istället för det traditionella "kunskaper och färdigheter". Fördelar med kompetensbegreppet är att det samordnar olika aspekter av kunskap till en operationell helhet som innehåller såväl kunskaper, färdigheter, omdömesförmåga som affektiva element av typ självförtroende och motivation. Även begreppet "kunnande" har fått en renässans i meningen en övergripande förmåga att förstå och hantera en större helhet.

Ett baskunnande i matematik kan belysas ur tre aspekter: som ett *livsprojekt*, som en *ämneskompetens* och som ett *ämnesinnehåll*. Livsprojektet består av en demokratisk aspekt, en aspekt avseende livslångt och livsvitt lärande och en aspekt avseende personlighetsdanande och bildning. Ett modernt begrepp "bildning" inringar den personlighetsdanande delen av

lärandet och betonar individens självutveckling i meningen *vem man är*, detta i kontrast till "utbildning" som mer fokuserar på *vad man kan*.

Som en syntes av olika utvecklingsarbeten föreslår vi åtta övergripande ämneskompetenser: produktivt förhållningssätt, omdömesförmåga, begreppsförståelse, behärskande av procedurer, kommunikationsförmåga, problemlösningsförmåga, argumentationsförmåga och hjälpmedelskompetens. Kompetenserna har en dubbel innebörd, dels som konsten att använda matematisk kunskap, dels som konsten att utveckla matematisk kunskap. Jämför med begreppet "kunskapa" i *Skola för bildning* (SOU 1992:94). Kunnande som ämnesinnehåll kan belysas som en progression utifrån ett antal "stråk" som genomsyrar ämnet från förskola till gymnasium. Att presentera ämnet på detta sätt har många fördelar, det lyfter fram ämnets centrala idéer och det visar på en progression i hela utbildningssystemet. En möjlig indelning kan se ut som följer: tal och operationer, geometri och visualisering, sambandsrepresentationer och symbolförtrogenhet, mätning och enheter samt statistik och sannolikhet.

En fjärde aspekt av matematikkunnande är att uppmärksamma och värdesätta ämnet som en kulturell och samhällelig företeelse. Vill vi fostra demokratiska och kritiskt medvetna individer så måste även denna aspekt av kunnande uppvärderas inte minst i matematikämnet, som ibland uppfattas enbart som en uppsättning manipulationer och operationer med hjälp av matematiska symboler.

Lärarna är givetvis nyckelpersoner i en satsning på matematiskt baskunnande för alla. Lärarna får inte abdikera från sin roll som ledare och mentorer. Den passiva lärarrollen leder till ett individualiserat "räkande" där en traditionell och föräldrad kunskapssyn tar överhanden. En långsiktig satsning på att stärka såväl ungdomars som vuxnas baskunnande kräver aktiva och kunniga lärare som behärskar såväl sitt ämne som effektiva metoder att undervisa i ämnet. All erfarenhet talar för att alla aktörer som är relaterade till skolan måste engageras för att en satsning ska lyckas. Hit hör lärarutbildare, läromedelsförfattare, forskare, föräldrar, skolledare, massmedia, näringsliv med flera. Mer om förutsättningarna för lyckade skolutvecklingsprojekt finns att läsa i NCM:s rapport *Hög tid för matematik* (NCM, 2001).

Blockeringar och motstånd

Som tidigare nämnts har många vuxna blockeringar inför matematikämnet och utvecklar kanske också ett aktivt motstånd. Det kan mot denna bakgrund te sig paradoxalt att vuxna ändå återkommer till studier och är beredda att göra stora personliga uppoffringar för att studera ämnet. En förklaring kan här vara behovet att revanschera sig i förhållande till ungdomens misslyckanden. Att lyckas i matematik betraktas också av många som ett tecken på intelligens och studieförmåga och studierna antas på ett generellt sätt "skärpa" intellektet.

Många matematiklärare inom vuxenutbildningen hävdar att blockeringar och motstånd måste bearbetas för att matematiklärandet överhuvudtaget ska kunna komma igång. Vuxna anger en rad skäl från ungdomstiden till sina negativa attityder till ämnet, tex att läraren inte kunde förklara eller inte brydde sig om eleverna, att tempot var för högt och att själva skolmatematikens innehåll föreföll tråkigt och obegripligt. Bristen på utmaningar och variation i undervisningen lyfts också fram. Många vuxna ger konkreta och känsloladdade beskrivningar av de tillfällen då de tappat greppet eller känt sig kränkta i undervisningssituationen. Livslång bitterhet och bristande tilltro till den egna förmågan blir lätt följd. Ett aktivt motstånd är psykologiskt en mer konstruktiv reaktion, men kan innebära ett fullständigt avståndstagande till alla former av rekrytering eller vägledning.

Mer forskning behövs kring de komplexa sambanden mellan de affektiva och kognitiva faktorer som påverkar matematiklärandet. Uppenbart är dock att ett helhetsperspektiv är nödvändigt, lusten och viljan att lära matematik måste grundläggas och upprätthållas genom hela ungdomsskolan som ett led i det livslånga och livsvida lärandet.

Matematiken i det nationella styrsystemet för utbildning av vuxna

Kompetensgivande utbildning för vuxna anordnas i form av kommunal vuxenutbildning (komvux), vuxenutbildning för utvecklingsstörda (sär vux) och svenskundervisning för invandrare (sfi), vilka bildar det offentliga skolväsendet för vuxna. Komvux består av grundläggande vuxenutbildning, gymnasial vuxenutbildning och påbyggnadsutbildningar. Utbildningen styrs av skollag, läroplan och kursplaner med tillhörande betygsriterier, dessutom finns särskilda skolformsförordningar, tex förordningen om kommunal vuxenutbildning och förordningen om Kunskapslyftet. Vuxenutbildning anordnas också i form av folkbildning genom folkhögskolor och studieförbund, vilket regleras i särskilda förordningar. Folkhögskolor och studieförbund skall bla verka för att utjämna utbildningsklyftor, höja utbildningsnivån i samhället samt rikta sig till socialt och kulturellt missgynnade personer. De behörighetsgivande allmänna kurser som ges kommer i praktiken också att styras av aktuella styrdokument för ungdomsskolan.

Enligt nuvarande programskrivning för den grundläggande vuxenutbildningen motsvaras utbildningen av den nioåriga obligatoriska grundskolan. Den gymnasiala vuxenutbildningen och gymnasieskolan för ungdomar har samma läroplan. Detta spegelperspektiv försvårar skapandet av en flexibel och individanpassad vuxenutbildning, där matematikstudier skulle kunna kopplas till andra läro- och kunskapsområden. Även när det gäller validering av vuxnas kunnande före, under och efter utbildningen bör ogenomtänkta spegelperspektiv undvikas.

Kursplanarbetet för vuxenutbildning bör beakta såväl beprövad erfarenhet som aktuell forskning och relatera till visionen om ett livslångt och livsvitt lärande.

Fem kritiska områden

I rapporten uppmärksammas fem kritiska områden där forskning och utvecklingsarbeten är särskilt angelägna. De fem områdena är:

Affektiva faktorer och vuxnas matematiklärande: De starka negativa känslor som många vuxna har inför matematikämnet kan ha stora konsekvenser för individens hela livssituation. Svårigheten att rekrytera ungdomar och vuxna till studier med matematikinriktning kan ha sin förklaring i blockeringar och tillkortakommanden under skoltiden, vilket leder till stora förluster både för individen och samhället. Hur ska ångest och misstro kunna ersättas med matematiskt självförtroende och lust att lära hela livet?

Vuxnas informella matematiklärande: Forskning har visat att det är stor skillnad på det matematikkunnande som används i vardags- och yrkesliv och de metoder som används i skolmatematiken. Formellt skolmatematiskt kunnande har visat sig vara en dålig mätare på hur individer klarar sig i miljöer utanför skola och utbildning. Vilka lärdomar kan vi dra av detta informella matematikkunnande och i vilken mån bör det påverka skolmatematiken?

Validering av vuxnas matematikkunskande: Frågan om hur vuxnas faktiska matematikkunskande ska värderas är av mycket stort intresse för såväl individen som samhället. Idag sker ofta validering enbart mot ungdomsskolans kursplaner, vilket kan bli både missvisande och förödmjukande för den vuxne. Hur kan man på ett bättre sätt validera vuxnas faktiska kunnande och ta tillvara detta i rekrytering för studier och undervisning och i relation till avnämning?

Bildning – matematikkunskande som livsprojekt: Är matematik ett ämne för bildning? En skola som bygger på en instrumentell kunskapssyn ter sig alltmer föråldrad. Såväl ungdomar som vuxna behöver ett bredare kunnande för att möta en snabbt föränderlig och icke förutsägbar framtid. Den bildade människan som gjort kunnandet till en del av sin person kan med större fantasi och kreativitet möta och medskapa sin framtid. Vilken roll kan ett kunnande i och om matematik spela i en sådan bildningsresa för barn, ungdomar och vuxna?

Kursplaneutveckling i matematik: Det är av stor vikt att kursplanearbete bedrivs långsiktigt och fortlöpande. Permanent och långsiktig forskning liksom engagemang från lärarkåren kan lägga grunden

för ett dynamiskt utvecklingsarbete vad gäller kursplaner och kommentarer. Resultat från forskning och utveckling gällande de fyra tidigare nämnda kritiska områdena måste också på ett självklart sätt ge näring och bäring åt utformningen av kursplanerna.

Utvecklingsplan för kvalitetsarbete i förskola, skola och vuxenutbildning

I skrivelsen *Utvecklingsplan för kunskap och jämlikhet – regeringens utvecklingsplan för kvalitetsarbete i förskola, skola och vuxenundervisning* (Skr. 2001/02:188) uppmärksammas matematik som ett strategiskt utvecklingsområde. En nationell handlingsplan för matematik från förskola till högskola bör utarbetas, bla för att öka intresset för fortsatta studier inom områden som naturvetenskap och teknik. En matematikdelegation ska tillsättas som särskilt ska beakta det arbete som bedrivs vid NCM och de förslag som redovisas i NCM-rapporten *Hög tid för matematik* (NCM, 2001). NCM:s särskilda uppdrag när det gäller vuxnas matematiklärande kan på ett naturligt sätt integreras med handlingsplanen så att synergieffekter uppstår för hela utbildningsväsendet.

NCM:s insatser och resurser för att främja vuxnas matematiklärande

De kritiska områden som beskrivs i denna rapport kommer att vara vägledande för fokusering av NCM:s insatser. I många fall kan de verksamheter och det nätverk NCM redan utvecklat direkt användas för satsningar med vuxenperspektiv, i andra fall krävs nya arbets- och verksamhetsformer. Följande pågående och planerade insatser är exempel på NCM:s nuvarande operativa möjligheter:

- Utveckla tidskriften *Nämnan* så att ett vuxenperspektiv blir en integrerad del.
- Utveckla och sprida *Nämnan*TEMA serien och artikeldatabasen för kompetensutveckling av vuxlärare.
- Utveckla och samordna lokala kompetensutvecklingsprojekt och goda exempel.
- Anknyta matematiktävlingar, t.ex. Kängurutävlingen till vuxenutbildningen.
- Anknyta NCM:s och *Nämnan*'s webbplatser till vuxnas lärande.
- Fortlöpande komplettera NCM:s referens- och läromediabibliotek med fokus på vuxnas matematiklärande.
- Aktivt inrikta vår rådgivningsverksamhet även på vuxenutbildningsområdet.

- Utveckla konferens- och seminarieversamhet med perspektivet vuxnas matematiklärande.
- Aktivt verka för att nationella kompetensutvecklingsprojekt också innehåller ett vuxenperspektiv och genomsyras av idén om ett livslångt och livsvitt lärande.
- Stärka vuxenperspektivet i matematikbiennialernas seminarie- och workshoputbud.
- Samordna NCM:s projekt med matematik för föräldrar med vuxenperspektiv på matematiklärande.
- Relatera ett vuxenperspektiv till vårt arbete med en ramkursplan i matematik och matematikdidaktik avsedd för lärare med ansvar för elever i behov av särskilda stödinsatser.
- Utvidga våra nätverk och dialogforum med olika miljöer som har fokus på vuxnas matematiklärande såväl lokalt som regionalt och nationellt.

Kommentar

Det yttersta målet för NCM:s verksamhet är att stärka och utveckla barn, ungdomars och vuxnas matematiklärande både på kort och lång sikt och organisationen söker dialog och samarbete med alla goda krafter som vill verka mot detta mål. Att se detta mål i ett perspektiv av livslångt och livsvitt lärande har synliggjort nya mönster och uppmärksammat nya angelägna uppgifter både på kort och lång sikt.

Trots att de kritiska områden som beskrivs i rapportens första del tidigare delvis belysts i såväl forskning som utvecklingsarbeten menar vi att mycket långsiktigt arbete återstår att göra också här. Det är således inte bara vuxnas matematiklärande i allmänhet som bör betraktas som livslångt och livsvitt utan även forskningen kring vuxnas matematiklärande. Det är författarnas förhoppning att denna rapport ska kunna bidra till att ge viss näring och bäring för ett sådant fortlöpande forskande och utvecklande arbete.

Uppdraget

Bakgrunden till denna rapport är regeringens beslut (U2001/3808/V) att ge i uppdrag åt Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM) vid Göteborgs universitet att genomföra en kartläggning och analys av de insatser som behöver göras för att stärka vuxnas lärande i matematik. Beslutet är kopplat till de varaktiga insatser inom området som NCM tidigare fått i uppdrag att genomföra (Prop. 2001/02:1). Regeringen vill komplettera den satsning som görs på utveckling av basfärdigheter inom främst ungdomsskolan med insatser direkt riktade mot utveckling av matematikundervisning för vuxna.

I en tidigare NCM-rapport (NCM, 2001) föreslås olika utvecklingsinsatser, bl a kompetensutveckling för undervisning av vuxna. De nämnda uppdragen från regeringen har tagit sin utgångspunkt i detta förslag.

Förhållandet mellan vuxnas informella lärande och det organiserade lärandet, "skolmatematiken", har blivit föremål för forskning och bidragit till ökade kunskaper i perspektivet det livslånga och livsvida lärandet. Behovet av matematisk kompetens på arbetsmarknaden har samtidigt ökat, vilket ytterligare motiverar regeringens uppdrag.

Kunnandet behöver utvecklas vad gäller hur vuxna kan intresseras och hur inlärningsmiljöer, didaktik och kompetensutvecklingsinsatser kan utformas för att vuxna ska ges bättre möjligheter att lära sig matematik. Denna NCM-rapport bör ses som ett första steg i en sådan bred och långsiktig satsning. I rapportens första del uppmärksammas fem kritiska områden där forskning och utvecklingsarbete är särskilt angeläget.

Genom att knyta an till den relativt omfattande verksamhet som utvecklats vid NCM har det varit möjligt att påbörja och genomföra flera insatser redan under det gångna läsåret vilket redovisas i rapportens andra del.

Rapporten har sitt fokus på frågor kopplade till undervisning och lärande inom grundläggande och gymnasial vuxenutbildning och inom folkhögskolor och studieförbund.

Till alla kollegor på NCM som läst och kommenterat tidigare versioner av denna rapport vill författarna rikta ett varmt tack. Vi vill också särskilt tacka Jan Nylund och Rune Romhed för deras kritiska och konstruktiva läsning.

Några motivbilder

En analys av vuxnas matematiklärande måste relatera till en kontext av samhällliga, ideologiska och vetenskapliga perspektiv och paradig samt beprövad erfarenhet. I detta avseende är analysen en produkt av en generell "tidsanda" och nedsänkt i samtidens debattflöde. Samtidigt är det författarnas förhoppning att rapportens förslagsdel skall vara framåtriktad, utvecklande och operationell. Därmed kan förslagen ge incitament till att aktivt utforma framtidens miljöer för vuxenlärande.

Det kan vara av intresse att synliggöra den underliggande kontext som förutom själva uppdragstexten genomsyrar och grundar rapporten. Detta görs här i form av några motivbilder, vilka implicit utgör en samtida fond till regeringsuppdraget.

Individ och samhälle

Ur samhällets synpunkt är anställbarhet och aktivt medborgarskap viktiga utbildningsmål. Medborgarskapsuppdraget blir alltmer komplext i ett mångkulturellt och pluralistiskt samhälle och social sammanhållning är en allt viktigare utmaning för samhället. Här finns ett givet samband mellan en stabil demokrati och ett utvecklat "socialt kapital" för en kunskapsbaserad ekonomisk utveckling. Att vara gångbar på arbetsmarknaden samt en kunnig och aktiv medborgare är också individuella mål och behöver kanske ej komma i motsättning till de samhällliga målen ovan.

Utöver dessa mål måste också uppmärksammas att bildning, kunskap och personlig utveckling har ett värde i sig för den enskilde individen och som sådana utgör de mål och motvikt till en alltför stark och ensidig styrning från stat och näringsliv. Bildning kan härvid ses som en kritisk självfostran där den reflekterande och kritiskt analyserande individen utvecklar verktyg för att kunna ifrågasätta och aktivt omforma givna samhällsförhållanden och sin personliga livsvärld och som ett sätt att berika livet och ge det en djupare dimension.

Utbildning och lärande i en demokrati är ett individuellt styrt livsprojekt med många dimensioner och mål, vilka ej självklart behöver harmoniera. Ett spänningsförhållande mellan olika mål och motiv ger upphov till ett fortlöpande deliberativt samtal och ett ständigt behov av samhällligt utvecklingsarbete.

Demokrati och värdegrund

Det formella utbildningssystemet snarare ökar än minskar den sociala kunskapsklyftan. Detta förstärks ytterligare i den kompetensutveckling som sker i de icke-formella utbildningssystemen på våra arbetsplatser. Vem tar då ansvar för sk svaga och marginaliserade grupper i det livslånga lärandet? Hur kan man aktivera personer med dålig självkänsla eller de som saknar lust att lära eller som inte anser sig behöva studier? Kommer de grupper som främst skulle behöva utökade kunskaper att avstå från studier, eftersom dessa måste drivas som ett individuellt projekt? Det finns här en överhängande risk att vissa övergripande värdegrundsmål, som tex jämlikhet och jämställdhet, får stå tillbaka för andra krafter och motiv, vilket aktualiserar frågan om statens roll och ansvar i individens livslånga lärande. Lärandets organisation står inte över politiskt-ideologiska konflikter, i detta fall hamnar kommunitaristiska idéer i konflikt med liberala.

Här behövs också ett utvidgat kunskapsbegrepp där även attityder, värderingar och handling vävs in. Nya kompetenser behöver uppmärksammas tex förmågan att värdera information, social kompetens, kommunikativ förmåga, kunskaper om samhället och demokratins idé. Andra färdigheter är tex förmågan att föra ett deliberativt samtal, samt att ha insikt i, respekt och förståelse för olika kunskapstraditioner och kulturella perspektiv i ett mångkulturellt och komplext samhälle. Denna motivbild formas inte enbart av ett svenskt värdegrundsperspektiv, så kan tex EU:s generella utbildningsåtaganden ses som ett demokrati- och fredsprojekt i ett europeiskt utvecklingsperspektiv.

Det livslånga och livsvida lärandet

Lärande kan inte avgränsas till ungdomsåren och några avgränsade perioder under yrkeslivet. Den snabba samhällsförändringen och kunskapsmassans tillväxt och förändring innebär att mycket av den kunskap som en person behöver under sitt liv ännu inte utvecklats när han/hon går i ungdomsskolan. Våra gemensamma demokratiska och humanistiska värden utmanas också ständigt och tekniken ställer fortlöpande nya krav på kritisk värdering och kunnig hantering av informationsflöden. I detta perspektiv framstår begreppet "det livslånga lärandet" som en nödvändighet både ur individens och samhällets synvinkel. Det livslånga lärandet börjar i det lilla barnets nyfikenhet och kunskapssökande och måste utgöra en självklar del i individens hela livsprojekt.

Vanligen beskrivs numer lärandet i två dimensioner; det *livslånga* resp det *livsvida* lärandet, se (Skolverket, 1999a) och (Europeiska kommissionen, 2000). Det livsvida lärandet sker i tre typer av lärandemiljöer: *formella*, *icke-formella* och *informella*. Med formellt lärande avses organiserad utbildning inom ramen för det offentliga skolväsendet, tex barnomsorg, ungdomsskola och vuxenutbildning. Icke-formell utbildning är

vanligen kompetensutveckling eller anpassning till arbetslivet, men kan också vara kursverksamhet och folkbildning. Det informella lärandet präglas av att det inte föreligger någon organiserad utbildningsverksamhet, men även om dessa situationer inte explicit har lärande som intention ger de betydelsefulla bidrag till individens kunskaper och kompetenser och till samhällets utveckling (Kapsalis, 2001). Hit hör lärande i arbetsliv och privatliv men också i miljöer som bibliotek, museer, science centers, media och Internet.

Kategoriseringen är en förenkling och lärande kan också analyseras i andra termer, tex utifrån verksamhetens huvudmannaskap eller den pedagogiska grundsynen, men nuvarande kategorisering har ett värde för att befästa ett pågående paradigmskifte. Ett djupare syfte med att uppmärksamma icke-formellt och informellt lärande är nämligen idén att kunskap måste erkännas och tas tillvara oberoende av i vilken lärandemiljö som kunskapen uppstått och att inte all kunskap måste värderas och "översättas" med den formella kunskapen som norm. Viss förtroghetskunskap av stort värde, tex tyst kunskap och allmänbildning, kan kanske inte heller utvecklas i formella lärandemiljöer, vilket bla pekar på behovet av öppna samhälleliga mötesplatser och arenor som berikar informellt lärande. Validering av vuxnas kunskaper bör i detta sammanhang problematiseras vad gäller syfte, innehåll och organisation. Den vuxnes kunnande kan och bör inte självklart speglas mot den formella ungdomsskolans kunskapsmål utan flexibelt relateras till för den vuxne relevanta kunskaps- och lärområden.

Här finns också ett spännande samspel mellan formellt och informellt lärande. Hur kan de korsbefrukta varandra? På vilket sätt kan tex formella lärandemiljöer lära av arbetsliv och informellt kunnande? Kan det vara relevant att validera med ett informellt kunskapsinnehåll som norm istället för ett formellt?

Livslångt lärande i ett globalt perspektiv

Vuxnas lärande i perspektivet livslångt lärande har livligt diskuterats på olika internationella arenor de senaste decennierna. I slutet av sextio-talet uppmärksammade UNESCO särskilt idén "ett livslångt lärande för alla", men begreppet har en betydligt längre historia. Från början avsågs en fortgående individuell bildningsprocess, ett individstyrt lustfyllt lärande inriktat på självförverkligande och personlig utveckling. Vid slutet av åttiotalet förändrades begreppets innebörd, bla påverkat av humankapitaltänkande, mot samhälleliga strategier för ekonomisk och teknisk utveckling och till personlig "kompetensutveckling" för yrkeskarriären. Under nittiotalet har försök gjorts att förena de olika perspektiven. En förskjutning har också skett från "utbildning" till "lärande", vilket bla innebar att mer informella lärandemiljöer och informell kunskap uppmärksammats och uppvärderats.

OECD-länderna träffades 1996, det livslånga lärandets år i Europa, för att diskutera en gemensam strategi med syftet att göra "ett livslångt lärande till en verklighet för alla". En slutsats från EU:s toppmöte i Lisabon våren 2000 blev att det livslånga lärandet uppmärksammas som en förutsättning för en lyckad övergång till ett kunskapsbaserat samhälle. EU:s utbildningsråd formulerade året därpå följande tre strategiska mål:

- att förbättra utbildningssystemens kvalitet
- att underlätta för alla att få tillgång till god utbildning hela livet
- att öppna utbildningssystemen mot omvärlden: på lokal och nationell nivå, på Europeanivå och mot övriga världen.

I november 2000 presenterade EU-kommissionen *Memorandum om livslångt lärande* (Europeiska kommissionen, 2000) med syftet att starta en debatt om en övergripande strategi för genomförande av livslångt lärande i medlemsstaterna. För svensk del har detta initierat debatt och diskussionsmateriel dokumenterat i *Debatten om det livslånga lärandet – den nationella konsultationen om EU-kommissionens memorandum om livslångt lärande* (Utbildningsdepartementet, 2001) och EU-kommissionen har följt upp de nationella konsultationerna i meddelandet *Att förverkliga det europeiska området för livslångt lärande* (Europeiska kommissionen, 2001). De nordiska länderna har också sedan länge ett utvecklat samarbete kring dessa frågor och en stark folkbildningstradition, vilket också väckt internationell uppmärksamhet. I folkbildningen framstår människan som medborgare och kulturbärare och denna lärandemiljö utgör en viktig länk mellan det offentliga och civila samhället (Tuijnman & Hellström, 2001). I folkbildningstanken finns redan den kunskapssyn som genomsyrar tankarna kring det livslånga lärandet: en förståelse av helhet och sammanhang, eftertanke, kunskap och insikt för att kunna påverka samhället, kulturen och de egna livsvillkoren.

Lärande och kunskap i kunskapssamhället

Lärande i institutionaliserad form är en tämligen ny företeelse som bland annat sammanhänger med människans utveckling av en mer omfattande skriv- och dokumentationskonst, med vars hjälp tidigare kunskap har kunnat lagras och kommuniceras. Denna institutionalisering fick stor betydelse för vår syn på kunskap: endast det kunnande som erhållits och godkänts av vissa institutioner uppfattades som "äkta" kunskap. Fokus förflyttades också från det mer svårfångade fenomenet lärande till det reglerade, väldefinierade och systematiska undervisning. Det innebar också en uppvärdering av teoretisk kunskap: det man lär sig i skolan och andra formella miljöer är *teori* som sedan i efterhand kan tillämpas i många andra sammanhang och är därmed överlägset det

praktiska kunnandet som bara kan tillämpas i situationer liknande där det uppstått.

Elever har i alla tider vant sig vid att reproducera kunskapsfragment av alla de ämnen de studerar, utan att delta i de verksamheter som dessa kunskaper är utvecklade för. Denna abstrakta och fragmentariska kunskapsredovisning har rent av blivit skolkulturens själva kärna och kännetecken. Utbildning har blivit något mycket avskilt, lärandet inriktas på själva diskursen istället för mot den verksamhet diskursen är utvecklad att hantera.

Men på vår väg mot ett så kallat kunskapsbaserat samhälle håller detta traditionella institutionsgrundade tänkande på att upplösas: Lärande sker hela livet och i en mängd olika miljöer. Väsentliga kunskaper och erfarenheter får vi från såväl formella som icke-formella och informella lärandemiljöer. Fokus förflyttas nu från det institutionsbaserade "undervisning" till det komplexa och mer svårfångade "lärande". Praktiskt kunnande, tyst kunskap, livserfarenhet och gott omdöme kan uppvärderas och blir till en helhet tillsammans med teoretisk kunskap. Väsentligt lärande antas vara situerat och kontextberoende och tilltron till den teoretiska kunskapens allomfattande transferegenskaper har minskat.

Den traditionella metaforen att lärande innebär en förmedling av färdiga kunskapsbitar till eleven ersätts av idén att varje individ själv konstruerar en meningsfylld tankevärld utifrån sina unika förutsättningar under lärandeprocessen. Detta innebär att idéer om en förmedlande "massundervisning" måste överges till förmån för individualisering, fokusering på individens tidigare specifika kunnande och på ett personligt mentorskap. Här finns dock flera konfliktområden: Individualiseringstanken kan komma att urvattna lärandet så att dess sociala och kommunikativa dimension förloras. Lärarens roll som vägledare, samtalspartner och mentor kan också komma att ersättas av isolerade självstudier.

Synen på kunskap som moment eller pensum att tillägna sig måste också utvecklas mot ett mer kompetensinriktat tänkande där generella kompetenser, som ger individen en beredskap att möta och agera i ett snabbt föränderligt, informationsflödande och mångdimensionellt samhälle, uppvärderas. Det traditionella bildningsbegreppet, som var hårt knutet till lärande vid institutioner och till ett klassiskt kunskapsinnehåll, håller också på att ersättas av ett modernt begrepp "bildning" med innebörden beredskap och förmåga till ett livslångt lärande och medborgarskap i kunskapssamhället och förhöjd livskvalitet.

Vägledning och validering

Vägledning som anknyter till studier, utbildning och arbete bestäms av behov, förväntningar och krav dels från den enskilde individen, dels

av andra aktörer i samhället. Individens behov, intressen och förutsättningar bör vara primära för det livslånga lärandet som projekt, men måste relateras till arbetsmarknadens och samhällets möjligheter och krav. Vägledning är viktigt vid studiestarten, under studietiden och i samband med studiernas slutförande. Värdering av de formella och informella kunskaper en person besitter är i sin tur av stor betydelse för vägledningens innehåll. Det finns många olika motiv för att studier och vägledningen är en kontinuerlig process, där den enskilde studerandes val ska vara avgörande och inte kommunens eller anordnarens prioriteringar. En professionell vägledning kan kanske leda till att individens val och förhoppningar överensstämmer med arbetslivets och samhällets efterfrågan och kompetensbehov. Vårt framtida utbildningssystem ska i princip vara behovsstyrt, men här kan givetvis målkonflikter uppstå mellan samhällets/näringslivets behov och individernas framtidsdrömmar. Det kan här vara värt att uppmärksamma betydelskillnaden i begreppen "efterfrågestyrt" och "behovsstyrt", det finns inget i sig som garanterar att individernas behov av utbildning ska sammanfalla med samhällets/näringslivets krav. Ett aktuellt exempel är svårigheten att rekrytera ungdomar till naturvetenskapliga och tekniska utbildningar, och alla de försök som i detta sammanhang görs för att "locka" ungdomar att välja andra livsvägar än de som de själva tenderar att vilja välja. Vägledning är i detta avseende en problematisk verksamhet där samhällskrav och individens drömmar och livsmål kan komma i öppen och reell konflikt.

Individens faktiska kunskaper måste också lyftas fram och tas tillvara i varje vägledningssituation. Kunskaper och kompetenser från såväl formella, icke-formella och informella lärandemiljöer måste värderas och ses som en helhet. Olika behov hos individen kan ligga bakom en kunskapsvalidering. Ett behov kan vara att få kunskaperna värderade mot det formella utbildningssystemets krav för ett visst betyg och för att formellt kunna tillgodoräkna sig kunskaperna – tex vid frågor om behörighet och urval. Ett annat behov kan vara att värdera gentemot specifika kompetenskrav i arbetslivet. Ett tredje behov kan vara att värdera kunskaperna som ett led i en pedagogisk process i en utbildnings- eller vägledningssituation. Validering som instrument kan vara en del i lärandet med inslag av reflektion, självinsikt och formulering av nya livsmål.

Det är inte rimligt att den vuxne med lång livs- och yrkeserfarenhet ska behöva starta sina studier med utgångspunkt i en dokumentation från det formella utbildningssystemet från ungdomstiden. Hur icke-formell och informell kunskap ska kunna värderas och valideras är här en fråga av mycket stor vikt, inte minst med avseende på affektiva aspekter som självkänsla, tilltro och lusten att lära. Särsvux och komvux har i själva verket blivit spegelbilder av utbildningar för barn och ungdomar vilket skapat ett oflexibelt och motsägelsefullt system där den vuxnes specifika erfarenheter från och behov av relevanta kunskaps- och lärområden inte identifieras och tas om hand, se även (Skolverket, 2002).

En fara med validering är att de kunskaper och kompetenser man validerar mot snabbt blir föråldrade, valideringen får då en konserverande och kontraproduktiv effekt. Det är därför av särskild betydelse att livskraftiga övergripande kompetenser som förmåga att lära nytt, problemlösningsförmåga, självständigt tänkande och förmåga att planera arbetet vägs in.

Validering har oftast skett gentemot kursplaner i det formella systemet, men här finns behov av nytänkande. Kanske bör tex formella kunskaper valideras gentemot andra mer övergripande kompetenser, ett slags generella "livskompetenser" i det livslånga lärandet? En ökad insikt i och fokusering på denna typ av generella kompetenser bör på sikt kunna påverka läro- och kursplanearbete både för vuxenutbildning och ungdomsskola.

IKT och vuxnas lärande

Med hjälp av IKT kan utbildning genomföras med en långtgående individualisering och geografisk spridning. Att kunna få studera på distans, att kunna få studera med utgångspunkt från sin egen livssituation och speciella erfarenhet blir en möjlighet via modern informationsteknik. Denna behöver dock ofta kompletteras med personlig handledning, speciellt då den enskilde är ovan vid självständiga studier. Distansstudieformer måste också utvecklas så att de inte bara upprepar läromedlets eller förmedlingspedagogikens traditionellt "skolmässiga" sätt att presentera stoffet. Fascination och tunnelseende vad gäller den nya tekniken som sådan kan leda till en återgång till traditionell "programmerad undervisning".

Frågan är också vilka samhällsgrupper som har tillgång till och kunskaper att använda IKT-teknologi. Kommer denna form av "flexibelt lärande" att missgynna och marginalisera vissa grupper, kanske de man helst vill nå? Kan våra "lärcentra" locka även dessa grupper? Här har Nationellt centrum för flexibelt lärande (CFL) en viktig uppgift vad gäller att rekrytera, vägleda och stödja individen med avseende på tid, plats, tempo och form för flexibla kunskaps- och lärområden.

Arbetsformer och pedagogik behöver utvecklas för att motsvara individens föränderliga och ökande behov av lärande. Rådgivning och vägledning måste som tidigare nämnts baseras på faktiska redan förvärvade kunskaper. Man måste göra upp med traditionella förmedlingspedagogiska metaforer och istället se lärandet som individens uppbyggnad av en personlig meningsfylld tanke- och handlingsvärld, baserad på dennes tidigare livserfarenheter och kunnande. IKT-teknologin har här stora utmaningar att hantera.

Lärandet är också en social aktivitet, vilket betonar behovet av kommunikation och dialog via gemensamma arenor för lärande, både virtuella och verkliga. Nätverksbyggande, diskussionsgrupper på nätet, lokala studiecentra och interaktiva arenor för lärande är viktiga beståndsdelar

i ett kunskapsbaserat samhälle. Användandet av IKT får inte medföra eller motivera en tillbakagång till traditionell förmedlingspedagogik. Ett omfattande utvecklingsarbete för att uppdatera IKT-undervisning i nivå med en modern syn på kunskap och lärande är därför angeläget.

Läraryrollen har förändrats från att ha varit en utbildare till att bli en "kunskapsvägvisare". Lärarens uppgift blir att skapa en struktur för lärande samt utmana och stödja individens strävan att söka och omvandla information till kunskap. Dialogen mellan lärare och elev får härvid en central roll och tid och praktisk möjlighet för diskussion och reflektion blir en förutsättning för lärandet. Mediet får inte innebära att läraren abdikerar från sin läraryroll och görs till en osynlig åskådare och kontrollant.

Utbildningsanordnare – mångfald och kvalitet

Samhället stöder idag många lärmiljöer direkt och indirekt, först och främst inom ramen för utbildningspolitiken, men också arbetsmarknadsutbildning via arbetsmarknadspolitiken. Genom närings-, regional- och skattepolitik ges stöd till kompetensutveckling i arbetslivet och via socialpolitik ges stöd för rehabilitering.

Kommuner, länsarbetsnämnder och försäkringskassor är idag stora upphandlare av utbildning från ett växande antal olika anordnare, vilket ökar variationen vad gäller pedagogik, tillgänglighet och innehåll, men också väcker frågor kring marknadsföring, kvalitetssäkring och översyn. Som exempel kan tas Göteborgs kommun där 24 olika utbildningsanordnare handhar vuxenutbildningen (våren 2002) och där kommunen granskar anordnarnas kvalitet med hjälp av ett eget utarbetat system.

Samverkan mellan kommuner och regioner kommer att få en ökad betydelse och infrastrukturer för livslångt lärande måste utvecklas såväl på lokal som på regional, nationell och internationell nivå. En differentiering av utbildningsutbudet med en mångfald anordnare ökar möjligheten för individen att finna startpunkter för det egna behovet av lärande. Det är därför angeläget att utveckla såväl mångfald som samarbete i infrastrukturer. Regeringens planerade system för individuell kompetensutveckling liksom strukturåtgärder inom ramen för den Europeiska socialfonden kan väntas ytterligare stimulera vuxenlärande i olika former.

Situationen är alltså mycket komplex och en nationell strategi för livslångt lärande är angelägen enligt regeringen (Prop. 2000/01:72):

En nationell strategi för livslångt lärande behöver utformas, så att den stöder både de arrangerade lärsituationerna och de icke arrangerade. En utveckling av samverkansformer mellan olika politiska verksamhetsområden är av stor betydelse för att utveckla stödet för det livslånga lärandet. Behovet att erkänna och ta tillvara kunskap oberoende hur den har förvärvats är tydligt.

Att främja mångfalden av anordnare med stor variation på kursutbud med skiftande syften, mål och utgångspunkter kommer att vara en viktig del av en sådan strategi. Här finns en problematik som rör statens roll i en allt mer decentraliserad och differentierad utbildning.

Några kritiska perspektiv

De allmänna trender och tendenser i synen på lärande och kunskap som beskrivits ovan har också mötts av en underström av kritik på olika nivåer. Så kan till exempel den utvidgning av begreppet lärande till att omfatta i stort sett alla former av en individs erfarenheter leda till att lärandets innehåll riskerar att förtunnas och utarmas. Har allt lärande i olika livssituationer samma kvalitet, eller finns det sämre och bättre lärande? Hur är det när vi drar inskränkta eller felaktiga slutsatser utifrån våra begränsade personliga erfarenheter, är det också lärande? Och om alla lär ständigt, behövs det då lärare eller kan vi komma enklare (och billigare!) undan?

Att lärandet beskrivs som livslångt frammanar också ett nytt människoideal, en ständigt flexibel och kunskapssökande individ, redo för uppbrott, utbildning och nytänkande i alla åldrar. Existentiellt kan detta uppfattas som en utvidgning av ungdomstiden, vi ska vara "unga" ända fram tills vi dör. Människan tillåts inte inträda i ett vuxenstadium av "mogenhet" då hon kan uppfattas och uppfatta sig som färdigutvecklad och "vila på sina lagrar". Finns det ett samband mellan detta ungdomsideal vad gäller flexibilitet och utveckling och det växande antalet utbrända på arbetsmarknaden? Varför introduceras detta ideal och av vem?

Kunskap beskrivs i debatten ofta på ett svepande sätt som en "färskvara" som snabbt åldras och blir oanvändbar. Argumentet understöds ibland av enstaka exempel på kunskaper gällande näringslivet, teknisk utveckling eller samhällssektorn. Planering och implementering av hela utbildningssystem och undervisning i både ungdomsskolan och vuxenutbildningen tenderar att utgå från att denna kunskapssyn är en "sanning". Men hur är det egentligen; är det inte en avsevärd skillnad på kunskap om dagens börsnoteringar och kunskap om Pythagoras sats? Är det kanske så att kunskaper inom olika kunskapsområden har olika "livslängd"? Kan det också vara så att vissa baskunskaper inom ett och samma kunskapsområde har längre livslängd än mer specifikt kunnande inom området? Att utforma framtidens utbildningssystem är en väsentlig och inkomplex uppgift och bör inte få vila på svepande, vaga och dåligt underbyggda påståenden om våra kunskapers natur, värde och varaktighet.

Det påstås också att vi är på väg in i ett samhälle där individens flexibilitet och ständigt lärande är en förutsättning. Framtiden framställs då ofta som förutbestämd, ett landskap att anpassa sig till eller gå under i, både på individnivå och på samhällsnivå. Hur går detta ihop med det demokratiska synsättet att medborgarna tillsammans skapar sin framtid,

en framtid som inte existerar men som formas i en social gemenskap? Vilka målar framtidsbilderna och framställer dem som obönhörliga? Är andra typer av kunskap mer relevant för medborgare som *aktivt skapar* sin framtid tillsammans? Och vad menas egentligen med "kunskapssamhället"? Har kunskap övertagit den roll som kapital, fackföreningar och folkrörelser tidigare haft, eller vad menas?

Det livslånga lärandet beskrivs i allmänhet som ett individuellt projekt, det är individens specifika behov som flexibelt ska mötas. Men hur hänger detta ihop med att lärande i aktuell pedagogisk forskning beskrivs som en huvudsakligen social process, där lärande gemenskaper, kommunikation och samtal är centralt för lärandet. Kan man uppnå detta i praktiken om varje individ ska få sin egen utbildningsplan vad gäller tid, plats, tempo och form? Och hur är det med det kollektiva ansvaret, där starka grupper kanske borde vara solidariska med svaga och marginaliserade? Finns det kanske också ett särskilt värde med kollektivt lärande och kollektiva projekt?

Som övergripande motiv för utbildning och lärande anges, t ex av EU-kommissionen, *anställbarhet* och *medborgarskap* och för att uppnå dessa kvalitéer krävs kompetenser. Kompetenser kopplade till anställbarhet och medborgarskap har en instrumentell karaktär, syftet i det ena fallet är att "platsa" i yrkeslivet, i det andra fallet att leva upp till det politiska systemets krav på att vara en aktiv medborgare. Båda dessa mål är naturligtvis hedervärda, men kräver kunskaper för att "klara av" eller hantera vissa definierade situationer. Hur är det då med personlighetsdanande och bildande kunskap, en kunskap som får individen att växa och utvecklas som människa? Kan en sådan kunskap ha ett egenvärde, som t ex musik och idrott? Kan en sådan kunskap vara mer skapande och frigörande? Kan man tänka sig en påverkansprocess i andra riktningen; att "bildade" människor kan komma att utveckla kultur, samhälle och näringsliv i stället för att anpassa sig till framtidsbilden?

Matematik – ett livsviktigt ämne

Matematik är ett mångfasetterat ämne, det är vår äldsta grundvetenskap och ett ämne som levererar effektiva "språk", metoder och modeller för naturvetenskap, teknologi, biologi, ekonomi och många andra ämnen. Grundläggande matematiska idéer som antal, ordning, rum, yta, mönster, samband och förändring tillhör sedan urminnes tider människans redskap för att kategorisera, uppfatta och hantera naturen och den egna livsvärlden. Vuxna har i detta avseende ett omfattande informellt matematikkunnande som är kontextbundet och inbäddat i livspraktiken.

I vår tid bygger dessutom ett flertal av våra tekniska och sociala konstruktioner och artefakter på matematiska modeller, vilka därför ligger som osynliga reglerande strukturer i vardags- och yrkesliv. Många avgörande beslut i samhälle och näringsliv fattas också med utgångspunkt från matematiskt modellerade bedömningar och analyser.

Sist men inte minst är matematiken ett av våra äldsta skolämnen, ett ämne med självklar, men ofta oreflekterad, status som värdeämne på begäring och som sorteringsinstrument för vidare yrkesutbildning. Få människor förhåller sig neutrala till skolmatematiken, en del älskar den, men många har dåligt självförtroende, blockeringar eller känner ångest inför ämnet. Detta gör matematiken till ett särskilt kritiskt ämne vad gäller vuxnas lärande. Det som i ungdomsskolan tagit sig uttryck i ständiga tillkortakommanden och dåliga matematikbetyg utvecklas lätt hos den vuxne till ett aktivt avståndstagande och en känsloladdad nedvärdering av den egna förmågan och/eller av ämnets mening och användbarhet.

I ungdomsskolans kursplaner i matematik sägs om skolmatematikens syfte bland annat att den ger en förberedelse för medborgarskap i en demokrati, att den ger stöd för vardagsliv och yrkesliv samt att den lägger grunden för vidare studier i ämnet eller för tillämpningar i andra ämnen. Även ämnets estetiska och bildande aspekter uppmärksammas. En konsekvens av skolmatematikens förmodade betydelse, om än inte ett syfte, är ämnets roll som "normalitetsnorm". Ett icke godkänt i matematik utestänger och stämplar många individer redan i ungdomsskolan, vilket föranleder samhället att på olika sätt ingripa med diagnoser, resurser och åtgärder för att medicinera mot ett tillstånd som uppfattas som onormalt. Att matematikämnet på detta sätt fungerat, och fungerar, som sorteringsinstrument för senare studier står i bjärt kontrast till övergripande mål som lusten att lära och att rekrytera istället för att utsortera.

I slutet av maj 2002 presenterade regeringen *Utbildning för kunskap och jämlikhet – regeringens utvecklingsplan för kvalitetsarbetet i förskola, skola och vuxenutbildning* (Skr. 2001/02:188). Här redovisar man sina aktuella prioriteringar inom utbildningsområdet. I planen uppmärksammas bland annat lusten att lära:

Lusten att lära kan bara vidmakthållas i en miljö där kunskapsökandet stimuleras, där alla elever får möjlighet att utvecklas och får en positiv bekräftelse på sina framsteg i vardagen. Alla skall ha rätt och möjlighet till kunskap och utveckling genom hela livet. För den som av en eller annan anledning saknar grundläggande utbildning eller har en utbildning som är otillräcklig krävs möjligheter att få en sådan. Ingen skall ställas utanför.

(s 5)

Regeringen betonar vidare att den gamla "sorteringsskolan" ska bort. Skolan skall inte rangordna och utsortera, istället skall den rekrytera och stödja. Detta gäller såväl för förskola, skola, högskola som för vuxenstudier. Inte minst för matematikämnet vore denna "synvända" av stort värde. Tänk om lusten att lära kunde ersätta skräcken att misslyckas!

Skolmiljön, livet och lärandet

Förutsättningar för och perspektiv på det livslånga lärandet

Den pågående diskussionen om det livslånga och livsvida lärandet har relativt utförligt berörts i rapportens motivbilder. I detta avsnitt diskuteras ytterligare några faktorer av betydelse för det livslånga lärandet. Fokus ligger på vuxnas matematiklärande.

Ett meningsfullt lärande

En avgörande förutsättning för att matematiklärande skall bli en del i det livslånga lärandet är att den vuxne upplever lärandet som meningsfullt. Två dimensioner brukar här urskiljas, *begriplighet* och *relevans* (Dahlgren, 1995).

Begripligheten av ett ämnesstoff beror av flera faktorer. En är hur stoffet organiseras, presenteras och bearbetas i ett didaktiskt sammanhang. Forskning har visat på betydelsen av att den lärande kan urskilja och vara medveten om olika aspekter simultant (Marton & Booth, 1997). Det har också visat sig att variation i undervisningen har stor betydelse och då främst att olika aspekter av ett specifikt undervisningsinnehåll lyfts fram och varieras. Läraren har ett stort ansvar inte bara för *att* detta sker utan också *hur* det sker. Ju mer varierad och mångfasetterad framställningen är desto mer begripligt blir innehållet.

En annan aspekt av det meningsfulla lärandet är förmågan att se kopplingar mellan olika ämnesområden och att se sammanhang och helheter, dvs lärandets relevans. Det finns olika orsaker till att elever/deltagare kan uppleva matematikstudier som meningslösa. I en dansk studie (Lindenskov, 2001) diskuteras tre slags upplevelser av meningslöshet i samband med vuxnas matematiklärande:

- matematikens osynlighet i den vuxnes vardag
- skolans konstruerade och konstlade "vardagsmatematik"
- brist på förståelse av och kunskap om interna matematiska sammanhang.

Studietempo

En faktor som berör möjligheterna till ett meningsfullt lärande är tiden. Både elever och lärare menar att den tid som anslås till den gymnasiala

vuxenutbildningens matematikkurser för många elever är alltför begränsad. Lärare rapporterar att detta framförallt gäller gymnasieskolans B-kurs. En effekt av detta är att lärandet olyckligt forceras. Det är lätt att inse att detta får negativa effekter på kvalitéer i lärandet och möjligheten till framtida framgångsrika studier. Det finns indikationer på att vuxna som börjar studera på högskola/universitet, trots att det inte föreligger några skillnader i betyg, har sämre kunskaper än de som kommer direkt från ungdomsskolans gymnasium. En tänkbar orsak, till detta kan vara de pressade kurserna och de effekter dessa får för lärandet.

Ett strukturellt problem, enligt många lärare och studerande, är regelsystemet för hur studiepoäng beräknas och hur heltidsstudier definieras inom komvux. För att kunna finansiera studierna tvingas många studerande att läsa ut matematikkurser i ett alltför högt tempo för att ett genuint lärande skall vara möjligt.

Det är ett välkänt och väldokumenterat faktum att inom vissa utbildningsformer är andelen deltagare som i förtid hoppar av sina studier relativt högt. Kunskapen om anledningar till dessa avhopp är begränsad, men en faktor som nämns i sammanhanget är just de komprimerade matematikkurserna.

Vissa kommuner har också som princip att deltagare som har studerat en viss matematikkurs inte får läsa om denna kurs även om de själva, liksom lärarna, anser att de behöver detta för att klara fortsatta studier.

Lärarens och den sociala interaktionens betydelse

I avsnittet om det meningsfulla lärandet ovan betonades lärarens betydelse. Elever och deltagare i utbildning för ofta fram lärare som avgörande för lärande vilket inte minst återspeglas i de lokala rapporterna från Skolverkets pågående kvalitetsgranskning av lusten att lära.

Teorier och forskningsansatser som givit oss kunskap om lärande – (social)konstruktivism, socio-kulturella teorier och fenomenografi – pekar på lärarens/mentorns/mästarens betydelse för att utveckla kvalitéer i lärandet hos deltagarna. I en tid då begrepp som flexibilitet, individualisering och distansundervisning har en så framträdande plats i vuxenutbildningsretoriken finns det anledning att vara vaksam på hur denna resurs tillvaratas och utvecklas. Det finns också anledning att fundera över innebörder i och effekter av ett individualiserat och flexibelt lärande. Om individualisering likställs med enskilt arbete så försummas viktiga aspekter i lärandet och de resurser som gruppen och läraren utgör utnyttjas inte på ett reflekterat och effektivt sätt. Det finns också en risk för att viktiga övergripande läroplans- och kursplanemål, tex förmåga att kommunicera matematik, inte får det utrymme i undervisningen som är önskvärt och att deltagarna därför inte får tillfälle att utveckla dessa kompetenser. Det kan också bli så att ett kritiskt ifrågasättande och utmaningar av individers föreställningar och tänkande, som undervisningen kan ge möjlighet till, inte tillvaratas.

På uppdrag av Skolverket genomförs en omfattande genomgång av nordamerikansk forskningslitteratur över innovativa skolmiljöer (Madsén, 2002). I studien konstateras att de senaste årtiondenas forskning om lärande stämmer dåligt överens med aktuella trender i skolan som betonar att eleverna skall söka sin kunskap själva och att läraren skall vara handledare. Madsén beskriver processen som "... att många lärare mer eller mindre abdikerat och främst administrerar elevernas självständiga klassrumsarbete". Resultaten av forskning om lärande pekar i motsatt riktning mot dessa trender. Samspelet i små grupper är avgörande för elevernas förståelse. Språk och tänkande är intimt relaterade. Tänkan- det utvecklas främst genom att den lärande samtalar och skriver om ett meningsfullt innehåll. Vidare betonas lärarens avgörande betydelse för lärandet. Att lära sig vetenskapliga begrepp förutsätter en medveten handledning och återkommande dialog med läraren där ämnesinnehål- let står i centrum. Läraren måste bla kunna identifiera vad som är cen- trala begrepp och teorier inom ett område men också ha kunskap om hur deltagarna tänker för att kunna utmana detta tänkande. Först då ges dessa en möjlighet att förstå olika fenomen på ett kvalitativt annor- lunda sätt. Läraren måste också lyckas få deltagarna engagerade i und-ervisningsinnehållet annars är risken att dessa kommer att "lösa uppgifter" snarare än "lära sig".

Studien visar också att en förändring av klassrumspraktiken är ett mycket krävande arbete och att lärarna i detta arbete lämnats åt sig själva. Lyckade projekt karakteriseras av ett systemtänkande där läran- dets och undervisningens komplexitet vägs in. Madsén menar att lärarna behöver effektiva, forskningsbaserade nationella stödstrukturer för att ett förändringsarbete skall bli möjligt. Han efterlyser också mer aktions- forskning i svensk skola, där lärare och forskare gemensamt utvecklar undervisningen.

Lärarens betydelse för eleverna/deltagarnas resultat bekräftas i den forskningsöversikt över ekonomiska resursers betydelse för pedagogiska resultat som Skolverket låtit göra (Gustafsson & Myrberg, 2002). Här konstateras inte bara att läraren är den enskilt mest betydelsefulla fak- torn utan också vilka faktorer i lärarkompetensen som är av betydelse:

Huvudslutsatsen från vår genomgång är följaktligen att lärar- kompetensen är den enskilt mest betydelsefulla faktorn för elev- ernas resultat. ... de anpassar sin undervisning så att den passar olika elevers behov; har tillgång till en bred repertoar av und-ervisningsmetoder; har ett vitt spektrum av interaktionsstilar och strategier som kan tillämpas för olika elevgrupper; presenterar information klart och entusiastiskt; skapar motivation genom att appellera till elevernas nyfikenhet och intresse, och genom att visa på uppgifternas relevans; strukturerar materialet; samt stäl- ler mer komplexa frågor, och fångar upp och vidareutvecklar elevernas idéer.

(s 170)

Av de lokala rapporterna från Skolverkets pågående kvalitetsgranskning *Lust att lära - med fokus på matematik* framgår det att eget arbete med utgångspunkt i läroboken har en stark och dominerande ställning i matematikundervisningen. På vissa håll är eget arbete den enda undervisningsform eleverna har mött i matematik. Av dessa rapporter framgår också att elever och föräldrar anser att lärarens kompetens och engagemang har en stor betydelse för lusten att lära men att denna resurs inte alltid tas tillvara på bästa sätt.

De refererade studierna, och den bild de lokala rapporterna från Skolverkets granskning ger, väcker frågor: Vilka faktorer har betydelse för att matematikundervisningen ser ut på detta sätt? Vilket stöd har lärarna på lokal, regional och nationell nivå för att förändra situationen? Vilka kompetensutvecklingsinsatser kan/bör erbjudas lärarna?

Hur ser då situationen ut inom folkbildningens organisationer? Då (ut-)bildning inom den organiserade folkbildningens organisationer är "fri" och oberoende är kunskapen på en ämnes- eller innehållsnivå begränsad jämfört med det offentliga skolväsendet. De utvärderingar som görs av folkbildningen har inte en sådan inriktning att de ger oss någon information inom detta område. Kontakter med lärarutbildare, lärare och lärarstudier indikerar att matematiklärandet inom folkbildningens organisationer inte på något avgörande sätt skiljer sig från den undervisning som sker inom det offentliga skolväsendet för vuxna. Ett individualiserat, läromedelsbundet arbetssätt dominerar även här. Inslag av matematikdidaktik i lärarutbildningen är mycket begränsad, om den alls förekommer. Många lärare undervisar i matematik utan någon ämnesteoritisk eller matematikdidaktisk utbildning. Denna problematik borde folkbildningens organisationer ta ställning till. De forskningsrapporter som presenteras här kan vara en bra utgångspunkt för en reflektion kring dessa aspekter.

Relevans, autenticitet och praktisk tillämpningsbarhet

En faktor som sägs karakterisera bra vuxenlärande är som nämnts att ämnesinnehållet skall upplevas relevant och praktiskt användbart samt att det skall relatera till vuxnas existerande kunnande och erfarenheter. I praktiken handlar detta om att innehållet relateras till de lärandes erfarenheter och livsvärld och att förhållandet mellan vardagstänkandet och skoltänkandet uppmärksammas och värderas. Det räcker inte alltid med att innehållet skall vara eller upplevas som autentiskt utan också att metoderna upplevs som autentiska och rimliga (Wedegé, 1998). De egna erfarenheterna och det egna kunnandet är en viktig utgångspunkt för lärandet. Om å andra sidan undervisningen begränsar sig till deltagarnas omedelbara erfarenhetsvärld finns risken att de lärande utestängs från möjligheter till personlig utveckling och generell kompetens.

Livsprojekt och bildning

Om vi ser matematiklärandet och kunnandet ur ett bildningsperspektiv och som en del av ett livsprojekt där personlig utveckling är ett mål så öppnar sig nya möjligheter. Lärandet blir då ett tillfälle att över-skrida personliga erfarenheter och möta det obekanta. En tolkning av bildningsbegreppet är att bildning är en livslång process där individen utifrån sitt kunnande och sina erfarenheter möter nya perspektiv och nya tankestrukturer som införlivas med och blir en del av den egna livsvärlden. På så sätt blir lärandet en process utan slut. Även matematiklärandet kan ses utifrån ett sådant bildningsperspektiv. Matematikundervisningens uppgift blir då att utmana individens tänkande och erbjuda nya möjligheter att se, tolka och förstå världen. Det kan tex handla om att se styrkan i matematikens språk och uttrycksformer som ett kraftfullt redskap för tänkande och problemlösning.

Betydelsefullt är också goda baskunskaper. Grunden bör ha lagts i tidigare skolår. Detta är långt ifrån alltid fallet. Många vuxenstuderande har negativa erfarenheter från tidigare skolår och saknar en god grund att bygga vidare på. De affektiva aspekterna av detta, såsom matematikrädsla, -oro, -ångest och motstånd, utvecklas i ett särskilt avsnitt i rapporten liksom frågor kring validering av vuxnas matematikkunnande.

Betydelsen av att uppmärksamma och värdesätta vuxnas informella matematikkunnande förtjänar att påpekas också i detta sammanhang. Studier har visat att vuxna har en matematikkompetens som de normalt inte får tillfälle att demonstrera i matematikundervisningen eller vid traditionella skriftliga skoltester och -diagnoser. Att inte ta tillvara detta kunnande innebär dåligt utnyttjande av resurser och visar på låga förväntningar.

Att med de vuxnas informella matematikkunnande som grund utveckla den traditionella skolmatematiken innehålls- och metodmässigt är också en möjlighet som inte tillräckligt uppmärksammats (Nunes et al, 1992). Den formella skolmatematikens kursinnehåll har av tradition uppfattats som självklart överlägset.

Det finns också anledning att uppmärksamma betydelsen av ett "produktivt förhållningssätt" till matematiken. Detta inkluderar, förutom tilltro till den egna förmågan, ett förhållningssätt som innebär att man ser matematik som ett förnuftigt och användbart redskap som man strävar efter att tillägna sig.

Formellt, icke-formellt och informellt lärande

En grundläggande utgångspunkt i diskussionen om det livslånga och livsvida lärandet är att lärandet sker i olika lärmiljöer. Det begränsas inte enbart till det lärande som sker i organiserad utbildningsverksamhet utan äger också rum utanför denna i tex arbetsliv, familjeliv, organisationsliv och fritidsliv. En central tanke är att uppmärksamma och värdesätta detta

lärande. Hur kan det sätt varpå lärandet sker i informella miljöer påverka formerna för lärandet, och även utveckla undervisningen, i ett formellt utbildningssammanhang? Se te ex (Skolverket, 1999b). Detta kan bli aktuellt på en klassrumsnära nivå men också för att utveckla kursplaner i matematik som svarar mot de behov vuxna har på de arenor de verkar.

Forskning kring vuxnas matematikkunnande visar att "det informella kunnandet" skiljer sig från "skolkunnandet". Hur mötet mellan skolmatematiken och det informella matematikkunnandet avlöper har förmodligen stor betydelse för hur individen förhåller sig till lärande och kunskap i fortsättningen och till dennes kunskapsutveckling. Genom att vuxnas informella lärande uppmärksammas i utbildningen och ges ett värde stärks individens självförtroende och tro på sin egen förmåga. Självförtroende, motivation och andra affektiva aspekter har stor betydelse för utvecklingen av individens kognitiva förmågor.

Att individers lärande i informella miljöer har betydelse också ur ett samhällsperspektiv visas i en analys av IALS-studien (Kapsalis, 2001). Denna studie försöker finna orsaker till att Sverige lyckas så mycket bättre än Kanada vad gäller vuxnas läs-, skriv- och matematiska förmåga. Studien söker förklaringar i utbildningssystem, omfattning av organiserat lärande efter utbildning (livslångt lärande), och deltagande i aktiviteter som är positivt korrelerade till "literacy skills". Till de senare hör deltagande i frivilliga aktiviteter, utnyttjande av offentliga bibliotek, kulturaktiviteter etc. Resultatet av studien visar att, förutom ett effektivare utbildningssystem, förklaringarna till skillnader länderna emellan kan förklaras i omfattningen av deltagande i olika typer av civila aktiviteter. Till dessa hör ett utbrett organiserat lärande i vuxenlivet, deltagande i föreningsliv, lärande som sker i fackföreningars utbildning (studiecirklar), utnyttjande av offentliga bibliotek och intresse för att följa vad som sker i samhälle och omvärld via massmedia. Dessa aktiviteter som utan tvekan kan karakteriseras som ett informellt lärande utgör tillsammans huvudförklaringen till de stora skillnader som finns mellan länderna. Rapporten ställer sedan frågor kring varför dessa fenomen har en så stark ställning i det svenska samhället. I en studie från Nordiska ämbetsmannakommittén för utbildning och forskning (Tuijnman & Hellström, 2001) ges en del svar på dessa frågor. Denna studie tar också sin utgångspunkt i IALS-studien. Orsaken till att de nordiska länderna hamnar så högt i internationella jämförande studier av vuxnas läsförmåga analyseras. Det konstateras att det finns en nordisk "standard" vad gäller rekrytering av vuxna till utbildning. Också i denna rapport anges det informella lärandet, och folkbildningstraditionen, som en faktor av betydelse. Att vårt land lyckas så väl i internationella jämförelser, även jämfört med övriga nordiska länderna, förklaras av den höga grad av "homogenitet" som sägs karakterisera Sverige. Studien pekar även på vikten av ett offentligt stöd inom vuxenutbildningen för att rekrytera grupper i riskzonen.

Matematik för vuxna i kunskapssamhället

Vuxna är verksamma på olika arenor i samhället – arbete, familj, konsument/brukare, fritid, organisationsliv, studier, medborgare etc. För att fungera på dessa arenor krävs olika typer av kompetenser. Om vi begränsar oss till matematikområdet kan vi finna tydliga behov av kompetens. Generellt har kraven på arbetsmarknaden gällande kompetens i matematik ökat under senare år. Dessutom är det andra kompetenser som efterfrågas nu än tidigare. Denna förändring sammanfaller bla med ändringar i arbetslivets organisation, ny teknik och att olika marknadssektorer, tex tele- och elsektorn, avregleras och att konsumenten/brukaren därmed ställs inför allt fler valsituationer som kan få stora personliga ekonomiska konsekvenser.

Kunskapen om vilken matematik och matematisk kompetens som i praktiken behövs i olika sammanhang är begränsad eftersom få studier om detta finns. Vi behöver också bättre kunskaper om de metoder och strategier som vuxna använder i de sammanhang de agerar samt hur dessa är relaterade till den traditionella skolmatematikens metoder. Det finns studier som visar att vuxnas prestationer i en skolkontext är sämre än vad de skulle kunna vara pga att deras informella kunnande inte tas tillvara i undervisning eller examination. Ett antagande är att nuvarande kursplaner i matematik ger en god grund för att individen på ett aktivt och kompetent sätt skall klara av utmaningar på de olika arenorna. Forskning visar att detta antagande inte är problemfritt. Några aspekter av detta behandlas i avsnittet "Vuxnas lärande – vad vet vi?" nedan.

Vi saknar idag kunskap inom centrala områden vad gäller vuxnas matematikanvändning. Det är tex angeläget att vi kan få svar på följande frågor:

- Hur ser matematikanvändningen ut i de sammanhang i vilka vuxna agerar? Vilka kunskaper behövs? Vilka metoder används? Är skolmatematikens innehåll och metoder relevanta?
- Hur kan vuxnas informella kunnande tillvaratas i ett didaktiskt sammanhang? Hur kan det kunnande som vuxna har, och som gör dem kompetenta att klara vardags- och yrkeslivets krav, ge oss värdefull information för utveckling av kursplaner för vuxna?
- Är kraven från olika avnämare rimliga? Finns det omotiverade krav som sorterar och utestänger människor i onödan?
- Vilka krav kan man ställa på att samhälls- och konsumentinformation ska innehålla matematik som kan förstås och vara tillgänglig för en "matematikbildad" allmänhet?

För att få svar på dessa frågor krävs i vissa fall forskningsbaserade studier. Flera av dessa områden anges också i internationella översikter som

angelägna forskningsområden. Se tex (FitzSimons, Jungwirth, Maaß, & Schloeglmann, 1996; Gal, 1993).

Vem är den vuxne?

Synen på vuxna, vuxnas lärande och kunnande samt synen på kunskap har stor betydelse för hur utbildning organiseras och undervisning konkret utformas. Andra faktorer, såsom olika ramfaktorer och tradition, har också betydelse för vuxenundervisningens utformning. I detta avsnitt ges några exempel på hur vuxna deltagare kan karakteriseras. Dessa beskrivningar får konsekvenser för hur man ser på vuxenutbildning och vuxnas lärande.

Ett utmärkande drag för vuxenundervisningen är deltagarnas heterogenitet tex gällande studienivå, mål och syfte med studierna, ålder, yrkesbakgrund, familjeförhållanden, socio-ekonomiska förhållanden, språklig förmåga, ambition, motivation och inställning till kunskap och studier, tidigare erfarenheter av studier etc (Gustafsson, 1998). Att, mot denna bakgrund av heterogenitet, karakterisera vuxenstuderande är inte enkelt. Vi skall ändå se på vad som brukas anges som några väsentliga drag hos vuxna som deltar i utbildning.

Vuxnas motiv för lärande

Innebörden i begrepp som vuxen och vuxenstuderande är långt ifrån entydig. Vuxenbegreppet kan definieras utifrån biologiska, juridiska, sociala och psykologiska grunder. (FitzSimons & Godden, 2000). I utbildningssammanhang är det vanligt att vuxna beskrivs utifrån ett psykologiskt perspektiv. Inom ålderspsykologin delas människan in i olika livsfaser. Den fas som är av intresse i detta sammanhang – vuxenheten – kan indelas i en första och en andra vuxenhet. Individens behov och målinriktning är i dessa faser olika. Den första vuxenheten kännetecknas av tex familjebildning och yrkeskarriär. Deltagande i, och synen på, utbildning tenderar att bli snävt instrumentell. Man går en utbildning för att få ett utvecklande, intressantare och mer välbetalt jobb. Den andra vuxenheten kännetecknas av att kulturella och sociala aktiviteter av upplevelsekaraktär står i centrum. Motivationen är mer personligt lustbetonad. Den vuxne kan också vilja visa för sig själv och andra att man klarar sådant man tidigare misslyckats med. Man vill sätta sig in i, förstå eller behärska något för att sedan använda kunnandet i olika sammanhang. Utbildningens/studiernas roll är att bidra till personlig utveckling.

Den studerandes lärande och motiv för lärandet är också intimt sammankopplat med aktuella samhällsförhållanden och förändringar i samhället. Illeris (2001) uttrycker detta på följande sätt: "Det är alltså mycket olikartade samhälleliga och medvetandemässiga ramar

som bestämmer villkoren för lärandet i de olika livsåldrarna, ramar som snabbt förändras i takt med utvecklingen av samhälls- och medvetendestrukturer." En del av dessa faktorer behandlas i rapportens inledande avsnitt om motivbilder.

Rekrytering och avhopp

En annan utgångspunkt för att karaktärisera den vuxne är att se på vilka som deltar respektive inte deltar i utbildning. Utbildningsstatistik och forskning visar att det finns skillnader i deltagande i vuxenutbildning med avseende på kön, socialgrupp, ålder, utbildningsnivå, läsförmåga och arbetskraftsstatus. Det finns alltså strukturella faktorer som påverkar vuxnas studier. I NOMAD-projektet¹ (Tuijnman & Hellström, 2001), som utgår från IALS-undersökningen, jämförs nordisk vuxenutbildning med andra OECD-länders. Trots att de nordiska länderna står sig väl i denna jämförelse vad gäller vuxnas deltagande i studier så finns det grupper i riskzonen. Till dessa hör personer med låg läsförmåga, korttidsutbildade, de äldsta åldersgrupperna och arbetslösa. Kunskapslyftskommittén (SOU 2000:28) uppmärksammar personer med invandrarbakgrund och kortutbildade män som särskilt angelägna att rekrytera till studier.

Gruppen korttidsutbildade män har varit målgrupp i en uppmärksam studie (Åsenlöf, 1999). Detta är en kvalitativ studie där 48 män i åldrarna 25–55 år har intervjuats. Studiens syfte var att få svar på varför så få arbetslösa män med låg grundutbildning söker sig till gymnasiestudier inom Kunskapslyftets ram. Negativa skolerfarenheter, bristen på grundläggande färdigheter i svenska och matematik, synen på arbete och utbildning är några av de viktigaste faktorerna. Utifrån intervjuerna med de arbetslösa männen ger författaren till rapporten förslag på hur en utbildning anpassad till denna målgrupp skulle kunna organiseras. Viktiga inslag är att anknyta till de vuxnas yrkeserfarenhet, att kombinera teori och praktik, att utgå från individuella behov och att låta de vuxna vara med i planeringen av utbildningen, att utveckla nya metoder och arbetsformer, att välja en annan miljö än en traditionell skolmiljö, att uppmärksamma det sociala samspelets betydelse, möjligheter till personlig utveckling etc.

Den traditionella vuxenutbildningen står utan tvekan inför stora utmaningar om man skall nå denna målgrupp, inte minst betonas vikten av specialutbildade lärare som förstår de hinder och svårigheter dessa män upplever när de efter många år återkommer till studier. I Åsenlöfs studie uppmärksammas inte mer än i förbigående matematikens betydelse för oviljan att återgå till studier. Erfarenheter från annat håll visar dock att tidigare negativa erfarenheter av skolmatematiken är en starkt hämmande faktor för vuxnas vilja att delta i utbildning. En studie som Åsenlöfs, men fokuserad på matematikens roll vid vuxnas utbildning,

¹NOMAD = *Nordic Model of Adult Education*.

skulle kunna ge viktig kunskap om hur vuxnas informella kunnande ser ut och vägledning kring hur detta skulle kunna tas tillvara i ett utbildningssammanhang. Det gäller både innehåll och metoder där vuxnas kunnande kan uppmärksammas och värdesättas i tex ett valideringssammanhang. Förutom problem med rekrytering påverkas även mängden avhopp från studier och inställning till lärandet av om man tillhör grupper i riskzonen (SOU 2000:28).

Studier bland barn/ungdomar (Reuterberg & Svensson, 2000) visar att det finns stora skillnader mellan socialgrupper vad gäller framgång, mätt som betyg, i matematik. Detta ses som en väsentlig orsak till den sociala snedrekryteringen till högre utbildning. Det är känt att känslan av misslyckanden i ungdomsåren påverkar viljan att återgå till studier som vuxen. Inom detta område finns det behov av mer kunskap. I avsnittet "Fem kritiska ormråden" föreslår vi forskningsbaserade studier om vilken betydelse negativa erfarenheter av skolmatematiken har för vuxna att delta i utbildning.

Ansvar, mening och motstånd

Ett sätt att se på den vuxne är att utgå från de kompetenser och livserfarenheter denne bär med sig in i en utbildningssituation. Skolverkets generaldirektör Mats Ekholm (muntlig kommunikation) beskriver tex vuxna på följande sätt: De har redan en hel del bakom sig, de är medvetna om sin omvärld, de är vana att ta ansvar, de är uthålliga, de är bra på att samarbeta med olika människor i olika sammanhang, de är i allmänhet självständiga, de har grepp om ekonomin, har utvecklat strategier och de gör olika saker och det gör de på olika sätt. En konsekvens av detta perspektiv är insikten att vuxna har ett stort kunnande och är kompetenta att ta ansvar för sitt lärande. Ett liknande perspektiv på vuxna deltagare i utbildning uttrycker (Benn, 1997).

Adults bring to their studies considerable knowledge and experience ... 'knowledge-from-practice' ... Adults are autonomous learners who are used to setting their own goals, activities and timetables and will come with established attitudes and ways of doing things. They are likely to lack confidence in themselves as learners, under-estimate their own powers and be very worried about failure and looking foolish.

Detta uttrycker väl den ambivalens som andra studier visat är mycket grundläggande för vuxna i utbildningssammanhang. Vuxna är vana vid att ta ansvar för sina liv men faller också lätt in i en elevroll i ett utbildningssammanhang, där de förväntar sig att lärandet är skolans eller lärarens ansvar. På vissa håll framställs meningsfullheten som den främsta motivationskraften. Meningsfullheten kan handla om i vad mån den vuxne upplever att den nya kunskapen innehålls- och metodmässigt

relaterar till och stämmer med tidigare erfarenheter och i vad mån denne ser att den nya kunskapen kan användas i framtiden. Om undervisningen inte kan möta detta behov finns uppenbara risker för hinder i lärandet. Den studerande kan utveckla olika strategier av motstånd eller att rent av avsluta sina studier. Illeris (2001) sammanfattar och anger några viktiga punkter för förståelse av vuxnas lärande:

- Vuxna lär sig det de vill lära sig, dvs det som de upplever som meningsfullt.
- Vuxna bygger sitt lärande på de resurser som de besitter.
- Vuxna tar det ansvar för sitt lärande som de är intresserade av att ta (om de nu får möjlighet till det).

Frivillighet eller tvång?

En viktig aspekt av vuxnas deltagande i utbildning är frivilligheten. Det är en allmän erfarenhet att om vuxna upplever att de tvingas in i utbildning får detta negativa effekter på lärandet. I en tid då kraven från samhälle och arbetsmarknad ökar och då det förutsätts att medborgarna är flexibla och villiga att delta i utbildning och olika former av kompetensutveckling finns det anledning att reflektera över innebörden i och graden av frivillighet. Hur frivilligt är deltagande om man annars riskerar att förlora sitt arbete? Vilka effekter får deltagande i utbildning/kompetensutveckling om denna ses som ett sätt att försörja sig? Hur hanterar vi de människor som anser att de inte behöver någon utbildning eller kompetensutveckling? Har de "rätt" att tycka så och vem avgör det? Hur skall "samhället" förhålla sig till dessa? Här finns ett etiskt dilemma som inte är alldeles enkelt att hantera. Det har visat sig att hur t ex vägledning praktiskt genomförs har stor betydelse för hur vuxna upplever sitt deltagande i utbildning. I detta sammanhang finns det också anledning att uppmärksamma betydelsen av att validering görs på ett sådant sätt att den vuxne får tillfälle att visa sitt kunnande. Särskilt viktigt är att, som tidigare nämnts, det kunnande den vuxnes förvärvat i informella lärmiljöer uppmärksammas och värdesätts, eftersom detta kunnande är en integrerad del av den vuxnes identitet och självuppfattning.

Vuxnas delaktighet och engagemang i utbildning påverkas när utbildning blivit en norm i samhället. Vilken roll har utbildningsanordnaren i samband med vägledning, validering och hur undervisningen organiseras? Det finns en risk att brister hos utbildningsanordnarna eller i det sätt samhället behandlar vuxnas lärande leder till att vissa målgruppers ovilja att delta i utbildning istället framställs som en personlig belastning hos den enskilde individen. Dessa aspekter behandlas bla av Illeris (2001) och Paldanius (2002).

Begreppen vuxen/vuxenstuderande och vuxenutbildning

En allmänt vedertagen definition av vuxenutbildning återfinns i *Recommendation on the Development of Adult Education* (UNESCO, 1976):

...begreppet "vuxenutbildning" omfattar all form av organiserad utbildning som oberoende av innehåll, nivå och metod, både inom det formella och inom det informella skolsystemet, antingen utformad som vidareutbildning eller som ersättning för grundläggande utbildning i skolor, gymnasium, eller universitet, erbjuds personer som i sitt samhälle betraktas som vuxna. Begreppet inbegriper även praktikplatser som leder till ökat lärande, fördjupade kunskaper, förbättrade tekniska eller yrkesrelaterade färdigheter, alternativt skapar möjligheter till ny yrkesinriktning, vilken kan leda till personlig utveckling genom förbättrade sociala, ekonomiska och kulturella möjligheter.

... vuxenutbildning bör dock inte betraktas som en självständig enhet utan måste ses som ett delsystem, som en integrerad del i ett globalt program för livslångt lärande.

... termen livslångt och livsvitt lärande betecknar i sig ett övergripande program som syftar till att både omdana befintliga utbildningssystem och till att utveckla den fulla utbildningspotentialen utanför det formella utbildningssystemet i ett system där män och kvinnor kan utforma sitt eget lärande genom att själva kontrollera sina tankar och handlingar.

... utbildning och lärande bör inte vara begränsade till ungdomsåren utan bör utsträckas till att omfatta hela livscykeln och inkludera samtliga färdigheter och delar inom lärandet, med alla tillgängliga utbildningsverktyg samt skapa möjlighet för alla individer till full personlig utveckling.

... de utbildnings- och lärandeprocesser som barn, ungdomar och vuxna deltar i under hela livscykeln, oavsett form, bör betraktas som en helhet.

I vår rapport utgår, av praktiska skäl, definitionen av den vuxenstuderande utifrån ett organisatoriskt perspektiv. Vuxenstuderande i fokus är de vuxna som deltar i matematikundervisning, på grundskole- och gymnasienivå, inom följande utbildningsorganisationer:

Statlig och kommunal vuxenutbildning

- Det offentliga skolväsendet för vuxna (komvux, särvox och sfi)
- Kunskapslyftet (t o m utgången av år 2002)
- Nationellt centrum för flexibelt lärande (CFL)
- Kvalificerad Yrkesutbildning (KY)

Folkbildning

- Folkhögskolor
- Studieförbund

Förutom i dessa miljöer äger matematiklärande rum i andra icke-formella och i informella miljöer. Det kan röra sig om kompetensutveckling i arbetslivet eller lärande som en bieffekt av aktiviteter i arbetsliv och samhälle. Det kunnande de tillägnar sig i dessa sammanhang utgör en väsentlig del av vuxnas kunnande, identitet och självuppfattning som sällan uppmärksammas eller tillvaratas i vuxenutbildningen. Rapporten uppmärksammar därför särskilt detta matematikkunnande i flera olika sammanhang.

Motiv för vuxenlärande

Vuxnas lärande är, som redan nämnts, beroende av en mängd faktorer. Förutom att behov och motiv för utbildning skiftar mellan individer och mellan livets olika faser spelar samhällsliga faktorer och aktuella tankeströmmar in. I ett samhälle och en värld där förändringar i arbets- och samhällsliv sker allt snabbare har det livslånga lärandet blivit en realitet för allt fler. För vissa grupper innebär detta möjligheter till personlig utveckling medan det för andra upplevs som hotande. Utvecklingen går från stabilitet till flexibilitet. Samhällets krav på att vuxna skall lära sig mer och på ett annat sätt är klart uttryckt. Den yrkesstolthet som tidigare var en del av individens identitet och källa till personlig självuppfattning kan idag framstå som en belastning på arbetsmarknaden.

Det finns flera argument och motiv, både på individ- och samhällsnivå, för vuxnas matematiklärande. Syftet kan relateras till ett flertal perspektiv, det kan vara kompetensgivande/kompletterande (individuellt/nationalekonomiskt perspektiv), att locka fram "begåvnings-/utbildningsreserven" (rättvise- och nationalekonomiskt perspektiv; humankapitaltänkande), personlig utveckling (personligt perspektiv), att stärka demokratin (personligt/samhälleligt perspektiv) etc. I vissa fall sammanfaller individens och samhällets motiv men ibland står de i konflikt med varandra. Dessa frågor har diskuterats sedan 1967 års vuxenutbildningsreform (Prop. 1967:85) även om fokus har skiftat i olika utredningar och propositioner (SOU 1999:141).

Vad vet vi om vuxnas lärande?

I avsnitten ovan diskuterades några olika aspekter av lärande. I detta avsnitt berörs kortfattat begreppet *vuxenpedagogik*. Några svenska forsknings- och utvecklingsstudier med anknytning till vuxnas lärande generellt redovisas. Slutligen ges exempel på forskning kring vuxnas matematiklärande och områden där behov av mer kunskap finns.

Frågan om hur vuxnas lärande skiljer sig från lärande hos barn/ungdom har diskuterats under lång tid och utifrån olika perspektiv. Malcolm Knowles har utifrån begreppet andragogik försökt att utveckla en syn på vuxnas lärande som kvalitativt skilt från lärandet hos barn/ungdom (Knowles, 1998). En dominerande uppfattning idag är att denna riktning inte längre är fruktbar.

Internationellt är vuxenpedagogiken ett etablerat område med egna institutioner och professorer. Linköpings universitet hyser för närvarande landets enda professur i vuxenpedagogik men i takt med att det livslånga och livsvida lärandet har kommit i fokus i den utbildningspolitiska diskussionen ökar intresset för och behovet av mer kunskap om vuxnas lärande. Vi ser därför en kraftig etablering av forsknings- och utvecklingsmiljöer inom detta område. Exempel på sådana miljöer listas i avsnittet "Nationella satsningar och nätverk" nedan. Flera av dessa centra har relativt nyligen etablerats, ett faktum som återspeglar den betydelse vuxnas lärande och kompetensutveckling idag anses ha för individ och samhälle.

Finns det en specifik vuxenpedagogik?

Kunskapslyftskommittén (SOU 1999:141; SOU 2000:28) ställer frågan om det finns en specifik vuxenpedagogik. Man konstaterar att de principer som kan läggas till grund för en (god) vuxenundervisning också gäller för barn/ungdom men att det ändå är relevant att tala om en vuxenpedagogik. Man konstaterar att denna skiljer sig från barn- och ungdomspedagogik, genom de perspektiv som läggs på undervisningen och på vilka sätt de pedagogiska principerna förverkligas.

Vuxenutbildningen är för närvarande inne i ett intensivt utvecklingskede. Kunskapslyftskommittén (SOU 1999:141) redovisar ett antal centrala och aktuella förhållanden som bör beaktas då vuxenutbildningen utformas:

- Det komplexa sambandet mellan samhällets, verksamheternas och de vuxnas behov.
- Vuxnas behov av flexibla undervisningsformer. Särskilt poängteras vikten av att undervisningen tillrättaläggs så att deltagarnas motivation, deras kunskapsmässiga, erfarenhetsmässiga, arbetsmässiga och sociala förutsättningar tas tillvara.
- Lärandet är något annat och mer än undervisning. Vuxna lär i en rad sammanhang i och utanför utbildningssystemet. Dessa olika former av lärande kan både vara ömsesidigt stödjande och stå i konflikt med varandra. De vuxenpedagogiska övervägandena bör omfatta det samlade lärandet.

- Vuxna har, genom sina specifika erfarenheter och kunskaper från tex arbetsliv och familjeliv en rad förutsättningar för lärande som medvetet eller omedvetet kommer att ingå i lärprocessen. Vuxnas kvalifikationer och kunskaper måste ingå i den konkreta utbildningsplaneringen, både i samband med säkerställandet av grundkunskaperna och vid tillrättaläggandet av undervisningen.
- Lärandet är knutet till ett sammanhang, en inlärningsmiljö. Det betyder att inlärningssituationen är viktig för vad som lärs och vilka känslor som knyts till lärandet. Arbetsplatsen är en viktig inlärningsmiljö. Hur kopplas det formella lärandet tex till det informella lärandet i arbetslivet?

Samtliga dessa förhållanden har naturligtvis relevans också för vuxnas matematiklärande.

Forskning i Sverige

I en genomgång av forskning kring vuxnas matematiklärande och matematikkunnande (Gustafsson, 1998) konstateras att forskning om vuxnas matematiklärande är ett område som i mycket liten omfattning intresserat forskarna i vårt land. Detta är förvånande med tanke på den strategiska betydelse matematikkunskandet tillmäts för samhällets utveckling och för att den enskilde individen skall kunna fungera som aktiv och kritisk medborgare, konsument, arbetstagare och i familjeliv. Det är också överraskande med tanke på att så många vuxna har starka blockeringar, och i vissa fall motstånd, inför matematikämnet. Det är sannolikt att blockeringar och motstånd, inte minst för utsatta och av samhället särskilt prioriterade grupper av vuxna, utgör en hämmande faktor för viljan att överhuvudtaget delta i utbildning.

US-VUX-projektet *Undervisningsprocessen och studieavbrott i vuxenutbildningen* (Forskningsgruppen för vuxenpedagogik och återkommande utbildning, 1979) har studerat matematikundervisningen från komvux-studerandes perspektiv. Syftet var att kartlägga och analysera studieavbrott, hur vuxenanpassad undervisningen är och att analysera vissa avsnitt ur ett ämnesmetodiskt perspektiv.

I UV-projektet *Utvärdering av vuxenutbildningsreformer under 1970-talet* (Höghi, 1985) har undervisningsprocessen hos komvux-elever som bla läser matematik studerats. Det konstateras att deltagarinflytande och deltagaraktivitet var mycket begränsade, trots att teorier om vuxnas lärande och styrdokument betonar att undervisningen skall baseras på deltagarnas erfarenheter och aktiviteter. I en jämförelse mellan undervisning av vuxna och av barn/ungdom konstateras att undervisningen på komvux i större utsträckning är inriktad mot förmedling av och reproduktion av fakta och att lite utrymme ges för tex ett

undersökande arbetssätt. Skillnaden mellan ideal och praktik förklaras delvis av ramfaktorer.

Anna Löthman (Löthman, 1992) har i sin avhandling studerat vuxnas och högstadieelever uppfattningar om matematikundervisningen. Löthmans studie föregicks av en pilotundersökning (Löthman, 1990). Ett särskilt intresse har riktats mot aktörernas kännedom om och förhållningssätt till matematiska begrepp i icke-skolmiljö. Avhandlingen beskriver intressanta skillnader mellan vuxnas och barn/ungdoms agerande i matematiklärandet. Dessa beror i huvudsak på skillnader i erfarenheter och kännedom om matematikanvändning utanför skolmiljön. Följande citat reser frågor kring i vilken utsträckning vuxnas informella kunnande och livserfarenheter tas tillvara i matematikundervisningen:

Det slående, men kanske också det självklara, var att vuxen-
elevernas arbets- och livserfarenhet utgjorde en värdefull refe-
rens för dem, när de skulle tillämpa sina matematiska kunskaper i icke-skolmiljö. Däremot var deras erfarenhet inte till någon
nämnvärd hjälp i den direkta undervisningen. ... Vid intervjuer
med elever framkom, att de hade egna lösningsmetoder. Men
läraren menade att dessa metoder inte alltid passade in i skolma-
tematiken. ... I skolan räknades det på ett sätt och privat gjorde
man på ett annat sätt. Eleverna bedömde skolmetoderna som
matematiskt mer värdefulla än de egna metoderna.

(s 130–131)

Detta resultat är särskilt intressant när det sätts in i det mer övergripande perspektiv som finns i denna rapport om det livslånga och livsvida lärandet. I citatet finns antydningar om att det egna kunnandet nedvärderas av deltagarna själva och att detta kunnande inte uppmärksammas och värdesätts i klassrumspraktiken. I studien beskrivs också hur matematiklärandet uppfattas ur elev- och lärarperspektiv. Ur ett elevperspektiv är lärandet i årskurs 9 procedurinriktat medan det på komvux är förståelseinriktat. Ur lärarperspektiv är däremot lärandet förståelseinriktat i årskurs 9 och procedurinriktat på komvux.

Förhållandet mellan kunskaper som utvecklas i formell utbildning och kunskaper som har sin grund i vardaglig erfarenhet har studerats i en intressant avhandling av Claes Alexandersson (Alexandersson, 1985). I en delstudie om vuxnas kunnande inom procentområdet konstateras att vuxna före studier på komvux lyckas bättre med att lösa uppgifter än vad de gör efter ett års studier där procentbegreppet varit ett centralt undervisningsområde. En förklaring som ges är att vuxnas redan existerande kunnande och informella strategier inte tas tillvara i undervisningen och att deltagarna inte får tid till eller av andra orsaker inte lär sig skolans mer formella metoder. Alexandersson benämner fenomenet "algoritmisering". Studien är intressant av flera orsaker. Dels väcker den frågor

om i vilken utsträckning undervisningen tillvaratar vuxnas kunskande och erfarenheter som en resurs i lärandet. Dels anknyter den till forskning som på senare tid fått stor internationell uppmärksamhet och som beskriver vuxnas informella matematiska vardagskunskande och hur detta förhåller sig till formell skolmatematik. Denna forskning kan ha praktiska didaktiska implikationer med tanke på det livslånga och livsvida lärandet och inte minst för hur vi hanterar validering av vuxnas kunskande. Det har därför stor betydelse i utvecklingen av vuxenutbildningen, både ur ett samhälls- och individperspektiv.

Internationell forskning

Här finns inte utrymme att i detalj redovisa forskningsläget inom området vuxnas matematiklärande. En forskningsöversikt är dock, i ett senare skede, angelägen i syfte att kartlägga vad som är känt om vuxnas matematiklärande och -kunskande och för att identifiera områden där vi behöver veta mer. Framställningen här begränsar sig till ett urval som bedöms intressant utifrån den problematik som behandlas i denna rapport.

Ett specifikt vuxenperspektiv på matematiklärande och matematikkunskande har först nyligen uppmärksammats av forskarsamhället. En av huvudanledningarna till att organisationen Adults Learning Mathematics (ALM) bildades 1994 var just att uppmärksamma vuxnas matematiklärande/-kunskande och att på olika sätt verka för att etablera detta område som en del av det matematikdidaktiska fältet. Syftet med ALM beskrivs på följande sätt:

Adults Learning Mathematics – A Research Forum (ALM) is an international research forum bringing together researchers and practitioners in adult mathematics/numeracy teaching and learning in order to promote the learning of mathematics by adults.

Organisationen har alltsedan starten anordnat årliga konferenser. Konferenshandlingarna från dessa konferenser ger en god bild av forskningsläget samt inom vilka områden forskning och utvecklingsarbete kring vuxnas matematiklärande sker. Någon systematisk genomgång av dessa rapporter har inte gjorts men det är lätt att konstatera att spännvidden i bidragen är stor, alltifrån praktiska klassrumsnära inslag av "tipskaraktär" till teoretiska bidrag där försök görs att etablera vuxnas matematiklärande som ett eget och självständigt område inom det matematikdidaktiska fältet.

En snabb överblick av övergripande aspekter/områden som forskningen kring vuxnas matematiklärande behandlar kan man få genom att se kapitelrubriceringen i rapporten från ALM-konferensen 2000:

- Research Into Practice (förhållandet mellan forskare och praktiker)
- Large-Scale Issues: Frameworks, Standards, and Assessment (ramar/organisation, riktlinjer och utvärdering)
- Theoretical Frameworks (teorier om vuxnas matematiklärande)
- Understandings (hur vuxna tänker om matematik)
- Socio-Cultural Contexts (sammanhang vilka individer agerar i och påverkas av)
- Mathematics and the Parenting Role (frågor kring vuxnas och deras barns matematiklärande)
- Instructional Approaches (klassrumspraktik)
- Technical and Vocational Education (kompetens i och förberedelse för arbetsliv)
- Teacher Knowledge (kompetensutveckling av praktiker).

Belysande är också att se på några titlar till de konferensrapporter som kommit: *Mathematics with a Human Face* (1995); *Mathematics as part of Lifelong Learning* (1998); *Numeracy for Empowerment and Democracy?* (2001).

ALM har varit drivande när det gäller att synliggöra vuxnas matematiklärande också på andra håll i den matematikdidaktiska världen. Ett exempel är att utrymme givits för arbetsgrupper kring vuxnas matematiklärande på de två senaste ICME-konferenserna i Sevilla 1996 och Tokyo 2000. Medlemmar i ALM har också sammanställt översikter över kunskapsområdet och, förutom forskningsrapporter, skrivit egna böcker som tar upp olika aspekter av vuxnas matematiklärande. Till skillnad från när ALM bildades kan man konstatera att vuxnas matematiklärande i dag är ett etablerat och erkänt område inom det matematikdidaktiska fältet.

Forskningsområden som väckt stor internationell uppmärksamhet är forskning kring vuxnas matematikkunnande i situationer/sammanhang i och utanför skolmiljö, matematiklärandet i informella miljöer samt hur det informella matematikkunnandet förhåller sig till skolmatematiken. Denna problematik berördes redan i den studie av Claes Alexandersson som redovisats ovan. Forskningen bygger på antropologiska metoder och studerar matematikanvändning i sammanhang utanför skolan. Den har givit nya insikter om kontextens betydelse för tänkande och aktivitet och i frågor som t ex rör skolkunskapens överförbarhet till nya situationer ("transfer").

I AMP-projektet (Adult Math Project) undersöker Jean Lave vuxnas matematikanvändning i vardagssituationer och vilken betydelse vuxnas

erfarenheter har för matematiklärandet (Lave, 1988). Studien visar att vuxnas matematikanvändning är ett komplext fenomen. Här är några av studiens resultat:

- Lärandet och kunnandet är situationsbundet.
- Kontext och förekomsten av artefakter och andra ”strukturerande resurser” har stor betydelse för och påverkar det matematiska tänkandet och val av strategier.
- Det informella kunnandets metoder skiljer sig från skolmatematikens.
- Skolalgoritmer och skolmetoder används sällan av vuxna utanför skolmiljö.
- Det finns en stor inomindividuell skillnad i hur vuxna klarar skolrespektive vardagssituationer och vilka metoder de använder.
- Det är svårt att finna någon korrelation mellan konventionella matematiktester och hur vuxna klarar sig i vardagssituationer.
- Vuxnas informella strategier används på ett flexibelt sätt och i komplexa situationer.
- Frågan om överföring av kunskaper mellan olika kontexter är långt ifrån oproblematiskt.
- Vuxna är ofta omedvetna om eget matematikkunnande och sin matematikanvändning.
- Det är skillnad på matematik-i-praktik och matematik uppfattat som ett system av påståenden och relationer (matematik som kunskapsdomän).

Denna forskning problematiserar många av de antaganden som matematikundervisning bygger på. Det finns anledning att reflektera över didaktiska implikationer av dessa resultat då vuxnas matematikundervisning organiseras och utvecklas. Det kan också vara värt att notera att Lave´s studie fokuserar på matematikanvändning i ett snävt instrumentellt nyttoperspektiv där matematik ses som ett redskap att lösa praktiska vardagsproblem. Det framgår av andra avsnitt i denna rapport att (skol-) matematiken är ett mångfasetterat ämne och att motiv för och innehåll i matematikkurser också har andra syften. Det är ändå ofrånkomligt att Lave´s studie reser angelägna frågor kring vuxnas matematiklärande. Ett resultat av Lave´s studie är att teorin om det situerade lärandet har utvecklats. En teori som har haft stort inflytande det senaste decenniets diskussion om lärande.

I ett 10-årigt brasilianskt forskningsprojekt (Nunes, Schliemann, & Carraher, 1993) jämförs matematikanvändning i skol- och icke-skolmiljö.

Studien bekräftar mycket av det som refereras i både Alexanderssons och Lave's studie ovan. Syftet med Nunes et al studie var att, mer i detalj, karakterisera och jämföra de olika praktikerna och att försöka förklara skillnader i lösningsfrekvens i autentiska vardagssituationer respektive i skolsituationer.

Tabellen nedan är ett försök att kort sammanfatta skillnaden mellan informella strategier, i studien kallad "street mathematics", och formell skolmatematik, "school mathematics".

Tabell. Karakterisering av "street/school mathematics".	
"Street mathematics" (informell matematik)	"School mathematics" (formell matematik)
muntlig och resonerande mening bibehålls i varje steg i beräkningarna manipulation av kvantiteter situationsbunden – konkret	skriven mening bibehålls inte under uträkningens gång manipulation av symboler generell – abstrakt

Andra områden som varit föremål för forskning och utvecklingsarbete är matematiklärandets affektiva aspekter, aktivt/kritiskt medborgarskap och demokratispekter, kursplanearbete framför allt utifrån "numeracy"-begreppet som utgår från deltagarnas livsvärld dvs ett subjektivt perspektiv på en innehållsbestämning av ämnesstoffet.

Det kan vara värt att notera att folkbildningens och vuxenundervisningens praxis med dess syn på kunskap och lärande, förhållningssätt till individen, att erkänna dennes kunnande och ta sin utgångspunkt i deltagarens erfarenheter och behov också har påverkat retoriken i läro- och kursplaner samt i undervisningspraktik i ungdomsskolan. Dessutom har flera aktuella och idag dominerande teorier om lärande sitt ursprung i studier gjorda på vuxna. Exempel är situerat lärande och teorier om "tyst kunskap". Dessa teorier har utvecklats utifrån studier av vuxnas kunskaper men uttrycks idag i den pedagogisk/didaktiska världen i generella termer som inte begränsas till vuxnas lärande och kunnande.

Vad vi behöver veta mer om

I bla avsnittet "Matematik för vuxna i kunskapssamhället" redovisas några områden där vi bedömer att det finns behov av mer kunskap. I Gustafsson (1998) görs en genomgång av forskningsläget internationellt inom området vuxnas matematiklärande. De områden som redovisas där överensstämmer i huvudsak med de som anges i denna rapport.

Internationella jämförelser av vuxnas kunnande

I den senaste internationella studien av vuxnas läs-, skriv- och räkneförmåga, IALS-studien (International Adult Literacy Survey) 1994/95, hamnade Sverige på en topplacering. Intressant är att konstatera att i Sverige var kopplingen mellan läsförmåga och formell utbildning inte lika stark som i andra länder. Sverige hör också till de länder där skillnaden i läsförmåga mellan människor med invandrarbakgrund och den övriga befolkningen är stor, även om gruppen med invandrarbakgrund inte presterade sämre än i andra länder. Liksom i övriga länder var också skillnaden mellan män och kvinnor relativt stor vad gäller "quantitative skills".

I en planerad ny undersökning av vuxnas läs-, skriv- och räkneförmåga, ALL (Adult Literacy and Lifeskills Survey) har Sverige valt att inte delta. Ett svenskt deltagande hade varit intressant med tanke på att "matematik"-delen har utvecklats och utvidgats kraftigt i denna undersökning. Eftersom matematikdelen har utvecklats av internationellt ledande företrädare för ett "numeracy"-perspektiv hade ett svenskt deltagande med största sannolikhet också lett till att synen på vuxnas matematiklärande breddats och att "numeracy"-begreppet introducerats i och blivit allmänt känt i Sverige. Jämför situationen i Danmark där begreppet "numeralitet" idag är etablerat och där det finns en särskilt undervisningsform för vuxna – FVU-matematik¹ – som bygger på "numeracy"-begreppets principer. FVU-matematiken är ett direkt resultat av de danska resultaten av IALS-studien. En tanke som förs fram på annat håll i denna rapport är frågan om det finns ett behov av ett breddat utbud av matematikutbildning för vuxna. Möjligen kan då erfarenheterna från Danmark vara värda att uppmärksamma.

Vuxenutbildningens organisation idag

Vuxenutbildningen i Sverige är som nämnts inne i ett dynamiskt utvecklingskedje. I regeringens proposition *Vuxnas lärande och utvecklingen av vuxenutbildningen* (Prop. 2000/01:72) formuleras mål och strategi för den framtida utvecklingen av vuxenutbildningen:

¹ FVU = *Forberedende voksenundervisning* (Se Undervisningsministeriets hemsida <http://us.uvm.dk/voksen/fvu/?menuid=350525>)

Regeringens förslag: Följande mål och strategi skall gälla för utveckling av vuxnas lärande.

Mål:

Alla vuxna skall ges möjlighet att utvidga sina kunskaper och utveckla sin kompetens i syfte att främja personlig utveckling, demokrati, jämställdhet, ekonomisk tillväxt och sysselsättning samt en rättvis fördelning.

Strategi:

- Pedagogik och arbetsformer utvecklas för att motsvara individernas föränderliga och ökande behov av lärande i ett kunskapsbaserat samhälle.
- Individens lärande och kunskapssökande stöds genom rådgivning och vägledning, baserad på erkännande av faktiska, redan förvärvade kunskaper.
- Ändamålsenliga lärmiljöer samt undervisning, handledning och nätbaserad utbildning tillhandahålls i en omfattning som så långt möjligt svarar mot alla vuxnas varierande behov av och förutsättningar för lärande.
- Ekonomiskt stöd erbjuds vuxna för att stimulera till deltagande i utbildning och kompetensutveckling.
- Samhället, arbetsgivarna och de enskilda ansvarar gemensamt för att olika individers och olika gruppers behov av såväl allmän som specialinriktad utbildning tillgodoses.
- Allt formellt och icke formellt lärande, som åtnjuter samhällets stöd, genomsyras av ett demokratiskt förhållningssätt och respekt för allas lika värde.
- En grundläggande samsyn över politikområden och samverkan mellan myndigheter, arbetsmarknadens parter och folkrörelser eftersträvas för att förverkliga individernas lärande och kompetensutveckling.

Flexibilitet och individanpassning är nyckelord i denna strategi. Vi har under senare år sett en kraftig ökning av antalet utbildningsanordnare med en ökad konkurrens och mångfald som följd. Detta överensstämmer med regeringens bedömning att "Det är angeläget att utvecklingsarbete bedrivs i kommunerna med en mångfald av anordnare ..." (Prop. 2000/01:72). Ett antagande är att denna ökade konkurrens bidrar till att vuxenutbildningen utvecklas och att individens valmöjligheter ökar. I den ökade konkurrensen är det dock viktigt att den enskilde individen

står i centrum och inte drabbas. I regeringens budgetproposition för år 2002 beräknas ett riktat stöd till kommunerna på 350 mkr för att utveckla en infrastruktur för vuxnas lärande. I förordningstexten (SFS nr: 2001:681) anges "... samverkan mellan lokala och regionala myndigheter, företag och andra aktörer inom vuxenutbildningen..." som ett övergripande mål. Inte minst folkbildningen utpekades som en viktig aktör i denna infrastruktur (Prop. 2000/01:72).

Kunskapslyftskommittén (SOU 2000:28) definierar vuxenutbildning i organisatoriska termer på följande sätt:

Till den samhällsstödda utbildningen för vuxna räknas folkbildning, kommunal utbildning för vuxna, vuxenutbildning för utvecklingsstörda (sär vux), svenskundervisning för invandrare (sfi), statens skolor för vuxna (SSV)², kvalificerad yrkesutbildning (KY), kompletterande utbildningar med statligt stöd (statsbidrag, studiestöd och/eller momsbefrielse) samt högskolor och universitet. Till den samhällsstödda utbildningen för vuxna hör givetvis också arbetsmarknadsutbildningen. Kunskapslyftskommittén väljer dock i det fortsatta arbetet att exkludera denna utbildningsform, eftersom arbetsmarknadsutbildningen inte har tillkommit på individens utan på arbetsmarknadspolitikens villkor.

Kommittén konstaterar dessutom att några övergripande mål för vuxenutbildningen aldrig definierats.

Utbildningsanordnare – några exempel

För att illustrera hur diversifierad vuxenutbildningen är idag skall vi titta på tre exempel.

Det första exemplet – Lernia AB – är valt för att illustrera hur en utbildningsanordnare agerar inom olika utbildningsformer. Lernia AB (tidigare AmuGruppen AB) ägs till 100% av staten. Lernia är en fristående utbildningsanordnare som bla har utbildning inom ramen för Kvalificerad Yrkesutbildning, sfi, Kunskapslyftet, distansutbildning i tex kärnämnen, företagsutbildning. Dessutom är Lernia ett bemanningsföretag som har personaluthyrning riktad mot industrin.

Det andra exemplet – Svenska Kunskapshuset AB – illustrerar hur olika aktörer i samhället går samman för att anordna utbildning. Svenska Kunskapshuset AB ägs tillsammans av ABB, Lernia, Metall och Skandia. Företaget satsar på kompetensutveckling och vänder sig till ungdomar och vuxna inom industri och servicesektorn. Företaget har tagit över ABB:s industrigymnasium. Denna verksamhet skall vara kvar för ungdomar. Dessutom arbetar man med kompetensutveckling för vuxna.

Det tredje exemplet – Folkuniversitetet – illustrerar hur ett studieförbund agerar inom olika utbildningsformer. Folkuniversitetet har

² Ingår numera i Centrum för flexibelt lärande (CFL). (Författarnas kommentar.)

utbildningsverksamhet inom folkbildning (studiecirklar), gymnasieskola, kommunal vuxenutbildning och samarbetar med högskolan i collegeutbildningar.

Flera av utbildningsformerna på vuxenutbildningsområdet är nu föremål för översyn eller utredning, tex grundvux, sårvux, sfi och folkbildningen.

Nationella satsningar och nätverk

Nationella satsningar

Satsningar inom vuxenutbildningsområdet sker på olika plan. I regeringens proposition om den framtida vuxenutbildningen (Prop. 2000/01:72) återfinns några av dessa satsningar.

Exempel på andra satsningar som görs för att utveckla och stärka vuxnas lärande generellt och matematiklärande specifikt är etablerandet av organisationer och centra med ansvar för forskning och utveckling inom området vuxnas lärande och kompetensutveckling. Exempel på sådana organisationer finns under rubriken "Nätverk" nedan.

I *Utveckling för kunskap och jämlikhet* (Skr. 2001/02:188) presenterar regeringen sin utvecklingsplan för de kommande årens kvalitetsarbete inom förskola, skola och vuxenutbildning. Utvecklingsplanen identifierar ett antal strategiska utvecklingsområden varav flera är av betydelse för vuxnas lärande. Ett sådant område är matematik. Detta behandlas på annan plats i rapporten. Utvecklingsområden som lyfts fram är lärcentra, vägledning och olika former för validering av vuxnas faktiska kunskaper samt möjlighet att erbjuda sk collegeutbildning i samarbete med den kommunala vuxenutbildningen. Den gymnasiala delen av collegeutbildningen syftar till att stärka studentens baskunskaper och främja behörigheten. Förutom specifika satsningar inom vuxenutbildningen görs i utvecklingsplanen satsningar inom ungdomsskolan som i ett längre perspektiv har betydelse för viljan att i ett senare skede återkomma till utbildning och kompetensutveckling. Exempel är satsningar på "key competencies" och åtgärder mot social snedrekrytering.

Nätverk

Det finns ett antal miljöer och nätverk med ansvar att stödja och utveckla vuxnas lärande:

- Skolverket
- Nationellt centrum för flexibelt lärande (CFL)
- Nationellt centrum för sfi och svenska som andraspråk. Lärarhögskolan i Stockholm

- ENCELL. Kompetenscentrum för vuxnas lärande. Högskolan i Jönköping
- Centrum för praktisk kunskap. Södertörns högskola
- Avdelningen för Vuxenpedagogik och Folkbildning. Linköpings universitet
- Mimer – Nationellt Program för folkbildningsforskning. Linköpings universitet
- Forskarskolan i vuxnas lärande. Linköpings universitet
- Vuxnas Lärande och Kunskapsbildning (VuLK). Högskolan Kristianstad
- Enheten för lärande i vuxenliv. Institutionen för pedagogik och didaktik, Göteborgs universitet
- Riksförbundet för kommunal och statlig vuxenutbildning (Rvux)
- Folkbildningsrådet (FBR)
- Föreningen för folkbildningsforskning
- Nordens folkliga akademi (NFA)
- Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM).

Flera av dessa har relativt nyligen etablerats, ett faktum som speglar det dynamiska skede vuxenutbildningen för närvarande befinner sig i.

Det är angeläget att dessa miljöer finner produktiva former för samarbete och att kontakter knyts mellan olika miljöer. NCM har tagit olika initiativ till samarbete och kommer fortsättningsvis att utveckla dessa kontakter vad gäller innehåll och former.

En nordisk miljö, värd att nämnas i detta sammanhang, som har en lång och stark tradition av forskning kring vuxnas lärande finns vid Roskilde Universitetscenter där forskning och utvecklingsarbete bedrivs bla av "Erhvervs- og voksenuddannelsesgruppen". Forskning specifikt om vuxnas matematiklärande bedrivs vid "Center for forskning om matematiklæring".

Varför matematik?

Matematikens ansikten

I denna rapport uppfattas matematik som ett ämne som kan utvecklas och utövas av människor som är som folk är mest. De objekt som matematiken studerar beskrivs också som mänskliga konstruktioner. Den kände matematikern Keith Devlin karakteriserar matematisk verksamhet ytterst som ett studium av människan själv (Devlin, 1997):

Mathematics, the science of patterns, is a way of looking at the world, both the physical, biological, and sociological world we inhabit, and the inner world of our minds and thoughts. Mathematics' greatest success has undoubtedly been in the physical domain, where the subject is rightly referred to as both the queen and servant of (natural) sciences. Yet, as an entirely human creation, the study of mathematics is ultimately a study of humanity itself.

(s 6)

Matematik är trots sin abstrakta och konstruerade karaktär ett ämne som har många djupa och vitala förbindelser med världen, allt från enkla vardagsföreteelser till avancerade vetenskapliga frågor. Ämnet har en minst femtusenårig historia men är också idag en levande problemlösande verksamhet under ständig utveckling. Ämnet kan tillämpas och ge överraskande och användbara resultat, men det kan också missbrukas för att dölja osäkerhet eller osanningar. Till sist är matematikämnet världens största skolämne (om vi bortser från modersmålsämnet), vilket ger miljoner människor glädje och insikter eller också smärtsamma och oftast onödiga nederlag och blockeringar. Enligt Niss, (2001b) så har matematiken fem "ansikten" vilka är nära förknippade med varandra.

För det första är matematik en *grundvetenskap*, en särskild vetenskaplig disciplin som förvaltar och utvecklar en oerhörd kunskapsmassa. Till denna disciplin hör speciella institutioner, metoder och strategier, vilka kanske i första hand studenten på högskolenivå kommer i kontakt med. I vissa avseenden har dock klyftan minskat till ungdoms- och vuxenskolan eftersom ett "forskande" arbetssätt formuleras i både förskolans, grundskolans och gymnasieskolans målskrivningar. Naturligtvis befinner sig inte eleven vid forskningsfronten, men kan ändå med hjälp av undersökningar, upptäckter och argumentation få en viss bild av den vetenskapliga matematikens särart och utmaningar på metodnivå. Inte minst de senare gymnasiekurserna kan också med hjälp av bevisföring och

projektarbete ge eleven en föräning om den vetenskapliga disciplinens villkor och legitimitet.

För det andra är matematik en *tillämpad vetenskap* i den meningen att de matematiska modeller som utformas ger ny kunskap inom andra vetenskapsområden än matematiken, t ex inom fysik, kemi, biologi eller ekonomi. Matematikens historia kan visa på många häpnadsväckande exempel där grundforskning har varit avgörande för den tillämpade vetenskapen, men även det motsatta: att krav på tillämpning givit upphov till epokgörande grundforskning. Till det senare hör till exempel differentialkalkylen som en metod att matematiskt modellera förändring. Många ämnen är idag "matematikintensiva" vilket delvis kan förklara de många förkunskapskrav på matematikkunskaper som idag finns för antagning till högre utbildning. De senare matematikkurserna i gymnasieskolan har bland annat uppgiften att möta kraven från sådana matematikintensiva högskoleutbildningar.

För det tredje är matematik ett *system av redskap för praxis*. Artefakter med matematiskt innehåll används i allt högre grad för att hantera ekonomiska och samhällsliga förhållanden och underlätta beslutsfattande. Begrepp som t ex annuitet, marginalskatt, effektiv ränta med mera representeras med datorprogram i form av matematiska modeller, vilka sekundsnabbt men osynligt utför önskade beräkningar och jämförelser. Ett exempel på en nästan magisk tilltro till beräkningar är att svåra bedömningar av kvaliteter i kunskaper och elevers kvalitativa kunskapsprofiler ersätts med det enkla "jämförelsetalet" där betygen G, VG och MVG på ett mirakulöst sätt har ersatts av 10, 15 och 20 samt kursernas värde ersatts av dess poängtal, oberoende av kursens svårighetsnivå eller dess relevans för den sökta utbildningen. Matematiken ligger också inbäddad i många av våra artefakter som parabolantennor, mobiltelefoner, bilar, cd-skivor, bank på nätet etc liksom i fasta konstruktioner som byggnader, vägar, broar, tunnlar med mera. Att både våra tekniska och sociokulturella artefakter på detta sätt genomsyras av matematiskt modellbygge väcker frågan om matematik också som ett orienterande och bildande ämne. I vilken grad behöver vi kunskaper *om matematik* och inte bara *i matematik* i perspektivet det livslånga lärandet? Vilken matematik behöver vi för att kunna verka som kritiska och aktiva medborgare i ett demokratiskt samhälle?

Matematikens fjärde ansikte är att det är ett *skolämne*. Matematikens roll som grundvetenskap, tillämpad vetenskap och redskap för praxis får som konsekvens att kunskap om och i matematik måste spridas till kommande generationer. I våra kursplaner ges skolmatematiken mål och mening genom hänvisningar till matematikens mångfasetterade natur och förhoppningen är att undervisningen ska få avsevärd transfereffekt. Lärandet sker vanligen genom organiserad undervisning i ungdomsskolan, men även annan organisation för lärande förekommer t ex komvuxutbildningen, folkbildningen och inom näringslivet. Dessutom förekommer

informellt matematiklärande i olika offentliga miljöer och i den privata livssfären. I framtiden och i perspektivet det livslånga och livsvida lärandet kommer antagligen andelen icke-formellt och informellt lärande att öka, skolan får inte längre monopol som "läroanstalt", se tex EU-kommissionens *Memorandum om livslångt lärande* (Europeiska kommissionen, 2000).

I matematikundervisningen möts matematiken som ämne och människors föreställningar, erfarenheter, känslor och tankar, vilket skapar speciella problemställningar, inte minst inom vuxenutbildningen. Behovet av matematikdidaktiska kunskaper för matematikläraren, så att en syntes av ämneskunnande, pedagogiskt kunnande och kunnande om eleven blir möjlig, är här högst påtagligt. I matematikdidaktiken samsas kunskapsområden av skiftande karaktär, allt från den abstrakta och rigorösa matematikvetenskapen till områden som pedagogik, psykologi, filosofi, sociologi, etnologi och samhällsvetenskap, där det är människan och hennes verksamhet som är i fokus.

Matematikens femte ansikte, enligt Niss, (1994) är att den ger utrymme för ett särskilt slag av *estetiska upplevelser*. De flesta människor som har positiv erfarenhet av mötet med matematik kan berätta om sådana upplevelser, oftast av "aha"-typ. En plötslig glimt av klarhet och insikt har lyst upp ett till synes olösligt problem. Eller det som tidigare verkade vara ett sammelsurium av siffror och bokstäver visar sig innehålla ett vackert mönster som kan uttryckas med en enkel formel. Gemensamt för denna typ av upplevelser är en euforisk känsla av insikt, överblick, klarhet och enkelhet. Detta väcker också starka krafter att vilja undersöka och upptäcka mera, matematiken blir ett utmanande och stimulerande fält fyllt av glädjeämnen och överraskningar.

Tyvärr har många helt andra erfarenheter av matematikämnet; känslor av ångest, misstro, misslyckande och avståndstagande. Många ungdomar tar med sig sådana känslor in i vuxenlivet, vilket kan leda till ett livslångt stigma som begränsar och snöper den vuxnes utvecklingsmöjligheter. Skolmatematiken har här kanske i allt för hög grad varit sig själv nog och förfallit till en rutinartad instudering av teorier och typexempel. Istället måste skolmatematiken dra nytta av matematikens andra ansikten för att levandegöra och legitimera ämnet. Upptäckarglädje och lusten att möta och utforska utmaningar är exempel på viktiga drivkrafter för lärande.

Matematik i samhället

Matematik är intimt förbunden med vår förståelse av världen och med samhällets utveckling och framtidsinriktning. I kraft av sin roll som tillämpad vetenskap för en rad andra vetenskaper så får matematiken en allt viktigare roll för olika vetenskapers begrepp, modeller och teorier. Matematiken är vetenskapssamhällets viktigaste "underleverantör".

Som ett system av redskap för samhällspraxis så har matematiken stor betydelse för en mängd specialiserade yrkesverksamheter såsom demografer, samhällsplanerare, ekonomer, statistiker, meteorologer, seismologer, stads- och landskapsplanerare, miljövetare, oceanografer, designer, arkitekter, trafikplanerare, livsmedelskontrollanter och så vidare. Listan kan göras i det närmaste obegränsat lång. Dessutom genomsyras även vår vardagskultur av matematisk praxis. Matematikkunnande är, precis som att kunna läsa och skriva, en av våra kulturkompetenser.

Det märkliga är att trots matematikens accepterade samhällsroll så är dess roll i vardagslivet ofta osynlig och även icke erkänd av de flesta människor. Vanligen är matematiken inpackad i och dold av de samhällsartefakter människan skapat, (se Niss, 2001b):

Med andre ord, matematikken er usynlig fordi den er skjult, ikke fordi den er fraværende... Til forskel fra praktisk taget alle andre fagområder har matematik ikke et velafgrænset territorium i den fysiske eller sociale verden, hvor vi kan gå hen og opsøge den.

(s 17)

Matematiken finns alltså överallt, men till synes ingenstans. Detta förhållande kallar Niss *matematikens relevansparadox*: objektivt är matematikens roll oerhört omfattande, men subjektivt för individen förblir denna roll osynlig och därmed framstår matematikkunskaper som irrelevanta.

Algoritmer för beräkning av försäkrings- och pensionspremier, räntor och avdrag, kvalitetsvärderingar vid upphandlingar och ansökningar med mera styr osynligt våra liv och vi är omgivna av företeelser som tex pinkoder, streckkoder, magnetkort, datasäkerhetssystem, cd-skivor, kompression och transmission av bilder, telekommunikations-system, där matematiska modeller ligger inbäddade. Att matematikens roll i vetenskapen, samhället och kulturen är central torde alltså vara uppenbart, men i vilken grad kan individen förstå, "avslöja" eller kritiskt granska modeller och algoritmer? Och är det rimligt att kräva av framtidens medborgare att de ska utveckla ett sådant kunnande?

Varför ska den vuxne lära matematik?

Att matematik spelar en avgörande roll inom många vetenskaper och för många yrkesverksamheter legitimerar relativt oproblematiskt vissa specifika matematikstudier för att nå den vuxnes uppsatta yrkes- eller studiemål. I många fall behöver den vuxne en reell, eller i varje fall formell, kompetens för att kunna förverkliga framtidsdrömmar. Frågan om huruvida ett specifikt matematikkunnande enbart ska placeras som förkunskapskrav eller utvecklas efter antagning till olika utbildningar är här av stort intresse. Inte minst inom högskolesektorn har här skett något av ett paradigmskifte från att rangordna och utsortera till att rekrytera

och stödja. Liknande försöksverksamhet görs också inom vuxenundervisningen, t ex genom att valideringar får lyfta fram vad den vuxne kan, istället för vad denne inte kan. Skolmatematikens roll som "sorteringsinstrument" för högre studier och yrkesutbildning kommer sannolikt att minska, vilket förändrar ämnets roll och karaktär både i ungdomsskolan och i vuxenundervisningen, se *Den öppna högskolan* (Prop. 2001/02:15). Detta behöver inte innebära att mängden matematikundervisning och matematiklärande kommer att minska totalt i samhället, men att den sker i andra former och i andra organisationer än de traditionella. Matematikens roll som ett specifikt högskole- och yrkesförberedande ämne i gymnasieskolan kommer därför sannolikt att problematiseras i framtida skoldebatt: Vilket innehåll ska en sådan matematikundervisning ha och för vilka program/linjer ska den ges? Vad bör läggas på de "mottagande" miljöerna? Kan man lyfta fram de reella matematikkompetenser, vilka är nödvändiga för den vuxnes specifika yrkesdrömmar? Kanske kommer många av framtidens kompetenser att läras i andra miljöer än skola och universitet, se t ex kapitlet "The Four Pillars of Education" i rapporten *Learning: The Treasure within* (International Commission on Education for the Twenty-first Century, 1996). I perspektivet av det livslånga och det livsvida lärandet så som det målas upp i EU-kommissionens meddelande *Att förverkliga det europeiska området för livslångt lärande* (Europeiska kommissionen, 2001) så kommer den vuxnes lärande att ske i många skiftande miljöer, såväl formella, icke-formella som informella.

Eftersom matematiken i en mängd avseenden också spelar en central roll i samhällslivet och vardagslivet i övrigt så återstår också många frågor kring matematik som ett allmänbildande ämne: Behöver alla lära matematik? Vilken matematik är i så fall mest väsentlig att kunna? Hur mycket matematik?

Hur ska den grundläggande och allmänbildande matematik som finns i grundskolan och den tidiga gymnasieskolan se ut, den matematik vars uttalade syfte är att få individen att fungera som medborgare i ett demokratiskt samhälle? Matematikdidaktikern Paul Ernest hävdar i *Why Teach Mathematics?* (Ernest, 2000) att svaren på denna typ av frågor i hög grad handlar om hur man uppfattar begreppet medborgarskap:

... increased mathematical knowledge is not needed by most of the population to cope with their new roles as regulated subjects, workers and consumers. More mathematics skills beyond the basic are not needed among the general populace in industrialized societies to "cope" with these changes, if to "cope" means, as here, to serve rather than to critically master, which is discussed below.

(s 4)

I inskränkt mening kan alltså medborgaren mycket väl "klara av" sitt liv med hjälp av enkla matematikfärdigheter. Enligt Ernest så gäller inte längre argument om ekonomisk samhällsnytta, det räcker i själva verket med en liten grupp individer med högt utvecklade kunskaper i framförallt tillämpad matematik för att säkra den ekonomiska utvecklingen. Ernest lyfter istället fram en annan sorts matematikkunskande, ett kunskande *om* matematik, som ett viktigt bildningsideal för framtidens kritiskt medvetne medborgare, se vidare kapitlet "Matematikkunskande för alla" i denna rapport.

För ett aktivt medborgarskap krävs alltså ett avsevärt matematikkunskande, dels för att kunna analysera text och olika representationer av fakta i materiel om kultur, samhälle och ekonomi, dels för att kunna kritiskt genomlysna sociala konstruktioner som bygger på "dolda" matematiska algoritmer och modeller. Dessutom krävs ett övergripande kunskande om matematikens stora idéer och hur dessa kommer till uttryck i teknik och samhälle. Som vi sett ovan är matematik också en del av vårt kulturarv och bristande matematikkunskaper blir som ett "hål" i vårt historiskt kulturella och samhällseliga medvetande (Nissen & Blomhøj, 1994).

Ett annat intressant utvecklingsområde vad gäller allmänbildande matematik, men nu mer med fokus på vardagsmatematik, är problematiken kring *numeracy* och då speciellt *adult numeracy*. Denna term har delvis olika betydelse i olika länder, men här tas som exempel kapitlet "Matematikken og den voksnes hverdag" i Matematik (Undervisningsministeriet, 1999). Här talas om "numeralitet", vilket definieras som de matematikkompetenser som alla människor i princip har bruk för, de funktionella matematikfärdigheter och den matematikförståelse som är relevant för alla.

Numeralitet omfattar insikter i och metoder för att förstå och hantera mönster, storheter, rum och relationer som brukas i vardagssituationer, vilka inte i förväg är beskrivna matematiskt eller tillrättalagda för en matematisk hantering. De färdigheter och den förståelse som ligger i numeraliteten används alltid med en bestämd personlig avsikt, i ett bestämt konkret sammanhang och i ett bestämt medium. Avsikten kan vara mycket skiftande, t ex att tjäna pengar, att öka sin prestige, att spara, att umgås, att leka, att diskutera, att kontrollera, att bli informerad, att få tiden att gå, att förstå, och så vidare. Bruket av dessa kompetenser är ofta knutet till en speciell miljö, den som klarar hushållskassan kanske inte kan vara kassör i en förening. Personens matematiska kompetens kan oftast inte överföras från ett sammanhang till ett annat.

Undervisning som syftar till att utveckla numeralitet bör enligt Undervisningsministeriet ta sin utgångspunkt i autentiska materiel, från vilket man kan ställa frågor som ibland kan och ibland inte kan besvaras med hjälp av matematik. Ett viktigt arbete för läraren är att göra upp med påståenden som "Jag kan inte matematik, det jag kan är inte riktig matematik, utan bara räkning och sunt förnuft". Att uppmärksamma

och utveckla det informella kunnande som den vuxne har, men som är inbäddat i olika praktiker, blir en angelägen uppgift för läraren.

I förlängningen av denna problematik kan man också se att forskningen och utvecklingsarbetet kring numeracyproblematiken på sikt kan komma att påverka innehållet i skolmatematiken, speciellt i grundskolan och det första gymnasieåret.

Frågan "Varför matematik?" har alltså lett vidare till frågorna "Varför skolmatematik?" och "Vilken skolmatematik bör vi ha?". Dessa frågor kommer att behandlas utförligare i de kommande två kapitlen.

Skolmatematik – en politisk konstruktion?

Skolmatematik – ett formellt lärande

Med termen "skolmatematik" avses i denna rapport den matematik som ingår i det formella utbildningssystemet från förskola till och med gymnasium. Skolmatematikens mål och innehåll varierar över tid och påverkas av utbildningspolitikens övergripande syften, människosyn och ideologi samt synen på lärande och kunskap. De flesta vuxna har ett känsloladdat förhållande till skolmatematiken, antingen har man haft lätt för ämnet eller också känner man ångest och avståndstagande kanske på grund av misslyckanden och blockeringar i ungdomsskolan. Den vuxnes förhållningssätt till skolmatematiken får därför en starkt filtrerande och sorterande effekt vad gäller både aktuella möjligheter och valda livsmål i perspektivet det livslånga lärandet.

Vuxna kan, som tidigare nämnts, ibland uppfatta skolmatematiken som "meningslös" i olika avseenden (Lindenskov, 2000), tex att de hävdar att de aldrig fått användning för skolmatematiken och att de klarat sitt vuxenliv utan den. En annan vanlig reaktion är att skolmatematikens "benämnda uppgifter" uppfattas som orealistiska och tillkämpade. Ytterligare en form av "meningslöshet" kan vara att skolmatematiken framstår som en osammanhängande och ologisk mängd fakta som behöver pluggas in.

Trots att skolmatematikens syftesdel innehåller vissa skrivningar som relaterar direkt till elevens aktuella vardag, så finns i första hand mer långsiktiga perspektiv. Skolämnet förväntas ge kunskaper och färdigheter för kommande studier, kommande yrkesliv och kommande medborgarskap, dvs man förväntar sig att lärandet ska ha transfereffekt: kunskaperna ska kunna överföras till och tillämpas på en mängd andra verksamheter än den man just befinner sig i.

Till skillnad från skolmatematiken, som alltså i hög grad genomsyras av transfertänkande, så är den matematik som den vuxne lärt i ickeformella och informella miljöer ofta direkt målinriktad mot eller inbäddad i den vuxnes verklighet och vardag. En viktig fråga för den formella vuxenundervisningen i matematik är här i vilken mån man ska relatera till just skolmatematik vad gäller kursinnehåll, pedagogiska metoder och validering. Kanske behöver vuxenundervisningen större utbud av alternativa matematikkurser i och om matematik? Kanske behöver vuxenlärare i högre grad anknyta till och utveckla vuxnas ickeformella och informella

matematik-kunskaper i undervisningen istället för att "återgå" till ungdoms- och högstadiets skolmatematik? Kanske ska man inte alltid validera kunskaper i relation till skolmatematikens kurser, utan till andra kunskapskrav?

Tradition och status

Alltsedan Sverige fick en folkskola 1842 har grundläggande färdigheter i matematik, väsentligen räkning, ansetts höra till det som alla barn ska inhämta under sin skolgång. Samtidigt har det också setts som fullständigt naturligt och tagits för givet att en del barn kommer att misslyckas och inte lära sig även ganska enkla begrepp och metoder. Matematik har ansetts som abstrakt och svårt, ett ämne som skiljer ut de intelligenta och snabbtänkta från de obegåvade och tröga. Vissa kunskaper, t ex snabbhet och säkerhet i aritmetik, har varit lätta att mäta och det har påverkat synen på framgång i ämnet som väsentligen begränsat till att räkna rätt eller fel. Problemlösning har från början setts som instrument för ett fåtal i en intellektuell elit. Psykologer har utnyttjat test med matematikinnehåll i värnpliktsundersökningar eller för att få prognosinstrument för vidare studier.

Att studera matematik och latin har ansetts utveckla individens tänkande och kapacitet även inom andra områden. Matematikens status har på något sätt medverkat till att dess plats och volym i svensk skola obetydligt ifrågasatts – eller motiverats. Så har t ex antalet årskursveckotimmar för matematik i primärskolan varit i stora drag oförändrat i 150 år och inte förrän i 1980 års läroplan för grundskolan har staten ansett sig behöva ge motiv för matematikämnet innehåll (Skolverket, 1997). Matematik är på något sätt självklart viktigt och argumenten för detta har inte tidigare gjorts klart i våra nationella styrdokument. Risken är i detta sammanhang uppenbar att motiveringarna får en ad hoc-karaktär, dvs man försöker i efterhand motivera ett redan befintligt pensum som av tradition fått representera skolmatematiken. Denna tröghet i förändringsprocessen kan leda till att de egentliga motiven för ett visst ämnesinnehåll döljs eller faller i glömska medan de nya ad hoc-motiven kommer att förefalla tillkämpade och retoriska.

På väg mot framtiden

Historiskt och internationellt kan motiven för införande av matematik för alla i skolan härledas till föreställningar om samhällets eller individens behov (Emanuelsson & Johansson, 1994; Niss, 1981). Till de förra räknas anspråken på social, ekonomisk och teknisk utveckling inom i stort sett alla samhällssektorer. Som individ har man också behov av att förstå och ta ställning till fenomen i och påståenden om natur och samhälle och att aktivt kunna delta i demokratiska processer.

Då folkskolan kom till levde vi i ett jordbrukssamhälle. Mot slutet av 1800-talet skedde en omvandling till ett industrisamhälle och nu antas vi vara på väg in i ett "kunskapssamhälle" som kännetecknas av rika och varierade kunskaps- och informationsflöden med tillgång till avancerade hjälpmedel. Mål, innehåll och undervisning i ämnet matematik har på många sätt redan förändrats för att möta detta scenario.

Bland politiker och utbildningsbyråkrater har matematik setts som ett viktigt ämne och stora ansträngningar har lagts ned under perioden efter andra världskriget för att få bra innehåll och god undervisning i det offentliga skolväsendet. Skolan har liksom samhället förändrats och utvecklats. Bestämda gränser mellan olika skeden är svåra att ange. För att få perspektiv på dagens grund- och gymnasieskola i Sverige behöver man gå tillbaka till reformarbetet under 1940- och 50-talen, då linjerna för vårt nuvarande system drogs upp. 1950 togs principbeslut om nioårig bottenskola för alla, 1962 kom den första läroplanen. Ännu på 40-talet hade vi ett internationellt sett ganska gammalmodigt parallellskolesystem med tämligen blygsam insats för folkbildningen (Marklund, 1984).

Tillämpningar av matematik i vardags- och samhällsliv, i utbildning och vetenskaplig verksamhet har ökat kraftigt under andra hälften av 1900-talet. Utveckling av informationsteknologin och tekniska hjälpmedel som räknare och datorer ställer nya krav. Sverige har blivit alltmer mångkulturellt och det internationella samarbetet inte minst i Europa ökar. Frågor om tex ekonomi, miljö, vård, utbildning blir alltmer komplexa och svåra att hantera med bibehållna krav på demokrati och jämlikhet. Matematikkunnande skall ge självförtroende och möjligheter till påverkan. Det är en demokratisk rättighet att förstå och delta i beslutsprocesser som gäller tex landets och kommunens ekonomi eller miljö.

En traditionsmättad kultur

Vissa traditionella uppfattningar om matematikämnet kan skapa felaktiga och kontraproduktiva föreställningar vilket sammanfattas väl i (Schoenfeld, 1988):

- Om matematiken framställs som om den inte har inslag av upptäckter och uppfinningar, så kommer eleverna inte att kunna hantera nya problemtyper och utveckla egna lösningsmetoder.
- Om alla problem som presenteras borde kunna lösas på mindre än fem minuter enligt läraren, så tror eleverna att de inte kan matematik om de håller på längre tid, och de ger upp.
- Om ämnet presenteras som om endast genier kan upptäcka, skapa och verkligen förstå matematik, så drar eleverna slutsatsen att matematik måste studeras passivt som ett "inpluggande" av givna osammanhängande fakta.

- Om det framställs i skolan som om matematik innebär att ett visst pensum av uppgifter skall "klaras av" så får eleven föreställningen att matematik handlar om att "få ett jobb gjort" och överleva, lärandet blir bara en eventuell biprodukt.

I ett sociokulturellt perspektiv är "skolmatematik" inte bara en uppsättning kursplaner utan en hel utbildnings- och undervisningskultur som upprätthålls av både lärare och elever samt även av föräldrar, skolledare och andra inblandade parter. Läromedel, förväntningar, traditioner, föreställningar och undervisningsstil genomsyrar verksamheten och nya läroplaner, kursplaner och didaktiska forskningsframsteg får svårt att vinna gehör i klassrummet. Att en sådan kultur är stabil, spridd och ibland också nationellt särpräglad framgår av (Stiegler & Hiebert, 1999) där ett omfattande videomaterial från undervisning i matematik i USA, Tyskland och Japan analyseras. I fallet USA verkar t ex denna kultur vara mycket homogen trots avsaknaden av federala styrdokument för skolan. En intressant fråga är då i vilken grad våra egna styrdokument faktiskt styr och vilka andra styrande mekanismer som förekommer.

Ett föränderligt samhälle

Alla individer skall ha möjlighet att skaffa sig matematikkunskaper för att lösa vardagsproblem, för att kunna förstå och granska information och reklam, för att kunna fungera i rollen som medborgare och kunna värdera påståenden från politiker, journalister och marknadsförare. Dessutom ska kunskaperna vara av värde för yrkeslivet samt lägga en grund för ett fortsatt lärande även i icke-formella och informella miljöer. Det räcker här naturligtvis inte att enbart lära sig "räkna" med eller utan hjälpmedel. Det räcker inte heller med att "ta sig igenom kursen", avgörande blir istället frågor om ämnets mening och syfte samt individens lust att lära mer matematik under sitt livsprojekt. Förmågan att lära sig lära blir också mer väsentlig än att behärska ett visst pensum, som snabbt kan visa sig bli föråldrat. "Kunskap åldras" är en av många nutida metaforer för att uttrycka lärandets villkor i kunskapssamhället. En intressant fråga är här huruvida kunnande inom olika ämnesområden åldras olika snabbt. Har matematikkunnande en längre "livstid" än kunnande i t ex samhällskunskap?

Samhälls- och teknikutvecklingen har lett till krav på att fler ska lära sig mer matematik. Undan för undan har vi lagt till flera moment och höjt kraven på t ex tillämpning, kommunikation och problemlösning i matematikkurserna. En minskning av betoningen på mekanisk räkning med förskjutning till förmån för förståelse och resonemang är tydlig. En förskjutning från reproducerande till mer undersökande och kreativa aktiviteter har också skett och istället för att enbart se till resultatet har

hela arbetsprocesser uppmärksammas och värderats, inte minst i de nationella provens bedömningsanvisningar och i kommentarmaterial.

Förmåga till kritiskt tänkande, ansvarstagande, samarbete, kunskapssökande, kommunikation och presentation lyfts fram som generella kompetenser i våra läroplaner och motsvarande förmågor rankas också högt av olika avnämare. Alla dessa önskvärda förmågor är relaterade till föreställningar om ett samhälle statt i snabb förändring där projekt och teamwork, snabb och omfattande kunskapsutveckling och kunskapspridning samt kritisk informationsvärdering är väsentliga inslag. Ansvarstagande, kommunikation och samarbete lyfts också fram som demokratiska värden och de önskade förmågorna anses därmed gynna både anställbarhet och medborgarskap. Läraren möter också i undervisningssituationen nya typer av elever som fostrats i mer demokratisk och antiauktoritär anda, vilket gör en "gammaldags" auktoritär och monologisk undervisningsstil inte bara olämplig utan dessutom omöjlig.

För matematikämnets del brukar även vissa andra motiv uppmärksammas, t ex de avancerade hjälpmedlen för beräkningar samt nya forskningsresultat om hur matematiklärande bör gå till och vad matematik-kunnande bör innebära.

Ideologi och intresse

Skolämnet matematik är delvis en politisk konstruktion genomsyrad av en människosyn, en värdegrund och vissa ideologiskt betingade föreställningar om hur individen och samhället ska "möta framtiden". Detta gäller såväl urval och representation av själva ämnesinnehållet som de kompetenser som det anses önskvärt att den studerande utvecklar. Även den indirekta styrningen av undervisningens former, bla via kursplanernas strävansmål och kommentarmaterial, har ideologiska övertoner. Som exempel kan tas uppvärderingen av grupparbete och "demokratiska" samtal samt fokuseringen på att alla, även de "svagaste", har rätt att nå de grundläggande målen.

Man kan inte förutsätta att ideologisk konsensus ska råda angående alla sådana mål och syften, tvärtom finns samtidigt olika ideologiska strömningar som helt eller delvis står i motsättning till varandra. Detta gäller inte bara för ungdomsskolan utan i minst lika hög grad för vuxenutbildning i ämnet. Vi bör därför inte bara ställa frågorna vad, varför och hur utan måste dessutom ställa frågan *I vems intresse?* då vi utformar framtidens vuxenutbildning. För den vuxne är det t ex inte givet att motivet anställbarhet ska vara allenarådande för studiernas inriktning, istället kanske motiv som allmänbildning och utvecklandet av ett kritiskt och värderande förhållningssätt till nutid och framtid är av större värde. Ett viktigt vägval vid läroplansutformning kan t ex vara: Skall barn och vuxna i skolan enbart anpassas till en redan föreställd och given framtid eller ska de antas vara med och skapa framtiden?

Ett intressant försök att kategorisera de ideologiska krafter som utövar påtryckning på kursplanearbete i matematik har gjorts av den engelske matematikdidaktikern Paul Ernest (Ernest, 1991). Han identifierar här fem olika ideologiska krafter i den debatt som förekommit i brittiskt kursplanearbete i matematik de senaste decennierna:

Industrial trainers: en konservativ inriktning som betonar vikten av basfärdigheter, vardagsmatematisk förmåga och social inordning.

Technological pragmatists: en näringslivsfokuserad grupp som betonar baskunskaper och praktisk problemlösning med tillämpad matematik och informationsteknologi.

Old humanists: konservativa matematiker som framhåller betydelsen av rigorösa bevis och matematikens renhet med syfte att främja avancerad matematisk förmåga och betona den rena matematikens egenvärde.

Progressive educators: liberala och lärare, lärarutbildare och välfärdshängare, vilka betonar stärkandet av individens självförtroende, kreativitet och uttrycksförmåga med hjälp av matematik.

Public educators: demokratiska socialister och reformradikaler med intresse för jämlikhetsfrågor och social rättvisa vars syfte är att berika de lärande som kritiska och matematiskt medvetna medborgare i samhället.

Det är inte svårt att se att alla dessa motivkomplex förekommer i våra svenska kursplaner och kommentarer i matematik, även om man kanske inte kan identifiera några tydliga intressegrupper som utövat påtryckning. Jämfört med de senaste årens utveckling av engelsk skolmatematik, så har i Sverige motivbilderna från *progressive educators* och *public educators* haft större genomslag. I svenska kursplaner betonas såväl individens självförtroende, kreativitet och uttrycksförmåga som förmåga till aktivt medborgarskap i både syftesdelar och strävansmål.

För framtida svensk vuxenutbildning bör en liknande analys göras, där olika ideologiskt förankrade motivkomplex tydliggörs, problematiseras och värderas. Att obetänksamt skriva in *alla* motiv och syften som framhålls från olika remissinstanser och grupperingar kan leda till olösliga målkonflikter i kursplanetexten, något som till sist drabbar praktiken, dvs lärarna och de lärande.

Det finns också all anledning att undvika det spegelperspektiv som tidigare präglat vuxenutbildningen, där den vuxnes studier pressats in i styrformer, programtexter och målskrivningar som egentligen är avsedda för barn och ungdomar. Den vuxne behöver istället ett flexibelt "program" med individuellt utformade kunskaps- och lärområden (Skolverket, 2002). Kanske kan vuxnas lärandebehov kategoriseras i vissa vuxentypiska kunskaps- och lärområden som skulle möjliggöra en alternativ

programskrivning i en läroplan för vuxna? Detta skulle också kunna underlätta utbildningens organisation och ett kollektivt lärande. Vilken roll får matematiken i sådana vuxenprogram?

Ett historiskt perspektiv på skolmatematikens utveckling med avseende på ämnesinnehåll och önskvärda kompetenser kan här bidra till ökad klarsyn vad gäller motiv och syften. Detta i sin tur underlättar en problematisering av nuvarande kursplaner för såväl ungdomsskolan som för vuxenutbildningen.

Större uppmärksamhet bör ägnas åt den matematik som lärs i icke-formella och informella miljöer. På vilket sätt kan det vara relevant att utgå från och utveckla dessa former av kunnande? Hur kan olika lärmiljöer berika varandra? Kanske har också erfarenheterna från vuxenundervisning och vuxnas behov relevans för utformningen av ungdomsskolans matematikkurser?

Matematikkunnsande för alla

Baskunnsande

En problematiserande diskussion om vad ett grundläggande kunnande i matematik kan innebära bör ha stor relevans för både ungdomsskolan och vuxenutbildningen, och inte minst för den röda tråd som måste binda ihop ungdomsskolan med vuxenstudier i matematik till ett livslångt lärande, se även (NCM, 2002).

Trots att matematikstudier ibland för den vuxne själv kan ha ett begränsat instrumentellt syfte, tex att uppnå behörighet för en viss utbildning, så måste ändå utbildningen som sådan ha ett bredare uppbygg vad gäller mål och syfte och relateras till allmän kompetensutveckling, bildning och ett livslångt lärande. Att studera matematik bör således ses som en del i ett livsprojekt, ett studium som berikar personligheten, öppnar dörrar till nya kunskapsfält och som visar på individens livsmöjligheter i nutid och framtid.

Situerat lärande och kunskap för livet

I den pedagogiska och didaktiska debatten framhävs ofta att lärande är situerat, dvs lärande är kontextberoende. I vid mening finns alltid en situation där lärandet uppstår och denna situationsbestämning kan uppfattas som både en förutsättning och en begränsning. I det förra fallet följer kanske det didaktiska, och normativa, påståendet att lärande *bör* ske i specifika planerade lärsituationer även i formell utbildning. I det senare fallet är en naturlig följdfråga om även kunnandet är situerat, dvs är kunskaperna så intimt och oupplösligt sammanvävda med den specifika situationen att de ej kan användas i andra sammanhang. Av tradition är tilltron till transfereffekten vad gäller skolkunskaper stor, det tillhör snarast en del av skolans identitet att kunskaperna skall tillämpas någon annanstans än i den miljö de uppstod. Är det då överhuvudtaget möjligt att i det formella utbildningssystemet ge "kunskaper för livet"? Om inte, dvs om kunnande förblir situerat och omöjligt att generalisera kommer individens kunskaper att vara specifika och fragmentariska, vilket gör denne extremt sårbar inför förändring och obekanta situationer.

Som en metafor för ett situerat kunnande kan vi använda *parlören* som presenterar ett antal fraser hämtade från specifika situationer, tex "På restaurangen". Genom att ljudmässigt härma fraserna kan turisten klara sig utmärkt just på restaurangen, men förblir hjälplös i de flesta andra sammanhang. Man kan inte heller anse att turisten har fått någon kunskap om språkets uppbyggnad och natur och han saknar den språkliga

kompetens som skulle göra det möjligt att hantera nya och obekanta situationer i det främmande landet.

En metafor för "rena" skolkunskaper skulle på motsvarande sätt kunna vara *grammatikboken*, där språket framträder strukturellt och utan relevant anknytning till verkliga situationer, de fraser som förekommer är ofta föråldrade eller irrelevanta för olika situationer eftersom de enbart syftar till att framhäva språkets struktur. Att kunna grammatikboken är inte heller tillräckligt för en turist, han kommer antagligen att vara lika hjälplös som den turist som studerade parlören.

Man bör kanske här skilja på potentiell respektive aktuell transfer-effekt. Vissa generella kunskaper har omfattande tillämpningsmöjligheter, men detta utarmas på grund av ett utbildnings- och undervisningssystem som i praxis behandlar kunskaperna som "skolkunskaper" i tex prov- och bedömningssituationer.

I detta kapitel vill vi redovisa försök att identifiera *generella matematikkompetenser* som skulle ha en hög grad av användbarhet i en mängd situationer. Även om lärandet av kompetenserna kan vara situerat så är det vår förhoppning att kompetenserna som sådana ger avsevärda transfermöjligheter. En sådan uppsättning av kompetenser skulle vara bärande element i ett matematikkunnande för en föränderlig och komplex värld och de skulle kunna lägga grunden för ett livslångt och livsvitt lärande. De skulle kort sagt vara en integrerad del av modern bildning.

Å andra sidan har vi visat att en viktig aspekt på vuxnas informella lärande, och i viss mån även kunnande, är just att det är situerat. Att uppmärksamma och uppvärdera vuxnas informella lärande kan lätt leda till en motsvarande nedvärdering av idén om generella kompetenser. Vardagsmatematik och matematik i det "verkliga livet" ställs mot "torra" teoretiska kunskaper och abstrakta kompetenser. Vår övertygelse är dock att dessa två ansatser kan förenas i fruktbara möten: det situerade lärandet kan mycket väl alstra generella kompetenser och utvecklande av generella kompetenser kan mycket väl leda till förmåga att hantera specifika situationer. Att utforma och berika denna typ av möten är en angelägen uppgift för såväl forskare som lärare och lärarutbildare, såväl i ungdomsskolan som i vuxenutbildningen.

Att här finns risk för konfrontationer inom forskningsprogram och olika utvecklingsarbeten är dock uppenbart. Som exempel på att även den internationella matematikdidaktiska spetskompetensen kan råka i dispyt i dessa frågor vill vi nämna den i diskussionsform föreliggande RAND-rapporten *Mathematical Proficiency for All Students: Toward a Strategic Research and Development Program in Mathematics Education* (RAND, 2002) och den inflytelserika amerikanska matematiklärarföreningens (NCTM) kommentar till denna rapport (NCTM, 2002). I RAND-rapporten betonas i två avsnitt betydelsen av det praktiska matematiska kunnande som utvecklas i yrkeslivet och man föreslår ett forskningsprogram för att få bättre kännedom om detta kunnande:

This program of work should investigate the practices used in different work environments in order to build a broad perspective on mathematical practices important to learning and using mathematics.

Systematic empirical studies of mathematics as it is used in everyday life and in work settings will inform the development of a taxonomy of mathematical practices and considerations of what schools teach, and with what connections. In addition, such work could provide resources for improving student's interest in and motivation for learning mathematics.

(s 45)

NCTM-kommentaren behandlar avsnitten med denna idé och förslaget om ett brett upplagt forskningsprogram, men avfärdar dessa fullständigt med några korta rader:

These two paragraphs need to be re-thought. We are educating students for jobs that do not yet exist. Why concentrate on the mundane jobs of today?

(s 15)

Ett mångfasetterat ämne

Matematik är ett av skolans viktigaste ämnen. Bristande tilltro och kunskaper påtalas ständigt både nationellt och internationellt som orsaker till stängda utbildningsvägar för individen och sämre möjligheter till fortsatt kompetensutveckling och reell demokrati – inte minst gäller detta IT-sidan. Matematikens roll kommer till uttryck i ämnets utrymme i timplaner, i kurspoäng och det faktum att det i matematik tillsammans med svenska alternativt svenska som andraspråk och engelska krävs slutbetyget godkänd från grundskolan för behörighet till gymnasieskolans nationella program. Matematik är ett kritiskt filter för studier i andra ämnen, enligt traditionen särskilt för naturvetenskapliga och tekniska inriktningar.

Som det uttrycks i grundskolans kursplan behövs kunskaper i matematik för att kunna fatta välgrundade beslut i vardagslivets många val-situationer, för att kunna tolka och använda det ökande flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället. Utbildningen skall ge en god grund för studier i andra ämnen, fortsatt utbildning och ett livslångt lärande.

Matematiken är också en viktig del av vår kultur och utbildningen skall ge individen insikt i ämnets historiska utveckling, betydelse och roll i vårt samhälle. Utbildningen syftar till att utveckla individens intresse för matematik och möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Den skall också ge möjlighet att upptäcka estetiska värden i matematiska mönster, former och samband samt att

uppleva den tillfredsställelse och glädje som ligger i att kunna förstå och lösa problem.

Matematisk problemlösning innebär att individen tränas i att strukturera sitt eget tänkande och i att argumentera för sina idéer och lösningsförslag muntligt och skriftligt. Dessa övergripande kognitiva och kommunikativa färdigheter har ett värde långt utöver matematikkunskandet som sådant. Den ökade tilltron till den egna förmågan hos en elev som på detta sätt bearbetat, diskuterat och löst matematiska problem leder också till att individen kommer att känna sig mer motiverad och kapabel att ta itu med andra problemställningar i vidare mening inom skola, samhälle och yrkesliv. Dessutom innebär en saklig gruppdiskussion i matematik med logiska argument en träning i demokrati och ett stärkande av tron på det förnuftiga samtalets möjlighet.

Matematik är också ett ämne som har en estetisk och bildande sida med djup förankring inom konst, musik, arkitektur och filosofi och matematiken kan därför visa på samhörigheten mellan den naturvetenskapliga och den humanistiska kulturen både i ett historiskt perspektiv och i ett framtidsperspektiv.

Det fria samtalet

Ett viktigt uppdrag för förskola och skola är att utveckla demokratisk kompetens hos barn och unga. I detta uppdrag ingår att verka för demokratiska arbetsformer, att utveckla demokratiska medborgare och ge kunskap om demokratins innehåll och former. I perspektivet det livslånga lärandet måste den demokratiska kompetensen ständigt utvecklas och berikas, vilket gäller för såväl ungdomar som vuxna. Begreppet *demokratisk kompetens* innefattar att ha kunskaper om och förmåga att leva i, verka i samt utveckla ett demokratiskt samhälle, att ha kommunikativ förmåga, att ha förmåga att ta ställning och att förstå skäl till andras ställningstagande. En analys av baskunskaper i matematik måste förhålla sig till detta överordnade mål.

På senare år har det deliberativa samtalet särskilt poängterats, bland annat i Utbildningsdepartementets och Skolverkets ansatser, som varande centralt för utvecklande av demokratisk kompetens i lärmiljöer. Se tex *Värdegrundsboken – om samtal för demokrati i skolan* (Utbildningsdepartementet, 2000), *En fördjupad studie om värdegrunden* (Skolverket, 2000b) samt *Deliberativa samtal som värdegrund – historiska perspektiv och aktuella förutsättningar* (Skolverket, 2000a).

Ett deliberativt samtal genomsyras av vilja till kommunikation, ömsidig respekt för andras argument och ståndpunkter och vilja till kollektiva överenskommelser. Detta fria samtal innefattar tron på den förnuftiga dialogens möjlighet och kraft och en vilja till samarbete och utveckling. För individen innebär det också att bli sedd, att få uttrycka sig och att få vara en del av en gemenskap. Istället för att betrakta individer som

enskilda subjekt, uppmärksammas en ständigt närvarande ömsesidighet och möjligheter för individer att få göra praktiska demokratiska erfarenheter i själva lärandemiljön, "här och nu". Demokrati är inte en uppsättning fakta att memorera utan ett sätt att förhålla sig till medmänniskor som utvecklas i verkliga sociala kontexter.

Ur skolmatematikens synvinkel så är arbetet för demokratisk kompetens en självklar del, inte minst vad gäller att alla individer ska ha rätt till sådana baskunskaper i ämnet matematik att de kan leva i, verka i och utveckla vårt demokratiska samhälle. Något som däremot kanske inte problematiserats i högre grad är att även den traditionella matematikundervisningens *arbetsformer* kanske bör sättas i fråga. Det är inte ovanligt att matematikämnet framställs som enbart en rad fakta som ska memoreras och reproduceras, en framställning som kanske görs auktoritärt och ensidigt av läraren och via den enda använda läroboken. Ämnet får då sin legitimitet enbart utifrån auktoritetstro och lydnad och det deliberativa samtalet lyser helt med sin frånvaro. Denna traditionella oreflekterade undervisningskultur är märklig och kontraproduktiv men har fortfarande ett fast grepp om matematikutbildningen. En matematikdidaktiker som visat intresse för dessa frågor är Ole Skovsmose vid Roskilde universitetscenter. Se *tex* (Skovsmose, 1994; Skovsmose & Valero, 2002).

En lärandemiljö där istället samtal om matematik förs, där argument vägs mot varandra, där alla får komma till tals och där läraren tillsammans med sina elever legitimerar ämnets metoder, teorier och resultat via förnuftiga argument kommer däremot att stödja skolans generella arbete med att utveckla individens demokratiska kompetens. Dessutom talar all matematikdidaktisk forskning om lärande för att en undervisning som på detta sätt bygger på förståelse, engagemang, helhetssyn och argumentation är vida effektivare än en mer auktoritetshävdande och monologisk framställning. Detta gäller av naturliga skäl skolan i stort som lärandemiljö, se *tex* *Lärande i praktiken* (Säljö, 2000), men just matematikklassrummet är kanske en av skolans mest auktoritära lärmiljöer (Skolverket, 2000a).

Individens demokratiska kompetens undergrävs också av de ibland odemokratiska strukturer som finns i skolan, där man många gånger inte har ett verkligt inflytande. Detta gäller inte minst ett ämne som matematik där givna läromedel, arbetssätt och innehåll ofta framställs som "nödvändiga" och omöjliga att diskutera, se *Med demokrati som uppdrag*, (Skolverket, 2000c).

I ett vidare perspektiv kan man konstatera att många barn och vuxna, liksom personalen, har en låg tilltro till de formellt demokratiska strukturerna i skolan. Denna skolkultur som ofta finns på personalsidan genomsyrar även klassrumskulturen (Skolverket, 2000c):

Det är viktigt att personalen är en del av en demokratisk organisation. Annars får de i sin tur svårt att fungera i förhållande till eleverna och deras inflytande. Om inte personalen får inflytande över sin arbetssituation finns det en risk att deras förtroende och tilltro till demokratiska strukturer minskar, något som lätt kan smitta av sig till eleverna.

(s 26)

En förutsättning för det deliberativa samtalet i matematikklassrummet är därför att även matematiklärarna deltar i samtal, där de blir uppmärksammade och där det finns möjlighet att fritt framföra och diskutera tex läromedel, alternativa arbetssätt, innehåll, problemlösning, ämnessamverkan och goda lektionsexempel. Genomgående för barnomsorg, skolor och vuxenutbildning som arbetar framgångsrikt med värdegrunden är att de skapat sådana förutsättningar för fler möten med denna typ av samtal lärare emellan och i förhållande till skolledningen.

Det livslånga och livsvida lärandet

En identifikation av ett baskunnande i matematik måste också relateras till lärandet som ett livslångt projekt och därmed lägga en grund för utveckling och tillämpning i vitt skilda lärmiljöer. Det livslånga lärandet innefattar två dimensioner, dels att man lär hela livet, dels att man lär i olika lärmiljöer. Dessa lärmiljöer sammanfattas vanligen i tre lärande kategorier, se tex *Det livslånga och livsvida lärandet* (Skolverket, 1999a) och *Memorandum om livslångt lärande* (Europeiska kommissionen, 2000). De tre kategorierna är den formella utbildningen, den icke-formella utbildningen som är relaterad till arbetsplats och yrkesliv samt det informella lärandet bla i närsamhället, familjen och organisationslivet.

Ur detta perspektiv är det den enskilde individens förhållningssätt till sitt utbildningsbehov, sin förmåga att lära nytt och individens attityder till utbildning som blir avgörande för det livslånga lärandet. Ämnesspecifika kunskaper måste därför kompletteras med lusten att lära, självförtroende och förmåga att flexibelt hantera förändring. Det formella utbildningssystemet har här en viktig uppgift att ge ett baskunnande som är utvecklingsbart och som inspirerar till vidare studier. Det statiska synsättet att skolan utbildar till ett givet yrkes- och livsinnehåll för eleven måste ersättas av ett mer dynamiskt synsätt där såväl ungdomsskolan som vuxenundervisningen lägger en grund till och blir ett incitament för ett livslångt flexibelt lärande i ett samhälle under snabb utveckling och förändring.

Den traditionella synen på innebörden av "baskunskaper" bör således utmanas och problematiseras relativt individens rätt och möjlighet till det livslånga och livsvida lärandet. Vi bör ställa oss denna fråga:

Vilka baskunskaper i matematik har sådan karaktär att de är både inspirerande och utvecklingsbara, så att individen får lust och reell möjlighet till fortlöpande matematiklärande hela livet?

Inte minst misslyckanden i matematik fungerar som ett utsorterande filter och ett livslångt stigma. Svårigheter med att värdera och validera det matematikkunnande som faktiskt utvecklas i icke-formella och informella lärmiljöer gör också att många vuxna drabbas av inläsningar och återvändsgränder, trots att de besitter en avsevärd praktisk matematisk kompetens. De brister vad gäller baskunskaper och de negativa attityder till ämnet som ofta grundläggs hos eleven redan i ungdomsskolan leder istället ofta till en livslång och hämmande matematikångest, med stora förluster både för individ och samhälle.

Terminologiska överväganden

Uttrycket "basfärdigheter" är inte särskilt väldefinierat. Kanske får man vaga associationer till något som utgör grunden för ett ämne, eller grunden för en utbildning eller ett medborgarskap? Ibland associeras till en förfluten tid då allt syntes enklare, tydligare och bättre, "back-to-basics", i kontrast till dagens friare skola med vaga och komplexa målbeskrivningar och en mer mångfasetterad pedagogik?

Termen "färdighet" syftar vanligen på ett handlag, ett kompetent hanterande, och ställs ibland mot "kunskaper" i meningen fakta eller förståelse. Ett exempel på detta är att elevens kunskaper i svenska styrdokument för skolan av tradition beskrivits som elevens "kunskaper och färdigheter". Ett annat exempel är i *Skola för bildning* (SOU 1992:94) där "färdighet" beskrivs som en praktisk kunskapsform, vilket förtydligas metaforiskt med: "En simmare ser till att hålla sig flytande, en ryttare att hålla sig kvar i sadeln" (s 66). Å andra sidan framhålls också att en färdighet kan vara "intellektuell", t ex "förmågan att utföra tankeoperationer".

För matematikens del kopplas "basfärdigheter" av tradition till ett kompetent, och kanske delvis automatiserat, hanterande av de fyra räknesätten med hjälp av olika typer av algoritmer och representationer.

Termen "baskunskaper" ger kanske inte samma associationer till ett praktiskt kompetent utförande utan istället till en uppsättning minneskunskaper vad gäller "nödvändiga" fakta eller förståelse av vissa grundläggande begrepp och teorier i ett ämne. Varför just denna uppsättning av fakta och begrepp skulle vara "nödvändiga" och i vilket sammanhang är ofta outtalat eller i vilket fall inte explicit härlett från några övergripande syften och mål.

Innebörden av de båda termerna är som nämnts tämligen vag och för ett effektivt och framgångsrikt mål- och resultatstyrt utvecklingsarbete krävs därför en problematiserande analys och en bättre definierad

terminologi. Det finns god anledning att misstänka att de traditionella tolkningarna, som skisserats ovan, är otillräckliga och missvisande ställt i relation till vår tids läroplaner och mångdimensionella kunskapssyn. Även i Skolverkets redovisning av sitt basfärdighetsuppdrag, det sk Dialogprojektet, se (Skolverket, 2000d), framgår att en problematisering är angelägen:

BASFÄRDIGHETSUPPDRAGET KRÄVER FÖRBEREDELSE OCH PLANERING. VAD SOM MENAS MED BASFÄRDIGHETER ÄR INTE SJÄLVKLART OCH SATSNINGEN FÅR INTE LEDA TILL EN TRIVIALISERAD SYN, MED RISK FÖR FÖRENKLING OCH MEKANISERING AV UNDERVISNINGEN.

(s 12)

Som tidigare uppmärksammats bör också innebörden av grundläggande matematikkunskaper relateras till det livslånga lärandet så som det definieras i Skolverkets rapport *Det livslånga och livsvida lärandet* och det finns väsentliga synergieffekter mellan en satsning på basfärdigheter i ungdomsskolan och möjligheten för vuxna att i praktiken förverkliga ett livslångt lärande.

Angelägna frågor för studier och utvecklingsarbeten

Uttrycket "kunskaper och färdigheter" har en lång historia i svensk skola och utbildning. I relation till detta är det av intresse att studera vad som ansetts vara "basfärdigheter" resp "baskunskaper" i styrdokument, läromedel och klassrum i ett historiskt perspektiv. Av stort intresse är också att studera nuvarande styrdokument, läromedel och undervisning i samma perspektiv med inriktning mot framtiden. Hur vill vi att framtidens styrdokument, läromedel och undervisning ska se ut vad gäller basfärdigheter/baskunskaper? Vad säger aktuell ämnesdidaktisk forskning i denna fråga? Hur relateras begreppen till samhällets grundläggande normer och värden? Vad anser politiker och avnämare? Vad krävs i relation till idén om ett livslångt lärande? På vilket sätt bör de former av matematikkunskaper som utvecklas i icke-formella och informella lärmiljöer påverka innehållet i kursplaner i den formella lärmiljön? Bör vuxnas vardagliga sätt att hantera situationer med matematiskt innehåll uppvärderas?

Skolmatematikens syften

En satsning på det "basala" i skolmatematiken kan inte undgå frågan om ämnets och kursernas syften och mål. Det är inte ovanligt att just matematikämnet berättigar sig självt genom cirkulära resonemang: "matematikundervisningen på denna nivå går ut på att lära sig följande matematiska moment och områden..." . Denna ämnets traditionella "självrättfärdighet" gör det svårt att kritiskt genomlysna kurser och undervisning

och utskilja det som är basalt och nödvändigt från det som är mindre angeläget eller rent av överflödigt eller meningslöst. I den mån syftet för ämnet eller kursen är angivet är det oftast av så generell natur att det inte kan vara vägledande för en analys och värdering av specifika matematikområden. Trögheten i förändringsarbetet gör också att ett givet traditionsbundet kursinnehåll i efterhand mer eller mindre ansträngt kommer att "verklighetssminkas" istället för att själva kursinnehållet bestäms utifrån ämnets övergripande syften.

Syftesfrågan anknyter till problematiken kring lusten att lära, men också till lusten att använda matematik. Väl utvalda områden av matematikämnet där mål och syften är explicitgjorda stimulerar individens lärande och inte minst användande av matematik. Det är här av stor vikt att se till individens produktiva förhållningssätt, innefattande att se matematiken som meningsfull, användbar och värdefull tillsammans med en stark tilltro till den egna förmågan att utöva matematik i den egna livsvärlden i stort och i kommande studier och yrkesliv. Det är här också av stor vikt att förutom frågor kring varför och vad dessutom besvara frågorna: baskunskap för vem och hur då?

Vilka "basala" syften uttrycks då i våra aktuella kursplaner i matematik? I styrdokument, läromedel och skrifter om skolan kan man urskilja ett antal mer eller mindre explicit formulerade motiv och mål och kanske också några dolda, avsedda eller icke avsedda. Här följer ett antal exempel:

Förberedelse för ett medborgarskap i en demokrati: I ett demokratiskt samhälle har alla medborgare rättigheter men också skyldigheter, tex att informera sig, att inte okritiskt ta till sig propaganda etc. För matematikens del betonas här ofta förmågan att kunna tyda diagram, förstå procenträkning och statistik och olika representationer som tex grafer i ett koordinatsystem.

Förberedelse för vardagslivet: I vardagslivet måste man kunna göra beräkningar till exempel vid inköp, bankrelationer, valutaväxling, deklaration men också kunna lägga golv, tapetsera, bygga uteplatser etc. På så sätt motiveras kunskaper i de fyra räknesätten, procenträkning, viss ekvationslösning och grundläggande geometri.

Förberedelse för det praktiska yrkeslivet: Här motiveras matematiken utifrån yrkeslivets behov. En snickare, plåtslagare, bilmekaniker osv antas behöva vissa basfärdigheter i matematik för att kunna utöva sitt yrke med framgång. På detta sätt motiveras delar av A-kursen på yrkesförberedande gymnasieprogram.

Förberedelse för vidare studier i skolämnet matematik: I ett skolämne som matematik finns en stark tilltro till *hierarkisk inläring*. Denna pedagogiska tradition befästs såväl i styrdokument och läromedel som i matematiklärnarnas praktik. Basfärdigheter och baskunskap

är i detta sammanhang den gedigna studiegrund som anses utgöra förutsättningen för högre studier i skolämnet. På detta sätt motiveras matematik i en aktuell kurs med att den förutsätts vara välbekant i nästa kurs, t ex förståelse av och förtrogenhet med algebraiska uttryck.

Förberedelse för studier i andra ämnen: I detta fall uppfattas matematiken som en basal "verktygslåda" som behövs för studier i t ex fysik, kemi eller ekonomi. Detta ger en instrumentell syn på ämnet där färdighetsdelen, i meningen kompetent praktiskt handhavande, uppmärksammas särskilt. Förmågan att tolka modeller och att själv kunna modellera lyfts ibland också fram som speciella färdigheter.

Förberedelse för meningsfull delaktighet i det "matematiserade" samhället: Vår civilisation blir allt mer och mer "matematiserad" i den meningen att matematiska modeller genomsyrar och omformar vår livsvärld, våra förhållningssätt och vårt sätt att kommunicera med varandra. Vad gäller denna typ av matematikkunnande är fokus förflyttat från kunskap i matematik till kunskap om matematik. I detta fall handlar det mer om en orienterande och övergripande kunskap om ämnets roll och funktion än om själva utövandet av ämnesinnehållet.

Förbereder en teoretisk grund för den vetenskapliga disciplinen: I detta fall ser man inte i första hand till den pedagogiska grund som skolämnet antas förutsätta utan istället till den ämnesteoretiska. Ett exempel på detta var "den nya matematiken" (med t ex mängdläran) som utgick från mängdlogiken som aritmetikens vetenskapliga fundament. Förhoppningen var också att denna ämnesteoretiska grund på ett mirakulöst sätt även skulle utgöra den pedagogiskt bästa grunden för skolämnet matematik.

Förbereder och utgör en del av ett bildningsprojekt: Här är det "basala" kopplat till ett helhetstänkande vad gäller människans personlighetsdanande och bildning. Matematiken som mänsklig tankekonstruktion ställs i relation till människans övriga kulturyttringar historiskt och samhälleligt. Matematisk verksamhet lyfts också fram som ett egenvärde rikt på estetiska kvalitéer och upplevelser.

Förbereder och markerar en gräns för "normalitet": Det "basala" tänkandet, så som det t ex tar sig uttryck i uppnåendemål, kan också uppfattas som ett sätt att markera en nedre gräns för vad som ska anses vara " normalt ". Om en elev inte når dit motiveras plötsligt ett batteri av extra åtgärder och/eller medicinska diagnoser, typ "dyskalkyli". I vissa fall kan det också leda till olika former av utestängande, t ex då en elev ej når upp till grundskolans mål i kärnämnet matematik och därför ej blir behörig till nationella

gymnasieprogram. Denna typ av utestängning representerar en gammaldags "sorteringsskola" som kraftigt kritiseras i regeringens utvecklingsplan (Skr. 2001/02:188). I kombination med andra motiv för basfärdigheter, t ex för medborgarskap och yrkesliv, ges också indirekt signaler till eleven om en avvikelse från "det normala". Att matematik är ett av skolans kärnämnen ger detta budskap till eleven dessutom en extra dimension.

Ovanstående olika syften, mål och motiv som kan relateras till "basfärdigheter" och "baskunskaper" återfinns direkt eller indirekt i våra styrdokument och i skoldebatten. Vissa av målen och motiven överlappar varandra medan andra lätt hamnar i konflikt eller är motsägande. Förrådiskt är också "hoppandet" mellan olika innebörder av termerna i debatten och i skolpraktiken. Så kan t ex vissa ungdomar få en undervisning som pedagogiskt syftar mot högre studier i skolämnet, medan andra ungdomar får undervisning som huvudsakligen syftar på medborgarskap, vardags- och yrkesliv, men i båda fallen med hänvisning till "basfärdigheter". Detta kan innebära en "inläsning" av vissa individer så att de i praktiken utestängs från högre studier och får stora svårigheter att bedriva studier som vuxna. På motsvarande sätt kan kanske vissa individer med inriktning mot högre studier utestängas från de mer medborgerliga aspekterna av ämneskunnandet. Det är t ex inte ovanligt att lärare i NV-klasser på olika sätt annonserar att statistikdelen i kursen är ointressant och oväsentlig.

Det räcker inte att konstatera att alla individer skall ha basfärdigheter och baskunskaper i matematik. Vad menar vi med dessa uttryck? Kommer individer i praktiken att få olika "basfärdigheter" som kanske innebär skolmässiga eller samhällsliga inläsningar för vissa av dem i perspektivet ett livslångt lärande? Är det matematikinnehåll vi idag mer eller mindre vagt och implicit föreställer oss i samband med dessa termer verkligen relevant för framtidens skola?

Matematikkunskaper enligt läro- och kursplaner

Själva matematikkunnandet vad gäller basfärdigheter och baskunskaper har som nämnts av tradition identifierats med konsten att utöva de fyra räknesätten och de algoritmer och procedurer som hör till dessa. Manipulation av symboler och automatisering av beräkningar har setts som en viktig del av ett "basalt" kunnande. För senare stadier har ibland tillagts procedurer för ekvationslösning och grundläggande kunskap i algebraiska omvandlingar av uttryck.

I kontrast till detta synsätt betonas idag också förståelse av vissa grundläggande begrepp och förståelse av matematikens "stora idéer". Utan kunskap om dessa stora idéer kommer matematiken att förbli oanvändbar och obegriplig, även om eleven är nog så skicklig algoritmiskt.

En annan liknande aspekt är att alla elever behöver få kunskap om vissa "tillväxtpunkter" som utgör pedagogiska fundament för vidare undervisning. Individer som inte har denna typ av kunskap förmår inte växa i sitt kunnande och kommer att få stora svårigheter om de i framtiden skulle vilja återuppta ett studium i matematik.

Skolämnet matematik har de senaste decennierna genomgått stora förändringar, speciellt i avseende på vad matematiskt kunnande bör innebära. Idag betonas i läroplanerna, både i Sverige och internationellt, förmågan att argumentera och kommunicera skriftligt och muntligt, att ställa upp och lösa problem, att modellera, att kunna värdera lösningsprocesser och resultat, att kunna genomföra projekt enskilt och i grupp med mera. Även kunnande om matematik uppmärksammas, tex kunskaper om matematikens roll i samhälle och vetenskap samt dess roll historiskt. Vidare betonas "numeracy", dvs förmågan att personligen vara "praktiskt matematisk" i den egna livsvärlden både vad gäller beräkningar och mer kvalitativa omdömen.

En diskussion kring baskunskaper i matematik måste även ta ställning till frågan vad som *inte* är baskunskaper i matematikkurserna. Är det inte baskunskap att kunna kommunicera matematik muntligt och skriftligt? Är det inte baskunskap att kunna lösa matematiska problem? Är det inte baskunskap att kunna hantera en vardaglig situation genom att konstruera en matematisk modell?

En särskild problematik finns i kursplanernas utformning där "ribban" läggs av uppnåendemål, vilka har fått en mer traditionell karaktär medan mål att sträva mot innehåller mer av de senaste decenniernas nytänkande vad gäller önskvärt kunnande. Det blir då lätt så att målen att sträva mot ses som "lyx" för duktigare elever, medan de "svaga" får ägna hela sin skoltid åt att försöka klara av just de traditionella mål av typ beräkningar och manipulativt handhavande av algoritmer, vilka explicit beskrivits som otillräckliga för framtidens skola och för det livslånga lärandet i formella, icke-formella och informella lärandemiljöer. Lika illa är att betygssättningen också för mer framgångsrika elever kan komma att relateras till de mer traditionella uppnåendemålen. Dessa mål blir som nämnts tidigare också viktiga signaler från samhället vad gäller definition av "normalitet", och ett misslyckande kan skapa en livslång matematikångest och en allmänt negativ självbild vad gäller förmåga till framtida studier.

Vad vill vi att även våra "svagaste" elever ska ha med sig som basala färdigheter ut i livet? Är det förmågan att kunna lösa ekvationer med x i båda leden, eller är det förståelse för matematikens stora idéer? Eller är matematikens roll i samhället idag och i förfluten tid väsentligare? Eller är ett skickligt handhavande av miniräknare mest väsentligt? Eller är det allra viktigaste att de bibehåller en lust att lära, så att de kanske vill studera mer matematik någon gång i framtiden?

Vilken bild av matematikämnet vill vi ge i perspektivet det livslånga och livsvida lärandet? Är det så att många vuxnas matematikångest inte är orsakad av matematikämnet som sådant, utan av den traditionsbemängda skolmatematiken? Måste den vuxne återvända till just denna matematik och dessa arbetsformer i det livslånga lärandet eller finns andra lösningar?

Kompetens och innehåll

Som tidigare nämnts har kunnande i skolmatematik ofta beskrivits i termer av "kunskaper och färdigheter", där kunskap inneburit förståelse och memorering av begrepp och teorier. Färdigheter har inneburit träning och automatisering av beräkningar, algoritmer och formelhantering.

I aktuell matematikdidaktisk forskning framstår matematikkunnande som en mer mångfasetterad och mångdimensionell generell kompetens innefattande såväl minneskunskaper som olika förmågor att aktivt hantera, berika och utveckla dessa kunskaper, vilket också återspeglas i våra svenska kursplaner i matematik. Även affektiva aspekter som självförtroende och tilltro till matematikens värde och tillämpbarhet kan involveras i denna generella och operativt inriktade kompetens.

Som exempel kan tas NCTM:s *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) där matematikkunnandet för hela ungdomsskolan beskrivs i termer av fem *processer* och fem *innehållsområden*, vilka följer eleven hela skolgången. De fem processerna är problemlösningsförmåga, argumentationsförmåga, kommunikationsförmåga, förmåga att se samband samt representationsförmåga. Dessa processer är dubbelriktade, dvs de används dels för att utveckla kunskap (jmf "kunskapande" i *Skola för bildning*) dels att använda kunskap. De fem innehållskategorierna är tal och operationer, algebra, geometri, mätning samt dataanalys och sannolikhet. Dessa är i sin tur indelade i sammanlagt sjutton underkategorier som går som "stråk" genom undervisningen från förskola till tolfte årskursen.

Ett annat exempel är de åtta *kompetenser* Mogens Niss (Niss, 2001a) beskriver som grundläggande för matematikkunnande, kompetenser som också uppmärksammas i PISA-projektets dokument. Niss hävdar att uppmärksammande av dessa kompetenser är nödvändigt för att kunna beskriva vad det innebär att behärska matematikämnet. Det är också nödvändigt för att kunna beskriva skolämnets *progression* och nivåer i ämneskunnandet, samt för att kunna jämföra olika kurser och nivåer. Jämförelser som enbart inriktar sig på kursens innehåll eller pensum är alltför ytliga och missvisande. Niss betonar också att förutom de åtta kompetenserna som har med handhavande att göra finns också en kompetens som har med *omdömesförmåga* att göra. Denna förmåga grundas på kunskaper om matematikens användning inom andra

verksamheter, kunskap om matematikens historia samt dess speciella karaktär som fackområde.

Kompetenserna kan dels användas *normativt* vid konstruktion av läroplaner, dels *deskriptivt* för analys av faktiska situationer. Dessutom kan kompetenserna fungera som *metakognitivt stöd* då lärare och elever reflekterar över undervisnings- och lärandesituationer i klassrummet.

Ytterligare exempel på kompetenstänkande finns i *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001) där kunnandet beskrivs som *mathematical proficiency* uppdelat i fem kategorier. Med denna term undviker författarna den traditionella dikotomin kunskap–färdighet och de mer eller mindre implicita föreställningar som vidhänger dessa termer. På motsvarande sätt skulle man för svenska förhållande kunna tala om "kunnande" istället för "kunskaper och färdigheter". Termen "kunnande" associerar också till idén om en övergripande kompetens som utvecklas hos individen och inte till en mer traditionell kunskapsyn där "kunskaper" ses som en uppsättning färdiga kunskapsbitar, som överförs med hjälp av läroböcker och undervisning.

En kritik av kompetensbegreppet är att dess innebörd är alltför instrumentell och pragmatisk; kunskap kan komma att innebära att praktiskt kunna hantera vissa specifika situationer för att med vissa medel nå vissa mål. En sådan insnävning av kunskapsbegreppet rimmar illa med skolans mål att ge bildning och kunnande för livet. Det är därför av stor vikt att inte kunskapsmålen för matematikutbildning uttrycks som långa specificerade "kompetenslistor", vilka i praktiken enbart skulle bli spegelbilder av forna matematikkursplaners pensumlistor. Istället måste det tydliggöras att matematiska kompetenser kan uppnås med delvis olika ämnesinnehåll och att kompetenserna är så *generella* att de är användbara vid ett möte med helt obekanta och oförutsedda situationer.

I (Abrantes 2001) analyseras kompetensbegreppet för matematikämnet i samband med det pågående utvecklingsarbetet av den portugisiska grundskolans läroplaner. I detta utvecklingsarbete har man tagit fasta på begreppet *essential competencies* för att markera mot de mer traditionella "basfärdigheter" och "baskunskaper". Abrantes hänvisar i sin redovisning av arbetet även till den franske matematikdidaktikern Perrenoud på följande sätt:

First of all, as Perrenoud (1997) observes, although there is a possible confusion with a behaviourist interpretation, the term 'competence' does not indicate some kind of specific behaviour that 'can be observed', neither does it refer to performance. In this author's view, competence is related to the process of activating resources (knowledge, skills, strategies) in a variety of contexts, namely problematic situations.

(s 130)

Abrantes framhäver också att kompetens kan ses som en personlig kvalitet eller ett sätt att vara. Förutom kunskap och förmågan att använda denna finns också ett *emancipatoriskt* element; en förmåga att reflektera över och hantera nya situationer som förutsätter någon form av självförtroende och autonomi.

Att fokusera ett baskunnande i matematik innebär både en identifikation av vissa delar av matematiken som "basal" och en avgränsning gentemot andra områden som varande mindre basala. På längre sikt måste också övergripande mål som demokratisk kompetens, livslångt lärande och bildning komma att påverka utformning och innehåll av kursplanerna i matematik. Detta är en komplex uppgift som bör relateras dels till våra svenska läroplaner i såväl ungdomsskola som vuxenutbildning men också till aktuell forskning och läroplaner i ett internationellt perspektiv. De tolkningar som görs måste vara öppna och dynamiska, så att inte en långsiktig satsning motverkas av slutna och föräldrade definitioner och synsätt eller ett statiskt förhållningssätt till aktuella läroplaner och kursinnehåll. En läroplan och dess terminologi utvecklar fortlöpande sitt meningsinnehåll med hjälp av de professionellas deliberativa samtal.

Baskunnande – operationella inriktningar

En satsning på att stärka elevers baskunnande i matematik bör inriktas på de önskvärda kompetenser som matematikutbildningen har som yttre och inre mål. Med yttre mål menas här de mål som relateras till miljöer i det livslånga och livsvida lärandet, dvs studier, yrkesliv, samhällsliv och privatliv i övrigt. De inre målen är relaterade till ämnets natur och karaktär och anger riktpunkter för ökad förståelse, färdighet och fördjupning i ämnet. Dessa kompetenser lyfts huvudsakligen fram i kursplanernas mål att sträva mot, och det är dessa mål som ska styra undervisningen och prägla lärandets inriktning.

Mål att uppnå i kursplanerna är inte en utgångspunkt eller en inriktning för undervisning utan bör enbart ses som en miniminivå vad gäller resultat, se *Grundskola för bildning* (Skolverket, 1996). Det stora flertalet elever kan och skall nå åtskilligt längre, se *Kommentar till grundskolans kursplan och betygskriterier i matematik* (Skolverket, 1997). En liknande inriktning på mål att sträva mot kan man se i avsnittet "Bedömning i ämnet matematik" i grundskolans kursplan i matematik samt i PRIM-gruppens analyschema för bedömning (PRIM-gruppen, 2000).

Baskunnandet i matematik belyses i denna rapport ur tre olika aspekter: som ett *livsprojekt*, som en *ämneskompetens* och som ett *ämnesinnehåll*. Dessa aspekter av kunnande går att återfinna i de svenska kursplanerna för grundskola och gymnasium och de får sin upptakt i förskolans läroplan. Aspekterna uppmärksammas och representeras här som operationella inriktningar. Dessa bör ses som olika samverkande sätt att

identifiera och förhålla sig till en önskvärd gemensam kärna av väsentligt matematikkunnande. De operationella inriktningarna är i sin tur preciserade i olika kategorier, vilka på motsvarande sätt bör uppfattas som olika samverkande delar av en större helhet.

Den centrala uppgiften är att utveckla individens baskunnande i matematik och här är givetvis lärarens baskunnande en kritisk faktor. All erfarenhet talar emellertid också för att övriga aktörer och intressenter bör ingå i ett större utvecklingsarbete. Sålunda bör skolledare och skolpolitiker informeras och engageras, liksom massmedia, näringsliv, fackförningsrörelse, politiska partier och övriga relevanta intressegrupper.

En särskild roll spelar också lärarutbildare i matematik, vilka ofta hamnar vid sidan om kompetensutvecklingsprojekt, samt *forskare* med matematisk eller matematikdidaktisk inriktning, vilka bör engageras på olika nivåer. De operationella inriktningarna skall ses som ett förslag, vilket fortlopande bör kritiskt diskuteras, utvecklas, förfinas och konkretiseras.

Matematikkunnande som livsprojekt

Kunnandet belyses här som ett antal "färdigheter för livet" i förhållande till skolmatematikens syften för medborgarskap, för yrkesliv, för bildning och för högre studier. Färdigheterna relateras till de lärmiljöer som uppmärksammats i *Det livslånga och livsvida lärandet* (Skolverket, 1999a) och *Memorandum om livslångt lärande* (Europeiska kommissionen, 2000) samt till värdegrunden, det deliberativa samtalet och begreppet demokratisk kompetens.

Demokratisk kompetens

För att individen ska kunna leva och verka i ett demokratiskt samhälle krävs goda kunskaper i matematik, dels för att kunna förstå och diskutera samhällsproblem inom t ex ekonomi och politik, dels för att få en bild av det matematiserade samhället. En del av den demokratiska aspekten är att alla samhällsmedborgare har rätt att få lära väsentlig matematik, inte bara en utvald elit. Den demokratiska kompetensen uppstår dock inte av sig självt bara för att individerna tillägnat sig vissa kunskaper och färdigheter. Om själva klassrumskulturen och arbetets organisation under lärandet är auktoritär och monologisk motverkas istället elevens demokratiska fostran.

Förmågan att kommunicera, att tro på och utveckla det förnuftiga samtalet, att själva ta ställning och att förstå andras skäl och argument är bärande demokratiska kompetenser som utvecklas då ett undersökande och argumenterande arbetssätt används i matematikundervisningen. Matematikundervisning behöver inte vara auktoritär utan kan ge många goda exempel på det förnuftiga samtalets kraft och möjligheter.

Individens demokratiska fostran motverkas också om det inte finns forum för att diskutera och påverka valet av läromedel, arbetssätt och innehåll i matematikundervisningen och i vidare mening skolsituationen i stort.

Det livslånga och livsvida lärandet

Ett baskunnande i matematik måste relateras till individens framtida formella, icke-formella och informella lärmiljöer. Vad gäller formella lärmiljöer så utgör baskunnandet grunden för vidare studier inom det formella utbildningssystemet. Baskunnandet är då relaterat till vidare studier i matematik eller till områden med matematiska tillämpningar. Vad gäller icke-formella lärmiljöer så relateras baskunnande till kommande yrkesliv och vad gäller informella lärmiljöer relateras till individens övriga vardagsliv och personliga livsvärld.

Det är här inte oproblemiskt huruvida man bör "yrkes- och vardagsanknyta" en given matematikkurs i det formella utbildningssystemet, eller införliva det faktiska matematikkunnande som redan finns (eller borde finnas) i dessa miljöer i de formella kursplanerna. Man måste här också ta ställning till i vilken grad ett baskunnande för vidare studier i matematik är innehållsligt förenligt med baskunnande för icke-formella och informella lärmiljöer. Ytterligare en problematik är här hur matematiklärande i icke-formella och informella miljöer ska kunna värderas och valideras relativt det formella utbildningssystemets krav.

Personlighetsdanande och bildning

Det moderna begreppet "bildning" inringar den personlighetsdanande delen av lärandet och betonar individens självutveckling i meningen *vem man är*. Detta till skillnaden från "utbildning" som mer fokuserar på kompetenser och färdigheter, *vad man kan*.

Ett tidigt försök att återuppliva bildningsbegreppet gjordes i *Skola för bildning* (SOU 1992:94), dock utan att få något större genomslag i skolvärlden. Idag finns indikationer på att bildningstanken åter lyfts fram kopplad till personlig intellektuell och etisk utveckling och ett aktivt medborgarskap. Dokument som uppmärksammar bildningstanken är tex propositionen *Vuxnas lärande och utvecklingen av vuxenutbildningen* (Prop. 2000/01:72), utredningen *Nya villkor för lärandet i den högre utbildningen* (SOU 2001:13), samt Högskoleverkets rapport *Core curriculum* (Högskoleverket, 2001). Även EU-kommissionens *Memorandum om livslångt lärande* innehåller skrivningar som talar för att det formella utbildningssystemet, innefattande även universitet och högskolor, i högre grad än idag bör främja individens personliga utveckling i ett bildningsperspektiv.

Matematikkunnande har sin givna plats i ett sådant bildningsprojekt och den matematiska dimensionen av tillvaron kan då bli en integrerad,

meningsfull och värderad del av den personliga världsbilden och det personliga förhållningssättet till livet. Att ägna sig åt matematiskt kunskapande har också hög grad av egenvärde vad gäller skönhetsupplevelser, upptäckarglädje och känsla av "skärpning" av intellekt, kreativitet och intuition, och bidrar på så sätt till den allmänt personlighetsdanande dimensionen i all skapande och kunskapande verksamhet.

Matematikkunnande som ämneskompetens

Kunnandet kan också belysas som ett antal kompetenser som utvecklas från förskola till gymnasium. Dessa kompetenser representerar här olika aspekter av ämneskompetens och bildar dessutom en helhet av den typ som finns i tex *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* (Kilpatrick et al., 2001) och i *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000). I Sverige har försök till en liknande generell kompetensbeskrivning gjorts i rapporten *Räcker kunskaperna i matematik?* (Högskoleverket, 1999) under beteckningen *matematisk mognad*.

De följande aspekterna av en generell ämneskompetens är en preliminär syntes gjord bland annat med hjälp av ovanstående källor och i konsistens med våra nuvarande läroplaner. De olika aspekterna är sammanvävda och beror av varandra och de samspelar även med affektiva aspekter som tex upptäckarglädje, lust och strävan, glädjen att behärska något samt estetiska upplevelser av matematikens skönhet och harmoni. Kompetenserna har en dubbel innebörd, dels som konsten att använda matematisk kunskap, dels som konsten att utveckla matematisk kunskap (jmf begreppet "kunska" i *Skola för bildning*).

Produktivt förhållningssätt: Att se matematik som meningsfull, användbar och värdefull, tillsammans med en stark tilltro till den egna förmågan att utöva matematik i vardagsliv, samhällsliv, kommande studier och yrkesliv. Denna kompetens utgör en självklar förutsättning för att ett matematikkunnande ska kunna vara ett livsprojekt.

Omdömesförmåga: Att kunna se matematikens roll, värde och egenvärde i ett historiskt, kulturellt och samhälleligt helhetsperspektiv samt att kunna se och bedöma matematikens användning inom andra verksamheter.

Begreppsförståelse: Att begripa innebörden av matematiska begrepp och operationer och kunna se hur dessa bildar sammanhängande nätverk.

Behärskande av procedurer: Att på ett flexibelt, precist och effektivt sätt tillämpa olika slags procedurer och algoritmer. Denna aspekt av kompetens är viktig inte minst i ett samspel med begreppslig förståelse och som en grund för problemlösning.

Kommunikationsförmåga: Att i tal och skrift och på andra sätt kunna diskutera och argumentera kring frågeställningar i matematik.

Problemlösningsförmåga: Att formulera, modellera, representera och lösa matematiska problem – såväl inommatematiska som från vardagsliv och tillämpningar i yrkesliv och andra ämnen.

Argumentationsförmåga: Att tänka logiskt och reflektera, samt förklara, troliggöra och berättiga matematiska påståenden.

Hjälpmedelskompetens: Att känna till och kunna använda miniräknare och andra hjälpmedel i vid mening där så är lämpligt samt känna till hjälpmedlens möjligheter och begränsningar.

Matematikkunnande som ämnesinnehåll

Kunnandet belyses här som en progression utifrån ett antal "stråk" som genomsyrar ämnet från förskola till gymnasium. Dessa stråk representerar centrala idéer och områden med progression och samband mellan stråken av den typ som finns i tex *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000). Att presentera ämnesinnehållet på detta sätt har flera fördelar, en är att visa på skolmatematikens centrala idéer, en annan att visa på progression och sammanhang från förskola till gymnasium, vilket tex kan minska friktionen vid övergång mellan olika stadier. Att utveckla matematisk kompetens kräver kunskap och färdighet vad gäller innehåll som metoder och teoribildning. Att få förståelse och se sammanhang vad gäller de innehållsliga stråken kräver i sin tur kompetens. Kompetens och kunskapsinnehåll står därför i ständig växelverkan. Följande struktur av "stråk" vilka är konsistenta med nuvarande kursplaner är en av många möjliga.

Tal och operationer: Att förstå innebörden av olika slags tal och olika sätt att representera tal, att förstå relationer mellan tal och talsystem, förstå innebörden av olika operationer med tal och hur dessa relateras till varandra, att kunna göra beräkningar flytande och göra rimlighetsuppskattningar.

Geometri och visualisering: Att analysera karakteristika och egenskaper hos två- och tredimensionella former och utveckla matematiska argument gällande geometriska förhållanden, att specificera läge och beskriva rumsliga relationer med hjälp av koordinatsystem och andra representationssystem, att använda symmetri och mönster för analys av geometriska situationer, använda visualisering, rumsligt tänkande och geometriska modeller för att lösa problem.

Sambandsrepresentationer och symbolförtrogenhet: Att förstå mönster, relationer och funktioner, att representera och analysera matematiska situationer och strukturer med hjälp av algebraiska symboler,

att använda och skapa generella matematiska modeller för att representera och förstå kvantitativa förhållanden, att kunna analysera förändring i olika sammanhang.

Mätning och enheter: Att förstå de mätbara egenskaperna hos objekt, att förstå enhetsbegreppet och samband mellan olika slags enheter och storheter, olika system för mätning och mätprocedurer, att tillämpa lämplig teknik, lämpliga verktyg och formler för att bestämma mått, att kunna resonera kring mätfel.

Statistik och sannolikhet: Att ha insikt om statistiska metoder att representera data, att kunna göra undersökningar och använda relevanta metoder, att kunna värdera statistiska undersökningar, metoder och resultat vad gäller användbarhet, att förstå och tillämpa grundläggande begrepp inom sannolikhetslära.

Att ta till sig matematiken

En fjärde aspekt av matematikkunnande skulle kunna vara att uppmärksamma och värdesätta matematiken som en kulturell och samhällelig företeelse, dvs istället för att betona kunskaper i matematik betonas här kunskaper om matematik. I artikeln "Why Teach Mathematics?" kategoriserar (Ernest, 2000) detta kunnande på följande sätt:

- att ha en kvalitativ förståelse av de stora idéerna inom matematiken, t ex symmetri, oändlighet, struktur, bevis, rekursion, kaos och slump
- att kunna förstå sambanden mellan matematikens huvudsakliga grenar och ha en bild av hur de hänger samman och beror av varandra i en större helhet
- att förstå att det finns olika uppfattningar om matematikens natur och att det finns kontroverser gällande ämnets grundvalar
- att vara medveten om hur och i vilken omfattning matematiskt tänkande genomsyrar vardagen och affärlivet, även om det inte kallas matematik
- att kritiskt förstå hur matematik används i samhället: att kunna identifiera, tolka, värdera och kritisera den matematik som ligger inbäddad i sociala och politiska system och strävanden, alltifrån marknadsföring till uttalanden från regeringar och intressegrupper
- att vara medveten om matematikens historiska utveckling och den sociala kontexten kring begrepp, symboler, teorier och problem inom matematiken

- att ha en känsla för matematik som en central del av kultur, konst och livet i stort, något som underbygger och berikar vetenskap, teknologi och alla aspekter av den mänskliga kulturen.

Ernest menar att om vi vill fostra demokratiska och kritiskt medvetna individer så måste denna typ av kunande uppmärksammas i mycket högre grad än vad som nu är fallet. Fortfarande betraktas matematikkunande såväl av allmänhet som i våra kursplaner som huvudsakligen en förmåga att genomföra olika typer av manipulationer och operationer med hjälp av matematiska symboler.

Matematikens relativa isolering från övrig kulturell verksamhet och kulturhistorik beskrivs av den danske matematikdidaktikern Morten Blomhøj som "ett hål i kulturen", en allvarlig brist på bildning hos medborgare vilka förväntas kunna hantera sitt liv i ett matematiserat och högteknologisk samhälle, se (Nissen & Blomhøj, 1994).

Lärare, lärarutbildare och övriga parter

Lärarna är givetvis nyckelpersoner i en satsning på matematiskt baskunande. Lärarna får inte abdikera från sin roll som ledare och mentorer. En alltför passiv lärarroll cementerar elevers olikheter vad gäller kunskaper och förmåga, och de svagaste tenderar att bli ännu svagare medan de duktigare inte får de utmaningar de behöver. Den passiva lärarrollen leder också lätt till ett individualiserat "räknande" där en traditionell och föräldrad kunskapssyn tar överhanden. En långsiktig satsning på att stärka elevers baskunande i matematik kräver aktiva och kunniga lärare som behärskar såväl sitt ämne som effektiva metoder att undervisa i ämnet. I Skolverkets omfattande kunskapsöversikt *Ekonomiska resursers betydelse för pedagogiska resultat* (Gustafsson & Myrberg, 2002) framhålls att lärarkompetensen är den enskilda resurs som har störst betydelse för elevers resultat. Detta gäller såväl ämneskompetens som pedagogisk kompetens. Eftersom många av de omfattande studier som rapporten refererar till haft elevers matematikkunande som en måttstock på effektiviteten får resultatet speciell relevans för utbildning och kompetensutveckling av lärare som undervisar i matematik. Effektiva lärare anpassar sin undervisning så att den passar olika elevers behov. De har tillgång till en bred repertoar av undervisningsmetoder och strategier som kan tillämpas på olika elevgrupper. De presenterar ämnet klart och entusiastiskt vilket skapar motivation genom att appellera till elevers nyfikenhet och intresse. Genom att visa på uppgifternas relevans och ställa mer komplexa frågor fångas elevernas idéer upp och vidareutvecklas. Välutbildade och erfarna lärare har alltså, enligt Skolverkets rapport, förmågan att skapa en didaktisk och stimulerande helhet av sitt kunande i olika undervisningssituationer.

Denna kunniga, effektiva undervisningsstil måste förstås också genomsyra våra lärarutbildningar både vad gäller utbildningens innehåll och lärarutbildarnas egen undervisning. Dessa lärarutbildare utbildar nästa generation av lärare och är dessutom oftast aktörer vid olika kompetensutvecklingsprojekt vilket gör dem till viktiga resurspersoner. Som tidigare nämnts är också läromedel, och därmed läromedelsförfattare, traditionsbärare som behöver uppmärksammas i ett utvecklingsarbete. Även kategorin forskare i tex matematikdidaktik och specialpedagogik kan innefattas som relevanta målgrupper. Följande aspekter på ett mångdimensionellt kunnande för lärare och lärarutbildare uppmärksammas i *Hur kan lärare lära?* (Mowitz, 2001):

- Djup kunskap om grundläggande matematik: läraren måste ha ett matematikkunskande som vida överskrider det önskvärda elevkunnandet både vad gäller djup och bredd, men som också är relevant i förhållande till skolmatematiken.
- Omfattande kunskap om didaktiskt effektiv matematik: kunskap om rika problem, lämpliga metaforer med mera.
- Allmän pedagogisk och matematikdidaktisk kunskap.
- Kunskap om de lärande och deras speciella svårigheter och möjligheter.
- Kunskap om kursplanerna i matematik vad gäller innehåll, mål och syften och möjligheter till matematikanvändning i andra ämnen.
- Kunskap om styrdokumentens innehåll, mål och långsiktiga syften och värderingar.
- Kunskap om metoder för utvärdering, bedömning och betygssättning som en del av lärandefrämjande.
- Kunskap om övrig skol- och lärandekontext och om aktuell debatt och utvecklingsarbete i skol- och ämnesfrågor.

Som tidigare uppmärksammats är det av avgörande betydelse att också lärarna själva uppfattar skolan som en lärmiljö där det är möjligt att föra deliberativa samtal med kollegor och skolledning. En auktoritär skolmiljö i stort med passiviserad och uppgiven personal smittar av sig på skolans klassrumsmiljöer och motverkar därmed elevernas demokratiska kompetens och försämrar klassrummet som lärmiljö. Detta är speciellt överhängande för ett ämne som matematik där undervisningen och dess planering redan av tradition har många auktoritära inslag.

En intressant sammanställning av vad en lärare behöver kunna gjordes av de tre brittiska matematikdidaktikerna Diana Coben, Alison Tomlin och Dhamma Colwell i (Coben, 2001). Sammanställningen avser speciellt vuxenlärare som undervisar i *adult numeracy*, dvs matematik för vardagsbruk för vuxna, och innehåller bland annat:

- förståelse för hur kulturella faktorer och språk påverkar sättet att närma sig matematiken
- att känna igen hur de olika sätt att uttrycka matematisk förståelse uttrycks, även kulturella skillnader i hur beräkningar utförs
- att inse vilken grad av precision som behövs för att lösa olika slags problem
- att kunna beskriva sinas egna tankeprocesser vid problemlösning
- att inse att det finns olika metoder för att lösa ett problem och att vara medveten om och respektera de lärandes metoder
- att vara medveten om det språk som används då man formulerar, betänker och löser problem samt formulerar svar
- medvetenhet om relationen mellan standardmatematikens bruk och vardagligt bruk av matematisk vokabulär
- kunskap om olika överslagsstrategier
- kunskap om hur olika matematikområden hänger samman
- att kunna kritiskt granska statistisk information.

Tanken är att denna sammanställning ska kunna vara ett stöd för den brittiska regeringens stora satsning *Skills for Life* (Department for Education and Skills, 2000), som syftar till att förbättra baskunskaperna hos 7 miljoner vuxna briter.

All erfarenhet talar också för att alla aktörer som är relaterade till och påverkar skolan skall engageras i en satsning på baskunnande. En satsning på elevers baskunnande måste också innebära att skolledare och skolpolitiker utförligt informeras och engageras. Även massmedia, näringsliv och politiska partier måste informeras och engageras i utvecklingsarbetet. Mer om denna systemiska ansats finns att läsa i *Hög tid för matematik* (NCM, 2001) och i *Hur kan lärare lära?* (Mouwitz, 2001) samt i text *Before It's Too Late* (U.S. Department of Education, 2000).

Blockeringar och motstånd

Lärares och deltagares berättelser

Vuxna människor har ofta ett känslomässigt förhållande till matematik som grundas i ungdomsårens upplevelser av skolmatematiken. Dessa känslor kan vara positiva eller negativa och av olika styrka. Lärare inom vuxenundervisning rapporterar ofta om den höga andel vuxenstudenter som har starkt negativa erfarenheter av och känslor kopplade till matematikstudier. För många lärare är detta fenomen en av de största utmaningarna att hantera då de möter en ny grupp deltagare. Känslorna tar sig ofta uttryck i blockeringar inför studier i ämnet och framträder inte sällan som oro, rädsla och ibland också ångest och panikkänslor. (Se t ex Evans, 2000; Gustafsson, 1998; McLeod, 1992).

I andra fall uppvisar vuxna ett avståndstagande från matematiken i form av ett aktivt motstånd mot att överhuvudtaget studera matematik eller erkänna att matematiken har något värdefullt att tillföra det dagliga livet. Matematik är något som hör till skolans värld och har liten relevans för den vuxnes civila liv och yrkesliv. Den vuxne anser att man på ett ansvarsfullt och kompetent sätt kan klara av att hantera sitt liv som samhällsmedborgare, konsument, familjeförsörjare och arbetstagare utan matematik eller med andra metoder än de som skolans matematikundervisning erbjuder.

Det kan mot denna bakgrund synas paradoxalt att vuxna som återkommer till studier ofta anser att matematik är ett viktigt ämne och att de är beredda att göra stora personliga satsningar och uppoffringar för att lyckas i sina matematikstudier. Till viss del kan detta förklaras med att vuxna vill ta revansch på tidigare misslyckanden. Den vuxne vill, inte minst för sig själv, visa att han/hon klarar av det som man misslyckats med under skolåren. Dessutom har matematikämnet fortfarande status och symbolisk betydelse i det allmänna medvetandet som andra ämnen inte har i samma utsträckning. Att lyckas i matematik anses fortfarande vara ett mått på intelligens. Det är lätt att göra kopplingar till forna tiders latinstudier och formaltbildningstanken, dvs att genom att öva matematik utvecklar man speciella tankeförmågor som får spridningseffekter också på andra områden. Denna uppfattning är väl förankrad i undervisningstraditionen. Matematiklärare framhäver t ex ofta matematikutövandets karaktär av en generell "mental träning" som ett argument för matematikstudier. I vilken utsträckning matematiken kan och skall ha denna roll har också under lång tid varit föremål för diskussion i forskarsamhället. Klart är att matematikundervisning inte med automatik leder till ett sådant resultat. Forskning och teorier om kunskapers överförbarhet

(”transfer”) och situationsberoende har visat hur komplext detta område är. Med utgångspunkt i denna forskning finns det ett stort behov av matematikdidaktisk forskning och utvecklingsarbete.

Ett vanligare skäl till att vuxna är beredda att ge matematiken ett stort utrymme i studierna är den betydelse ämnet har som kritiskt filter för att få tillgång till attraktiva arbeten eller utbildningar – dvs som förkunskap eller behörighetskrav. Andra motiv är att kunna stödja sina barn i deras matematikstudier.

Inte sällan uttrycker matematiklärare verksamma inom vuxenutbildningen att blockeringar och motstånd måste bearbetas innan något matematiklärande överhuvudtaget kan bli möjligt. Affektiva och kognitiva aspekter anses intimt relaterade till varandra. Aspekter som rör matematikundervisningens affektiva sidor är i hög grad närvarande i och påverkar klassrumsarbetet på olika sätt.

Orsaker till matematikblockeringar och negativa upplevelser

Vuxna deltagare anger – enligt våra erfarenheter – en rad skäl till negativa upplevelser av skolmatematiken och till att tidigare matematikstudier inte fungerat. Jämför (Emanuelsson, 1998) som tar upp varför lärarstuderande i början av sin utbildning anser det vara svårt att undervisa i matematik.

Läraren och dålig undervisning

Lärare som inte kan förklara eller som inte bryr sig om den studerande och dennes förutsättningar anges som en vanlig orsak. Inte sällan handlar detta om lärarens förhållningssätt till elever/deltagare, dvs i vilken utsträckning skolan förmår synliggöra individerna och få dem att känna sig delaktiga och engagerade i skolarbetet. Det är vanligt att deltagarna uttrycker respekt för en lärares ämnesteoretiska kunskaper men att undervisning handlar om att, på ett begripligt sätt, kunna förklara för andra. ”Han var säkert duktig i matematik men han kunde inte förklara för oss.” är en typisk och alltför vanlig kommentar, se också (Gustafsson & Myrberg, 2002).

Studietempo

Att undervisningen går för fort fram och att man, som elev, suttit med känslan att man inte förstår och inte hänger med i klassens tempo är en annan förklaring som ofta återkommer. Man tror sig vara ensam i denna situation och lägger då skulden på sig själv.

Tidigare i rapporten har vi refererat vuxenlärare som menar att det finns strukturella problem som gör att deltagarna tvingas studera matematik-

kurser i ett alltför högt tempo. Det är angeläget att dessa strukturella problem identifieras, studeras närmare och att bristerna åtgärdas.

Skolmatematikens karaktär och innehåll

Även matematiken i sig utpekas som orsak till att upplevelser av matematik kan bli negativa. Matematikens abstrakta karaktär och ett svår- genomträngligt symbolspråk nämns. Kanske handlar detta istället om brister i undervisningen – att man inte lyckas förklara matematikens idé, dess syfte och karaktär för eleverna?

I de fall matematiken pekas ut som orsak till problemen är det framförallt vissa områden som nämns. Exempel är negativa tal, ekvationer och algebra. Det abstrakta innehållet och svårigheten att se relevansen ur ett elev-/deltagarperspektiv upplevs som problematiskt. Eleverna efterlyser tydligare motiv till varför man skall lära sig ett visst ämnesinnehåll.

Den bild av matematikämnet som skolans undervisning erbjuder deltagarna beskrivs av många som ett tämligen ointressant dragglände med siffror. Bland annat anges brist på engagerande utmaningar som en orsak till att lusten att lära matematik minskat eller försvunnit. Undervisningen ger en alltför begränsad bild av vad matematik och matematisk aktivitet är. I kapitlet "Matematikkunnande för alla" diskuteras en vidgad syn på ämnet.

Det är viktigt att undervisningens innehåll relateras till deltagarnas livsvärld. På flera håll i världen har man under beteckningen "numeracy" utvecklat kursplaner i matematik som specifikt utgår från vuxnas kunskande, erfarenheter och behov. Det finns dock en risk i att alltför mycket betona matematikens nyttoaspekter och anpassning till deltagarnas livsvärld. En aspekt av utbildning är att utmana individens föreställningar och vidga gränserna för tänkandet. Det är en viktig komponent i bildningsbegreppet att utifrån det kända möta det okända och införliva detta i existerande tankestrukturer. På så sätt finns en bildningsaspekt i att ge individen tillgång till det kraftfulla redskap som matematiken utgör. Om nyttoaspekter alltför ensidigt betonas i matematikundervisningen missar man också att belysa matematiken som en viktig del av det mänskliga kulturarvet. Att ge matematiken liv genom att tex ge utrymme för att belysa matematikanvändning i andra kulturer och historiska skeden kan väcka "förundran och fascination" som i bästa fall påverkar lusten att lära matematik.

Arbetsformer/metoder

Matematikundervisningens arbetsformer anges ibland som orsak till att matematiken upplevs som meningslös eller rent av tråkig. Bristen på variation i undervisningen, tex att man sitter individuellt och arbetar

med uppgifter i en lärobok, utgör ett exempel. I preliminära analyser som vi gjort av kommunrapporterna från Skolverkets pågående kvalitetsgranskning av *Lusten att lära – med fokus på matematik* bekräftas denna bild.

Brist på självförtroende och tilltro till den egna förmågan

Vuxna deltagare ger ofta konkreta och känsloladdade beskrivningar av tillfällen då de kände att de tappade greppet eller tillfällen då de kände sig kränkta i skolan. Dessa känslor är starka och finns kvar mycket länge, i många fall hela livet. Åsenlöf (1999) har i en uppmärksam rapport givit röst åt några män som berättar om negativa upplevelser från tidigare skolår även om de inte explicit pekar ut skolmatematiken som orsak. Det är också ett väldokumenterat fenomen att vuxna som i arbetsliv och civilt liv uppvisar ett stort matematikkunnande inte är medvetna om detta eller att de menar att detta kunnande inte duger i ett skolsammanhang. Paldanius (2002) och Åsenlöf (1999) har visat att denna typ av argument, dock ej specificerat till matematik, utgör en viktig del av arbetslöshets skäl till att inte återvända till studier. Det förtjänar att påpekas att de refererade studierna visar att det finns ett maktperspektiv i vuxnas motstånd att delta i vuxenutbildning.

Negativa skolerfarenheter i ungdomsåren formar vuxnas självbild och tillit till den egna förmågan. En effekt av detta är att motivationen för studier och lusten att lära nytt senare i livet i många fall saknas eller är låg. Speciellt uttalat är detta för matematiklärandet.

Blockeringar och motstånd – mer kunskap behövs

Matematiklärandets affektiva aspekter och det faktum att många har negativa erfarenheter av matematikundervisning är dokumenterat i den matematikdidaktiska litteraturen. De affektiva aspekterna uppmärksammas med jämna mellanrum och utifrån olika utgångspunkter. Diskussionen har handlat om olika grupper – kvinnor, socialgrupper, etnisk/kulturella grupper – delaktighet och resultat i matematik och vilken betydelse attityder och andra affektiva aspekter spelar i detta sammanhang. I samband med att problemlösning har kommit i fokus i den matematikdidaktiska diskussionen har intresset återigen riktats mot de affektiva aspekterna. Speciellt har man diskuterat förhållandet mellan de affektiva och de kognitiva aspekterna som ett område där det behövs mer forskning. Forskningen har gått mot en mer kognitiv och kvalitativ inriktning varvid områdets komplexitet har blivit uppenbar. Slutligen har de affektiva aspekterna uppmärksammas i diskussionen om det livslånga lärandet där allt fler vuxna erbjuds tillgång till, och förväntas ta del av, högre studier. Speciellt har man frågat sig varför vissa

grupper är svåra att rekrytera till studier och vilken roll text blockeringar och motstånd spelar i detta sammanhang.

Den bild som framträder i lärarnas och deltagarnas berättelser bekräftas av forskning på området. Tidigare erfarenheter av skolmatematikens innehåll och arbetsformer har en avgörande betydelse för den vuxnes förhållningssätt och attityder till matematikämnet senare i livet. Lärarens/utbildningens förhållningssätt i mötet med eleverna/deltagarna har stor betydelse för viljan att återkomma till studier överhuvudtaget.

Det har visat sig i studier att vuxna som säger att de tidigare misslyckats med matematiken och som har låg tilltro till sin förmåga att klara matematikstudier som vuxen kan hantera situationer som kräver ett matematiskt kunnande i andra sammanhang. Forskning har visat att den matematik som används i dessa sammanhang på olika sätt skiljer sig från skolmatematiken. Se avsnittet "Vad vet vi om vuxnas lärande?". Att vuxna har ett informellt kunnande som fungerar i de sammanhang den vuxne verkar – familjeliv, yrkesliv, samhällsmedborgare, konsument/brukare – kan leda till ovilja eller motstånd att ta till sig de metoder som skolmatematiken erbjuder.

Motstånd kan för den enskilde individen också utgöra ett starkt hinder för lärande som måste övervinnas för att detta överhuvudtaget skall bli möjligt. Ett motstånd som inte leder någon vart riskerar annars att leda till försvar och blockeringar. Till skillnad från motstånd är försvar och blockeringar alltid något negativt eller begränsande i förhållande till lärandet. Detta är ett mycket vanligt och väldokumenterat fenomen i matematikundervisningen.

Situationer som upplevs som hotfulla och som inte leder till motståndsreaktioner kan leda till olika typer av försvarsmekanismer som i värsta fall leder till avvisande, blockeringar och rent av fobier.

Matematiken i det nationella styrsystemet för utbildning av vuxna

Kompetensgivande utbildning för vuxna anordnas i form av kommunal vuxenutbildning (komvux), vuxenutbildning för utvecklingsstörda (särvox) och svenskundervisning för invandrare (sfi). Komvux, särvox och sfi bildar det offentliga skolväsendet för vuxna. Komvux består av grundläggande vuxenutbildning, gymnasial vuxenutbildning och påbyggnadsutbildningar (<http://www.skolverket.se/vux/>).

Utbildningen styrs av skollag, läroplan och kursplaner med tillhörande betygskriterier. Utöver vad som föreskrivs i skollagen finns bestämmelser i särskilda skolformsförordningar som förordningen om kommunal vuxenutbildning och en särskild förordning om Kunskapslyftet.

Vuxenutbildning anordnas också i form av folkbildning genom folkhögskolor och studieförbund. Verksamheten regleras i särskilda förordningar.

Denna översikt omfattar matematiken inom grundläggande och gymnasial vuxenutbildning, särvox och den matematikutbildning som ges vid folkhögskolor och studieförbund.

Grundläggande vuxenutbildning

Enligt nuvarande programbeskrivning för den grundläggande vuxenutbildningen motsvaras utbildningen av den nioåriga obligatoriska grundskolan.

Utbildningen ska ge kunskaper som utgör en grund för samhällslivet, yrkeslivet och fortsatta studier. De förkunskaper som varje elev har bestämmer på vilken nivå studierna ska påbörjas. Studierna avslutas sedan när de individuella utbildningsmålen har uppnåtts. Eleven väljer själv studietakt, vilket gör att studierna kan kombineras med arbete eller praktik.

Studierna i den grundläggande vuxenutbildningen kan ge kompetens motsvarande grundskolans nio år. Så kallad grundskolekompetens för vuxna är ett slutbetyg med betyget godkänd i fyra kärnämnen: svenska eller svenska som andraspråk, engelska, matematik och samhällskunskap. Även andra kurser och ämnen kan ingå i ett sådant slutbetyg. Kommunen har skyldighet att erbjuda grundläggande vuxenutbildning till vuxna som inte har grundskolekompetens.

Eleverna skall efter fullföljd utbildning behärska grundläggande matematiskt tänkande och kunna tillämpa det i vardagslivet och i yrkeslivet. Gällande kursplan i matematik för grundläggande vuxenutbildning bifogas som *Bilaga 1*.

Den grundläggande vuxenutbildningen är föremål för reformarbete. Skolverket har nyligen lämnat en rapport till regeringen som ett resultat av ett uppdrag att analysera behovet av förändringar av betygssystem och andra regler inom grundläggande vuxenutbildning (Skolverket, 2002). I rapporten påvisas generella brister i det nationella styrsystemet för vuxenutbildning. Man menar bla att det utgår ifrån ett spegelperspektiv, dvs de olika delarna har skapats för att utgöra spegelbilder av utbildningar för barn och ungdomar.

En konsekvens av spegelperspektivet är att de olika utbildningarnas egenart har betonats på bekostnad av helheten och därmed flexibiliteten för den vuxne och möjligheterna att samordna och anpassa utbildningen till vuxna med varierande behov av kompetensutveckling.

(s 2)

Detta försvårar skapandet av en flexibel och individanpassad vuxenutbildning.

Vuxna behöver tex kunna koppla sina matematikstudier till andra lärområden eller kunskapsområden än de som är knutna till gymnasieskolans olika program.

Skolverket föreslår bla att det utvecklas nya kursplaner som bättre än de nuvarande beaktar den vuxnes behov, intresse och möjligheter att lära. Man föreslår vidare att studierna inte skall betyg sättas utan istället dokumenteras i form av intyg. Parallellt med det aktuella uppdraget har Skolverket påbörjat arbetet med nya kursplaner, bla i matematik.

Det är viktigt att den nya kursplanen i matematik beaktar och respekterar både innehåll i och former av kunnande som vuxna utvecklat, inte minst utanför organiserad utbildning. Därför får kursplanerna inte blir för detaljerade.

Vi delar Skolverkets uppfattning att man bör överväga om det behövs ämnesbetyg i den grundläggande vuxenutbildningen. Hur vuxnas matematikkunnande bedöms, värderas/valideras, dokumenteras och kommuniceras är en fråga av mycket stor vikt. Inte minst gäller detta affektiva aspekter som självkänsla, tilltro till det egna kunnandet och lusten att lära. För den aktuella gruppen vuxna torde dessa aspekter vara särskilt kritiska.

Arbetet med kursplanen i matematik för grundläggande vuxenutbildning aktualiserar frågan om behovet av permanent och långsiktig forskning och utvecklingsarbete kring kursplanernas funktion, innehåll och form. Vad skall vara föremål för utbildning i matematik – och varför? För vem – och vem bestämmer det?

Kursplanearbetet bör beakta såväl beprövad erfarenhet som aktuell forskning kring kursplaneutveckling i grundläggande matematik för vuxna och vuxnas lärande om och i matematik. Det bör kopplas till visioner om det livsvida och livslånga lärandet och nya kunskaper om betydelsen av informella och icke-formella lärandemiljöer. I rapporten *Hög tid för matematik* (NCM, 2001) har vi föreslagit ett sådant utvecklingsarbete. Vi hoppas att innehållet i denna rapport skall komma till glädje i det förestående kursplanearbetet.

Gymnasial vuxenutbildning

Den gymnasiala vuxenutbildningen och gymnasieskolan för ungdomar har samma läroplan. Från och med den 1 juli 2001 använder den gymnasiala vuxenutbildningen de kursplaner som gymnasieskolan använt sedan den 1 juli 2000. Vuxenutbildningen är likvärdig med utbildningen i ungdomsgymnasiet, men inte identisk. Den kommunala vuxenutbildningen är kursutformad och kurserna i de olika ämnena bygger på varandra. De vuxna elevernas kunskaper ska kompletteras i sådan omfattning att de har kunskaper av samma kvalitet som ungdomarna. Tyngdpunkterna i kurserna och deras innehåll och omfattning kan dock skilja sig från ungdomsgymnasiets kurser.

Studietakten och antalet ämnen liksom kombinationen av dessa bestämmer eleverna själva. Många läser bara enstaka kurser. De elever som har slutfört samtliga kärnämneskurser (600 gymnasiepoäng) och andra kurser, delkurser eller projektarbete som enligt kursplanerna uppgår till sammanlagt minst 1 750 gymnasiepoäng har rätt till slutbetyg från gymnasial vuxenutbildning (sammanlagt alltså 2 350 gymnasiepoäng) (<http://www.skolverket.se/vux/>).

Kursplanerna i matematik för gymnasieskolan och för den gymnasiala vuxenutbildningen har vi samlat i *Bilaga 2*. Matematikämnet kan få en större omfattning än vad kursplanerna visar för de elever som helt eller delvis väljer matematik som projektarbete. Det är valfritt om projektarbete tas med i slutbetyget eller om andra kurser räknas in i stället. Det omfattar 100 poäng och har särskild kursplan och särskilda betygskriterier.

Kommentar till gällande kursplaner i matematik

För grundskolan utgavs år 1997 en kommentar till kursplanen i matematik (Skolverket, 1997). Erfarenheter från användningen av denna kan ge en bra grund för utformningen av en övergripande kommentar för matematikämnet i förskola, skola och vuxenutbildning så som ämnet framträder i de nationella styrdokument. I samband med utvecklingen av gymnasieskolans kursplaner 2000 formulerades behov av kommentarer till förändringarna och stödjande texter för tolkning och genomförande.

Arbete pågår nu på NCM att utveckla en kommentar med bakgrund, motiv och problematisering av gällande ämnes- och kursplaner i matematik. Genom den pågående satsningen på vuxenutbildningen i matematik blir det möjligt att särskilt uppmärksamma vuxenperspektivet i detta arbete. Enligt planerna kommer materialet att finnas på nätet i början av 2003 och sedan i bokform.

Vuxenutbildning för utvecklingsstörda

I denna rapport behandlar vi inte frågor som specifikt rör särsvux. Vi vill dock nämna att nya kursplaner för gymnasienivån trädde i kraft 1 juli 2002. De nya kursplanerna i matematik finns i *Bilaga 3*. De omfattar en övergripande text för matematikämnet samt kursplaner och tillhörande betygskriterier för kurserna A och B (SKOLFS 2002:2). Kursplaner i matematik för den del av särsvux som motsvarar träningsskolan och grundsärskolan har ännu inte reviderats.

I detta sammanhang kan nämnas att en kommitté (Dir 2001:100) tillsatts för att se över den obligatoriska särskolan, gymnasiesärskolan och särsvux. Kommitténs övergripande uppdrag är att föreslå hur den framtida utbildningen bör utformas tex i fråga om mål, innehåll, organisation och personalens kompetens. Kommittén skall också ta ställning till om utbildningen för barn, ungdomar och vuxna med utvecklingsstörning skall ske inom särskilda skolformer (särskolan och särsvux) eller om grundskolan, gymnasieskolan och komvux på ett bättre sätt kan ge dessa elever en utbildning som svarar mot deras behov och förutsättningar.

Folkbildning

Folkhögskolor och studieförbund skall bla verka för att utjämna utbildningsklyftor, att höja utbildningsnivån i samhället och rikta sig till utbildningsmässigt, socialt och kulturellt missgynnade personer. Personer med utländsk bakgrund, deltagare med funktionshinder och arbetslösa utgör särskilt viktiga målgrupper för statens stöd.

Folkhögskolorna skall bla ge behörighetsgivande allmänna kurser, avsedda främst för dem som saknar grundskole- och gymnasieutbildning. Genom kravet på behörighet blir kursplanerna för grundläggande och gymnasial vuxenutbildning i praktiken styrdokument också för folkhögskolornas allmänna kurser.

Också folkbildningen är för närvarande föremål för en statlig utredning (Dir 2001:74 ; Prop. 2000/01:72).

Fem kritiska områden

Som framgår av den översikt och de analyser som presenterats i rapporten så är problematiken kring vuxnas matematiklärande mycket komplex. Vi vill särskilt uppmärksamma fem kritiska områden där forskning och utvecklingsarbete framstår som särskilt angelägna. De fem områdena överlappar delvis varandra och gränsar också mot andra områden som är av stort intresse.

Affektiva faktorer och vuxnas matematiklärande

De affektiva aspekterna av vuxnas matematiklärande diskuteras i denna rapport i termer av blockeringar inför och motstånd mot skolmatematiken. De starka negativa känslor många vuxna har inför matematikämnet kan ha stora konsekvenser för individens hela livssituation. Svårigheten att rekrytera deltagare till matematiska, naturvetenskapliga och tekniska utbildningar kan säkert delvis förklaras i ungdomars och vuxnas uppfattningar om och känslor för matematikämnet. Matematiklärandets affektiva aspekter har därmed också betydelse på samhällsnivå. Området är komplext och inte minst förhållandet mellan de affektiva och de kognitiva aspekterna av matematiklärandet behöver uppmärksammas.

En studie motsvarande den som Kent Åsenlöf (Åsenlöf, 1999) har gjort om Manfred, med fokus på vuxnas erfarenheter av tidigare matematikundervisning, kan ge värdefull kunskap om hur lärandet kan organiseras för denna angelägna målgrupp. Speciellt bör frågor om hur tidigare negativa erfarenheter av skolmatematiken påverkar viljan att återvända till studier och vad som kan göras för att vända en negativ inställning till studier och till matematik uppmärksammas.

Vuxnas informella matematiklärande

Forskning har visat att det är stor skillnad på det matematikkunnande som används i vardags- och arbetsliv och de metoder som används i skolmatematiken. Det finns också dokumenterat inomindividuella skillnader i hur individer klarar matematikrelaterade situationer utanför och i skolan. Formellt skolmatematiskt kunnande har visat sig vara en dålig mätare på hur individer klarar sig i miljöer utanför skola/utbildning. Det finns därför all anledning att uppmärksamma vuxnas informella matematikkunnande.

Finns det lärdomar att dra av hur vuxna lär i informella miljöer? Hur ser matematikanvändningen ut i de sammanhang i vilka vuxna agerar? Vilka metoder används? Vilket matematikkunnande utövas? Vilka kunskaper

behövs? Hur förhåller sig detta kunnande till skolmatematikens innehåll och former? Hur kan det kunnande som många vuxna har, och som gör dem kompetenta att klara vardags- och yrkeslivets krav, ge oss värdefull information för utveckling av kursplaner och undervisningsinnehåll i matematik för vuxna – och i förlängningen också för ungdomsskolan?

Validering av vuxnas matematiklärande

Vi vet att vuxna som återkommer till studier har ett informellt matematikkunnande. Vi vet också att detta kunnande möjliggör för individer att hantera varierade och komplexa situationer. Studier visar också att detta kunnande varken av individen själv eller i utbildning uppmärksammas och värdesätts. Både för den enskilde individen och för samhället är detta olyckligt av flera skäl. Valideringsproblematiken är ett område där flera av vuxenlärandets kritiska områden möts. Det är därför av stor praktisk och strategisk betydelse hur valideringen av vuxnas lärande sker.

Är de formella matematikkraven från olika avnämare rimliga? Finns det omotiverade krav som sorterar och utestänger människor i onödan? Hur kan valideringsarbetet utvecklas så att det mera fokuserar på rekrytering och stöd och mindre på rangordning och utestängning? Frågan om valideringens syfte och i vems intresse den sker behöver problematiseras. Det finns en uppfattning om att validering av matematik är oproblematiskt. Detta grundar sig i att validering av tradition endast sker mot existerande kursplaner i matematik. Ökad kunskap om vuxnas informella kunnande och den problematisering av matematikämnet och baskunnande i matematik som sker i denna rapport ger incitament till fördjupade studier av valideringsproblematiken.

Bildning – matematikkunnande som livsprojekt

Är matematik ett ämne för bildning? Ett modernt bildningsbegrepp håller på att ta form, se tex *Core curriculum – en bildningsresa* (Högskoleverket, 2001). En skola som bygger på en instrumentell kunskapsyn med specifika kurser inriktade mot framtida avnämares föreställda behov ter sig allt mer föråldrad. Istället behöver individen ett bredare kunnande för att möta en snabbt föränderlig och icke förutsägbar framtid. Metaforen att "anpassa sig till framtiden" får ge vika för bilden av en kritisk och kreativ människa som medskapar sin framtid inom kultur, samhälle och näringsliv. I avsnittet "Learning to be", en av "four pillars of education" i rapporten *Learning: The Treasure within* (International Commission on Education for the Twenty-first Century, 1996), betonas vikten av att utbilda människor så att de får en bred kulturell kompetens så att de med fantasi och kreativitet kan möta och hantera sin framtid. Vilken roll kan ett kunnande i och om matematik spela för denna bildningsresa för barn, ungdomar och vuxna?

Kursplaneutveckling i matematik

I kapitlet om matematik i det nationella styrsystemet för utbildning av vuxna har vi sammanfattat utvecklingsläget för gällande kursplaner inom den kommunala vuxenutbildning, sårvux och situationen för folkhögskolan. Vi har i andra delar av rapporten försökt lyfta fram vikten av ett bredare och djupare utvecklingsarbete, både på kort och på lång sikt. Närmast gäller det kursplanen för grundläggande vuxenutbildning och lite senare de gymnasiekursplaner som skall tas fram som ett resultat av gymnasiekommitténs förslag. Vi vill särskilt betona vikten av satsningar på permanent och långsiktig forskning och utvecklingsarbete när det gäller kursplaner och kommentarer, se (NCM, 2001).

I Skolverkets rapport om analys av behovet av förändringar av betygssystem och andra regler inom grundläggande vuxenutbildning (Skolverket, 2002) påvisas generella brister i det nationella styrsystemet för vuxenutbildning, brister som försvårar skapandet av en flexibel och individanpassad vuxenutbildning.

Dessa problem är viktiga att beakta när man diskuterar behovet av särskilda kursplaner och bedömningsystem för vuxenutbildningen. Det gäller också den kritiska frågan om vilka möjligheter att lära detta innehåll – inte minst studiernas omfattning i tid – som i realiteten erbjuds den vuxne. Just tidsanvändningen är fn föremål för Skolverkets kvalitetsgranskning – tillsammans med lusten att lära matematik – och slutrapport väntas hösten 2002.

Till sist vill vi också betona att de fyra tidigare områden som berörts har stor relevans också för kursplanearbetet:

- Hur ska vi i våra kursplaner kunna stärka lusten att lära i perspektivet ett livslångt lärande?
- Hur ska vi i våra kursplaner kunna ta vara på kunskaper om och relatera till vuxnas informella lärande?
- Hur ska validering, betygsättning och bedömning i kursplanerna på ett flexibelt sätt relateras till olika former av ungdomars och vuxnas lärande och kunnande?
- Hur ska vi utforma läro- och kursplaner så att de genomsyras av ett modernt bildningstänkande?

Trots att de kritiska områden som beskrivits ovan redan tidigare belysts i såväl forskning som utvecklingsarbeten menar vi att mycket långsiktigt arbete återstår att göra. Det är således inte bara vuxnas matematiklärande i allmänhet som bör betraktas som livslångt och livsvitt utan även forskningen kring vuxnas matematiklärande. Det är författarnas förhoppning att denna rapport ska kunna bidra till att ge viss näring och bäring för ett sådant fortlöpande forskande och utvecklande arbete.

Inledning

Denna del av rapporten är operativt inriktad och innehåller dels en beskrivning av regeringens utvecklingsplan för kvalitetsarbete i förskola, skola och vuxenutbildning med fokus på det strategiska matematikområdet, dels en översikt av de konkreta insatser som NCM redan idag har resurser att genomföra med perspektivet vuxnas matematiklärande.

Av stor betydelse för ett framtida utvecklingsarbete är att stimulera och samordna lokalt utvecklingsarbete och skapa nätverk och samarbete med olika högskolemiljöer, t ex de i Linköping, Kristiansstad och Jönköping. NCM har också goda och utvecklande kontakter med flera internationellt ledande organisationer inom området.

Utvecklingsplan för kvalitetsarbete i förskola, skola och vuxenutbildning

Den 27 maj presenterade utbildnings- och forskningsminister Thomas Östros *Utbildning för kunskap och jämlikhet - regeringens utvecklingsplan för kvalitetsarbete i förskola, skola och vuxenutbildning* (Skr. 2001/02:188). Här presenteras ett samlat program för de närmaste årens arbete inom skolområdet. Till "Strategiska utvecklingsområden" hör att en nationell utvecklingsplan för matematik från förskola till högskola bör utarbetas:

Regeringens bedömning: En nationell handlingsplan för matematik från förskola till högskola bör utarbetas, bl.a. för att öka intresset för fortsatta studier inom områden som, naturvetenskap och teknik. Regeringen avser att tillsätta en delegation för att leda arbetet med att utarbeta handlingsplanen. Regeringens ambition är att svenska elevers resultat i matematik vid internationella jämförelser skall vara ledande.

Regeringen betonar vikten av goda kunskaper i matematik, både för elevers personliga utvecklings skull och för att samhället behöver fler medborgare med gedigen matematisk, naturvetenskaplig och teknisk utbildning. Satsningar kan väntas för ökad intagning till naturvetenskapliga och tekniska gymnasie- och högskoleutbildningar och för att öka antalet lärare i matematik, naturvetenskapliga ämnen och teknik. Dessa måste kompletteras med insatser för att skapa intresse för och lust att lära matematik tidigt i förskolan och skolan.

Det påpekas att flickor i alltför hög utsträckning väljer bort matematik och det naturvetenskapliga fältet. Det är angeläget att flickors intresse uppmuntras och uppmärksammas.

Den delegation som ska utses för att ta fram en plan för det fortsatta arbetet skall särskilt beakta det arbete som bedrivs vid NCM och bli redovisat i rapporten *Hög tid för matematik* (NCM, 2001). Delegationen skall samarbeta både med den nya myndigheten för skolutveckling och med NCM.

NCM noterar med tillfredsställelse den höga ambitionsnivån och ser fram mot att nu få arbeta offensivt vad gäller den fortsatta utvecklingen av svensk matematikutbildning. NCM har en varierad verksamhet med omfattande kontakter med elever, lärare, skolor och högskolor som ger oss intressanta inblickar i möjligheterna att få till stånd utveckling av

svensk matematikundervisning. Vi har en positiv syn på potentialen i vårt utbildningssystem och är optimistiska till att via uthålligt och långsiktigt arbete lyfta svensk matematikutbildning till god internationell klass.

Det specifika uppdrag vi har när det gäller vuxnas matematiklärande gör det möjligt för oss att särskilt uppmärksamma denna i det kommande samarbetet med delegationen – på ett sätt som annars inte hade varit möjligt.

NCM:s insatser och resurser för att främja vuxnas matematiklärande

I denna rapport har vi uppmärksammat och problematiserat ett antal områden relevanta för vuxnas matematiklärande. Hit hör till exempel förhållandet mellan skolmatematiken och den vuxnes informella kunskande, behovet av validering av vuxnas reella matematikkunskande och kompetens, den vuxnes specifika behov av relevans och meningsfullhet, lusten att lära i relation till matematikångest och det livslånga och livsvida lärandet, behovet av en problematisering kring matematikkunskande i kunskapssamhället relaterat till långsiktig kursplanutveckling, matematik som en röd tråd från förskola till vuxenutbildning med hänsyn till vuxnas behov av särskilda kunskaps- och lärområden, utvecklandet av ett modernt bildningsbegrepp där matematiken utgör en naturlig del samt en mängd andra kritiska och utvecklingsbara områden. Sammantaget visar rapporten en mångdimensionell bild av matematiklärandet för vuxna, en bild som visar på både svårigheter och möjligheter samt en enorm utvecklingspotential.

De utvecklingsinsatser som vi beskriver i detta avsnitt skall tolkas mot denna bakgrund. Vår ambition är att de aspekter och frågeställningar vi lyft fram som angeläga att beakta – såväl på lokal och som central nivå – skall vara vägledande för de olika insatserna.

Nämnamnaren

Nämnamnarens verksamhet är en central del av NCM. Den riktar sig till lärare, lärarstudenter, lärarutbildare, forskare, skolledare och personal med ansvar för grundutbildning, kompetensutveckling och utvecklingsarbete i matematik. Verksamheten omfattar i huvudsak följande delar:

- Tidskriften Nämnamnaren
- Nämnamnaren på nätet
- Bokserien Nämnamnaren *TEMA*
- Stöd till lokal kompetensutveckling
- Kängurutävlingen

Tidskriften *Nämnamnaren*, grundad 1974, utkommer med fyra nr per år och har fn en upplaga på ca 5 500 ex. *Nämnamnaren* skall stödja och medverka till en förbättrad matematikutbildning i för-, grund- och gymnasieskola samt vuxenutbildning.

Nämnamnaren har som mål att:

- utveckla, publicera och kommentera beskrivningar och resultat från lärares beprövade erfarenhet, och från utredningar och vetenskapliga studier av utbildning i matematik på olika stadier och platser i Sverige
- följa och rapportera om den internationella utvecklingen av matematikundervisningen
- stödja utvecklingen av ett professionellt språk och ett professionellt förhållningssätt till kunskapsutveckling bland alla som arbetar med matematikutbildning.

Genom *Nämnamnaren*s spridning i landet vet vi att artiklar som publiceras i tidskriften läses av många lärare, skolledare, ansvariga för pedagogisk utveckling mfl. Med stöd av den aktuella vuxsatsningen har vi därför intensifierat vårt arbete med att få fram artiklar från verksamma vuxlära- re, skolledare och forskare som kan berätta om sitt arbete och stimu- lera till en förbättrad matematikundervisning. Det finns ingen tradition bland lärare att dokumentera sitt utvecklingsarbete i skrift. Det kommer därför att ta tid att få fram artiklar inom det aktuella området i den omfattning som vi eftersträvar.

En genomgång av de senaste tre årens nummer av *Nämnamnaren* visar att det trots allt finns flera artiklar med ett innehåll som riktar sig till vuxlära- re i matematik. I senaste numret av tidskriften skriver tex en komvuxlära- re om en lokal kurs i algebra med syftet att ge fördjupning och breddning av gymnasiekunskaper för vuxenelever (Pehrson, 2002). Förväntningar, motiv, innehåll och resultat visar möjligheterna att höja kunskapsnivån. Andra exempel är "Ny, spännande pröveform" (Øde- gaard, 2001) och "Kriminellas matematikerfarenheter" (Malm, 2000).

Många artiklar i *Nämnamnaren* borde genom sitt innehåll kunna stimu- lera och inspirera vuxlära- re i matematik även om författarna baserar sina bidrag på erfarenheter av andra elevgrupper. En viktig uppgift vi har framför oss är därför att få fler vuxlära- re i matematik att upptäcka värdet av att använda *Nämnamnaren* som en del av innehållet i en kontinu- erlig kompetensutveckling.

Nämnamnaren på nätet

Nämnamnarens databas innehåller sammanfattningar av 2 300 artiklar. Databasen ger möjlighet att få överblick över publicerade artiklar inom olika områden för att ta fram kurs- och referenslitteratur för t ex kompetensutveckling och lärutbildning. Ovanstående exempel på artiklar med fokus på vuxnas matematikstudier har tagits fram via sökning i databasen.

Det finns även möjlighet att ta del av *Uppslaget*, *Problemafdelningen* och *DPL*, *Dialoger om problemlösning*. Man kan också läsa om *Kängurutävlingen*, med roliga och utmanande problem att arbeta med.

Nämnamnaren *TEMA*

Nämnamnaren *TEMA* är en bokserie kring valda områden. Böckerna innehåller artiklar och texter för lärares fördjupning, elevuppgifter att pröva i klassen, studieuppgifter för diskussioner i arbetslag eller studiecirkel samt litteraturförslag för vidare läsning.

- *Matematik – ett kärnämne*, 1995. Om svårigheter och möjligheter i undervisningen vid övergången från högstadiet till gymnasiet.
- *Matematik – ett kommunikationsämne*, 1996, tar upp grundskolans matematikundervisning och exempel med anknytning till nyheter i kursplanen till Lpo 94.
- *Algebra för alla*, 1997. Alla har glädje av algebraiskt tänkande som verktyg vid generaliseringar, problemlösning samt beskrivning av mönster och samband. Boken är tänkt för alla lärare – från förskola till högskola.
- *Matematik från början*, 2000, behandlar inledande matematikutbildning med intressanta studier och matematikaktiviteter för förskola, förskoleklass och tidiga årskurser.
- *Uppslagsboken*, 2002, innehåller 50 utvalda matematikaktiviteter med anvisningar för klassrumsanvändning och fördjupning för grundskolan och början av gymnasieskolan. De har valts och redigerats med tanke på kursplanernas "Mål att sträva mot".

Vi vet att flera av dessa böcker med framgång används av vuxlärare. Detta är inte så konstigt eftersom kursplanen för den grundläggande vuxenutbildning bygger på grundskolans kursplaner och gymnasiet kursplaner också gäller för komvux. Vi tror ändå att det behövs en kommentar till böckerna där man pekar på vilka avsnitt som är särskilt lämpade för den aktuella målgruppen. Samtidigt diskuterar vi möjligheter att ta fram en särskild *TEMA*-bok om undervisning och lärande i matematik med fokus på vuxna.

Regeringen har för innevarande år avsatt 30 milj för kompetensutvecklingsinsatser kring betygssättning och kunskapsbedömning. Samtal har inletts med Skolverket om medel från denna satsning till en ny Nämna-*ren*TEMA-bok som skulle kunna tas fram i samarbete med de ansvariga för våra nationella prov i matematik, PRIM-gruppen (Stockholm) och Enheten för pedagogiska mätningar (Umeå). Denna bok skulle bli kunna ge råd och stöd i den viktiga frågan om hur man kan validera vuxnas kunskande i matematik, särskilt sådant kunskande som utvecklats utanför organiserad utbildning och som är viktigt att beakta vid frågor om effektivisering av vuxenutbildning, behörighetsfrågor och som underlag för en bättre deltagaranpassad undervisning. Som vi redan nämnt är frågan om validering för närvarande ett stort intresse inom vuxenutbildningen (se t ex Skolverket, 1999b; SOU 2001:78).

Innehåll och former för kompetensutveckling

Detta område utvecklas kontinuerligt. Bl a pågår pilotförsök med lokal kompetensutveckling med hjälp av tidskriften, Nämna-*rens* databas och Nämna-*ren*TEMA i flera kommuner, med stöd av lokala resurspersoner i kontakt med Nämna-*rens* redaktion. Dessutom pågår arbete med att ta fram modeller för ett mer utvecklat samarbete med kommuner som har ambitionen att utveckla sin matematikundervisning. Under det kommande läsåret skall vi försöka få till stånd ett motsvarande arbete med vuxlärare i några kommuner och vid några folkhögskolor. Vi hoppas samtidigt få förslag till hur tidskriften kan utvecklas så att den bättre än i dag kan svara upp mot vuxlärares behov och intresse.

Kängurutävlingen

Tredje torsdagen i mars varje år genomförs den stora internationella matematiktävling som i Sverige fått namnet *Kängurutävlingen – Matematikens hopp!* I de flesta andra länder kallas den *Kangourou des Mathématiques*, det franska namnet. Svenska arrangörer är Kungliga Vetenskapsakademien, KVA i samarbete med NCM.

Den främsta avsikten med Kängurutävlingen – Matematikens hopp är att stimulera intresset för matematik. I årets tävling, som innehöll tre tävlingsklasser, var 130 000 elever från åk 3–9 i 2000 skolor anmälda. Tävlingsmomentet tonar vi ner. Vi delar inte ut centrala priser. Vi hoppas och vet att problemen inte bara används under tävlingsdagen, utan att dess möjligheter kommer undervisningen till glädje även efteråt tex genom lösning och diskussion i grupper och klasser. I de häften vi ger ut för de olika tävlingsklasserna finns speciella råd och förslag gällande uppföljning. Information och rapportering om tävlingen ges kontinuerligt i tidskriften Nämna-*ren* och på Nämna-*rens* hemsida.

Redan i dag kan uppgifterna i tävlingshäftena – och tillhörande förslag till hur man kan arbeta vidare – med fördel användas också inom vuxenutbildningen, särskilt inom grundläggande vuxenutbildning och de första gymnasiekurserna i matematik. På Nämnares webbplats finns en särskild Kängurusida där man bla fritt kan ladda ner uppgifter från tidigare genomförda tävlingsomgångar.

Inför nästa tävlingsomgång kommer vi att ge riktad information till matematiklärare inom den kommunala vuxenutbildningen och folkbildningen om möjligheten att delta i denna tävling.

NCM:s och Nämnares nya webbplatser

Under vintern och våren har arbete pågått med att på olika sätt förändra och förbättra våra webbplatser, se <http://ncm.gu.se/>. Det är både en teknisk uppgradering och en utveckling av våra tjänster för att bättre kunna möta de ökade krav som ett snabbt växande antal besökare ställer. För NCM:s webbplats gäller även att layouten har förändrats. Vårt materiel har också i viss mån strukturerats om. Vi hoppas att detta kommer att leda till bättre fungerande webbplatser.

Genom utvärderingar vet vi att många vuxlärare besöker våra webbsidor. Det man nämner särskilt är sidorna för *Nämnares*, *Aktuellt*, *Konferenser* och *Litteratursökning*. Mycket arbete återstår dock för att vi skall vara nöjda. Vi har börjat bygga upp en särskild sida om vuxenutbildning i matematik. Detta utvecklingsarbete kommer att prioriteras under det kommande läsåret.

På NCM:s webbplats finns en särskild sida för diskussionsgrupper. Dessa grupper bildades vid Matematikbiennalen 2000. En av grupperna har rubriken *Vuxna lär matematik*. Syftet är att diskutera matematikundervisning och matematiklärande ur vuxnas perspektiv. Begreppet vuxna begränsas här till att omfatta studerande inom kommunal vuxenutbildning, folkbildningens organisationer och studerande på kurser inom Kunskapslyftet upp till gymnasienivå. Genom valet av rubriken "Vuxna lär matematik" (VLM) har vi velat betona att vuxnas matematiklärande inte enbart sker genom undervisning. Vuxnas "informella strategier" behöver uppmärksammas i större utsträckning. Valet anknyter också till *ALM, Adults Learning Mathematics – a Research Forum*.

Vi vill att särskild uppmärksamhet ägnas åt vuxenaspekter på undervisning och lärande och vi vill problematisera matematikundervisning ur ett vuxenperspektiv. Syftet med diskussionsgruppen är bland annat att skapa personliga kontakter för kunskaps- och erfarenhetsutbyte, samt informera om och vara en lobbygrupp inom området VLM. Gruppen kan också inventera behovet av utvecklingsarbete och forskningsresurser och vara en bro mellan "teoretiker" och "praktiker" samt vara en resurs för lärare inom vuxenområdet. En internationell förebild med

denna funktion är *ANN* (*Adult Numeracy Network – Numeracy list* <http://www.nifl.gov/nifl-ann/>) som verkat i många år.

De frågor och problem som formuleras här kan systematiskt bearbetas i syfte att ringa in områden som upplevs som problematiska i något avseende. Fortsatt kommunikation kan också ske via seminarier, fortbildningskurser, SMaL:s sommarkurser, biennaler och biennetter och bevakning av internationella fora. Diskussionsgruppen kan också, med bistånd från NCM, ge viss service i form av distribution av artiklar med mera.

Tyvärr har det varit svårt att få igång en diskussion – trots stort intresse vid biennialerna. Våra erfarenheter delar vi med ansvariga för övriga diskussionsgrupper och andra liknande diskussionsfora. Under det kommande läsåret skall vi försöka hitta nya vägar att få igång diskussionslusten bland landets vuxlärares.

Nationella referensbibliotek och läromedelsbibliotek

NCM:s referensbibliotek är ett specialbibliotek för matematikdidaktisk litteratur. Mindre samlingar finns även inom ämnena matematik och pedagogik. Bibliotekets bestånd är sökbart i LIBRIS. Under det gångna året har vi kompletterat våra samlingar med den nationella och internationella litteratur som vi känner till inom det aktuella vuxenutbildningsområdet. På bibliotekets hemsida finns särskild information om nyförvärv och de tidskrifter vi prenumererar på.

Även vårt läromedelsbibliotek utvecklas som planerat. Flera lärargrupper har besökt biblioteket. Reaktionerna har varit mycket positiva, speciellt gäller detta våra "hands-on"-aktiviteter. Delen med aktuella svenska läroböcker börjar bli komplett, även för läromedel speciellt skrivna för vuxna. I detta sammanhang kan nämnas att vi på uppdrag av Skolverket arbetar med ett förslag på kriterier till stöd för lärare som skall välja matematikläromedel.

Rådgivning och utvecklingsstöd till lärare, skolor, kommuner och högskolor

Vår rådgivningsverksamhet är omfattande och växande. Det gäller såväl studiebesök som telefonrådgivning och kontakter via e-mail. Som exempel kan nämnas de råd vi givit till Åsö gymnasium i samband med deras planering och genomförande av två rikskonferenser.

Vuxenutbildning i tiden. Inspirationsdagar
Stockholm 13–14 juni, 2002

Vuxenmatematikdidaktiskt seminarium inom projektet
"Att lyckas med matematikstudier som vuxen" – Algebra
Stockholm, 8–9 augusti, 2002

Information om dessa konferenser liksom aktuell information om andra konferenser om undervisning och lärande i matematik – svenska, nordiska och internationella – finns på NCM:s webbplats: <http://ncm.gu.se/>

Vi bedriver också olika kompetensutvecklingsprojekt för matematiklärare. Avsikten är, förutom att fungera som hjälp och stöd, att samla erfarenheter genom att pröva och utveckla varierande modeller för kompetensutveckling. Denna praktiska kunskap kan sedan utnyttjas och användas av kommuner, utbildningsanordnare och skolor som planerar och genomför satsningar på kompetensutveckling i matematik.

Till grund för dessa projekt ligger bl.a. vår rapportering i *Hög tid för matematik* (NCM, 2001) och särskilt delrapporter av Emanuelsson (Emanuelsson, 2001) och Mouwitz, (Mouwitz, 2001) som ger en översikt över och orientering om nationella och internationella erfarenheter och vetenskapligt kunnande när det gäller kompetensutveckling av matematiklärare. Våra förslag stärks av Skolverkets nya rapport om ekonomiska resursers betydelse för pedagogiska resultat (Gustafsson & Myrberg, 2002). Lärarkompetens är den enskilda resurs som har störst betydelse för elevers resultat. Detta gäller såväl ämneskompetens som pedagogisk kompetens.

Flertalet av dessa projekt är kopplade till Skolverkets pågående utvecklingsdialoger. Eftersom dessa satsningar har fokus på förskolan och de tidiga skolåren finns det relativt få kommuner som kommit att satsa på utveckling av vuxenutbildning. Ett undantag är Marks kommun där NCM medverkat med utvecklingsstöd och planerar att pröva en modell för kompetensutveckling under det kommande läsåret. Ett annat är Övertorneå och Överkalix där vi också medverkar i planering och genomförande av ett flerårigt skolutvecklingsprojekt i matematik.

Under hösten kommer vi att gå igenom de överenskommelser som finns upprättade mellan Skolverket och de sk. dialogkommunerna, kontakta de kommuner som helt eller delvis valt att satsa på utveckling av vuxenutbildning i matematik och diskutera hur vi kan stödja deras arbete. Vi kommer bl.a. att inbjuda lärare och skolledare från de aktuella kommunerna till en rikskonferens våren 2003.

Under våren har ett samarbete inletts med Göteborgs kommun. Flera seminarier har genomförts med lärare och skolledare som arbetar med vuxnas matematikundervisning. De har bl.a. handlat om betyg, bedömning och validering. Samtidigt har vi informerat om vår verksamhet och härigenom fått värdefulla synpunkter och reaktioner på vårt arbete. Detta samarbete kommer att fortsätta under nästa läsår.

Lusten att lära matematik

Intresse för vår medverkan i skolutveckling i matematik kommer också från flera kommuner som varit föremål för Skolverkets kvalitetsgranskning kring *Lusten att lära – med fokus på matematik*. Sammanlagt har

43 kommuner granskats och arbetet med slutrapporten har just påbörjats. Den beräknas vara klar i november 2002. I granskningen har också ingått att titta på den kommunala vuxenutbildningen och sfi. Preliminära analyser som vi själva gjort utifrån de delrapporter som finns publicerade från första granskningsomgången (23 kommuner) visar på flera områden inom vuxenutbildningen som bedöms som angelägna att utveckla. På ett övergripande plan aktualiserar granskningen behov av insatser på tre utvecklingsområden:

Utbildningen:

Utbildningens mål och syfte
Flexibilitet och individualisering
Rekrytering och antagning
Elevinflytande och värdefrågor
Lokala utvecklingsarbeten

Läraren:

Lärarens roll
Arbetsformer och läromedel
Kursplanernas strävansmål
Bedömning och betygssättning
Lärarnas utbildning
Kompetensutvecklingsbehov

Eleven:

Förkunskaper – ursprung och värdesättande
Blockering och motstånd
Lusten att lära – motiv och mening
Det livslånga och livsvida lärandet

När alla delrapporter och slutrapport är klara kommer NCM att komplettera och fördjupa vår analys för att se vilka insatser som bör och kan göras inom ramen för vårt uppdrag.

Information om kurser i matematik och matematikdidaktik

Vid våra universitet och högskolor ges ett stort antal kurser som kan vara intressanta för verksamma lärare som undervisar i matematik i förskola, skola och vuxenutbildning. Vi har startat ett arbete vars syfte är att ge en samlad och koncentrerad bild av detta utbud (NCM, 2001). Vi har bitt Karlstad universitet att ge sin bild av de kurser i matematik och matematikdidaktik som lämpar sig för lärare och som ges vid universitetet. Informationen finns tillgänglig på NCM:s webbplats. Vi kommer att komplettera med motsvarande information från övriga läroanstalter. I väntan på dessa beskrivningar kommer vi att hänvisa till respektive universitets/högskolas webbplats.

När det – förhoppningsvis under hösten – blir möjligt att överblicka det samlade utbudet kommer vi att analysera de aktuella kurserna för att se i vilken utsträckning dessa till innehåll och form svarar mot kända behov, önskemål och intresse från lärare och skolledare med ansvar för vuxenutbildning i matematik. I de fall vi upptäcker brister i högskolornas utbud ser vi det som vår uppgift att initiera och medverka till utveckling av förslag till ramkursplaner för angelägna områden och stimulera till kursutveckling särskilt riktad till denna målgrupp.

Konferens- och seminarieverksamhet

I samarbete mellan Skolverket och NCM anordnades under 2001/2002 16 avgiftsfria heldagskonferenser för att sprida information om rapporteringen kring *Hög tid för matematik* – resultatet av ett regeringsuppdrag till NCM – och inspirera till lokal skolutveckling. Rapporteringen omfattar 8 rapporter varav 2 givits ut i Skolverkets monografserie och 6 i NCM:s rapportserie:

Utges av Skolverket och Liber distribution:

Rönnerberg, I. & Rönnerberg, L. (2001). *Minoritets elever och matematikutbildning – en litteraturöversikt*.

Wallby, K., Carlsson, S. & Nyström, P. (2001). *Elevgupperingar – en kunskapsöversikt med fokus på matematikundervisning*.

Utges av NCM:

NCM (2001). *Hög tid för matematik*. (Rapport 2001:1).

Dippe, G. (2001). *Kompetensutveckling och IT-stöd*. (Rapport 2001:4).

Emanuelsson, G. (2001). *Svårt att lära – lätt att undervisa. Om kompetensutvecklingsinsatser för lärare i matematik 1965–2000*. (Rapport 2001:3).

Grevholm, B. (2002). *Lärarytelse – utbud, utbildare och anordnare*. (Rapport 2002:1).

Mouwitz, L. (2001). *Hur kan lärare lära? – Internationella erfarenheter med fokus på matematikutbildning*. (Rapport 2001:2).

Sterner, G. & Lundberg, I. (2002). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik*. (Rapport 2002:2).

Vid konferenserna presenterades rapporternas innehåll, resultat, konsekvenser och förslag till åtgärder. Dessutom gavs konkreta exempel på möjligheter till utveckling samt utrymme för erfarenhetsutbyte och diskussion. Förutom information om *Hög tid för matematik* fick deltagarna

information om pågående och planerade aktiviteter och vilket stöd och vilka resurser som finns att tillgå vid NCM.

Konferenserna har vänt sig till lärare från förskola till högskola, lärarutbildare, skolledare, ansvariga för skolutveckling och kompetensutveckling. Det sammanlagda deltagarantalet har uppgått till ca 4500 varav många arbetar med vuxenutbildning i matematik. Reaktionerna på informationen om den pågående satsningen på vuxenutbildning i matematik har genomgående varit positiva och vi har fått många förslag till angelägna insatser som vi nu försöker följa upp genom att t ex komplettera och fördjupa våra kunskapsöversikter om minoritetselever, elevgrupperingar och läs- och skrivsvårigheter med fokus på vuxnas lärande och studiesituation.

Vi har under det gångna läsåret medverkat i ett flertal andra konferenser och seminarier runt om i landet och också där haft möjlighet att diskutera behovet av satsningar på vuxna, t ex vid Sveriges Matematiklärarförenings sommarkurser och vid en särskild rikskonferens för vuxlärare i matematik som anordnades i Nässjö hösten 2001. Under läsåret 2002/03 kommer vi att utvidga denna verksamhet.

Inom ramen för Skolverkets dialogprojekt medverkar vi också i kompetensutveckling av Skolverkets personal. Under läsåret 2002/03 kommer vi att ansvara för flera utbildningsdagar för regionala nätverk som kan stödja kommunerna i deras arbete med kompetensutveckling och skolutveckling i matematik. Deltagare på konferenserna kommer – förutom personal från Skolverkets 11 regionkontor – att vara lärare i matematik och matematikdidaktik från landets universitet och högskolor, regionala utvecklingscentra, representanter från lokalavdelningar vid SMaL, Sveriges matematiklärarförening, samt kommuner i regionen som planerar eller genomför satsningar i matematik.

Vid dessa konferenser som omfattar hela landet ges goda möjligheter att uppmärksamma angelägna frågor om vuxnas undervisning och lärande i matematik.

Matematikbiennialerna

En viktig roll i den svenska matematikutbildningskulturen spelas av de biennaler med efterföljande regionala biennetter som genomförts vartannat år sedan 1980. Biennalrörelsen startade 1980 för att dåvarande Skolöverstyrelsen ville nå ut med information om forskning och utvecklingsarbete. Initiativtagarna insåg också behoven att ge lärare möjlighet att utbyta erfarenheter och goda lektionsidéer under stimulerande former.

Sedan 1994 finns ett biennalråd med representanter för de sex högskoleregionerna. Rådet tar in och behandlar ansökningar om att arrangera biennaler. Lokala förutsättningar har påverkat innehåll och form. Skickliga och engagerade arrangörer, uthålliga biennalråd samt nätverk

med öppna kommunikationsvägar har gjort biennalrörelsen till en stor framgång. För många är det yrkeslivets största upplevelse att få komma till en matematikbiennial, medverka på ett seminarium eller med en utställning, att under intensiva dagar ta del av utvecklingen, möta kolleger, föreläsare och utställare från olika delar av vårt land, alla med ett brinnande intresse för sin verksamhet, se möjligheterna till utveckling och få egna funderingar bekräftade och stimulerade.

En biennial innebär att det på olika nivåer i vårt skolsystem satsas medel på utveckling av skolmatematiken. Inom skolsystemet uppmuntras deltagande i tex biennaler men lokalt finns brister i hur dessa aktiviteter följs upp och hur spridning av information sker inom skolsystemet.

En omfattande kompetensutveckling har ägt rum genom att så många personer har engagerats i utställnings- och föreläsningsverksamhet och även beskrivit sina bidrag i Nämnaren, biennaldokumentationer och utställningskataloger. De båda senaste biennialerna, i Göteborg 2000 och Norrköping 2002 hade särskilda programfiler för vuxlärare. I dokumentationerna finns sammanlagt ett 20-tal bidrag med fokus på undervisning och lärande i matematik för vuxna.

Läromedelsförlagen har prioriterat matematikbiennaler i sin utställningsverksamhet. De har där goda möjligheter till information och seminarier för att öka utbytet för utställare och deltagare.

Lärare visar sina bästa undervisningsidéer i idéutställningar. Detta bör fortsatt stimuleras och utvecklas. Utställningar redovisar ofta längre arbeten och ger kvalitativt bra underlag för erfarenhetsutbyte mellan intresserade lärare inom samma problemområden. Tillgången till bättre kommunikationsmöjligheter via Internet kan utveckla nya former och stöd till idéutbyte både i genomförande- och uppföljningsled. Utdelningen av Nämnarenstipendier till bästa idéutställningar är en av höjdpunkterna. Stipendiaternas utställningar dokumenteras och beskrivs i Nämnaren.

Diskussionsgrupper startades 1992. NCM tog 2000 ett initiativ för att stimulera och stödja dessa bla via NCM:s webbplats. Se vidare under rubriken NCM:s och Nämnarens webbplatser.

Nästa Matematikbiennial äger rum i Malmö 2004. Arrangör är denna gång Malmö högskola i samverkan med bla NCM. I det pågående planeringsarbetet kommer vi att föreslå ett betydligt större inslag om vuxenutbildning i matematik än vad som varit möjligt vid tidigare biennaler.

Föräldrar, barn och matematik

NCM har inlett ett projekt för att ta fram materiel där föräldrar är största målgrupp. Det är viktigt att föräldrar får uppmuntran, stöd och tillgång till exempel på aktiviteter och litteratur, som en hjälp att göra matematiken synlig och bli ett naturligt inslag i barnens vardag, likt högläsning och språklig medvetenhet. Ett syfte är att visa hur föräldrar kan

använda vardagliga situationer för att utmana barnens lärande i matematik, tex genom att ställa bra följdfrågor, ett annat att visa på hur vanliga spel, lekar och barnböcker kan tydliggöra barns tänkande. Det handlar alltså inte om att "föräldrar ska lära sina bebisar att räkna".

Tre broschyrer håller på att arbetas fram, med texter som ska väcka nyfikenhet och börja skapa medvetenhet kring barn och matematik. Broschyerna ska också visa hur föräldrar kan gå vidare för att finna mer att läsa, ytterligare information etc. Den första broschyren vänder sig till föräldrar till de yngsta barnen, 0–3 år, den andra till föräldrar till barn 2–5 år och den tredje till föräldrar till barn i förskoleklass och de första skolåren. Broschyerna är tänkta att delas ut gratis på BVC och/eller i förskola, familjedaghem och förskoleklass. De ska kompletteras med en bok, till låg kostnad, innehållande längre texter, förslag på litteratur, exempel och aktiviteter. Video- och webbstöd planeras, liksom annat kringmateriel som tex affischer.

För skolbarnsföräldrar skrivs en bok om barns lärande i matematik i samverkan mellan hemmen och skolan. Boken kommer att beskriva hur olika träffar/ möten/ kurser kan planeras och genomföras. Tyngdpunkten kommer att ligga på mattekvällar där föräldrar och barn deltar gemensamt under ledning av en planeringsgrupp som består av föräldrar och lärare. Beprovade aktiviteter beskrivs och kommenteras. Ytterligare texter planeras utifrån förarbetet där det har framkommit att föräldrar bland annat vill

- ha information om kursplanen i matematik och hur den kan tolkas,
- diskutera vad matematik är och vilken matematik som behövs idag och imorgon
- diskutera miniräknarens plats i undervisningen och hur den kan användas i barnens lärande
- få information om och exempel på "det sätt som de räknar på i skolan idag", exempelvis varför alternativ till standardalgoritmer används och vikten av att känna till och kunna använda olika problemlösningsstrategier, att se mönster, kunna uppskatta och göra överslag
- veta hur olika arbetssätt och arbetsformer fungerar och varför de används
- få råd och stöd i hur de hemma kan utmana sina barn
- veta var de kan finna ytterligare information.

Planerna kring materiel för föräldrar till gymnasieelever handlar bland annat om hur man som förälder kan stötta även om man själv inte har de kunskaper som hör till de kurser ungdomarna läser.

Diskussioner pågår med Utbildningsradion om deras medverkan i det aktuella föräldraprojektet. Vi hoppas också kunna intressera studieförbunden. Det är samtidigt viktigt att vi får ut information till föräldrar som studerar matematik vid komvux och vid våra folkhögskolor. Vi vet att många vuxna läser matematik för att bli kunna stödja sina barn i deras matematikstudier.

Specialpedagogik

På uppdrag av Skolverket arbetar NCM med ett förslag till en ramkursplan i matematik och matematikdidaktik avsedd för lärare som i olika skolformer har eller kommer att få ett särskilt ansvar för elever som är i behov av särskilda stödinsatser i matematik. Ramkursplaner har tidigare på motsvarande sätt utvecklats inom NO-teknik området och i diskret matematik. Uppdraget är kopplat till flera andra nationella satsningar som görs för att utveckla våra elevers baskunnande i matematik (se Nämnaren nr 4, 2001). Det skall också ses i ljuset av NCM:s rapportering till regeringen i *Hög tid för matematik* (se Nämnaren nr 3, 2001) där behovet uppmärksammats i förslag nr 12, s 26. En viktig bakgrund till uppdraget är de brister i matematikinslagen som finns i den nuvarande specialpedagogutbildningen i vårt land och de möjligheter till utveckling av dessa inslag som vi kan finna stöd för i den växande forskningen om undervisning och lärande i matematik. Tänka målgrupper är främst lärare som genomgår specialpedagogutbildning, annan kompetensutveckling men också lärarstuderande i grundutbildning (som inriktning eller specialisering). Genom regeringens anslag till vuxenutbildningen i matematik har vi fått möjlighet att särskilt beakta behovet av inslag med fokus på vuxnas situation i utbildningen. En angelägen målgrupp är lärarutbildare och lärarstuderande inom folkhögskolelärarutbildning med tanke på att deltagare med funktionshinder utgör en särskilt viktig målgrupp för statens stöd till folkbildningen.

Samverkan och samarbete med nationella och internationella organisationer, myndigheter, nätverk och miljöer

NCM samarbetar med ett stort antal myndigheter, nätverk, föreningar och organisationer som verkar för utveckling av svensk matematikutbildning. På NCM:s hemsida finns en förteckning med tillhörande länkar. Vår ambition är att vidga detta samarbete inom vuxenutbildningsområdet till att också omfatta miljöer som Skolverkets enhet för vuxenutbildning, Nationellt centrum för flexibelt lärande, CFL, och Nationellt kompetenscentrum för vuxnas lärande, ENCELL.

Ett konkret exempel på samverkan är att ett antal organisationer givits möjlighet att ange vilka områden som särskilt bör uppmärksammas i det här presenterade uppdraget. Av dessa organisationer har Nationellt

centrum för sfi och svenska som andraspråk samt Myndigheten för kvalificerad utbildning svarat. Dessa svar bifogas i *Bilaga 6* och *Bilaga 7*.

NCM har också goda kontakter med internationellt ledande organisationer inom området vuxnas matematiklärande. Exempel är ARIS (The Adult Education Resource and Information Service) i Melbourne, Center for forskning om matematikläring vid Roskilde universitet samt ALM (Adults Learning Mathematics).

En nordisk miljö, värd att nämnas i detta sammanhang, som har en lång och stark tradition av forskning kring vuxnas lärande finns vid Roskilde Universitetscenter där forskning och utvecklingsarbete bedrivs bl a av "Erhvervs- og voksenuddannelsesgruppen". Forskning specifikt om vuxnas matematiklärande bedrivs vid "Center for forskning om matematikläring".

Avslutning

NCM är ett nationellt resurscentrum och dess verksamhet är operativt inriktad. Det yttersta målet är att stärka och utveckla barn, ungdomars och vuxnas matematiklärande både på kort och lång sikt. Det är författarnas förhoppning att rapportens andra del visar på den operativa potential som finns i organisationen samt viljan till samarbete och dialog med alla miljöer som strävar mot detta mål i perspektivet ett livslångt lärande.

