

Svårt att lära – lätt att undervisa?

Om kompetensutvecklings-
insatser för lärare i matematik
1965-2000

GÖRAN EMANUELSSON

Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM, är ett nationellt resurscentrum som på uppdrag av regeringen inrättats vid Göteborgs universitet. I samverkan med Chalmers tekniska högskola skall NCM stödja utvecklingen av svensk matematikutbildning i förskola, skola och vuxenutbildning. NCM ger ut tidskriften *Nämnamn*.

För mer information om NCM och *Nämnamn*, se <http://ncm.gu.se>

ISSN 1650-335X

NCM
Göteborgs universitet
Vera Sandbergs allé 5A
412 96 Göteborg

© NCM, 2001

Omslag och layout:
Andersson & Andersson, Lerum

Tryck:
Grafikerna Livréna i Kungälv AB

Innehållsförteckning

Sammanfattning	1
Förskolan	2
Grundskolan	3
Gymnasieskolan	5
Vad har vi egentligen för syn på matematikämnet?	7
Ansvar och resurser för kompetensutveckling	9
Hur tar vi vara på intresse och engagemang?	11
 Inledning	 13
 "Den nya matematiken"	 15
Delta-fortbildningen för Lgr 69	15
MALM – matematik på låg- och mellanstadiet	16
 Några FoU-projekt	 21
PUMP – Processanalyser i Matematik/Psykologvistik	21
ARK – Analys av räknedosornas konsekvenser	22
 Matematikämnet i kris	 29
Satsningen 1986-1991	29
Utvärdering av Matematiksatsningen	36
Kompletteringsfortbildningen	38
 Ny styrning för skolan	 41
SOS-projektet 1993-1995	41
 Nationellt Centrum för matematikutbildning, NCM	 43
 Diskussion och överväganden	 45
Kompetensutveckling i gymnasieskolan 1965-2000	45
Kompetensutveckling i grundskolan och förskolan 1965-2000 ...	47
Olika nivåers ansvar behöver klargöras	50
 Nämnamn och NOMAD – tidskrifter och utvecklingsprojekt	 53
Diskussion och överväganden kring Nämnamn och NOMAD	78
 Biennalrörelsen	 85
Diskussion och överväganden kring Biennalrörelsen	112

Referenser	119
Bilaga 1: Målbeskrivning för lärare i åk 1–7	129
Bilaga 2: Ett studiematerial för matematikutbildningen.....	143
Rapporter från NCM.....	149

Svårt att lära – lätt att undervisa?

Om kompetensutvecklings- insatser för lärare i matematik 1965-2000

GÖRAN EMANUELSSON

Sammanfattning

I denna rapport beskrivs och analyseras några utvalda fortbildnings- och kompetensutvecklingsinsatser som gjorts med statliga medel eller som fått nationell räckvidd de senaste 35 åren. Syftet är att redogöra för karakteristika som motiv, styrning, mål och målgrupper, organisation, resurspersonutbildning, innehåll och former samt relationer till kursplaneutveckling, forskning och utvärdering. Här diskuteras också vad vi kan lära av olika satsningar inför framtida kompetensutveckling. Vad finns det att utveckla och bygga vidare på i t ex existerande litteratur, publikationer, modeller, centrumbildningar, nätverk, organisationer, föreningar och återkommande aktiviteter?

Urvalet är gjort för att få en bred belysning av möjligheter och svårigheter med varierande styrning, innehåll och uppläggning och inte för att vara heltäckande vad gäller kompetensutveckling för tidsperioden. Så behandlas t ex inte särskilt insatser från enskilda universitets- och högskoleinstitutioner, intresseorganisationer, nätverk, förlag och föreläsare som otvivelaktigt genomfört kompetensutvecklingsinsatser med stor betydelse för matematikutbildningens utveckling under perioden.

I DsU 1986:5, *Matematik i skolan. Översyn av undervisningen i matematik inom skolväsendet*, anges Nämnaren och matematikbiennaler som främsta inspirationskällor för lokalt utvecklingsarbete i ämnet matematik. Eftersom de fått rejäl spridning och omfattning över tid – i innehåll och till olika målgrupper, även geografiskt, ägnas dessa projekt särskild uppmärksamhet. Nämnaren och Biennalrörelsen har haft som ambition att spegla utvecklingen av svensk matematikutbildning. Stor möda har lagts ned på att samla och sprida kunskaper om svensk matematikundervisning via dessa forum.

Analys och överväganden grundar sig på litteratur- och rapportstudier samt egna erfarenheter från deltagande och medverkan i olika projekt. Viktiga informationskällor har varit Nämnaren som började utges 1974, Nämnarens databas med referenser och tillgängliga dokumentationer från matematikbiennalerna som började 1980.

Förskolan

Ingen centralt initierad kompetensutveckling har under perioden 1965-2000 ägt rum för förskolans personal när det gäller matematik. En omfattande informationsinsats med inbjudningar till kommuner och förskolor inför biennalen 2000 gav dåligt utfall. Detta trots frekventa rapporter om stort intresse och stora behov, som bl a är en konsekvens av inrättandet av förskoleklassen och att förskolan enligt Lpfö 98 skall sträva efter att varje barn utvecklar sin förmåga att upptäcka och använda matematik. Under hela biennalen fanns det minst två parallella seminarier med inriktning mot förskola och förskoleklass.

I samband med biennalen tog NCM initiativ till en diskussionsgrupp för övergången förskola-skola. Den finns nu tillgänglig på NCM:s webbplats. Ett NämnarenTEMA *Matematik från början* för förskola, förskoleklass och de tre första åren i grundskolan presenterades vid Matematikbiennalen 2000. Nämnaren innehåller också i varje nummer artiklar för dessa verksamheter.

Kommunerna tar dock för närvarande inte vara på det stöd som ges.

I rapporten *Köns- och socialgruppsskillnader i matematik – orsaker och konsekvenser* visar Reuterberg & Svensson (2000) på att de stora sociala skillnaderna i matematikbetygen är en väsentlig orsak till den sociala snedrekryteringen till högre utbildning. Betydelsen uttrycks så här:

För att ge eleverna bättre kunskaper i matematik då de lämnar grundskolan behövs sålunda en intensiv och systematisk träning i att lösa logiska och matematiska problem redan på låg- och mellanstadiet.

... för att få större genomslagskraft anser vi att stödande åtgärder bör sättas in redan i förskolan.

Grundskolan

Kompetensutveckling med anledning av nya kursplaner

I grundskolan fick alla lärare i matematik fortbildning inför Lgr 69 genom Deltaprojektet. Denna hade stor omfattning, nådde 40 000 lärare, och fick kraftigt genomslag med en ganska ensidig ämnesteoretisk inriktning. Insatsen gav otillräcklig förståelse och vägledning för hur undervisningen enligt den nya kursplanen skulle läggas upp. En ämnesmetodisk uppföljning, MALM-fortbildningen (MALM = Matematik på låg- och mellanstadiet), hade en bra ansats med uppskattat innehåll, men nådde endast ett fåtal lärare. Dessa gav uttryck för starkt självkänsla och stöd att hantera basfärdigheter, begrepps-bildning och sovring av stoff i läroböcker. Erfarenheterna av Delta- och MALM-fortbildningen visar vikten av att inte ge ämnesmässig fördjupning utan koppling till ämnesdidaktisk kompetensutveckling.

Någon kursplanefortbildning gavs inte inför eller i samband med Lgr 80 trots nyheter som problemlösning, nödvändiga och önskvärda kunskaper samt betoningen av diagnostiskt arbetssätt, vilket kan ställas mot de kartlagda bristerna i dessa stycken enligt departementsutredningen DsU 1986:5.

Inför Lpo 94 påbörjades ett projekt för att ta fram stöd- och stimulationsmateriel men det avbröts eftersom ansvariga inom Skolverket ansåg att de framtagna texterna kunde uppfattas som central styrning. De framtagna texterna behandlade konkretisering och tolkning av kursplanerna samt undervisning inom områden där svensk matematikutbildning bedömdes vara i behov av utveckling. Materialet övertogs och vidareutvecklades inom Nämnarenprojektet. Fyra böcker har utkommit och mottagits väl. De används också relativt frekvent i lärarutbildningen.

Utgivna kommentarer och referensmaterial under perioden 1965-2000 har kommit försent och inte på allvar kunnat användas i implementationen av nya kursplaner. Kommentarmaterialet till Lgr 80, som skulle förtydliga och ge konkreta tolkningar av kursplanen, och SÖ:s diagnosmaterial kom inte ut förrän 1982. Kommentaren som gav bakgrund och motiv för matematikkursplanen i Lpo 94 gavs inte ut förrän 1997. Dessa publikationer borde naturligtvis ha kommit ut före eller åtminstone samtidigt med kursplanerna som stöd för lärare, lärarutbildare, läroboksförfattare och för lokalt kursplane- och kompetensutvecklingsarbete.

Några resurser för att stödja skolors arbete efter läroplans- och kursplaneförändringarna genom revisionerna 2000 har inte avsatts.

Matematikkrisen och Matematiksatsningen 1986-1991

Den uppmärksammade resultatförbättringen bland svenska 13-åringar från 1980 i SIMS (Second International Mathematics Study) till 1995 i TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) anses till

stor del bero på Matematiksatsningen 1986-1991 (Johansson & Emanuelsson, 1996), trots att endast en del av det som föreslogs i DsU 1986:5 kom att realiseras och att Kompletteringsfortbildningen i stort sett avbröts efter två år av de tio som planerats.

De förslag som inte genomfördes listas och diskuteras i rapporten. Bland dessa fanns t ex förslag om stöd till utveckling av läromedel och handledningar för läromedlens användning, förslag om en "specialfunktion" för lärare i ett eller flera rektorsområden med uppgifter att leda kompetensutveckling, som fortfarande måste betraktas som angeläget. Vidare gavs förslag om resurser för undervisning i mindre grupper och stödundervisning, där det istället har det gått åt motsatt håll med minskning av lärarresurserna i matematik (jfr Wallby m fl, 2001).

Konsulentorganisationen spelade en avgörande roll för Delta-fortbildningens genomförande och genomslag samt vid reparationen av missagen med matematikämnet enligt Lgr 69, men avvecklades i mitten av 80-talet. Lärarutbildarna vid högskolor och universitet räckte inte till för Matematiksatsningen 1986-1991, som fick karaktär av brandkårsuttryckning. Där gavs inte utrymme för utbildning av resurspersoner. Resurspersonernas varierande kompetens och oklara ansvar visade sig vara en kritisk punkt i fortbildningen och gjorde att lovande ansatser i Matematiksatsningen inte kom att fullföljas.

Den satsning på matematikdidaktiskt forsknings- och utvecklingsarbete som föreslogs i utredningen blev inte heller av.

Framtagningen av planerade moduler för *Utvärdering* och *Lokalt utvecklingsarbete* i Kompletteringsfortbildningen avbröts, se bilaga 1 och 2. Utvecklingen har visat att dessa verkligen hade behövts. TV- och videoinslag till framtagna texter för Kompletteringsfortbildningen kunde inte produceras med det innehåll om inlärning och undervisning i matematik som var planerat. Kompetens för sådan TV-produktion kunde inte byggas upp i Sverige inom tillgänglig tid och med tillgängliga resurser. Erfarenheter från svenska och internationella kompetensutvecklingsinsatser visar att den modell som togs fram är värd att analysera, pröva och vidareutveckla – nu också med IT-stöd.

Kompletteringsfortbildningen av lärare i åk 1-6 med anledning av lärarutbildningsreformen och som skulle pågå 1989-1999 fullföljdes inte. 1991 fick kommunerna ansvar för lärares fortbildning och i samband med alla neddragningar i början av 90-talet var det få kommuner som prioriterade fortbildning i matematik.

I detta sammanhang kan nämnas att endast ca 1 procent av tillgängliga resurser 1986-1991 satsades på framtagning av innehåll för hela Matematiksatsningen och Kompletteringsfortbildningen – en alarmerande låg siffra, som bekräftar bilden av att långsiktiga åtgärder prioriterades bort. Ett mönster med bristande organisation för och stöd till forskning och utbildning av utbildare och resurspersoner i matematikutbildning och kompetensutveckling av lärare – som fortsatt till våra dagar – tonar fram.

Ett problemområde – Hur kan vi räkna?

I mitten av 1970-talet kom räknarna, eller räknedosorna som de kallades i början, in i svensk skola. Samtidigt pågick PUMP-fortbildning (Processanalyser i Matematik och Psykologvistik) som fick starkt genomslag när det gällde räkning med papper och penna. Den starka traditionen att i den inledande undervisningen mest se matematik som räkning kombinerat med lärarnas bristande grundutbildning och den avbrutna Kompletteringsfortbildningen har medfört att det varit svårt att få efterfrågad balans mellan undervisning kring taluppfattning, huvud- och överslagsräkning, skriftliga metoder och miniräknare. Trots betoning i kursplanerna av grundläggande begreppsbildning och användning av miniräknare vid problemlösning används fortfarande mycket tid till skriftliga beräkningsmetoder, tid som skulle kunna användas för att utveckla taluppfattning och flexibla beräkningsmetoder.

Inom ARK- (Analys av Räknedosornas Konsekvenser) och ALM-projekten (Alternativ läroång i Matematik) redovisades försök och resultat som pekar på fördelar med användning av räknare redan tidigt. I böckerna som togs fram för Kompletteringsfortbildningen behandlades tal och räkning i två antologier av forskare, lärarutbildare och lärare.

Ett studiematerial håller på att utvecklas inom NCM för att utges som NämnarenTEMA. Här görs insatser utifrån nämnda projekt, lärarens dokumenterade erfarenheter och kunnande samt de senaste årens forskning och utvecklingsarbete nationellt och internationellt för att fullborda det påbörjade arbetet och ge olika slags stöd till lokal kompetensutveckling. Viktigt är att relationen mellan matematik och räkning diskuteras och att elever med svårigheter och elever med bristande förkunskaper särskilt uppmärksammas. Vilka beräkningar bör en elev kunna utföra? Vad ska skolans aritmetikundervisning innehålla för att på bästa sätt stödja elevernas utveckling av viktiga begrepp, tillämpningar och problemlösning? Taluppfattning och beräkningsmetoder är förvisso fortfarande viktiga basmoment i matematikämnet, men kraven är annorlunda på 2000-talet än i jordbrukarsamhället.

Ett kompetensutvecklingsprojekt med sikte på basfärdigheter i läsa, skriva och grundläggande matematik har nyligen dragits i gång inom Skolverket. NCM bidrar där med underlag för matematikämnet.

Gymnasieskolan

I samband med den omfattande läroplansreformen för gymnasieskolan 1965 utarbetades ett icke obligatoriskt fortbildningsprogram i matematik, med ämnesteoretiska fördjupningar för gymnasielärare. Många lärare ansåg kursmaterielet teoretiskt och svårt. Någon fortbildning i ämnesmetodik gavs ej. Lärarna i gymnasieskolan överraskades av kursomfånget, särskilt på NT-linjerna som fick nya moment som tidigare hört till universitetens grundutbildning. Därtill kom att tiden för

matematikstudier skars ned rejält. Resultaten på centrala prov blev katastrofala och gymnasieinspektörsrapporterna dystra. En uppdelning av kursinnehållet gjordes 1972 i en grundkurs och en överkurs. Uppgifter från överkursen gavs inte på centrala prov och i praktiken försvann motsvarande innehåll ur kursen. Kursomfånget var dock fortfarande för stort och ledde till ytterligare en kursplanerevision, i slutet av 70-talet. Denna medförde en viss stabilisering i relationen mellan mål och resultat.

Motsvarande förändringar som för NT-linjerna gjordes för HSE-linjerna. Kursplanerna under perioden 1965-1994 för de senare linjerna kom i stort sett till så att delar av NT-linjens kurs togs bort och att kvarvarande kursinnehåll förenklades och bearbetades t ex med anvisningar om SE-tillämpningar.

De största bekymren i gymnasiets matematik fanns dock på de tvååriga linjerna. Där gavs inga centrala prov, trots att SoEk-linjen gav behörighet att söka till lärarutbildning för åk 1-6. Studenternas ingångskunskaper var mycket varierande och svarade inte mot kursplanens mål. Det visade sig bl a i de nivåprov som gjordes med klasslärarkandidaterna i början av deras utbildning. Husén (1994) skriver om olyckliga svenska beslut på systemnivå och lyfter fram just detta:

Allra olyckligast var att man 1967 beslöt att ta in kandidater till mellanstadieärlinjen med bara tvåårig fackskola, social linje. Följderna av detta har vi sett i bland annat nivån på de svenska trettonåringarnas matematikkunskaper.

(s 143)

Inte förrän andra hälften av 1980-talet kom ett utvecklingsarbete igång inom SÖ, som bl a resulterade i översiktsdiagnoser för två- och treåriga linjer med analyschema och intervjuteknik för muntlig uppföljning av enskilda elever samt utkast till fortbildningsprogram på två nivåer. Dessa insatser fick emellertid inget eller dåligt genomslag och då var skadan redan skedd.

Under perioden 1965-94 genomfördes inte några genomgripande kursplanarbeten i matematik i gymnasieskolan annat än revisioner av Lgy 65.

I DsU 1986:5 definierades behoven för utveckling av vår matematikutbildning som främst hörande till tidigare stadier och inga medel för centrala fortbildningsinsatser gick till hög- och gymnasiestadiet med undantag för en obligatorisk studiedag 1987.

Flera utredningar har pekat på att gymnasiets lärare har för kort grundutbildning i matematik och att de flesta har matematik som "biämne" samt att antalet lektorsbehöriga lärare i matematik i gymnasieskolan är alarmerande lågt. Det måste ses som anmärkningsvärt att det mot den bakgrunden och de dokumenterade problemen med matematiken både på två- och treåriga linjer inte gjordes några centrala satsningar på kompetensutveckling för gymnasielärare annat än med koppling till tekniska hjälpmedel.

Många matematiklärare, t ex huvudlärare i matematik, kom på grund av teknikutvecklingen under perioden att ägna sig åt datalära, datakunskap och datorns användning i undervisningen. Det innebar att mycket av gymnasieskolornas och lärarnas utvecklingsresurser i matematik bands till frågor gällande räknare och datorer. Användning av tekniska hjälpmedel blev fokus i stället för matematikundervisning. Detta ledde till ytterligare neddragning av det redan tidigare begränsade utrymmet för utvecklingsarbete och fortbildning kring matematikämnet.

Ytterligare krav på matematiklärares engagemang och kunskaper kom i och med det nya styrsystemet för skolan 1991 och genom Lpf 94. Då blev matematik kärnämne i gymnasiet, och det blev obligatoriskt för alla elever att studera kurs A. Inom Skolverket började 1993/94 ett arbete för att ta fram studiematerial för matematiklärare med anledning av de stora förändringarna. Detta arbete avbröts emellertid efter två år. Bakgrund till projektet var bl a resultat och analyser från den nationella utvärderingen i grundskolan 1992 samt överväganden kring de omfattande förändringarna i gymnasiets kursplaner. Dessa innebar bl a att ca 40 000 elever som tidigare inte studerat matematik i gymnasiskolan skulle läsa kurs A och dessutom med olika karaktärsämnesinriktningar. Det dokumenterade arbetet från 1993-1994 fick Nämnaenprojektet ta över 1995 när skolverksprojektet lades ned. Detta ledde efter omarbetningar till ett NämnaenTEMA, *Matematik – ett kärnämne*.

Sammantaget ger detta en bild av mycket begränsade och splittrade insatser för kursplanearbete med fortbildning och kompetensutveckling kring gymnasiematematiken, om man bortser från ARK- och ADM-projekten. Centralt initierade utvecklingsarbeten 1965-1991 vilade i hög grad på gymnasieinspektörernas och centrala provgruppers insatser samt den intensiva läromedelsutveckling som blev följden av svårigheterna att genomföra kursplanernas intentioner.

Lärarna i matematik har således fått mycket begränsat stöd i utveckling av undervisningen i kritiska skeden med omfattande förändringar i elevunderlaget, i ämnets karaktär och roll samt i samband med tillkomsten av nya tekniska hjälpmedel. Detta kan ställas mot många elevers svårigheter att nå målen i gymnasieskolan inte minst i kurs A, i högskolornas och universitetens återkommande klagomål på bristande och med åren allt sämre kunskaper i matematik vid inträdestest samt i den nedåtgående trenden i ansökningar till matematikintensiva utbildningar i gymnasium och högskola.

Vad har vi egentligen för syn på matematikämnet?

När vi blickar bakåt tonar det fram en bild av punkt- och brandkärsinsatser i svensk matematikutbildning utan tydliga relationer till långsiktigt kursplanearbete, utvärdering eller uppföljning. Insatser för att underlätta tolkning av nya kursplaner och för att ge bättre underlag för läromedel

och undervisning har vid kursplaneförändringar kommit för sent för att på allvar kunna påverka implementering av kursplanerna. Märkligt är att de flesta i vårt utbildningssystem ger uttryck för att matematik är ett viktigt ämne, men att samlade insatser för en långsiktig hållbar utveckling av matematikämnet i skolan fortfarande saknas, trots erfarenheter som de i samband med "den nya matematiken", "matematikkrisen" och införandet av "A-kursen". Miljardbelopp har gått till kompetensutveckling i naturvetenskap, teknik och IT under 90-talet, men nästan inget till matematikämnet, som är "själva grunden" – förrän helt nyligen, jfr Emanuelsson & Mouwitz (2000).

Satsningar på matematikdidaktisk kunskapsutveckling som föreslagits i olika utredningar, från 1986 och framåt, har uteblivit. När ett nordiskt engagemang fanns för en vetenskaplig tidskrift i matematikdidaktik, tog det 5 år innan Nordisk Matematikdidaktik, NOMAD, kunde utges, 1993, och då med begränsat ekonomiskt stöd för utgivningen. Situationen har ljusnat något i samband med att Riksbankens Jubileumsfond förra året anslog 45 miljoner kronor till en forskarskola i matematik med ämnesdidaktisk inriktning. Om den som andra forskarskolor blir permanent kan satsningen få stor betydelse för utvecklingen av matematikdidaktik som vetenskapsområde i vårt land och för tillgången till forskarutbildade lärare i matematikdidaktik i lärarutbildning och gymnasieskola.

Det finns mycket att ta vara på i den nordiska och internationella utvecklingen av matematikämnet om resurser skapas (jfr t ex Bekken m fl (1997), Bishop m fl (1996), Niss (1994) och Nissen m fl (1995)). Under perioden 1965-2000 har emellertid bevakning och omsättning nästan enbart gjorts efter enskilda initiativ, om man undantar införandet av "den nya matematiken" och internationella utvärderingsprojekt. Här kan den svenska traditionen vad gäller uppfattningar av matematikämnet ha spelat en stor roll för olika nivåers bristande beredskap och förståelse för utvecklingen. Paradoxalt nog har det tydligen ansetts lätt att undervisa i matematik men svårt att lära, jfr t ex Emanuelsson (1998a; 1999).

Nämnamnaren

Facktidskrifter erbjuder nya och stimulerande idéer som kan användas både som underlag för lektioner och för utveckling av den egna kompetensen. Tidskrifter har möjlighet att snabbt ta upp aktuella, viktiga frågeställningar och når lärare regelbundet. Dessutom ger de betydelsefulla möjligheter till dialog, kontakter och diskussion med kolleger om undervisning och lärande och en dokumentation som ger underlag för analys och uppföljning över tid.

Nämnamnaren har argumenterat för matematikens betydelse sedan 1974, engagerats i Matematiksatsningen 1987-1991 och Kompletteringsfortbildningen från 1989 samt i kursplaneutveckling och framtagning av referensmateriel med anledning av Lpo 94 och Lpf 94, som resulterade i

Nämnamnserien. 1993-1996 fick personer i Nämnamnsgruppen redaktionellt ansvar för utgivning av Nordens första forskningstidskrift i ämnesdidaktik, NOMAD.

I samband med olika nationella och lokala satsningar har alltså Nämnamnsgruppens beredskap och kompetens utnyttjats. Från och med 1999 är det tidigare Nämnamnsprojektet en del i NCM:s verksamhet, som ska bygga på erfarenheter och kunskaper som utvecklats under årens lopp. Få skolor och kommuner har dock hittills kontinuerligt tagit vara på Nämnamnserien, NämnamnsTEMA, Nämnamnen på nätet och Nämnamns databas i skolutveckling och kompetensutveckling.

Biennalrörelsen

Den första matematikbiennalen ägde rum i Folkets Hus, Stockholm 1980 och den senaste, den 11:e, i Svenska Mässan, Göteborg 2000. Antalet deltagare har varierat mellan 1200 och 2500 (5000 med kringaktiviteter senast i Göteborg). Mellan biennalerna anordnas uppföljande, kortare konferenser (t ex i Mölndal, Sundsvall, Stockholm, Umeå, Jönköping, Ljungsby, Malmö, Luleå, Eskilstuna) oftast kallade biennetter.

Att få komma till en matematikbiennial betraktas av lärare som en av yrkeslivets största upplevelser. Den matematikintresserade kommer i centrum och får närtkontakt med utvecklingen av svensk och internationell matematikutbildning. Den ämnesmässiga identiteten stärks.

Synen på matematikens ställning i skola och samhälle har fått en bred och intressant belysning genom att t ex statsråd och chefer för statliga verk har medverkat. I plenarföredragen har styrningssystem och uppdrag till lärarna beskrivits.

Biennaldeltagande har prioriterats av skolor och lärare – även i en svag ekonomi. Det finns en stark förankring på alla nivåer för biennialidén och därmed anledning att analysera och utveckla grundidéerna och hur biennalrörelsen mer systematiskt skulle kunna ingå i lärares kompetensutveckling i matematik. I denna rapport ges en beskrivning från inslag i genomförda biennaler i tidsordning för att spegla hur syften, mål och aktiviteter utvecklats och för att visa på innehållets betydelse och bredd. Uppföljning av Matematikbiennalen 2000 diskuteras som modell för utveckling.

Ansvar och resurser för kompetensutveckling

Stora förändringar har ägt rum i förskola och skola mellan 1965 och 2000. Skolmatematikens natur och karaktär har ändrats. Nya, nästan revolutionerande hjälpmedel har kommit in i undervisningen. Omfattande resultat från forskning och utvecklingsarbete kring lärande och undervisning har presenterats och ämnets betydelse i vardag och samhälle och för vidare utbildning har ökat. Matematiken är fortfarande, som inget annat ämne, ett kritiskt filter för vidare studier i naturvetenskapliga och

tekniska ämnen (Emanuelsson & Johansson, 1997; Svensson, 1995). Oroväckande många flickor och elever från studieovana hem väljer t ex bort matematikintensiva utbildningar i gymnasiet och på högskolenivå.

Under perioden har personresurserna för nationell uppföljning och initiativ till kompetensutveckling minskat betydligt genom att SÖ:s gymnasieinspektörer och skolkonsulenter tagits bort – länskolnämndernas fortbildningskonsulenter och Fortbildningsavdelningens i Göteborg riksansvar för matematikfortbildning likaså. Vi har gått från central till decentraliserad styrning och var ansvaret ska ligga för olika kompetensutvecklingsinsatser i matematik är uppenbarligen oklart eftersom inte tillräckligt görs. Matematikämnets ökande betydelse parat med alarmrande studieresultat samt lärarnas behov av stöd har inte på allvar uppmärksamats förrän i slutet av 90-talet. Då presenterades utvärderingar från Höskoleverket (1999) och Skolverket (Johansson, 1998) och beslutades om en satsning på basfärdigheter i matematik samt inrättades ett nationellt resurscentrum i matematik.

Det står klart att behoven av kompetensutveckling av lärare i förskola, grundskola och gymnasieskola i samband med läroplans- och kursplaneförändringar, nytt betygssystem och användningen av räknare och datorer inte tillräckligt uppmärksamats. Det har t ex visat sig i den sk matematikkrisen, i andelen ej godkända på nationella prov, i gymnasie skolans reaktioner på att alla elever ska läsa A-kursen, i högskolans reaktioner på studenternas bristande förkunskaper på matematikintensiva utbildningar, i rekryteringen till naturvetenskapliga och tekniska utbildningar samt i rekryteringen till läraryrket i motsvarande ämnen.

Ett specifikt och allvarligt delproblem är brister i undervisningen av elever som riskerar att inte nå målen i matematik i olika skolformer. Det är att observera att det vid läroplansrevisionen 1994 inte kom några förslag till eller krav på att sänka målen för matematikämnet.

Omfattande insatser och utvecklingsarbete utförs i nätverk och föreningar, men intresserade och engagerade personer som finns inom skolan tas alltför sällan tillvara. Materiel, stöd och inspiration som ställts till skolans förfogande av t ex statliga verk, föreningar, organisationer och nätverk utnyttjas endast i begränsad omfattning.

Ett aktivt intresse och stora behov har kommit fram t ex inom diskussionsgrupperna för tio valda problemområden vid Matematikbiennalen 2000, men många kommuner och skolor tar i dagsläget inte ansvar för utvecklingsarbete eller sina lärares kompetensutveckling i matematik, och gruppernas arbete hotar att avbrytas. Biennalernas kraftsamlingar med inslag från kursplanearbete, forskning, utvecklingsarbete och lärares framgångsrika arbete, presenterade i föredrag, utställningar och skriftlig dokumentation når inte andra än biennaldeltagarnas egna elever.

Hur tar vi vara på intresse och engagemang?

Det är inte svårt att finna allvarliga brister i utvecklingen av svensk matematikutbildning. Samtidigt finns det uppenbarligen ett stort och aktivt intresse för matematikämnet t ex inom Biennalrörelsen, föreningar, nätverk och bland tusentals Nämnarenläsare. Under årens lopp har intresse för och insikt om olika åldersgruppers lärande och undervisning i matematik ökat i denna grupp. Undervisningens tradition med ensidig fokusering på räkning, läroboksstyrning och enskilt instrumentellt arbete utmanas i mångas dagliga arbete och beskrivs i föredrag, seminarier och artiklar.

Under de sista åren av 1990-talet har det skett en glädjande förändring på central nivå när det gäller inställningen till behovet av insatser för att möta problemen i Sveriges matematikutbildning. Ett antal lovande initiativ har tagits. Detta berörs kort i följande avsnitt.

Synen på utveckling av matematikundervisningen behöver diskuteras på alla nivåer med stöd av de engagerade och insatta. Det har inte varit naturligt att skaffa sig kunskap om och i matematikundervisning genom att läsa och reflektera. Brister i tolkning av kursplaner och utvärdering syns i ansökningar om anslag för lokalt utvecklingsarbete. Där söks ibland medel för sådant som hör till arbetet med nya läroplaner eller som man kunnat läsa sig till i olika referensmaterial t ex Nämnaren eller NämnarenTEMA.

Modeller för stöd till lokala utvecklingsarbeten måste exemplifieras. Kommuner och skolor behöver vägledning för att utnyttja de personer och resurser som idag finns tillgängliga. Lärare måste ges tid att ägna sig åt matematik och matematikdidaktik. Personer med god kompetens för utbildningsinsatser och handledning i utvecklingsarbete måste finnas tillgängliga för alla skolor. Tid till seminarier och konferenser med kolleger om innehåll i undervisningen är ett ständigt återkommande önskemål.

Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM

1998 inrättade regeringen ett nationellt resurscentrum för matematik vid Göteborgs universitet. Motsvarande centrum fanns sedan tidigare i fysik, kemi och teknik. Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM skall bygga på erfarenheter och kunnande som utvecklats inom projektet Nämnaren.

Verksamheten har under de inledande åren 1999-2000 varit intensiv och omfattande. NCM:s första uppdrag var *Matematikbiennalen 2000* som blev den hittills största matematikutbildningskonferensen i Norden, med ca 5 000 deltagare totalt. *Nämnaren* och *NämnarenTEMA* har vidareutvecklats för att nå även förskola och gymnasiets matematik-intensiva linjer och få större spridning. Arbeta pågår med nya delprojekt med utveckling av tillhörande webbstöd och möjligheter till nät- och multimediebaserade distanskurser och konferensverksamhet.

NCM:s *webbplats* utvecklas i nära samarbete med tidskriften, bokserien och databasen. Syftet är att den skall utgöra en värdefull resurs för lärare, lärarutbildare, forskare och studerande. Den skall ge konkret och kontinuerligt stöd och vara ett verktyg i det dagliga arbetet.

En viktig del av verksamheten är att bygga upp ett *nationellt referensbibliotek* för svensk och utländsk matematikdidaktisk litteratur samt matematiklitteratur för lärarutbildning. Dessutom pågår ett arbete med att bygga upp en *nationell läromediautställning* i direkt anslutning till referensbiblioteket.

NCM samarbetar aktivt med andra lärosäten, kommuner, statliga myndigheter, kommuner, skolor mfl. Många fungerande *nätverk* bidrar till utvecklingen av svensk matematikutbildning. NCM söker åstadkomma meningsutbyte och stimulera till samverkan och gemensamma projekt. Kängurutävlingen med nära 50 000 deltagande elever mars 2001 är ett exempel på samarbete mellan Kungliga Vetenskapsakademien, KVA och NCM.

NCM:s medverkan är efterfrågad i *uppdragsverksamhet* och *forskningsprojekt*. NCM deltar flitigt i informationsträffar, mässor och konferenser, kurser mm för att sprida information om och få synpunkter på verksamhetens innehåll och inriktning.

I november 1999 fick NCM i uppdrag av regeringen, att utveckla ett förslag till *kompetensutvecklingsprogram* i matematik för lärare i förskola och skola. Denna rapport är ett av underlagen. För att NCM ska kunna leva upp till målsättningen och ge konkret stöd till utvecklingen av svensk matematikutbildning utifrån behov och förväntningar krävs dock ett avsevärt större permanent driftsbidrag än det som ges idag.

Skolverket och NCM

Sedan 1998 pågår ett arbete med medel från Skolverket för utveckling av Nämnarens webbplats. Vissa publicerade artiklar / artikelserier om t ex diagnoser med uppföljnings- och åtgärdsprogram samt lektionsuppslag relaterade till kursplanernas mål skall bli tillgängliga direkt på nätet.

Regeringen har inför bå 2001 avsatt medel till Skolverket för bl a en flerårig satsning på basfärdigheter i läsa, skriva och grundläggande matematik och särskilda medel för att utveckla matematikundervisningen. Insatserna samordnas med pågående utvecklingsarbete vid NCM.

För värdefulla synpunkter på en tidigare version av denna rapport tackar jag: Laila Backlund, Per Backlund, Peder Claesson, Lillemor Emanuelsson, Barbro Grevholm, Rolf Hedrén, Bengt Johansson, Håkan Johansson, Lars Mouwitz, Lars-Eric Pettersson, Ronnie Ryding, Lena Trygg, Jan Unenge, Karin Wallby och Barbro Wennerholm.

Inledning

I denna rapport ges en beskrivning av några utvalda fortbildnings- och kompetensutvecklingsinsatser som gjorts med statliga medel eller som fått nationell räckvidd de senaste 35 åren. Tidsintervallet är valt med tanke på omfattande reformer av svensk skola. 1962 kom läroplanen för nioårig grundskola, 1965 för det programinriktade gymnasiet som sedan 1970 följdes upp med att fackskolan integrerades i gymnasieskolan, se också tabell 1. Urvalet är gjort för att få en bred belysning av möjligheter och svårigheter med varierande initiativ, styrning, innehåll och uppläggning. Beskrivningen är naturligtvis inte alls heltäckande vad gäller kompetensutveckling för tidsperioden. Så behandlas t ex inte särskilt insatser från enskilda universitets- och högskoleinstitutioner, intresseorganisationer, nätverk, förlag och föreläsare som genomfört kompetensutvecklingsinsatser med stor betydelse för matematikutbildningens utveckling under perioden. Många sådana insatser har dock belysts, informerats om eller tagits upp i Biennalrörelsen eller Nämnarenutgivningen.

Nämnaren och Biennalrörelsen har haft som ambition att spegla utvecklingen av svensk matematikutbildning. Eftersom de fått rejäl spridning och omfattning över tid – i innehåll och till olika målgrupper, även geografiskt, ägnas dessa projekt särskild uppmärksamhet. Stor möda har lagts ned på att samla och sprida kunnande om svensk matematikundervisning via dessa fora. Kapitlen har därför också fått egna diskussionsavsnitt.

Syftet med rapporten är att redogöra för karakteristika som t ex motiv, styrning, mål och målgrupper, organisation, resurspersonutbildning, innehåll, former, relationer till kursplaneutveckling, forskning, utvärdering och resultat samt att diskutera vad vi kan lära av olika satsningar inför kommande insatser. Vad finns det att utveckla och bygga vidare på i t ex existerande litteratur, publikationer, modeller, centrumbildningar, nätverk, organisationer, föreningar och återkommande aktiviteter.

Beskrivningar, analyser och diskussioner grundar sig på litteratur- och rapportstudier samt egna erfarenheter från deltagande och medverkan i projekten. Viktiga informationskällor är tidskriften Nämnaren som började utges 1974 med Nämnarens databas samt dokumentationerna från matematikbiennalerna från 1980. I Nämnarens reguljära utgivning och i temanummer har materiel för och från läroplansutveckling, forskning, fortbildning och utvecklingsarbete publicerats, utredningar och avhandlingar anmälts och diskuterats. Det har t ex gällt matematikdidaktisk litteratur, handledningar, rapporter, försökstexter och forskningsprojekt.

”Den nya matematiken”

Delta-fortbildningen för Lgr 69

Lgr 62:s kursplan var en kompromiss mellan folkskolans och realskolans tidigare kursplaner. I innehållet kan spåras mycket av den senare skolformen (Skolverket, 1997). Utvecklingsinsatser i matematik inför Lgr 62 gällde främst arbetsformer (Skolverket, 1997; Wallby m fl, 2001). Innehållet ansågs snart ålderdomligt. Internationella strömningar ledde till radikala förändringar i och med Lgr 69 med ett omdiskuterat supplement, föregånget av försök i Nordiska kommittén och IMU-projektet (IMU = Individualiserad Matematikundervisning) som startade 1963 (IMU, 1968).

Bakom kursplaneförändringen 1969 med åtföljande fortbildningsprojekt Delta låg differentieringsfrågan och klyftan mellan universiteten och skolans matematikundervisning (IMU, 1968, s 68 ff), dåliga resultat i FIMS för 13-åringar (First International Mathematics Study) 1964, internationellt utvecklingsarbete med nya matematikkurser framförallt i USA efter den s k Sputnikkrisen samt arbete i Nordiska kommittén sedan 1960 med ett antal försökstexter. Samhällsutvecklingen var snabb men matematikundervisningens innehåll var oförändrat sedan flera decennier. Områden som behövde utvecklas var t ex geometri och statistik. Vidare diskuterades redan nu minskning av mekanisk räkning med anledning av tillgången på tekniska hjälpmedel och räknesticka.

Då som nu fanns problem att få studerande till naturvetar- och teknikerutbildningar (Werdelin, 69). Krav restes på förbättrade pedagogiska metoder – för att fler elever skulle lära sig mer matematik med tanke på samhälls- och teknikutvecklingen. Mängdläran framfördes som ”den intressantaste och mest omtalade nyheten pedagogiskt sett”. Den gav större enhetlighet i presentation av olika områden. Andra önskemål var att ge starkare ställning för logik, funktionsbegrepp, räknelagar, koordinatsystem samt positionssystem med andra baser än tio (IMU, 1968, s 38).

Deltafortbildningen inriktades på ”teoretiska avsnitt men med metodiska inslag” (Andersson, 1969a; 1969b). Syftet var att åstadkomma ”den mest effektiva matematiska fortbildningen för 40 000 lärare”. Ett studiepaket togs fram med textbok Matematik NU, handledning Studietips, kommentarer, diagnoser (för att testa om man hängde med) samt kontrollprov (insändningsuppgifter) för deltagare i studiecirkelarna. Dessutom producerades radioprogram. Två versioner gjordes, en för lärare i åk 1-6, en för högstadiet. Kostnaderna delades av SÖ, SR och kommunerna. Det tryckta materialet producerades av Hermods. Fortbildnings-

konsulenterna vid länsskolnämnderna spelade en avgörande roll för genomslaget vid genomförandet.

Satsningen hade stor omfattning. Positivt var diskussionerna mellan olika lärarkategorier. Även lärare som inte undervisade i matematik deltog i vissa aktiviteter. Hermods tog också fram ett särskilt studie-cirkelmateriel för föräldrar. Uppläggningsformen uppskattades. Innehållet betraktades dock av deltagande lärargrupper som långt från skolverkligheten, men ledde avgjort till att matematiken i skola och samhälle diskuterades.

Det blev kraftigt genomslag för mängdlära och ”den nya matematiken”, men bristen på klassrumsanknytning ledde till att matematikinnehållet av många betraktades som än mer verklighetsfrämmande, trots att syftet var det rakt motsatta. Då relationen mellan det som ingick i fortbildningen och den egna undervisningen var oklar eller helt saknades blev följden att lärarna kände osäkerhet och inte vågade avvika från läroböcker eller kursplan trots att de snart upptäckte att eleverna fick problem med nya kursmoment och de metodiska råd som gavs i supplementet Lgr 69 (Kilborn, 1977; MALM, 1979). Snart uppmättes försämring i grundläggande räknefärdigheter i de skolorna i LUG-undersökningarna (Skolöverstyrelsen, 1973a; 1975).

Förhoppningarna kom således nästan helt på skam. I det första standardprovet efter reformen räckte det att klara allmänskursuppgifterna för att få betyget 5 i särskild kurs (DsU 1981:19, s 59).

MALM – matematik på låg- och mellanstadiet

SÖ:s fortbildningsavdelning vid Lärarhögskolan i Göteborg hade riksansvar för sommarkurser och materiellframtagning i matematik för både grundskolan och gymnasiet på 1970-talet. 1975 prioriterades en uppföljning av Delta-fortbildningen med lärare i åk 1-6 som målgrupp.

Som nämnts tidigare gav Deltaprojektet ämnesteorietisk bakgrund för ”den nya matematiken” t ex mängdterminologi, olika positionssystem, utsaga och lösningsmängd, funktioner och sannolikheter, men det diskuterade nästan inte alls hur de nya begreppen kom in i det praktiska lektionsarbetet. Många frågor blev obesvarade: Vad var viktigt och vad var mindre viktigt i det nya, vad visade sig fördelaktigt och vad kunde kritiseras? I inledningen ger Margita Nilsson och Jan Thompson (1979) bakgrund och motiv för MALM-texterna. Intressant är att jämföra med dagens diskussion kring undervisningens inriktning och hur lärares erfarenheter kan bli föremål för reflektion, analys och på allvar tas tillvara.

Nu finns lärarerfarenheter, och det är angeläget att ta dem till vara och sprida dem. Det har sagts att bland det bästa med Delta var att det osökt gav tillfälle till diskussion om matematikundervisningen bland låg- och mellanstadielärare. Intresset för ämnet ökade när

dess problem diskuterades. Det är nu viktigt att hålla diskussionen vid liv i ljuset av gjorda erfarenheter.

Ett nyckelord i Lgr 69 var förståelse. I samband med den aktuella diskussionen om räknefärdighet frågas: Hur långt skall man gå i kravet på förståelse? Hur mycket bör man egentligen förklara? Bakgrunden är att många lärare lägger ner möda på att förklara att t ex $0,1 \cdot 0,1 = 0,01$, medan andra inriktar sig på att visa hur man gör ("lägg ihop decimalerna"). 'Gör så och så' är kanske alltför jämt den förhärskande metodiken. Behövs en förändring här? Eller är det tvärtom så, att flertalet lärare är alltför ambitiösa i sina försök att få eleverna att förstå vad de ännu inte är mogna att förstå? Är kanske (särskilt i lägre årskurser) strävan efter en logisk ordning, en tillfredsställande och genomtänkt inlärningsstruktur, en i stort sett meningslös möda som går eleven förbi? Vad har lärare för erfarenheter på dessa punkter?

En viss sammanblandning av mål och medel kan ibland förekomma vid diskussioner om grundskolans matematik. Det är självklart att en total åtskillnad inte kan göras, så att etiketten 'mål' klistras här och etiketten 'medel' där. Men det kan vara nyttigt att ställa frågan vad som är mål i sig och vad som endast är medel för att komma dit. Är alla t ex överens om att mängdapparaten endast är ett medel? Hur är det med olika positionssystem? Med laborativ materiel? Med olika begrepp i geometrin?

Ett bra medel underlättar den förståelse som i sin tur leder till ökade insikter och färdigheter. En icke oväsentlig fråga är emellertid: Kan man iakttä att förståelsen har blivit större? Har de medel som använts lett till större räknesäkerhet och större förmåga till logiska resonemang? Det är givet att man inte alltid kan få svar och att allting av värde inte kan mätas. Kravet på iakttagbarhet skall därför inte drivas för långt. Men frågan 'Hur kan man nu se att detta är bättre, om det är så?' måste kunna ställas och i varje fall leda till att en lärare inte känner ett tryck att använda en metod, för vilken iakttagbara positiva effekter inte har påvisats. Andra medel och metoder kan vara lika bra eller bättre.

De samtal om matematik som från fortbildningssynpunkt är väsentliga bör utnyttjas inte bara för information till lärare utan också för att få information från dem. Det är, trivialt att säga, nödvändigt att man utnyttjar all den information, t ex angående iakttagbara positiva eller negativa effekter, som endast verksamma lärare kan ge. En fortbildning bör inte bara säga "så här skall vi göra" utan också ställa fundamentala problem, även där entydiga lösningar knappast ges. På vilket stadium skall man läsa ett visst moment? Var hör det hemma med hänsyn till elevmognaden? Vad förefaller möjligt och vad förefaller omöjligt att åstadkomma? Tillspetsat uttryckt kan man säga, att det förekommer två ytterligheter. Lärare

betraktar läroplanen som något man aldrig behöver läsa eller som en bibel. Vidare är det känt att bundenheten vid läromedlen ofta är mycket stor. Önskvärt vore att lärarna fick en aktiv syn på läroplanen och läromedel som medel och att varje läroplansrevision vore grundad i en aktiv läraropinion. MALM vill försöka bidra till en sådan utveckling.

En annan aspekt är följande. Ett fortbildningsmaterial bör om möjligt innehålla ett vertikalt studium av grundskolans matematik. En lärares undervisning påverkas – både medvetet och omedvetet – av hans/hennes uppfattning om vikten och betydelsen av det aktuella momentet på följande stadier. Vad kommer eleverna att möta när de lämnat mig? Vart leder detta? Vad kan jag göra för att de inte senare skall få sådana svårigheter som jag nu vet att allt för många elever har? Det kan t ex gälla konstruktionen av lämpliga övningar, utformade med hänsyn till vad som senare skall komma. Ett exempel är övningar av typen $3 + q = 5$ (vilket tal skall stå i q ?). Dessa övningar förekommer redan i åk 1 och förbereder för ekvationslösning långt senare. Kan fler sådana övningar konstrueras? Tal-linjen är grundläggande på mellanstadiet (decimaltal). Det är därför ur detta stadiums synvinkel tacksamt om eleverna blir förtrogna med den redan på lågstadiet (ordningstal). Och omvänt: Denna metod förefaller inte mig viktig? Hur viktig är den senare? Är den på nästa stadium grundläggande eller används den allt mindre där? Det inträffar nu att lärare på ett stadium i onödan kämpar med metoder, symboler eller moment, i tro att de underlättar för eleverna i framtiden, ehuru erfarenheterna från nästa stadium är att momentet är av perifer betydelse eller metoden visat sig mindre lyckad (lösningsmängd på mellanstadiet? ekvivalenspilar på högsta-diet?)

(Nilsson & Thompson, 1979, s 4-5)

Studiemateriel och modeller för fortbildningen togs fram i olika versioner i en omfattande process, där texter kom att publiceras som temanummer i Nämnarenserien. Efter ett flerårigt utvecklingsarbete fick temanummer och handledning sin slutgiltiga utformning 1979 i en tredje version. De innehöll texter som tog upp stadieanknutna problem med insprängda studieuppgifter och en enkel handledning. Materialet utprövades lokalt eller på SÖ:s sommarkurser framförallt med personer som kunde tänkas bli piloter, huvudlärare, konsulenter eller andra – på frivillig bas. Det var avsett att användas i lokal fortbildning och utvecklingsarbete, och marknadsfördes genom informationskonferenser (Nilsson, 1978a), via Nämnaren, fortbildningskonsulenterna och biennalerna 1980 och 1982.

Skolor, kommuner och enskilda lärare studerade materialet, prövade idéerna i egen klass och tillsammans med kolleger. Det fick dock liten spridning trots att kvaliteten och utprovningserfarenheterna var goda, se t ex utvärdering av Nilsson (1978b). Lärarna gav uttryck för att studier och diskussioner stärkte deras självkänsla och stimulerade arbetet med basfärdigheter och begreppsbildning. Fortbildningen ledde till diskussioner kring matematikundervisningens mål, till läroboksgranskning och sovring, bättre uppföljning av elever samt ökad förståelse för arbetet på angränsande stadier. MALM genererade en önskad utveckling av matematikundervisningen på skolor som använde texterna (MALM, 1979, s 11-16).

Det kom också att användas i lärarutbildning på några mindre högskolor (MALM, 1979, s 20). Flera av författarna var lektorer i ämnesteorier och ämnesmetodik på lärarhögskolor.

Parallellt med detta arbete pågick LIME (Läromedel i matematikmetodik), initierat av UHÄ, som ledde till en bok som främst handlade om praktiska och metodiska förslag i klassrumsundervisning och där de flesta författarna var matematikmetodiker i grundskolan. Försök gjordes att få till stånd samarbete mellan de båda projekten men dessa försök misslyckades. Projektgrupperna företrädare kom från olika traditioner och kunde dessvärre inte enas om en gemensam utgivning.

Några FoU-projekt

PUMP – Processanalyser i Matematik/Psykologvistik

PUMP-projektet bekostades av skolöverstyrelsen 1973-1977 och hade ett klassrumsnära innehåll. Resultaten kom att användas och diskuteras mycket i skolorna tack vare rapporternas tillgänglighet och att forskarna ställde upp på studiedagar och kurser. Diagnoser, handledningar och fortbildningsmaterial togs snabbt fram, se referenser. Att detta var möjligt berodde i hög grad på forskarnas egna erfarenheter av undervisning och fortbildning.

PUMP-projektet fick ett ovanligt stort genomslag i svenska klassrum för att vara ett forskningsprojekt vid en pedagogisk institution. Projektet analyserade skolans aritmetikstoff och studerade hur aritmetikundervisningen bedrevs (Kilborn, 1979). Ett diagnosinstrument konstruerades. Med detta som underlag kartlades svenska elevers räknefärdigheter och analyserades läromedel. Samtidigt utfördes processtudier av undervisningen i matematik på låg- och mellanstadiet och granskades kursplanarbetet i matematik. De viktigaste bakgrundskomponenterna för PUMP-projektet var Basfärdighetshandledningen i matematik (Skolöverstyrelsen, 1973b), SISU-projektet (Bladini & Stukat, 1974) och Kompassprojektet (Lundgren, 1972).

Studierna visade vikten av att läraren kan analysera elevers behov av förkunskaper i relation till läroboken och har instrument för att ta reda på dessa förkunskaper. Lärare visade stora brister i dessa avseenden inom aritmetiken. Enligt projektet (Kilborn, 1979):

Svenska barn har förbluffande dåliga räknefärdigheter i dag. Det allvarligaste är emellertid att vare sig lärare eller politiker verkar vara medvetna om detta. Orsakerna är att vi under flera år använt en alltför grov form av diagnostik ej en kvalitativt inriktad samt att eleverna missbrukar facit.

(s 32)

Uppgifterna i läroböckerna var inte ordnade i svårighetsordning och var ibland omöjliga att klara av för elever med dåliga förkunskaper. Det orealistiska och snabbt framtagna matematiksupplementet från 1969 (Kilborn, 1977; Emanuelsson 2000), lärarnas utbildning parad med bristande diagnosticering av elevers förkunskaper och läroböckernas brister ledde till en dålig arbetsmiljö för enskilda elever, som trots ambitioner att lära sig

att klara bokens uppgifter inte fick en realistisk chans, utan tröttnade och resignerade. Traditionella uppfattningar av matematik och matematikutbildning var viktiga bakgrunder till problemen. Ett viktigt fenomen kartlades – *lotsning* – där lärare vid bänken leder eleven med ifyllnadsfrågor genom uppgifter när eleven egentligen har begreppsmässiga problem (Johansson, 2000). Lärare gav handledning i hur man ska göra i stället för att diskutera hur man kan tänka – utan att kunna analysera hur detta leder till bristande kunskaper för eleverna. Slutsatsen var att "ett viktigt led i förbättrandet av elevernas arbetsmiljö måste omfatta en förutsättningslös och noggrann *analys av lärarens arbete i relation till målen för arbetet*." (Kilborn, 1979 s 109, författarens kursivering)

PUMP-projektets arbete och resultat publicerades i en lång rad rapporter, diagnosmaterial, handledningar och fortbildningsmaterial, se referenser t ex i Nämnaren 10 (2), Nordiska bilder s 48.

Det ämnesinnehåll som behandlades i PUMP-projektet gällde huvudsakligen aritmetik och räknefärdigheter, men syftet var huvudsakligen att studera hur lärares undervisning och läromedlens uppbyggnad ledde till elevers inläring. Detta betyder inte att projektets huvudresultat bara är tillämpbara för just detta stoff.

(Kilborn i Nämnarenintervju i nr 2, 1983)

Dessvärre kom många att uppfatta PUMP-projektets resultat som helt knutna till räkning med papper och penna i algoritmer. De mer betydelsefulla resultaten gällande kommunikationen mellan elev och lärare vid bänken och lotsningsfenomenet har inte fått den uppmärksamhet de förtjänar. De har senare styrkts av andra forskningsrapporter som t ex Granström & Einarsson (1995) som också berör den fragmentariska kommunikationen i just matematik.

ARK – Analys av räknedosornas konsekvenser

I mitten av 1970-talet började det säljas billiga räknedosor. Gymnasieelever tog med sig dessa till skolan och lärarna blev osäkra och frågade Skolöverstyrelsen vad de skulle göra. På våren 1976 tillsatte SÖ därför en arbetsgrupp för Analys av räknedosornas konsekvenser, kallad ARK-gruppen. Utgående från formulerade problemställningar initierades sedan utvecklingsarbeten med ARK-gruppens medlemmar som ledare.

Detta projekt är intressant att studera av flera skäl. Flera tecken tyder på att den utveckling som inleddes inte lett till anpassning till kursplanens mål och erforderlig kompetensutveckling av lärare i matematik. Det gäller bl a utveckling av elevers räknefärdigheter och avvägning mellan olika hjälpmedel med hänsyn till samhälls- och teknikutvecklingen. Projektets innehåll hade karaktär av utvecklingsarbete. Verksamma lärare engagerades i arbetsgrupper, försök och framtagning av studiematerial.

Ur en rapport om verksamheten inom ARK-projektet 1976-1983 (Björk & Brolin, 1984) framgår projektledningens grundsyn:

En vanligt förekommande uppfattning om skolmatematikens uppgift är olyckligtvis att den enbart skall lära eleverna att utföra numeriska beräkningar för hand. I själva verket är skolmatematikens viktigaste mål att lära eleverna att förstå och lösa de matematiska problem som de möter i vardagsliv, arbete, andra skolämnen och i matematikämnet självt. När man löser ett matematikproblem måste man ofta utföra ett antal numeriska beräkningar, och de flesta problem avslutas med en numerisk beräkning. Det är därför meningslöst att studera matematik om man inte har goda basfärdigheter i aritmetik. All matematikundervisning har därför alltid inletts med att ge eleverna grundläggande färdigheter i aritmetik. Undersökningar och erfarenheter från klassrummen visade emellertid i början av 1970-talet att alltför många elever i svensk skola hade bristfälliga färdigheter i aritmetik. Detta hindrade dem följaktligen från att kunna lära sig matematik. När miniräknaren från mitten av 1970-talet blev tillgänglig i svenska skolor insåg man att matematikundervisningen stod inför en revolution av oanade mått.

(s 4)

Utvecklingen gick fort. Redan läsåret 1977/78 var miniräknaren tillåten som hjälpmedel vid de centrala proven i gymnasiet. På högstadiet och framför allt på mellanstadiet menade ARK-gruppen att man måste vara mer försiktig med att införa miniräknare. Man skilde på tre faser av räknarens användning i skolan:

- som räknetekniskt hjälpmedel
- för att förändra metodiken i aktuella kurser
- för att förändra innehållet i matematikkurserna

Inom ARK fanns delprojekt med inriktning på olika stadier. Bl a diskuterades icke-algoritmiska basfärdigheter, dvs insikter och färdigheter i matematik som är oberoende av räknetekniska hjälpmedel som papper och penna, miniräknare mm. Ett test utarbetades och avsikten var att löpande följa utvecklingen allteftersom miniräknare blev vanliga i de tidigare årens matematikundervisning (Ekenstam & Greger, 1982). Dessvärre har detta test inte kommit till användning.

Problemlösningsförmåga och kommunikationsförmåga i matematik analyserades. Fortbildningsmaterialet *Matematikämnet i förändring, eftertanke och påverkan* togs fram som underlag för en diskussion kring matematikundervisningens mål och innehåll för 12-13-åringar (Greger & Ekenstam m fl, 1984).

RIMM-projektet (Räknedosan I Mellanstadiets Matematikundervisning) under ledning av Rolf Hedrén studerade hur en konsekvent användning av miniräknare påverkar elevernas

- huvudräkningsförmåga
- förmåga att räkna med papper och penna
- problemlösningsförmåga
- motivation och intresse

Ett försöksmateriel togs fram och klasser som använde miniräknare jämfördes med klasser som inte använde räknare (Hedrén & Köhlin, 1983; Hedrén, 1984). I Björk & Brolin (1984) summeras:

Intervjuerna med lärarna visade en mycket positiv inställning till försöket. De tyckte bland annat att användning av miniräknare gav större omväxling i arbetet än traditionell matematikundervisning.

Vi kan alltså dra slutsatsen att regelbunden användning av miniräknare i matematikundervisningen inte behöver medföra den nedgång i förmågan att räkna i huvudet eller med papper och penna, som många befarat. Vi har också kunnat visa att den ökade träningen i lösning av vardagliga problem, som miniräknaren gett möjlighet till, lett till att eleverna fått en större förmåga att bedöma tals storleksordning samt att välja rätt räkneoperation och plocka ut relevant information i textuppgifter.

Dessutom har försöket givit upphov till nya idéer om hur miniräknaren skall kunna användas så att elevernas problemlösningsförmåga om möjligt tränas än effektivare än vad vi kunnat göra i vårt försök.

(s 11)

Inom ett annat delprojekt Laborativ matematik, allmän kurs arbetade man med en laborationsbank. Syftet var att eleverna skulle "hämta uppgifter från sin egen verklighet, från områden av livet som angår dem, och upptäcka att deras verklighet är full av matematik – rolig matematik som är meningsfull för dem." (Björk & Brolin, 1984, s 12), se även Björkstén & Åhman (1984).

I gymnasieskolan fanns flera delprojekt:

Metodiska förändringar i N/T linjernas matematik, lett av Torgny Domar. Enligt Domar medför miniräknarens införande dramatiska förändringar och nödvändiggör revision av både målsättningar och metoder i undervisningen. Realistiska tillämpningar och laborativa moment kan ökas. Tidsödande moment t ex kurvritning kan få bättre behandling genom att eleverna kan arbeta med mer varierade problem. (Domar, 1978; 1979; 1984; 1985)

Sannolikhetslära och statistik med programmerbar miniräknare, lett av Lennart Råde. Projektet visade att programmerbara miniräknare kan utnyttjas effektivt inom området. Möjligheterna att konkretisera och levandegöra viktiga begrepp och metoder var goda. Användning gav anledning till ny metodik (Björk & Brolin, 1984). Ett försöksmaterial utgavs som Nämnarentema 1978.

Specialarbeten i matematik med programmerbar miniräknare, lett av Lennart Råde. Sju olika specialarbeten utformades: Fibonacci, Nikomachos och Euklides, Primitäl, Flicka eller pojke, Ekonomi, Stokastisk geometri och Statistisk databehandling (Björk & Brolin, 1984).

NUMA, Numerisk matematik med tillämpningar, lett av L-E Björk. Detta var då ett ganska speciellt projekt för svenska förhållanden och förtjänar särskild uppmärksamhet eftersom det innehöll en process med både elev- och lärarmateriel i försöksupplaga (utanför gällande kursplan), fortbildningskurser för de lärare som skulle använda materielat och sedan ledde det hela till införande i reguljära kurser. Kursmaterialet publicerades i Nämnarenserien. I artikeln Datorernas intåg i svensk skola skriver Björk (1983) om försökets innehåll, styrning och resultat. Hans reflektioner är intressanta med tanke på innehållet i försöket, försökets uppläggning, och erfarenheter för kompetensutveckling. Han börjar med att diskutera var styrningen i olika försök ligger:

Är det hos lärarna eller hos en anonym myndighet? Styr det nerifrån eller uppifrån? Under åren 1976-79 deltog ett stort antal skolor runt om i landet i ett datorförsök med stark lärarstyrning. Det var det s k NUMA-försöket i matematik och fysik.

Den grundläggande tanken bakom försöket var i korthet att visa hur enkla idéer som iteration, stegning, extrapolation och simulering tillsammans med programmerbara hjälpmedel kan ge mycket effektiva metoder för problemlösning. Skolorna kunde lägga tonvikten antingen på programmerbara miniräknare eller på datorer (BASIC). Målet var att eleverna skulle få en ökad förståelse för de matematiska begreppen och inte att de skulle syssla med programmeringstekniska detaljer. Dessutom ville man påverka lärarnas metodik i det dagliga arbetet och skaffa sig erfarenhetsunderlag för kommande kursplaneändringar. Med facit i hand kan man säga att försöket var en framgång. Till detta bidrog bland annat följande:

- Lärarinflytandet var stort. Erfarenheter från de gångna årens "småförsök" vid många skolor togs tillvara.
- Numeriska metoder är ett begränsat område. För varje delområde utarbetades elevhäften med lärarhandledningar. Försökstexterna kunde spridas via Nämnaren, se Nämnaren 18(3/4), s 10.

- Försöket leddes utan onödig byråkrati. God kontakt upprätthölls mellan försöksledningen och de deltagande skolorna bl a genom studiedagar och sommarkurser anordnade av Fortbildningsavdelningen i Mölndal.

Kanske NUMA-modellen är värd att användas i andra sammanhang när kursinnehåll och metodik ska förändras? Borde vi kanske låta lärarhögskolorna bedriva en kontinuerlig försöksverksamhet så att ingen kursplaneändring behöver ske utan att nya moment noggrant testats i klassrummet?

(s 32-33)

Min bedömning är likartad. Modellen är efterföljansvärd. Om den använts i andra sammanhang, t ex vid introduktionen av "den nya matematiken" eller vid introduktionen av "A-kursen", hade vi sannolikt fått en annan och mer realistisk inriktning. I utvärderingar av fortbildningen från deltagande skolor och lärare gavs också positiva kommentarer. Modellen står sig också gott i ett internationellt kompetensutvecklingsperspektiv, jfr Mouwitz (2001).

Tillämpad statistik i gymnasieskolan, lett av Göran Andersson var ytterligare ett delprojekt, men i SE-linjernas matematik, som ledde till förändringar. En försökstext kring tidningsrubriker med statistisk anknytning utformades och prövades. Majoriteten av eleverna fann kursen intressant och givande. Deltagande lärare förordade spridning av kritisk granskning och statistik över flera årskurser och samarbete med andra ämnen, främst samhällskunskap (Andersson, 1984).

ARK-projektet fungerade som ett paraplyprojekt och tog många initiativ till uppföljning av den snabba teknikutvecklingen i skolans matematikundervisning. Genom ARK-gruppens goda kontakter med skolans dagliga verksamhet drevs omfattande försöksverksamhet inom många områden. Arbetet publicerades i rapporter, temanummer av Nämnaren och fortbildningsmaterial. I samband med Matematiksatsningen 1986-1991 var detta ett innehåll i fortbildningen. Detta gjorde kanske att många trodde att erfarenheter och resultat fick en genomgripande spridning och omsättning. Mycket tyder emellertid på att matematikundervisningen, framförallt på grundskolans tidigare stadier idag inte utnyttjar hjälpmedlens kända räknetekniska och metodiska möjligheter, med därtill hörande satsning på taluppfattning, huvud- och överslagräkning (Börjesson, 1999; Emanuelsson & Hedrén, 1998; Persson, 1995).

I Nämnaren – ett servicematerial skrev Björk & Brodin (1986) att miniräknare innebär "en unik möjlighet att stärka både nödvändiga färdigheter och förståelse. Viktigt är dock att precisera vilka baskunskaper som ska krävas i handräkning." De anger också resultat från testet av Icke-

algoritmiska basfärdigheter som stöd för detta. De fortsätter (observera att detta skrevs för 15 år sedan):

För 10 år sedan gav datatekniken oss miniräknaren. Den har vitaliserat skolmatematiken både innehållsmässigt och metodiskt. Idag erbjuder datatekniken skolmatematiken ännu kraftfullare verktyg: matematikverkstäder och symbolhanterande program – ännu så länge bara på mikrodatorer, men snart också i räknarformat.

I matematikverkstäderna integreras program för bl a kurvritning, ekvationslösning, bestämning av maxima och minima samt beräkning av integraler. De symbolhanterande programmen kan utföra förenklingar, deriveringar och integreringar i algebraisk form!

Frågorna som ARK-projektet ställde när miniräknaren skulle införas återkommer fast på en annan nivå:

- Var ska vi sätta gränsen för elevernas förmåga att manipulera uttryck för hand?
- Påverkas elevernas förståelse av mindre färdighetsträning i algebra?
- Ökar deras förmåga att lösa problem? Kan metodiken ändras?

Miniräknaren har idag fått oss att överge större delen av det gamla algoritmräknandet på högstadiet och i gymnasieskolan. Kommer datoralgebran att i morgon tränga undan en stor del av det algebraiska manipulerandet?

(s 28)

I artikeln orienterar de också om ett nytt projekt Analys av datorns konsekvenser för matematikundervisningen som skulle komma att pågå till 1999, se även Björk & Brolin (1990) och Brolin (2000). ADM-projektet sägs ha målsättningen att ge:

Analys av datorns konsekvenser för matematikämnets innehåll.

- datorn som ”verktyg” (utnyttjande av färdiga program, kalkylprogram, statistikprogram, ”matematikverkstäder”, symbolhanterande program),
- målbeskrivning, materielutveckling, prövning och analys av konsekvenser.

Analys av datorns didaktiska konsekvenser.

- begreppsförståelse och användning,
- problemlösning m m.

Analys av datorn som undervisningshjälp (datorstöd).

I NCM:s huvudrapport (NCM 2001:1) kommenteras ADM-projektets resultat och vilka slutsatser som kan dras för kompetensutveckling av lärare med anledning av forskning och utvecklingsarbete på senare år, se också (Björk & Brolin, 1998; Blomhøj, 1998; Dahland, 1993; Dahland & Lingefjärd, 1996; Dahland, 1998; Hedrén, 1993; Lingefjärd, 2000).

Matematikämnet i kris

Satsningen 1986-1991

"Haverikommissionen"

De larmrapporter om svenska 13-åringars matematikprestationer som kom våren 1985 tycktes slå ned som en bomb på Skolöverstyrelsen och Utbildningsdepartementet men kom inte som någon överraskning för Nämnarens läsare. Problemen var väl kända och hade diskuterats i Nämnaren under tio år. Arbetet med att förbättra matematikundervisningen hade pågått länge, främst i form av insatser från ett antal fortbildare och lärarutbildare, vilket bl a tog sig uttryck i matematikbiennaler sedan 1980 och i Nämnaren sedan 1974. Kursplanen i Lgr 80 och tillhörande kommentarmaterial och diagnostiska uppgifter är också exempel på hur man försökte förbättra den matematikundervisning som "gick snett" när den "nya matematiken" introducerades genom Lgy 65 och Lgr 69.

Den första IEA-studien i matematik genomfördes 1964 i 12 länder och den andra 1980-81 omfattade 20 länder, (IEA = International Association for the Evaluation of Educational Achievement). När resultat från SIMS (Second International Mathematics Study) kom 1985 gav media en bild av Sverige som ett av de sämsta länderna i världen (Skolverket, 1996). En rapport om den svenska delen publicerades redan 1983 i Matematik i svensk skola (Murray & Liljefors, 1983)). Resultaten var i nivå med resultaten 1964 och katastrofala med tanke på ambitionerna i svensk skola. En särskild utredning tillsattes inom utbildningsdepartementet. Denna föreslog ett trettiotal omedelbara åtgärder och ett tiotal på längre sikt för att förbättra utbildningen i matematik (DsU, 1986:5).

"Matematikkrisen" som den definierades genom DsU 1986:5 resulterade i ett intensivt och omfattande arbete med utveckling av fortbildningslitteratur och aktiviteter i flera steg. 1987 avsattes medel för fyra år. Matematikämnet fick också en starkare ställning i lärarutbildningen, samtidigt som inträdeskraven höjdes.

Satsningen övergick successivt i Kompletteringsfortbildningen av klasslärare med anledning av den nya lärarutbildningen och planerades pågå i tio år till 1999. Det står klart att den avsedda fortbildningen inte realiserades, efter det att ansvaret för fortbildning överfördes till kommunerna 1 juli 1991, även om ett stort antal lärare i åk 1-6 under åren 1986-1996 genomgått en ganska omfattande fortbildning (5 veckor) i matematikundervisning (Skolverket, 1996, s 18).

Förslagen i utredningen gällde t ex

- a* förtydligande av kursplaner (endast 10% av lärarkåren kände till av SÖ utgivet kommentarmaterial som kom 1982),
- b* utveckling av läromedel i matematik innefattande diskussion med förlag och författare, utformning av handledningar med matematikdidaktiskt innehåll, studiecirklar för lärare kring nya läromedel, utveckling av prototyper kring huvudmoment och laborativa metoder, informations- och diskussionsträffar lokalt med politiker, skolstyrelser, lärare och förlagsrepresentanter för att få politiker att förstå värdet av goda och moderna läromedel,
- c* bearbetning av SÖ:s diagnostiska uppgifter (utkom 1982) för åk 3, 6 och 9 inklusive fortbildning för lärare och skollädaresser kring dessa (endast var tionde lärare sade sig känna till hur de kunde användas), centralt utarbetat ”diagnostiskt ingångsprov till gymnasieskolan i matematik”, centrala prov i matematik för tvååriga linjer (som varit ingångskompetens i lärarutbildningen för låg- och mellanstadie lärare),
- d* ökade resurser för att genomföra undervisning i mindre grupper vid övergången mellan låg- och mellanstadiet. Vidare att resursen för att möjliggöra allmän och särskild kurs på högstadiet skulle behållas även om kursuppdelningen avskaffades, att resurser borde tilldelas för stödundervisning i början av gymnasieskolan,
- e* särskild uppmärksamhet så att lektionstid för matematik och andra kommunikationsämnen inte naggades i kanten av aktiviteter som ej hörde till ämnet, att hemarbete i matematik uppmärksammades,
- f* omfattande stimulans av matematikdidaktiskt forsknings- och utvecklingsarbete och information kring detta, bl a genom ”en rejäl resurstilldelning från de resurser UHÄ förväntas disponera i samband med lärarutbildningsreformen” samt information kring forskning om begreppsutbildning i tidiga skolår,
- g* specialfunktioner (en för matematik, en för svenska) omfattande ett eller flera rektorsområden för att
 - initiera och leda fortbildning
 - initiera lokala utvecklingsarbeten
 - initiera samarbete mellan olika stadiers lärare
 - sprida kännedom om böcker och tidskrifter med didaktiskt innehåll och initiera diskussioner kring innehållet
 - verka för att det i övrigt skapas goda betingelser för inläring i ämnet.

I utredningen föreslogs också

- h* Det bör planeras för en regelbundet återkommande fortbildning i matematik för alla lärare som undervisar i ämnet. Dessa kurser skulle kunna ge fördjupade kunskaper om hur man undervisar i matematik genom bearbetning av lärarnas egna erfarenheter.

(s 302)

Fortbildningen 1986–1991

Som en följd av utredningen tillsatte SÖ en utvecklingsgrupp som skulle

- planera och genomföra utbildningsinsatser inför en obligatorisk studiedag för alla Sveriges lärare i matematik
- planera och samordna centrala insatser som stöd till fortbildnings- och utvecklingsarbete i ett längre tidsperspektiv.

Länskolnämnderna fick i uppdrag att utse ”piloter” för en bred matematiksatsning. Utvecklingsgruppen genomförde utbildning av ca 130 piloter som sedan genomförde utbildning av ca 3 000 resurspersoner som i sin tur genomförde fortbildningen i rektorsområden. Planeringstiden var mycket kort, rejäla diskussioner av långsiktiga åtgärder hanns inte med.

För att få en mera innehållslig belysning av problemen i svensk matematikundervisning inbjöds ett 30-tal matematikdidaktiker / -metodiker till en konferens i dec 86. Syftet var att engagera en större grupp i fortsättningen kallad referensgrupp i innehållsanalyser och framtagande av servicematerial i det kommande kompetensutvecklingsarbetet. Det kunde konstateras att det fanns många idéer och förslag till åtgärder men dålig teoriunderbyggnad. Gruppen blev betydelsefull i den fortsatta matematiksatsningen.

(Emanuelsson & Nordgren, 1987)

Efter misslyckandet med den nya matematiken enligt Lgy 65 och Lgr 69, bristen på uppföljning av begångna misstag samt utebliven fortbildning i samband med införandet av Lgr 80 inklusive kommentarmaterial och diagnoser var tillståndet känt för fortbildningskonsulenter och lärarutbildare (Emanuelsson & Johansson, 1988), se även Håstad (1978; 1981). Satsningen 1986-91 fick karaktär av krisinsats, där insatta och engagerade lärarutbildare, resurspersoner och lärare gjorde betydelsefulla insatser.

Det första inslaget, steg 1, var en obligatorisk studiedag för att alla lärare i matematik i grundskolan och gymnasieskolan som skolminister Bengt Göransson sa ”ska studera och diskutera hur matematikundervisningen kan förbättras”. En sammanfattning av DsU 86:5, Matematik för alla, var underlag för studiedagen. (Resursnämnen, 1987; Emanuelsson 1986).

Syftet med studiedagen var dels att diskutera resultatet av IEA-undersökningen och departementsgruppens rapport med förslag till åtgärder på kort och på lång sikt, dels att stimulera diskussioner kring matematikundervisning och elevers lärande. Ett antal diskussionsuppgifter som utgick från åtta elevuppgifter i matematik ledde till reflektioner och diskussioner kring elevtankegångar och upptäckter av hur elever reagerar när de löser icke-traditionella problem (Resursnämnen, 1987, s 12).

I Nämnen 2/3 (1986) som snabbt fick status av "servicematerial" för pilotutbildningen ges en bild av innehållet i Matematiksatsningen. Merparten behandlar begreppsbyggnad, individualisering, vardagsanknytning och elevers tänkande i matematik bl a i relation till arbetsformer, arbetsätt och läromedel. I ledaren pekas på behovet av långsiktig utveckling:

Tillgången på kunskap och resurspersoner för att genomföra de föreslagna förändringarna är begränsad. Vi har inte haft en systematisk uppbyggnad av kunskaper om matematikundervisning. Hur skulle annars en situation liknande dagens uppstått? Det gäller att få en förändring till stånd, så att matematikundervisningen inte enbart grundas på muntlig tradition utan på relevant forsknings- och utvecklingsarbete. Utifrån våra kunskaper om informations-spridning och utbildning krävs en satsning både på bredden och djupet. Vi måste klara kortsiktiga behov, men också ha som mål att undvika ett återupprepande av begångna misstag!

(s 1)

Satsningen på en obligatorisk studiedag i grundskolan följdes omedelbart upp i budgetpropositionen med 12 milj kr per år under läsåren 1987/88 – 90/91. Fortbildningen gällde i första hand lärare i åk 1–6 och skulle samordnas med särskilda åtgärder på mellanstadiet, SÅM (8-16 milj kr) och övrigt lokalt utvecklingsarbete. Genom att många kommuner sköt till egna medel kom fortbildningen ibland att omfatta 3-5 dagar för alla lärare som undervisade i matematik i grundskolan. Vid planering av fortbildningens innehåll och organisation lokalt, hade man hjälp av Ett servicematerial för resurspersoner (Resursnämnen) som kom ut i augusti 1987. Den särskilda fortbildningssatsningens innehåll, uppläggning och omfattning varierade kraftigt mellan olika kommuner.

I fortbildningssatsningens steg 2 ingick ett samarbete mellan Utbildningsradion, SÖ:s utvecklingsgrupp och Nämnen redaktion, som tog fram ett utbildningsmateriel i form av en serie TV- och radioprogram samt ett studiematerial, *Täljaren* (1988-1989) med studiehandledning, som gick ut i stora upplagor bl a till alla piloter. Fokus låg på begreppsbyggnad och på matematiken som verktyg för att förstå vardagen med exempel från t ex affär och fritid. Lärare uppmanades att själva lösa problem och reflektera över sitt sätt att tänka samt försöka anknyta till elevers tankar. Det argumenterades för att inte se elevers matematik enbart i termer av rätt eller fel utan uppmärksamma olika sätt att angripa matematikinne-

håll. Relationer mellan matematikens innehåll och metoder i vardagliga situationer och i skolans undervisning uppmärksammades.

Täljarens sju häften, *Tal och taluppfattning*, *Räknehändelser*, *Problemlösning*, *Geometri och vår omvärld*, *Bokstäver att räkna med*, *Del av en helhet* och *Rutinfärdigheter* var tänkta att användas vid fortbildning i form av studiedagar, enskild fortbildning eller kortare studiecirklar. Författargrupperna var sammansatta med representanter för forskare, lärarutbildare och verksamma lärare. Täljaren innehöll elevuppgifter att prövas i egen klass och som utgångspunkt och exemplifiering vid samtal med kolleger och elever. Alla berörde undervisningen i hela grundskolan men tyngdpunkten i ett häfte låg i regel på ett eller två stadier.

Utbildningsradion sände sju TV- och tre radioprogram som kompletterade och anknöt till Täljaren. TV-programmen behandlade matematiken i reportage, spelscener, problemlösning, analyser och diskussioner. Radioprogrammen innehöll intervjuer, samtal och diskussioner. Programmen (30 min) ville ge idéer, information och underlag till diskussioner, men främst stimulera till nytänkande i matematikundervisningen. En studiehandledning med innehållsbeskrivning och diskussionsuppgifter till "paketet" togs fram.

SÖ:s diagnostiska uppgifter som prövade nödvändiga kunskaper reviderades och gavs ut som kopieringsunderlag. Efter en översiktsdiagnos skulle elever med dåliga resultat få individuella diagnoser (Resursnämnaren s 37).

I Rapporter från Matematiksatsningen (Nämnaren 3/4, 1990, 7-21) ges redogörelser av fyra piloter från olika delar av landet. Organisation och innehåll berörs. Ulla Runesson skriver att fortbildningen dominerats av barns uppfattningar och sätt att tänka i matematik och hävdar att satsningen skapat ett ökat intresse för elevtankar. Monica Sträng-Haraldsson beskriver teman för ämneskonferenser där barns tänkande, förkunskaper i matematik och ett tema om elevintervjuer tagits upp. Ulla-Britt Harila menar att "lärarna talar mer matematik med eleverna idag. De tar reda på hur eleverna tänker för att komma fram till lösningar." Det fanns en strävan att rikta uppmärksamhet på kvalitéer i elevers tänkande och att utveckla dessa, en strävan som mottogs positivt och åtminstone för en tid ledde till att elevernas lärande uppmärksammades.

ALM-projektet

SÖ hade i uppdrag att ta fram underlag för preciseringar av grundläggande kunskaper och färdigheter, i bl a matematik, som varje elev skulle tillägna sig i grundskolan. I anknytning till detta arbete påbörjades med medel från Matematiksatsningen ALM-projektet, Alternativ lärogång i matematik med Jan Unenge som projektledare (Emanuelsson & Nordgren, 1987, s 12). I delrapport 1 sägs:

ALM-projektet vill analysera innehållet i skolmatematiken för att anpassa det till den matematik som förekommer i vardagslivet, som eleverna skall upptäcka för att sedan klara sig i livet som vuxna medborgare. Kunskapsmassan matematik ifrågasätts utifrån det "nedifrånperspektiv" som bl a etnomatematik och situationsmatematik kan erbjuda.

(Unenge, 1989, s 31)

En huvuduppgift i ALM-projektet, som alltså var en del av Matematiksatsningen, var att studera relationer mellan den akademiska matematiken och ett huvudspår som inrymmer situationsmatematik, estimation och etnomatematik (Unenge, 1989, s 33) och "på ett nytt sätt beskriva termer som nödvändiga och önskvärda kunskaper i matematik" (s 35). Ambitionen var att kontinuerligt pröva forskningsresultat i praktiken.

I Unenge (1991) gavs en sammanfattning då projektet var inne på sitt fjärde år. Försöken på lågstadiet gick ut på att eleverna skulle få en god taluppfattning att "ge eleverna talen inte symbolerna eller siffrorna" och visade bl a att miniräknaren utvecklades till ett metodiskt hjälpmedel och att eleverna upptäckte nya talområden i samband med lek och spel, se även Sandahl & Unenge (1990) och Sandahl (1997). Eleverna fick också möjlighet att arbeta med situationer i sin egen vardag och behövde inte arbeta med tillrättalagda mätetal.

På mellan- och högstadiet gällde försöken bestämda moment, t ex procent, area, volym, introduktion av decimalform. Annorlunda arbetsformer studerades:

Utifrån en startuppgift får de först individuellt försöka hitta en lösningsidé. I grupperna får de sedan analysera och värdera förslagen. Grupperna får sedan konstruera flera liknande uppgifter alternativt lösa startuppgiften på så många olika sätt som möjligt. Genom en välvald sekvens av "startuppgifter" skapas en succesiv fördjupning av momentet fram till en avslutande diagnos. Även här gäller att tillgången till miniräknare gör att slutdiagnosen inte handlar om räknetekniska tester utan försöker pröva elevernas uppfattningar och djupare förståelse av de begrepp som behandlas inom momentet.

(s 12)

Detta utvecklas också i Unenge, Sandahl & Wyndhamn, (1993), s 102. I förordet sägs att boken kan ses som en slutrapport från ALM-projektet.

I delrapport 6 från ALM-projektet: *Från räkning till matematisk klokskap* tar Unenge & Wyndhamn upp förslag till förändringar i skolmatematiken. Miniräknare och datorer kan ta över räknandet inom den grundläggande aritmetiken, ett moment som tidigare krävt mycken tid.

Det gamla påståendet att skolans viktigaste uppgift är att lära eleverna läsa, skriva och räkna är inte längre relevant. Räkning kan inte längre användas som synonym till matematik. Den snabba

utvecklingen av miniräknare och datorer medför också att de kan klara allt fler moment av typen färdigheter som tidigare ingått som en nödvändig del i kunskapsbegreppet matematik. Dessa verktyg finns snart sagt överallt i samhället och förmågan till exempelvis extraräkning med papper och penna har därför fått minskad betydelse i både vardagslivet och yrkeslivet för de flesta människor.

(Unenge & Wyndhamn, 1992, s 34)

Unenge & Wyndhamn argumenterar i olika sammanhang för ett nytt begrepp Matematisk klokskap, som:

... handlar om en förmåga att ta ställning, kunna kritiskt granska och bedöma givna uppgifter eller kunna kontrollera dem genom att jämföra med andra, egna referensramar. Det handlar mer om att kunna hantera en situation än att lösa den – komma fram till ett enda exakt svar. En vardagssituation har ofta flera tänkbara, alternativa svar. Valet mellan dessa kan bero på andra omständigheter än rent matematiska överväganden.

Det tillfälle som nu bjuds att minska rutinräkningen kan ge en möjlighet att visa på helhet och ge plats för en ny syn på kunskaper och färdigheter i matematik.

Vi vill sammanfatta all denna förmåga, färdighet och kunskap till ett enda begrepp, som vi benämner matematisk klokskap. Matematisk klokskap kan sålunda bland annat innefatta:

- a) förmågan att kunna kommunicera med ett allmänmatematiskt språk,
- b) förmåga att på ett smidigt sätt hantera ett problem eller en situation,
- c) förmågan att bedöma rimligheten i ingående storheter,
- d) förmåga att utläsa, hantera och behandla ingående tal,
- e) förmåga att följa och kritiskt granska de förklaringar och den argumentation som kan finnas i en presenterad situation eller i ett resonemang,
- f) förmåga att tolka symboler.

Den matematiska klokskapen lägger därmed större vikt vid processen än vid innehållet. Det är förmågan till ett självständigt, kritiskt tänkande som får den största betydelsen.

...

En undervisning som skall leda fram till matematisk klokskap får andra dimensioner än den hittillsvarande, traditionella. Redan förändringen att minska färdighetsträning genom att man använ-

der miniräknare visar på omfattande förändringar av lärarrollen. Lärarna behöver inte undervisa på samma sätt vad gäller färdigheten att räkna.

(Unenge & Wyndhamn, 1992, s 36f)

När det gäller miniräknaren formulerades en intressant tes i Unenge, Sandahl & Wyndhamn (1993):

Tes 6 Miniräknaren medför förändrat innehåll, förändrad lärarroll, en ändrad syn på begreppet duktig i matematik och en ändrad kunskapsprogression.

(s 138)

Vad var det i DsU 86:5 som inte realiserades?

När det gäller föreslagna åtgärder sammanfattade i punkterna a – h på s 30-31 så var det mycket som aldrig kom att genomföras:

- a *förtydligande av kursplaner* kom inte att göras i form av något servicematerial,
- b *utveckling av läromedel i matematik innefattande diskussion med förlag och författare, utformning av handledningar med matematikdidaktiskt innehåll* osv kom ej att realiserats. Några förslag att diskutera vilka kriterier man skulle ha på goda läromedel togs dock fram,
- c *centrala prov i matematik för tvååriga linjer* infördes inte,
- d *ökade resurser för att genomföra utbildning i mindre grupper vid övergången mellan låg- och mellanstadiet* gavs inte. Tanken att resursen för att möjliggöra allmän och särskild kurs på högstadiet skulle behållas även om kursuppdelningen avskaffades och speciella resurser borde tilldelas för stödundervisning i början av gymnasieskolan följdes inte upp,
- f *omfattande stimulans av matematikdidaktiskt forsknings- och utvecklingsarbete och information kring detta, bl a genom "en rejäl resurstilldelning från de resurser UHÄ förväntas disponera i samband med lärarutbildningsreformen"* gavs ej,
- g *förslaget att skapa möjligheter för en specialfunktion (en för matematik, en för svenska) omfattande ett eller flera rektorsområden* ledde inte till några åtgärder,
- h *tankarna om en regelbundet återkommande fortbildning i matematik för alla lärare som undervisar i ämnet* ledde inte heller till några åtgärder.

Utvärdering av Matematiksatsningen

En utvärdering av Matematiksatsningen gjordes (Bickham, Halldén, Wistedt, 1991). Där beskrivs hur satsningen tog form på departementsnivå, på SÖ, på regional och lokal nivå. Eftersom fortbildningsprogram-

met var så komplext, omfattande och decentraliserat, inriktades utvärderingen på tre teman: målsättningen för satsningen, de pedagogiska idéerna, främst synen på hur en förändring av skolans verksamhet kan åstadkommas, samt begreppet resursperson, som fick en speciell innebörd (Wistedt, 1991, s 41).

Matematiksatsningen 1987-91 hade både kortsiktiga och långsiktiga mål. Dels var det fråga om en reaktion på katastrofala resultat vid en internationell studie och åtföljande åtgärdsförslag för att snabbt rätta till tidigare missgrepp. Men det var också fråga om att diskutera åtgärder för att misstagen inte skulle upprepas.

En lärdom som kan dras av Matematiksatsningen är, att om man inte tidigt diskuterar de långsiktiga målen, tenderar de att komma igen senare och då kanske i ett läge när olika parter har låst sina positioner. Intressenter kan bli så förtjusta i sina kortsiktiga lösningar att de gärna vill permanenta dem och göra dem till huvudlinjer i det fortsatta arbetet. I rapporten diskuteras åtgärder som vidtogs på olika nivåer inom utbildningssystemet där ibland motstridiga tendenser bryts mot varandra.

(Wistedt, 1991, s 41)

Enligt utvärderingen kom två ”pedagogiska idéer”, *upplysningstraditionen* och *handledartraditionen* att polariseras på ett olyckligt sätt. Den förra karakteriseras som att de mångkunniga upplyser de fåkunniga: om lärarna får del av den kunskap som finns på universitet och högskolor så kommer de att handla annorlunda. Enligt handledartraditionen, så är det de i skolan verksamma som behöver tid och hjälp att reflektera över sin egen situation och hjälp att besvara frågor som de ställer om sin praktik. Får de hjälp kommer de att förändra situationen. (Wistedt, 1991, s 42)

Departementsgruppen förespråkade handledarmodellen och föreslog att ”resurslärare” skulle ges tid och resurser för förändringsarbetet. Det blev dock ingen nedsättning i tjänst eller annan ersättning för nedlagt arbete till resurslärarna, men idéerna levde kvar och tog form i ”nätverket” som växte fram. De mer än 3000 resurspersonerna var en nyckelgrupp men också den svaga länken i Matematiksatsningen:

Rekryteringen av de ”engagerade lärarna” gick snabbt. Hastigt och lustigt blev lärare kallade till en utbildningsdag, många utan att veta att de därmed tog på sig en uppgift med långsiktigt syfte. I en enkät har 274 resurspersoner i landet tillfrågats om sina uppgifter i Matematiksatsningen. Få av dessa hade erfarenheter av eget utvecklingsarbete när de tog på sig resurspersonuppgiften, och de hade i allmänhet uppfattat att uppgiften de fått var att leda en obligatorisk studiedag under våren 1987. Många kom inte heller att få några ytterligare engagemang inom satsningen.

Nätverket kan ses som en temporär lösning på ett akut problem, att fortbilda hälften av landets verksamma matematiklärare på mel-

lanstadiet. Nätverket skulle därmed ha spelat ut sin roll sedan Matematiksatsningen avslutats. Men, och detta kan ses som ett viktigt resultat av utvärderingen, den temporära lösningen tycks ha givit upphov till kontakter mellan människor med intresse för matematik, lärare, lärarfortbildare och forskare. I spåren av den formella utbildningsorganisationen har ett informellt nätverk vuxit fram och Matematiksatsningens fortsatta effekter är sannolikt beroende av om detta nätverk får någon betydelse i kommande fortbildningssatsningar, bl a i kompletteringsfortbildningen som nu genomförs i många kommuner i landet.

(Wistedt, 1991, s 41)

Det kan här nämnas att i vissa kommuner gavs resurspersonerna en annan grund t ex genom att följa en utlokaliserad 10 poängskurs i matematikdidaktik (Sträng-Haraldsson, 1992).

Kompletteringsfortbildningen

Kompletteringsfortbildningen i matematik skulle i första hand förbättra den grundläggande matematikundervisningen och lärarnas möjligheter att ge alla elever goda kunskaper och färdigheter i att använda matematik i vardags- och arbetsliv. Vid avgränsning av innehållet skulle man dessutom sikta mot det som fortbildningsaktuella lärare inte har skaffat sig på annat sätt och som ingick i den nya grundskollärarytbildningen för det stadium där man då undervisade, (dvs endera åk 1-3 eller åk 4-6). Fortbildning för kompetens att undervisa över stadiegränserna skulle anordnas bara i den mån tillgängliga resurser medgav det och då de prioriterade behoven tillfredsställts (regeringsbeslut 1988-06-14 sid 1).

Kompletteringsfortbildningen sågs som det tredje och viktigaste steget i satsningen på en förbättrad matematikundervisning. De övergripande målen för låg- och mellanstadielärarnas fortbildning var dels en ökad allmän och specialpedagogisk kompetens, dels en ökad ämnesinriktad kompetens. När det gällde den specialpedagogiska kompetensen skulle fortbildningen framför allt öka lärarnas förutsättningar att hjälpa de elever som möter svårigheter i skolan.

Eftersom matematikämnet varit ett av skolans mest differentierande ämnen (Kilborn, 1979; Marklund, 1985) borde det senast nämnda målet integreras i ämnesfortbildningen. Att kompletteringsfortbildningens allmänna och specialpedagogiska del skulle förankras i klassrummets vardagspraktik var ytterligare argument för integration. Den ämnesspecifika fortbildningen skulle i första hand öka lärares kompetens att utveckla elevernas grundläggande färdigheter. Detta gällde inte bara matematik utan också naturorienterande ämnen och svenska. I den nya grundskollärarytbildningen var ma/no också ett fördjupningsalternativ. Det var därför angeläget med en samordning av de ämnesspecifika insatserna i den kommande fortbildningen. Denna skulle samtidigt sikta på att fylla

upp de eventuella skillnader som kunde finnas mellan den kompetensnivå som fastställdes på grundval av innehållet i den nya grundskollärarytbildningen och den faktiska kompetens som lärare kunde bedömas ha.

Efter diskussioner inom UR och utvecklingsgruppen om kompletteringsfortbildningen kunde bygga på Täljaren så gav Skolöverstyrelsen 1988-09-30 ett uppdrag till Bengt Johansson och rapportförfattaren:

Utarbeta ett förslag till innehåll, och med kommentarer till, en kursplan i matematik om fem poäng. Kursplaneförslaget skall kunna ligga till grund för en fortbildning i matematik för nu verksamma lärare i grundskolan som inriktar sig mot tjänst som lärare 1-7 med kombinationen No/Ma. Förslaget skall utformas så att det kan utgöra underlag för en distansundervisning med hjälp av etersända och/eller kassetterade TV- och radioprogram.

Detta uppdrag redovisades i Emanuelsson & Johansson (1988). En bakgrund gavs i rapporten kring samhällsutveckling, kursplaner, pågående fortbildningssatsning samt den nya lärarytbildningen. En målbeskrivning för låg- och mellanstadielärare som skulle kunna undervisa i matematik i årskurserna 1-7 presenterades. Detta för att kunna utarbeta ett rimligt förslag till kursplan inom den angivna ramen, men också för att underlätta den lokala inventeringen av fortbildningsbehov.

Målbeskrivningen omfattar kunskaper och färdigheter, angelägna för en låg- resp mellanstadielärare som ska undervisa i matematik i årskurserna 1 - 7. Här finns delar som är tillgodosedda i grundutbildning, i yrkeserfarenhet, i fortbildning och livserfarenhet. En del moment tillkommer på grund av den nya grundskollärarytbildningens innehåll och omfattning, bl a resultat från forskning och utvecklingsarbete om inläring och undervisning i matematik.

(Emanuelsson & Johansson, 1988)

Innehållet i den föreslagna 5 poängskursen togs fram utifrån målbeskrivningen och de prioriteringar som fanns i Utbildningsdepartementets uppdrag till SÖ. Detta innebar att kursen i första hand skulle ge lärare bättre förutsättningar att undervisa på det egna stadiet. Fortbildning för annat stadium skulle bara ges om tillgängliga resurser så medgav då de prioriterade behoven var uppfyllda. Eftersom målbeskrivningen så småningom kom att spela en betydelsefull roll vid framtagning av litteratur för fortbildning och grundutbildning återges den i bilaga 1.

Sedan rapporten remissbehandlats av ett antal utvalda personer (se inledningen av (Emanuelsson & Johansson, 1988)) och reviderats tog Utbildningsradion initiativ till ett antal hearings med olika personer (andra än rapportförfattarna) kring ett utbildningspaket. Detta resulterade i en ny runda där olika företrädare i landet för lärarytbildning och fortbildning i matematik inbjöds att konkretisera sina tankar i förslag till moduler genom att i grova drag beskriva innehållet i tänkta tv- och radio-

program samt eventuella ljud- och videokassetter. En väsentlig uppgift var att analysera behov av och innehåll i de trycksaker som borde finnas till respektive ”modul”. Det gällde såväl eventuella textsamlingar som studiehandledningar (Brev från Utbildningsradion 89-08-15, (Emanuelsson, Johansson & Ottosson, 1990, se bilaga 2).

För att ytterligare fördjupa diskussionerna anordnades i mars 1991 ett seminarium med representanter för det framgångsrika Open university. Trots stora ansträngningar från projektgruppen för det tryckta materialet och från representanter för UR så lyckades vi inte inom givna kultur-, tids- och ekonomiramar komma till ett professionellt samspel. Det innebar att det texterna producerades för sig och TV- och radiodelen för sig, vilket var ett misslyckande – men lärorikt.

Utgivningen av texterna var unik i svensk matematikundervisningshistoria. Forskare, lärarutbildare och lärare samarbetade i en granskningsprocess som ledde till fyra böcker. Syftet var att ge kvalitativt gott underlag för den landsomfattande kompletteringsfortbildningen av lärare i matematik 1989-1999 och för den reformerade grundutbildningen av lärare i matematik 1-7 och 4-9, som startade 1989.

Efter en uppslitande planeringsprocess engagerades kompetenta och intresserade personer i hela landet. Studiematerialet skulle präglas av allsidighet, bredd och mångfald. Det skulle knyta an till men också ifrågasätta svensk tradition inom skolmatematiken, spegla relevant forsknings- och utvecklingsarbete här hemma och internationellt. Målsättningen var att texterna på ett flexibelt sätt skulle kunna användas lokalt eller vid högskolekurser. De fyra böcker som utgavs var (Emanuelsson, Johansson & Ryding, 1991a; 1991b; 1991c; 1992):

Tal och räkning 1

Tal och räkning 2

Problemlösning

Geometri och statistik

Dessvärre kunde inte samtliga planerade moduler realiseras. De anslagna resurserna räckte inte till modulerna

Utvärdering

Lokalt utvecklingsarbete

En titt i backspegeln visar att kompetensutvecklingsinsatser kring utvärdering och lokalt utvecklingsarbete varit minst sagt efterfrågade – och fortfarande är det.

Under processens gång ägde stora förändringar rum. Av de ursprungliga sambetsparterna Utbildningsradion, Göteborgs universitet, Skolöverstyrelsen och Utbildningsförlaget återstod i slutet endast de två första. Utbildningsförlaget hade ersatts av Studentlitteratur. De utgivna böckerna fick ett positivt mottagande och användes i grund- och fortbildningskurser, i påbyggnads- och masterutbildningar 1990-talet ut.

Ny styrning för skolan

SOS-projektet 1993–1995

Genom det nya styrsystemet för skolan överfördes 1991 en stor del av ansvaret för undervisningen från nationell till lokal nivå. Lärare och elever fick därmed större möjligheter att påverka undervisningen genom större ansvar vid utformningen av de lokala arbetsplanerna, för val av innehåll, hur detta organiseras och vilka arbetssätt och arbetsformer som skall väljas.

För att stödja utveckling och för att illustrera de tankar som de nya kursplanerna från 1994 i grund- och gymnasieskolan gav uttryck för började Skolverket 1993 ett arbete inom SOS-projektet (SOS stod för Stöd och Stimulans) för att ta fram ett studiematerial för lärare som undervisar i matematik, utifrån de beskrivna förändringarna.

Arbetet planerades inom en projektgrupp i nära kontakt med en referensgrupp bestående av mer än 100 lärare, lärarutbildare och forskare. Valet av innehåll gjordes utifrån följande prioriteringsgrunder (Emanuelsson m fl, 1996, s 8):

- Vilka är de viktigaste nyheterna i läroplaner och kursplaner?
- Vad kan behöva konkretiseras? Vad är svårt att tolka?
- Vilka områden vet vi av erfarenhet är viktiga att utveckla?

Arbetet organiserades inom ett antal delprojekt. Stöd gavs av projektgruppen med exempel, genomgångar och litteratur från tidigare nationella och internationella fortbildningsprojekt samt underlag från kursplanearbeten. En modell togs fram efter omfattande studier och analyser för att ge konsistens med styrning, ansvar, läro- och kursplaner.

Texterna skulle stimulera till reflektion, diskussion, utvecklingsarbete och vidare studier kring och i matematikundervisning. Innehållet skulle inte ses som anvisningar utan som underlag för diskussion, ge perspektiv och nya tankar – ”att frigöra och tillföra energi”. För att stimulera erfarenhetsutbyte lokalt togs det fram elevuppgifter från olika utvecklings- och forskningsprojekt samt studieuppgifter att diskutera med kolleger. Arbetet lades ner på att ge referenser och ta fram litteraturförslag för vidare studier. Svensk litteratur prioriterades. Med hjälp av Nämndarens databas valdes artiklar, böcker och rapporter för fördjupning. Förslag på utländsk litteratur togs också fram av redaktionen. I litteraturförteckningarna pre-

senterades Nämnarenartiklar först, därefter annan svensk litteratur och sist litteratur på engelska eller skandinaviska. Detta för att vidga användningen t ex med tanke på olika kurser och utbildningar vid högskolor och universitet. Målsättningen var att böckerna skulle kunna användas vid enskild planering, i arbetslagets diskussioner, i ämnesdiskussioner på skolorna, på studiedagar och i andra fortbildningssammanhang samt i grundutbildningen.

Inom delprojekten lades arbetet upp på olika sätt inom angivna ramar (inom parentes ges referenser till utgivning):

1. Kommentarmaterial till grundskolans kursplan (Skolverket, 1997)
2. Problemområden i kurs A i gymnasieskolan (Emanuelsson m fl, 1995)
3. Problemområden i grundskolan (Emanuelsson m fl, 1996)
4. Algebraundervisning i grund- och gymnasieskolan (Bergsten m fl, 1997)
5. Inledande matematikundervisning i förskola, förskoleklass och tidiga skolor (Wallby, Emanuelsson, Johansson, Ryding & Wallby, 2000)
6. Hur ska vi räkna? Om taluppfattning, formella och informella metoder med och utan tekniska hjälpmedel (pågående arbete).
7. Arbete med lokala arbetsplaner i matematik (ändrad inriktning).

Delprojekt 1 innebar ett uppdrag att ta fram en text som beskrev hur kursplan och betygskriterier för grundskolan kommit till och var tänkta att fungera. Syftet var att ge stöd för tolkningar och preciseringar i det lokala utvecklingsarbetet och av den enskilde läraren.

Bakgrund och motiv till kursplanens innehåll, utformning och plats i det nya styrsystemet kommenteras i ett historiskt och internationellt perspektiv. En beskrivning av tidigare kursplaner i matematik ges i en bilaga. Texten koncentrerades annars kring det som var nyheter och ansågs svårt att tolka, utifrån diskussioner och frågor som kom fram under arbetets gång och sedan förslag till kursplanen publicerats (t ex frågor i remisser, till Nämnaren, på biennaler och biennetter).

Det omfattande arbetet inom delprojekten 2-7 (ca 120 projektmedverkande) bytte "hemvist" 1995, då Skolverket efter att ha tagit del av inriktning och innehåll i dessa delprojekt menade att arbetena inte kunde fortsättas eller publiceras av Skolverket med tanke på verkets uppdrag från staten. Det befarades att de tänkta texterna skulle uppfattas som anvisningar eller rekommendationer. Detta innebar inte att man var negativ till kvaliteten eller ifrågasatte att arbetet inom SOS-projektet svarade mot skolans behov. Ansvar för vidare utveckling, finansiering av delprojekten samt eventuell publicering och försäljning av material överfördes därför 1995 till Nämnarenprojektet vid Göteborgs universitet, som hittills (aug 2001) publicerat arbeten från delprojekt 2-5.

Arbetet inom delprojekt 6 pågår. Arbetet inom delprojekt 7 har tagit en delvis annan inriktning.

Nationellt Centrum för matematikutbildning, NCM

På uppdrag av regeringen inrättades den 1 januari 1999 ett permanent nationellt resurscentrum vid Göteborgs universitet. Centrumet skall samordna, stödja, utveckla, genomföra och följa upp insatser som befrämjar svensk matematikutbildning i förskola, skola och vuxenutbildning och bedrivs i samverkan med Chalmers tekniska högskola. Det skall bygga på erfarenheter och kunnande som utvecklats inom ramen för projektet Nämnaren som började som en tidskrift för matematikundervisning 1974. Centrumet kallas Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM och är placerat direkt under rektor för Göteborgs universitet.

Det övergripande målet för NCM:s verksamhet är en förbättrad matematikundervisning i förskola, skola och vuxenutbildning för alla elever. Målgrupp är i första hand lärare som undervisar i matematik, men också lärarutbildare och studerande i matematik och matematikdidaktik samt politiker, professionella och administratörer med ansvar för lärares kompetensutveckling på olika nivåer i utbildningsväsendet. Positiva föreställningar i samhället om matematik och matematikutbildning är viktiga förutsättningar för elevers lärande i skolan. Därför är även föräldrar, massmedia och allmänhet viktiga målgrupper för NCM:s verksamhet.

NCM:s styrelse speglar den bredd som verksamheten strävar mot. Styrelsemedlemmarna är utifrån olika erfarenheter väl insatta i det nationella uppdraget för utveckling av svensk matematikutbildning med internationella kontaktnät. De som arbetar inom NCM och i olika projekt har omfattande erfarenheter, bred kompetens, god förankring och starkt engagemang i svensk matematikutbildning. NCM har en särskild referensgrupp med representanter från olika delar av Sverige – från skola, högskola, näringsliv och samhälle. Gruppens uppgift är att ge NCM stöd i arbetet med uppföljning, utvärdering och återkoppling, samt hjälpa till att sprida information och förankra verksamheten inom sina respektive arbetsfält.

Verksamheten är organiserad i olika ansvarsområden och projekt *). Ett område är *Nämnaren*, med tidskrift för matematikundervisning,

*) En verksamhetsredovisning för 1999 och 2000 med redogörelse för NCM:s styrning, organisations- och kompetensuppbyggnad, ekonomi, verksamhetsformer och framtidsplaner lämnades till regeringen i april 2001.

med en databas med sammanfattningar av artiklar som utgivits sedan starten 1974 samt en bokserie *NämnaREMA* för kompetensutveckling och lärarutbildning. Arbete pågår i nya delprojekt med utveckling av tillhörande webbstöd och möjligheter till nät- och multimediebaserade distanskurser och konferensverksamhet. Omfattande resurser torde dock krävas för att utveckla nya distributionsformer i balans och samspel med mer traditionella. NCM:s webbplats byggs därför upp i nära samarbete med tidskriften, bokserien och databasen. Syftet med webbplatsen är att den skall utgöra en värdefull resurs för lärare, lärarutbildare, forskare och studerande. Den skall ge konkret och kontinuerligt stöd och vara ett verktyg i lärares dagliga arbete.

En viktig del av verksamheten är att bygga upp ett *nationellt referensbibliotek* för svensk och utländsk matematikdidaktisk litteratur samt matematiklitteratur för lärarutbildning. Riksbankens jubileumsfond har bidragit med stöd till uppbyggnaden. Biblioteket skall bli ett informationscentrum för kolleger vid universitet och högskolor som arbetar med lärarutbildning och forskning inom det aktuella området. Under hösten 2001 kommer biblioteket att öppnas för besökare. Dessutom pågår ett arbete med att bygga upp en *nationell läromedelsutställning* som skall ligga i anslutning till referensbiblioteket.

NCM arbetar aktivt med att utveckla och stärka samarbetet med andra lärosäten, kommuner, statliga myndigheter, kommuner, skolor mfl. Många fungerande *nätverk* bidrar till utvecklingen av svensk matematikutbildning. NCM arbetar med att åstadkomma meningsutbyte och stimulera till samverkan och gemensamma projekt.

NCM:s medverkan är efterfrågad i *uppdragsverksamhet* och *forskningsprojekt*. NCM deltar också flitigt i informationsträffar, mässor och konferenser, kurser mm för att sprida information om och få synpunkter på verksamheten.

I november 1999 fick NCM i uppdrag, att utveckla ett förslag till *kompetensutvecklingsprogram* i matematik för lärare i förskola och skola. Denna rapport är ett av underlagen. Huvudrapporten har titeln *Hög tid för matematik* (NCM 2001:1).

Verksamhet under planering

Regeringen har inför år 2001 avsatt medel till Skolverket för satsning på *basfärdigheter i matematik* och för att utveckla matematikundervisningen. I uppdragen sägs att insatserna bör samordnas med pågående utvecklingsarbete vid NCM. Resultatet av de diskussioner som nu förs med Skolverket kommer att få stor betydelse för NCM:s fortsatta verksamhet och utveckling på både kort och lång sikt. Detta gäller både nämnda ansvarsområden och de nya projekt som planeras.

Diskussion och överväganden

Kompetensutveckling i gymnasieskolan 1965-2000

I samband med den omfattande läroplansreformen för gymnasieskolan 1965 utarbetades fortbildningsprogram i matematik inom de nya kursmomenten med anledning av de stora förändringarna. För gymnasielärare var deltagandet frivilligt. Det var en ämnesteoretisk fördjupning och många lärare ansåg kursmaterialet alltför teoretiskt och svårt. Någon fortbildning kring sådana metodiska frågor som kunde förväntas gavs ej (ASÖ, 1975). Lärarna överraskades av ett dramatiskt ökat kursomfång med flera nya moment som tidigare hört till universitetens grundläggande utbildning och dessutom minskades tiden för matematik på NT-linjerna. Resultaten på de centrala proven var i början katastrofala och gymnasieinspektörsrapporterna var dystra (Håstad i DsU 1981:19). I början av 70-talet gjordes en uppdelning av NT-linjens kursinnehåll i "en vänster- och en högerspalt". Vänsterspalten beskrev grundkursen. Uppgifter från högerspalten gavs inte på centrala prov och i praktiken försvann motsvarande innehåll ur kursen (Lindberg, 1987; 1991). Kursomfånget ansågs emellertid fortfarande för stort och i slutet av 70-talet gjordes en kursplanerevision, då t ex flertalet moment i NT-linjens kurs i åk 3 blev valbara.

Motsvarande förändringar som för NT-linjerna gjordes för HSE-linjerna. Kursplanerna för dessa linjer under perioden 1965-1994 kom till genom att delar av NT-linjens kurs togs bort och genom rekommendationer om och exempel på andra tillämpningar.

På de tvååriga linjerna gavs inga centrala prov, trots att de gav behörighet att söka till klasslärlarlinjerna. Det finns skäl att misstänka att förväntningarna på eleverna var låga. Undervisningens kvalitet blev därefter. Det visade sig också i de nivåprov som gjordes med klasslärkandidaterna i början av deras utbildning (Lindblad, 1978). Enligt Lindberg (1991) så fanns de största bekymren vad gäller gymnasiets matematik på yrkeslinjernas tillvalskurser, som i stort följde tvååriga linjernas kursplan.

Kurserna är inte obligatoriska, vilket innebär att de som bäst behöver matematiken kan välja bort den. Tillvalskurserna är ofta mycket heterogena, spridningen är stor både ifråga om intresse och förkunskaper. Det är svårt med samordning av krav på matematikfärdigheter i yrkesämnena och andra behov. I det nysta gymnasiet blir situationen en annan eftersom matematik blir obligatoriskt ämne med minst 100 klocktimmar.

(s 3)

Inte förrän andra hälften av 1980-talet kom ett arbete igång inom SÖ, som bl a resulterade i översiktsdiagnoser för två- och treåriga linjer med analyschema och intervjuteknik för muntlig uppföljning av enskilda elever samt förslag till fortbildningsprogram (Oscarsson, Rosén & Ljung 1990; Ljung, Oscarsson & Rosén, 1991).

Efter 1965 års kursplan genomfördes alltså inte några mer omfattande kursplanearbeten i matematik förrän inför Lpf 94. SÖ nöjde sig med reviderade studieplansförslag 1972-73 och revideringar med exemplifieringar i supplement för olika linjer 1980-83.

Flera utredningar har pekat på att gymnasiets lärare har för kort grundutbildning i matematik och att få lärare har matematik som sitt huvudämne. Det måste ses som anmärkningsvärt att det med den bakgrunden och de stora problemen med gymnasiematematiken både på två- och treåriga linjer under 30 år inte gjordes några centrala satsningar på kompetensutveckling för matematiklärare annat än med koppling till tekniska hjälpmedel som räknare och datorer i samband med DIS- och ARK-projekten. Efter departementsutredningen DsU 86:5 definierades de huvudsakliga problemen höra till tidigare stadier och inga medel för centrala fortbildningsinsatser gick till hög- och gymnasiestadiet med undantag för den obligatoriska studiedagen 1987.

Många matematiklärare med ansvar för och engagemang i lokala utvecklingsarbeten, t ex huvudlärare, kom att ägna sig åt datalära, datakunskap och datorns användning i matematikundervisningen. Det innebär också att mycket av gymnasieskolornas och lärarnas utvecklingsresurser i matematik bands till frågor gällande räknare och datorer. Datorns användning blev fokus i stället för matematikundervisningen.

Sammantaget ger detta en mycket dyster bild av centrala insatser för kursplanearbete och därtill hörande kompetensutveckling kring gymnasiematematiken! Utvecklingsarbetet vilade i hög grad på gymnasieinspektörernas och centrala provgruppernas insatser samt det intensiva utvecklingsarbetet med läromedel som blev följden av svårigheterna att genomföra intentionerna i kursplanerna.

Inom ARK fanns flera delprojekt som tog upp gymnasiets matematikundervisning i relation till de nya hjälpmedlen. Försökstexter med lärarhandledningar gavs ut som Nämnarentema och fortbildningskurser anordnades för försöklärare inom NUMA-projektet som ledde till kursplaneförändringar, ny metodik och nya moment i läroböckerna. Detta sätt att arbeta kan man dra lärdomar av i en mera långsiktig och relevant kompetensutveckling för gymnasiets lärare.

Tabell 1 Kursplaner

Här visas när nya kursplaner i matematik införts samt när kommentarer till dessa utgivits.

Gr	62	69	80 (82 ¹)	94 (97 ²)	00
Gy	65	Studieplan 72-73 ³	Supplement 80-83 ⁴	94	00

- 1) Kommentarmaterial till Lgr 80 kom först 1982.
- 2) Kommentar till kursplan och betygskriterier till Lpo 94, matematik, 1997.
- 3) SÖ gav 1972 (Lindberg, 1991) respektive 1973 ut studieplansförslag (stenciler) för NT- och HSE-linjerna med anledning av problemen att realisera kursplanerna från 1965.
- 4) SÖ gav ut supplement till Lgy 70: SoEk 1980, NT 1981 och HSE 1983.

Kompetensutveckling i grundskolan och förskolan 1965-2000

Kompetensutveckling med anledning av nya kursplaner

I grundskolan fick alla lärare i matematik genomgå fortbildning inför Lgr 69 med det s k Delta-materialet. Fortbildningen fick genomslag men hade alltför ämnesteoretisk inriktning och gav liten eller ingen vägledning för hur de nya avsnitten skulle hanteras metodiskt. Detta ledde till att den "nya" matematiken av många betraktades som verklighetsfrämmande, trots att syftet var det rakt motsatta. Utifrån erfarenheterna av den nya kursplanen och Delta-fortbildningen kom så MALM-fortbildningen för låg- och mellanstadielärare. Lärarna som deltog i denna fortbildning gav uttryck för att studier och diskussioner stärkte deras självkänsla och stimulerade arbetet med basfärdigheter och begreppsbildning. Fortbildningen ledde till diskussioner kring matematikundervisningens mål, till läroboksgranskning och sovring, bättre uppföljning av elever samt ökad förståelse för arbetet på angränsande stadier. Trots de goda resultaten från MALM-fortbildningen kom den inte att få någon större spridning över landet. Lokalt ansågs tydligen att man, trots dåliga resultat i räknefärdighetsundersökningar på 1970-talet (SÖ, 1973) satsat tillräckligt på matematiken genom Delta-fortbildningen.

Av rapporter och utvärderingar kan man inse att dessa två fortbildningssatsningar borde samordnats i hela grundskolan och att MALM-fortbildningen borde fått samma räckvidd som Delta. Erfarenheterna visar vikten av att inte ge ämnesmässig fördjupning utan ämnesdidaktisk kompetensutveckling.

Delta kan ses som en kursplanefortbildning inför Lgr 69 som var effektiv, men bara till en begränsad del. Inför Lgr 80 gavs ingen centralt

initierad fortbildning trots nyheter som problemlösning och begreppen nödvändiga och önskvärda kunskaper med tillhörande diagnostiska uppgifter, inte heller inför Lpo 94 trots de stora förändringarna som gällde matematikämnet. I samband med att Lpo 94 skulle införas inleddes visserligen 1993 SOS-projektet för att ta fram referensmateriel för kompetensutveckling, men avbröts 1995 eftersom skolverkets ansvariga ansåg att de framtagna texterna skulle kunna uppfattas som central styrning. Manus överlämnades till Nämnarenprojektet som sedan utgivit fyra NämnarenTEMA som fått god spridning.

Kommentarmaterialet till Lgr 80 som skulle förtydliga och ge konkreta tolkningar av innehållet i kursplanen och SÖ:s diagnosmaterial kom inte förrän 1982 och Kommentaren som gav bakgrund och motiv för matematikkursplanen i Lpo 94 gavs inte ut förrän 1997. Dessa texter var egentligen nödvändiga för läroboksförfattare, lokalt kursplane- och för kompetensutvecklingsarbete vid kursplanernas införande.

Matematikkrisen och Matematiksatsningen 1987-1991

Det kan konstateras att endast en del av de förslag som departementsgruppen lade fram i Ds U 86:5 (och som remisserna tillstyrkte) kom att realiseras och att den fortbildning som beslutades inte fullföljdes. Resultaten från TIMSS visar *ändå* att svenska 13-åringar hade bättre resultat 1995 än 1980 och en inte obetydlig del av resultatförbättringen tillskrivs Matematiksatsningen. Det finns anledning att analysera och reflektera över hur de ej genomförda förslagen och ej genomförda insatserna påverkat och påverkar dagens situation i svensk matematikutbildning. Följande förslag från DsU 1986:5 är relevanta även 2001:

- utveckling av läromedel i matematik innefattande diskussioner med förlag och författare, utformning av handledningar med matematikdidaktiskt innehåll, utveckling av prototyper kring huvudmoment och laborativa metoder.
- ökade resurser för att genomföra undervisning i mindre grupper vid övergången mellan låg- och mellanstadiet. Vidare att resursen för att möjliggöra allmän och särskild kurs på högstadiet skulle behållas även om kursuppdelningen avskaffades, att resurser för stödundervisning i början av gymnasieskolan satsas.
- en specialfunktion (en för matematik, en för svenska) omfattande ett eller flera rektorsområden för att
 - initiera och leda fortbildning
 - initiera lokala utvecklingsarbeten
 - initiera samarbete mellan olika stadiers lärare
 - sprida kännedom om böcker och tidskrifter med didaktiskt innehåll och initiera diskussioner kring innehållet

- verka för att det i övrigt skapas goda betingelser för inläring i ämnet.
- omfattande stimulans av matematikdidaktiskt forsknings- och utvecklingsarbete och information kring detta, bl a genom "en rejäl resurstilldelning från de resurser UHÄ förväntas disponera i samband med lärarutbildningsreformen" samt information kring forskning om begreppsbildning i tidiga skolår.

Den första delen av Matematiksatsningen med den särskilda studiedagen och fortbildning av mellanstadielärare fullföljdes i stort sett enligt planerna. Den följande tyngre delen som innebar fem veckors fortbildning av lärare som skulle undervisa i matematik i åk 1-6 och började 1989 avbröts av kommunaliseringen 1991 och kom dock inte att fullföljas annat än i begränsad omfattning. Det innebär att situationen i grundskolan är mycket oklar i åk 1-6 när det gäller undervisande lärares utbildning.

SÖ:s utvecklingsgrupp föreslog att de som skulle leda arbetet i satsningen lokalt skulle få en "skräddarsydd" 5 poängs utbildning, men detta kom aldrig att realiseras generellt utan förekom enbart i enstaka fall. Som utvärderingar visar kom fokus i Matematiksatsningen 1986-1991 att ligga på omedelbara insatser. Resurspersonernas oklara ansvar och brist på utbildning bör ses i relation till att förslaget om en specialfunktion för matematik och de förväntade satsningarna på matematikdidaktisk kunskapsutbildning uteblev samt att många lärarutbildare saknade (och fortfarande saknar) forskarutbildning. Här framträder stora brister på resurspersonsidan. Mycket finns att åtgärda när det gäller tillgången till handledare och utbildare för kompetensutveckling i matematik.

Den fortbildningsmodell för kompletteringsfortbildningen som skisseras i bilaga 2 kunde inte realiseras. Dels måste framtagningen av modulerna om *Utvärdering och Lokalt utvecklingsarbete* avbrytas på grund av bristande ekonomiska resurser inom projektet. Dels kunde inte TV- och videoinslagen göras med det innehåll om inläring och undervisning i matematik som var planerat eftersom kompetens för en sådan TV-produktion inte kunde byggas upp i Sverige med tillgänglig tid och tillgängliga resurser. Den svenska utvecklingen har visat att de två beskrivna modulerna verkligen hade behövts. Erfarenheter från svenska och internationella kompetensutvecklingsinsatser visar att modellen är värd att analysera och utveckla och då med IT-stöd. En vidareutvecklad och breddad målbeskrivning utifrån bilaga 1 skulle kunna vara ett viktigt underlag i både grund- och fortbildning. Ämnesbegreppets innebörd är dessvärre oproblematiserat i utredningen inför den nya lärarutbildningen enligt Prop. 1999/2000:135.

I detta sammanhang bör det också nämnas att *endast ca 1 %* av tillgängliga resurser satsades på framtagning av innehåll i hela fortbildningssatsningen – en avskräckande låg siffra!

Ett problemområde – Hur ska vi räkna?

På 1970-talet kom miniräknarna in i svensk skola. Samtidigt pågick PUMP-projektet som fick starkt genomslag när det gällde räkning med papper och penna, tack vare projektledarnas lärarerfarenhet och insatser i fortbildningen samt att elev- och lärmateriel snabbt blev tillgängliga. Den starka traditionen av matematik som just räkning, lärares bristande grundutbildning och rädsla för att just räknefärdigheten skulle försämrats har sannolikt gjort att miniräknare används i liten utsträckning och att lärare har svårt att finna balans mellan undervisning i taluppfattning, i skriftliga metoder, huvudräkning och överslagsräkning. ARK-projektets resultat och fortbildningsmaterial har lett till färre och mindre omfattande kompetensutvecklingsinsatser än PUMP. Inom Matematiksatsningens ramar pågick ALM-projektet 1987-1991, som gjorde utvärderade försök med miniräknar användning. För kompletteringsfortbildningen togs det fram två böcker *Tal och räkning 1 & 2*, (Emanuelsson m fl, 1991a; 1991b). Ett delprojekt inom SOS-projektet 1993-1995 har sedan vidareutvecklats inom NCM för att utges som NämnarenTEMA. Här behövs insatser för att utifrån nämnda projekt, lärares dokumenterade erfarenheter och kunskaper och de senaste årens forskning och utvecklingsarbete nationellt och internationellt (t ex Häggblom, 1999) fullborda det påbörjade arbetet och få till stånd lokal kompetensutveckling.

Inte minst viktigt är att relationen mellan matematik och räkning diskuteras och att elever med svårigheter särskilt uppmärksammas.

Kompetensutveckling för lärare i förskolan

Ingen centralt initierad kompetensutveckling har ägt rum. Ett NämnarenTEMA *Matematik från början* har tagits fram för förskola, förskoleklass och de tre första åren i grundskolan.

Olika nivåers ansvar behöver klargöras

Stora förändringar har ägt rum i den statliga skolorganisationen mellan 1965 och 2000. Vi har gått från central till decentraliserad styrning och därmed finns det direkta ansvaret för kompetensutvecklingsinsatser i matematik lokalt. Samtidigt har skolmatematikens inriktning och målsättning ändrats genom nya kursplaner utifrån bl a förändringar i samhälle och teknik.

Staten har under denna period inte tagit tillräckligt allvarligt på behovet av kompetensutveckling av lärare i förskolan, grundskolan och gymnasieskolan i samband med läroplans- och kursplaneförändringar, nytt betygssystem och användningen av räknare och datorer. Matematikämnet betydelse har underskattats av politiker och beslutsfattare. Det har visat sig genom den sk matematikkrisen, utfallen på nationella prov, i högskolans reaktioner på studenternas förkunskaper på matematikintensiva

utbildningar, rekryteringen till naturvetenskapliga och tekniska utbildningar, rekryteringen till läraryrket i motsvarande ämnen. Matematik som kritiskt filter har underskattats.

Kommuner och skolor tycks ha saknat beredskap eller inte tagit sitt ansvar på allvar för att klara de stora förändringarna som ägt rum vad gäller matematikämnet i skolan. Matematikundervisning ses av många som lättskött trots de alarmerande resultaten. Alltför många tror att det är svårt att påverka utfallet genom förändrad undervisning.

Omfattande insatser har gjorts av nätverk och föreningar och ett långsiktigt utvecklingsarbete äger rum inom t ex Biennalrörelsen och inom Nämnarenprojektet. Ett aktivt intresse och stora behov har kommit fram inom dessa långsiktiga projekt, jfr t ex de tio diskussionsgrupperna vid biennalen. Kommuner och skolor tar i dagsläget inte vara på de intresserade och engagerade personer som finns inom skolan och utnyttjar inte de materiel och modeller som ställts till skolans förfogande av t ex Biennalrörelsen.

Utifrån det som hänt tonar det fram en bild av punktinsatser utan relation till långsiktiga program eller uppföljning. Insatser för att underlätta tolkning och genomförande och ge bättre underlag för läromedel och undervisning har kommit alltför sent för att på allvar påverka implementeringen av nya kursplaner.

Å andra sidan finns alltså ett mycket stort och aktivt intresse för svensk matematikutbildning inom biennalrörelse, föreningar och nätverk. Matematikundervisningens tradition med fokusering på räkning, läroboksstyrning och enskilt arbete kan utmanas. Omfattande insatser både nationellt och lokalt krävs dock om uppsatta mål och förväntningar ska nås.

Nationellt centrum för matematikutbildning

Verksamheten vid och uppdraget till NCM under 1999 och 2000 har varit intensiv och omfattande. Den behandlas mer ingående i rapportens sammanfattning.

NCM är berett att söka svara upp mot tilltron från nationella och lokala nivåer. Obalansen mellan det fasta anslaget och tidsbegränsade projektmedel försvårar dock nödvändig långsiktig planering och rekrytering av medarbetare. För att kunna leva upp till formulerad målsättning och ge konkret stöd till utvecklingen av svensk matematikutbildning utifrån nu beskrivna behov och förväntningar krävs ett avsevärt större permanent driftsbidrag till NCM:s verksamhet än det som ges idag.

