
Didaktiskt utvecklingsarbete – några förslag och idéer

Denna forskningsöversikt om samband mellan läs- och skrivsvårigheter, dyslexi och lärande i matematik har visat att det inte bara finns samband utan också många idéer till utveckling av det praktiska specialpedagogiska arbetet. Ett sådant arbete skulle innebära att i förskolan förebygga att svårigheter uppstår, att i den första undervisningen göra barnens möte med matematiken lustfyllt, meningsfullt och inspirerande och att utveckla en god klassrumsundervisning för alla elever men med fokus på elever i behov av särskilt stöd. Men även om vi lyckas väl i våra förebyggande och tidiga insatser måste vi räkna med att somliga elever ändå kommer att behöva särskilda stödinsatser. Vi har gett några exempel på hur sådana specialpedagogiska insatser kan vara upplagda och här ges fler idéer om undervisning som i olika sammanhang visat sig underlätta lärandet hos elever i läs- och skrivsvårigheter. Många av dessa idéer och förslag till aktiviteter har vi hämtat från forskare i matematikdidaktik och lärare som har erfarenheter av att undervisa elever i läs- och skrivsvårigheter i matematik. Men vi har också hämtat idéer från den allmänna matematikdidaktiska forskningen där vi funnit förslag på sådan undervisning som vi tror särskilt gagnar elever i läs- och skrivsvårigheter. En del förslag på aktiviteter har vi förändrat och anpassat till dessa elever.

Erfarenheter visar att några punkter är särskilt viktiga att tänka på när man undervisar elever i läs- och skrivsvårigheter och dyslexi (Chinn & Ashcroft, 1998; Malmer, 1999; Miles, 1992; Henderson, 1998; Henderson & Miles, 2001).

- Laborativt, undersökande arbete och kommunikation är betydelsefullt. Särskilt framhålls vikten av reflektiva samtal kring matematiska begrepp och samband.
- Viktiga begrepp bör lyftas fram och synliggöras eftersom eleverna kan ha svårt att upptäcka dem på egen hand.
- En del elever behöver uttala högt vad de tänker medan andra föredrar att t ex rita. Ett annat sätt kan vara att spela in det egna talet på band för att lyssna till det senare. Ibland kan eleverna upptäcka att det de sade egentligen inte var det de tänkte och kan då korrigera sig själva.

- Multisensoriskt lärande, dvs att eleverna får använda olika sinnen, och vikten av att bygga på elevens starka sidor framhålls.
- Det är nödvändigt att eleverna har tillgång till genomtänkt åskådligt material som t ex talkort, tiobasmaterial, hundrakort, pengar, miniräknare, bandspelare, bilder, diagram, tredimensionellt material, klockor, och spel. Lärare bör försäkra sig om att det laborativa arbetet bidrar till att eleverna utvecklar matematisk begreppslig förståelse och att de efter hand frigör sig från materialet.
- Eleverna behöver ett matematikhäfte där de dokumenterar sitt lärande genom att t ex göra matematiska ordlistor, tankekartor, förklaringar, beskrivningar av vad de lärt sig, frågor som de vill ha svar på osv.
- Nya ord och symboler ska introduceras omsorgsfullt. En del elever behöver möta samma ord i många olika situationer innan det "sitter". Symbolhantering är särskilt kritiskt varför det är viktigt att lärare försäkrar sig om att eleverna verkligen förstår och kan uttrycka sitt kunnande på olika sätt, t ex genom att berätta muntligt, rita en bild och att använda matematiska symboler.
- Lärare bör kritiskt granska texter i elevböckerna och anpassa dem till den enskilda elevens behov.

Grundidén som bör genomsyra all undervisning är att arbetet sker på ett sådant sätt att eleverna utvecklar självförtroende och tillit till den egna förmågan. Framför allt poängteras vikten av struktur, tydlighet, matematiska samtal, samband och mönster, att ny kunskap relateras till tidigare erfarenheter och kunnande och att eleverna får hjälp att utveckla sitt kunnande både i tal och skrift. Särskilt kritiskt är att utveckla skrivandet som ett redskap för att lära. Samtidigt som det kan vara ett mycket effektivt redskap är just skrivandet svårt för många elever. Därför krävs en genomtänkt och väl anpassad undervisning.

Grundläggande arbete i förskolan

På många förskolor runt om i landet har man under senare år utvecklat ett språkligt strukturerat arbete med rim och ramsor, högläsning, muntligt återberättande, stavelselekar, ljudlekar osv. Syftet med detta språkliga arbete är att genom lustfyllda lekar och övningar hjälpa barnen att utveckla språklig medvetenhet innan de börjar med den formella läsinlärnningen i skolan. För många barn är det just språkaktiviteter av detta slag som kan förebygga senare läs- och skrivsvårigheter. Undersökningar visar att barn som kan vara i riskgruppen för att utveckla läs- och skrivsvårigheter gynnas i särskilt hög grad av sådana insatser (Lundberg,

2000). En intressant fråga är om man kan utveckla en motsvarande verksamhet med anknytning till matematik i förskolan.

I den nya läroplanen Lpfö 98 har förskolans roll och ansvar lyfts fram även för lärandet i matematik. Förskolan ska sträva efter att varje barn

utvecklar sin förmåga att upptäcka och använda matematik i meningsfulla sammanhang,

utvecklar sin förståelse för grundläggande egenskaper i begreppen tal, mätning och form samt sin förmåga att orientera sig i tid och rum.

(Lpfö 98, s 13)

Då behöver förskolans pedagoger utveckla kunskaper och insikter om små barns lärande och matematik. Eftersom många av dem i sin grundutbildning varken sysslat med matematik eller matematikdidaktik, och inte heller genomgått någon kompetensutveckling på området, krävs förmodligen omfattande insatser. Risken är annars att det blir erfarenheter från den egna skolmatematiken som blir utgångspunkten för det matematiska innehåll man utvecklar i förskolan. Väsentligt är också att förskolans och skolans läroplaner länkas samman med varandra så att det blir en kontinuitet i lärandet.

Doverborg & Pramling Samuelsson (2000) visar hur små barn redan i förskolan kan utveckla sin matematiska förståelse genom att de vid återkommande tillfällen och i olika situationer får räkna antal, bygga och konstruera, spela spel och lösa problem. Leken är central i barnens lärande och man betonar vikten av att förskollärarna arbetar utifrån bestämda mål. Genom att försöka ta till vara barnens tankar, idéer och föreställningar, genom att skapa en mångfald av situationer där barnen får möjlighet att erfara matematiska begrepp, bearbeta och reflektera över det de erfar, kan de utveckla sin förståelse och sitt tänkande om matematik (Doverborg, 2000). Man betonar att matematiken i förskolan inte är ett skolämne utan att det framför allt handlar om att barnens ska få *erfarenheter* med anknytning till matematik som kan synliggöras och bearbetas på olika sätt.

Vid några förskolor i Skövde som vi besökt har man under senare år försökt att utveckla det pedagogiska arbetet för att hjälpa barnen att utveckla språklig medvetenhet och förståelse för grundläggande matematik. För en del barn tar det särskilt lång tid att lära sig räkneramsan, komma ihåg räkneorden och utveckla förståelse för hur den kan användas. Barn behöver många erfarenheter av att räkna antal och använda räkneramsan i en mängd olika situationer för att utveckla grundläggande förståelse för aritmetik. I förskolans vardagliga rutiner och reguljära verksamheter finns många naturliga situationer att utnyttja. Några sådana exempel är:

Samlingen

På morgonen samlas barn och lärare och tillsammans räknar de hur många barn och vuxna som är närvarande och hur många som är frånvarande. Man räknar i kör med de yngsta barnen men så småningom kan ett eller två barn få i uppdrag att räkna på egen hand. Med hjälp av åskådligt materiel, tex fem olikfärgade band med uppträdda träkuler motsvarande antalet barn och personal som finns i förskolegruppen försöker man *synliggöra* antal. Varje veckodag har sin speciella färg på kulorna tex blå för måndag, röd för tisdag osv. När man jämför hur många som varit närvarande olika dagar under veckan används matematiska ord och begrepp som *lika många* – *inte lika många*, *fler än* – *färre än*, *dubbelt så många* – *hälften så många*, *en mer* osv.

Dukningen

Att duka till lunch i förskolan är ett utmärkt exempel på hur man kan låta barnen få erfarenhet av att använda matematik i vardagliga rutinsituationer. De yngre barnen får hjälp av lärarna att duka och de äldre barnen utses till dukvärdar och får parvis själva ta ansvar för dukningen. Barnen kontrollerar på dagens kulrad hur många som ska äta och noterar på sitt eget sätt på små kort hur många vuxna och hur många barn som ska äta. Porslin, glas och bestick är placerat så att barnen lätt kommer åt allting på egen hand. Barnen får erfarenhet av antalsräkning, parbildning – lika många knivar som gafflar, lika många glas som tallrikar och



inte minst tilltro till den egna förmågan. Barnens ansvar för dukningen innebär inte att de vuxna är frånvarande. Tvärtom är de viktiga personer som hjälper barnen att reflektera över matematiska begrepp och ord som barnen möter i samband med dukningen och som de så småningom ska införliva i sitt ordförråd.

Språklek

Genom strukturerade lustfyllda lekar har dessa förskolor under många år arbetat med att bättre förbereda barnen för den kommande läs- och skrivinlärn timer och syftet har varit att försöka förebygga läs- och skrivsvårigheter. Man leker med rim och ramsor, fingerlekar, klappar stavelser i barnens namn, jämför långa och korta ord osv (Stern er, 1994). Många av dessa ramsor och fingerlekar ger barnen erfarenhet också av att använda räkneramsan, att räkna framåt och räkna bakåt. Buys (2001) påpekar att när förskolebarn använder räkneramsan vid t ex rytmiska lekar, sånger och ramsor lär de sig kanske själva räkneorden. I andra situationer, genom lekar och olika spel lär de sig att använda räkneorden för att bestämma antal, jämföra skillnader, hur många fler än, hur många färre än osv. Det kan vara en stor skillnad mellan hur långt barnet kan räkna på räkneramsan och det antal föremål som de med säkerhet kan bestämma antalet för.

Exempel på fingerlek med räkneord:

Fem små lingon växte på en tuva
ett trilla av, så var de bara fyra.
Fyra små lingon växte på en tuva
ett sa: Jag vill inte vara mé
så var det bara tre.
Tre små lingon växte tätt som så ...

När barnen klappar antal stavelser i sina namn för att upptäcka att ord går att dela upp i mindre språkbitar kan man också resonera om vem som har *flest* antal stavelser, *minst* antal stavelser, vilka barn som har *lika många* stavelser osv. Barnen kan *synliggöra* antalet stavelser i sina namn genom att hämta lika många kaplastavar vilka man sedan hjälps åt att gruppera i tvågrupper, tregrupper osv. Dessa kan i sin tur grupperas från det minsta till det största antalet. Att få erfarenhet av att antalsgruppera är viktigt bl a för att barnen så småningom ska kunna upptäcka mönster i talen och sekvenser som t ex 2, 4, 6; 5, 10, 15; 10, 20, 30 osv.

Många ord som används både i vardagen och som matematikord får barnen möta i dessa och liknande situationer och syftet är att barnen så småningom ska införliva orden och deras innebörder i sitt eget ordförråd.

Barnen utvecklar genom dessa och liknande aktiviteter kunnande i att räkna akustiskt, resultaträkna, uppskatta, jämföra mängder, enkel addition och subtraktion i muntliga sammanhang, antalsgruppera osv. Trefers (2001) betonar att det är stor skillnad mellan att kunna räkna fyra,

fem föremål som även små barn kan uppfatta direkt och att kunna räkna nio, tio föremål som inte går att uppfatta utan att räkna föremålen.

Temaarbeten

I förskolan förekommer många olika slags temaarbeten om naturen, miljön, polisen, posten, sagor och berättelser osv. När barnen leker och arbetar med sina teman får de rika erfarenheter av högläsning, muntligt återberättande, rim och ramsor, gemensamma dikteringar (vuxna och barn skriver tillsammans) och låtsasskrivning. Genom sådana aktiviteter får barnen möta skriftspråket, dess rika förråd av ord och särskilda syntax, utan att själva kunna läsa och skriva ännu. När den vuxne läser sagor för barnen, samtalar om innehållet i det lästa och uppmuntrar barnen att ställa frågor får de öva sig att skapa inre bilder, inre representationer av textens innehåll, vilket är en viktig förutsättning för att utveckla god läsförståelse. När barnen ritar bilder, bokstavsliknande former och tecken för antal får de erfarenheter som kan bidra till att de utvecklar förståelse för skrivna symbolers funktion i samband med läsning, skrivning och matematik.

Doverborg (2000) beskriver mycket målande hur man i förskolan arbetar med natur och miljö, växter och djur och hur barnen får erfarenhet av matematikens mångfald i vår omvärld. I två teman om förskolans höns och om rönnbärsträd beskrivs hur barnen får erfarenheter av att lösa problem genom att uppskatta storlek och antal, mäta och jämföra, rita och konstruera, räkna antal och dokumentera genom att rita bilder och symboler.

Barnens egna representationer är symboler för objekt som barnen tidigare behövde fysisk tillgång till. Representationer som innehåller synliga kvantiteter som går att räkna tex bilder på ett antal bollar, prickar på en tärning osv utgör en väsentlig *överbryggande funktion* mellan konkret räknande och formell beräkning (Treffers, 2001).

Högläsning

Då en av de viktigaste förutsättningarna för problemlösning i samband med skriven text är elevernas läsförståelse kan man anta att barns tidiga möte med skriftspråket genom väl strukturerade språklekar och högläsning i förskolan indirekt har betydelse för elevernas läsförståelse och problemlösningsförmåga i samband med matematik. Det berättas om Einstein att han vid ett tillfälle fick en fråga av en bekymrad mamma som undrade vad hon skulle göra för att hjälpa sin son som tyckte att det var svårt att förstå och lära sig matematik. "Läs sagor!" blev det något oväntade svaret. När den bekymrade modern undrade vad hon sedan skulle göra, svarade Einstein "Läs ännu mer sagor!"

Om anekdoten som berättas om Einstein är sann vet vi inte. Däremot vet vi att högläsning och samtal om det lästa mellan en vuxen och det lilla barnet har ett starkt samband med barnens möjligheter att lära sig skriftspråket.

Man kan inte ta för givet att barn på egen hand erövrar nya ord utifrån de ledtrådar som sammanhanget i en text ger och genom den bakgrundskunskap de har. Särskilt elever med dyslexi har ett stort behov av lärarledda förklaringar av det nya ordets innebörd och uppbyggnad (Biemiller, 2000).

Vi kan nu se att ett betydligt större antal barn går i förskolan än som var vanligt några årtionden tillbaka. Det innebär att förskolan kan spela en mycket stor roll för många barns grundläggande språkutveckling och för deras möjligheter till tidiga och positiva möten med skrift genom att de får lyssna till och samtala om sagor och berättelser.

Vi ger följande sammanfattning av de stora fördelar som finns med högläsning.

Högläsningens sju magiska punkter

1. I vardagliga samtal försöker vi förenkla och effektivisera talet utan att budskapet för den skull går förlorat. Vid högläsning uttalas orden som ingår i texten med mycket större precision och tydlighet än vad som är vanligt i muntliga dialoger. Om man dessutom då och då stannar upp och resonerar med barnen om ordens betydelse och form lär de sig så småningom deras innebörder.
2. Genom högläsningen kommer barnen i kontakt med och exponeras för ord som inte används i vardagen och de tillägnar sig på så sätt ett rikare ordförråd.
3. I skrivna texter är språket förpackat på ett annat sätt än i muntligt tal. Skrivna texter har andra språkliga formuleringar med bisatser, ordvändningar och satsmönster (Lundberg, 1984). Barn, som genom att man läser högt för dem, vänjer sig vid och förstår denna annorlunda förpackning av språket, kan dra nytta av det när de själva ska läsa och skriva.
4. När barnen lyssnar på sagor och berättelser övar de sig i att tolka innehållet i texten genom att skapa inre bilder, en inre föreställningsvärld där de ser saker hända och föreställer sig hur saker hänger samman. Som vi har sett tidigare visar forskning att denna kompetens, att skapa inre representationer av ett matematiskt problem, är mycket viktig för läsförståelse.
5. I möten med det skrivna språket i sagor och berättelser lär sig barnen en slags berättelsegrammatik. Sagor är oftast uppbyggda

efter en fast struktur med en *inledning* där läsaren får bakgrundsinformation om huvudpersoner, var och när händelsen utspelar sig osv. Därefter följer *handlingen* i berättelsen som ofta är en spännande intrig och till sist en *avslutning* där upplösningen av berättelsen ges. Denna berättelsegrammatik bidrar till tolkningsramar och underlättar för läsaren att skapa sammanhang och mening i texten. Barnen ser inte alltid att det finns en förbindelse mellan det de hör och det som de redan vet. Genom samtal kan barnen få hjälp att skapa sådana förbindelser mellan texten och sitt eget liv och vänja sig vid att aktivt tolka innehållet i texter.

6. Högläsning bidrar också till att skapa lust till litteraturen. I sagans värld får barnen möta spänning, äventyr, glädje, sorg och fantasi. I den matematikdidaktiska forskningen framhålls ofta just fantasi och kreativitet som viktiga komponenter i elevers problemlösningsförmåga.
7. När barnen lyssnar till högläsning får de god övning i att sitta stilla och koncentrera sig och att vara uppmärksamma och ta hänsyn till varandra. Som vi sett i forskningsöversikten har också elevers förmåga till uppmärksamhet och koncentration (energitäthet) stor betydelse i samband med problemlösning i matematik.

Högläsning framstår således med sina sju magiska punkter som central både i förskolan och i den fortsatta läsundervisningen i skolan. Men det är viktigt att läraren är kompetent och arbetar på ett strukturerat och genomtänkt sätt. Det förutsätter att blivande lärare får god utbildning och övning i högläsning och samtal under sin lärarutbildning.

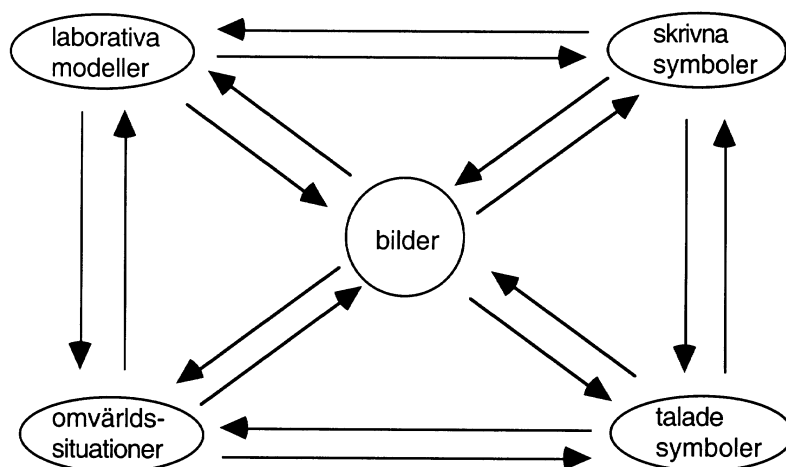
Inledande undervisning i skolan

Malmer (1999) och Grauberg (1998) föreslår att man i nybörjarundervisningen väntar med de matematiska symbolerna och inriktar arbetet mer på att låta eleverna använda sig av konkret handling, att rita bilder och tex utföra dramatiseringar för att utveckla sin matematiska kompetens. Detta kan i hög grad gagna elever med dyslexi som ofta har svårt med symbolhanteringen snarare än med den begreppsliga förståelsen.

Inom den matematikdidaktiska forskningen om elevers lärande i matematik framhålls ofta just mötet mellan deras informella kunskaper och strategier vid problemlösning som de utvecklat utanför skolan och skolmatematikens krav på bestämda Lösningsstrategier, som en kritisk punkt i elevers lärande (Ahlberg, 1997; Baroody, 1987; Johnsen Høines, 1997; Mellin-Olsen, 1984). För elever i läs- och skrivsvårigheter framhålls detta som en särskilt kritisk punkt. Övergången mellan elevers informella och formella uppfattningar och strategier kan påverka elevers attityder till matematik på ett negativt sätt om de upplever att de inte

förstår. Det är därför viktigt att särskilt uppmärksamma mötet mellan barnens egna informella sätt att uttrycka sig och skolans formella språk och lösningsstrategier.

Figuren nedan visar sambanden mellan olika representationsformer i matematik. Från en händelse i vardagen eller från en konkret modell kan eleverna med hjälp av sitt eget talade språk, bilder, diagram, mönster, konstruktioner och matematiska symboler utveckla sin förståelse för matematiska begrepp och symboler.



(Skolverket, 1997, s 16)

Lärande i matematik är en process där målet är insikt i abstrakta strukturer och relationer. Men för att nå dit vet vi som lärare att man inte enbart kan arbeta och träna med symboler. Man måste *tala matematik, anknyta till verkligheten, arbeta laborativt, börja med det konkreta, lära sig tänka*. Det är viktigt att barn får möjlighet att möta och arbeta med olika representationsformer som tex konkreta modeller, vardagsspråk, teckningar, diagram, skriftspråk, matematikterminologi, matematiska notationer och symboler. Ordningsföljden i undervisningen mellan representationerna kan växla beroende på barn, begrepp och erfarenhet.

(Emanuelsson, 1996, s 15)

Chinn & Ashcroft (1998) betonar att undervisningen i matematik för elever med dyslexi kräver tydlig, laborativ och åskådlig undervisning på *alla* nivåer. Då många av dessa elever kan vara goda problemlösare och förstå matematiska begrepp samtidigt som de kan ha svårt för grundläggande aritmetik är det betydelsefullt att eleverna får arbeta också med komplexa begrepp och problem. Detta går att lösa genom att eleverna använder olika representationsformer och miniräknare i vissa situationer, beroende på syftet med aktiviteten.

Nedan följer en kort beskrivning av ett fantasirikt och lustfyllt temaarbete i matematik som just tar sin utgångspunkt i barnens erfarenheter och nyfikenhet och där de själva får bestämma uttrycksformer.

Petter och hans 4 getter

Bergius & Emanuelsson (2000) har tillsammans med sina elever i årskurs 2 och 3 arbetat med barnboken *Petter och hans 4 getter* som utgångspunkt för matematikarbetet. Detta är ett exempel på hur man kan knyta matematik- och svenskämnet närmare varandra på ett mycket stimulerande sätt. Genom att tillsammans med eleverna ställa öppna frågor om händelser i boken har eleverna fått göra undersökningar utifrån egna frågeställningar. Det utforskande arbetet har oftast skett i grupp. Samtal, diskussioner och resonemang har inneburit att eleverna ställt hypoteser och dragit slutsatser, beskrivit egna idéer och lyssnat till andras. I arbetet har man tillsammans gjort upptäckter av relationer mellan tal, talföljder, kombinatorik, relationer inom och mellan objekt, geometriska grundbegrepp, mätningar osv. Eleverna har muntligt och skriftligt berättat om sina upptäckter. De har presenterat sina arbeten och sina erfarenheter på olika sätt, i texter, bilder, diagram, symboler och laborativa modeller. Detta är ett rikt exempel på hur man redan i den grundläggande undervisningen låter barnen möta matematikens mångfald och inte enbart fokusera på siffror och tal. Här följer några av de frågeställningar man arbetat med:

Fjärde geten hette Vit.
Den var känd för sin aptit.

Hur såg det ut innan geten Vit ätit upp skogen?
Hur ser det ut ovanför skogen?
Hur mycket har geten ätit? Hur många träd?
Hur många meter träd?
Hur bar sig geten åt?
Hur ser det ut bakom kullen?
Hur ser det ut ovanifrån?

(s 155)

En poäng med arbetssättet är att eleverna själva är delaktiga i att ställa frågor som de vill ha svar på samtidigt som lärarna ställer reflekterande frågor som kan hjälpa eleverna att utveckla och förädla de tankeformer de redan har om olika matematiska begrepp och sammanhang. Den breda synen på matematik i omvärlden som genomsyrar temaarbetet står i bjärt kontrast till den syn som många elever utvecklar redan på lågstadiet, nämligen att matematik är när man räknar i matteboken. Arbetssättet och val av innehåll gör också att alla elever kan delta utifrån sina förut-sättningar även om de är i läs- och skrivsvårigheter. Men en särskilt viktig



poäng är att dessa elever får utmaningar som gäller deras matematiska tänkande och inte att de bara "hänger med" på att tex rita och måla.

Tala, rita, skriva matematik

En viktig del i elevernas lärande är att utveckla ett väl fungerande ordförråd och att de får tillräcklig övning i att använda ord och uttryck som är viktiga för matematiken i olika sammanhang. Som vi har sett tidigare i rapporten är detta ett område som kan vålla problem för elever i läs- och skrivsvårigheter och undervisningen i matematik bör därför vara inriktad mot att eleverna i tillräckligt hög grad får möjlighet att kommunicera om de begrepp de arbetar med. Ahlberg (1995) och Johnsen Høines (1987) beskriver hur nybörjarna i skolan kan arbeta med problemlösning genom att använda muntlig kommunikation och skriftliga noteringar och bilder och kan på så sätt undan för undan utvidga och införliva matematiska ord och uttryck i sitt eget ordförråd. Samtidigt bör det påpekas att kommunikation och samarbete i sig inte garanterat leder till att eleverna utvecklar sin begreppsliga förståelse för matematik och det är därför viktigt att lärare har goda kunskaper om sina elevers utveckling och om den matematik de ska lära sig. Lärarens aktiva roll i de matematiska samtalen och vikten av att ställa utmanande frågor som leder till reflektion och insikt har betonats många gånger i kunskapsöversikten.

Problemlösning i 5 faser

Ahlberg (1995) beskriver hur barn löst textuppgifter där det matematiska innehållet presenterats på olika sätt. Till en början har uppgifterna inget aritmetiskt innehåll. Innehållet presenteras i form av en berättelse

Tack till Valentins förlag för tillstånd att använda bilden från boken Petter och hans 4 getter.

med anknytning till barnens egna erfarenheter. Eftersom läraren presenterar berättelsen muntligt är barnen inte beroende av att kunna läsa. Tanken är att barnen ska använda sin fantasi och kreativitet för att göra personliga tolkningar och lösningar på problemet. Berättelserna är rika på information och barnen får från början vänja sig vid att försöka tolka innehållet i berättelsen, formulera uppgiften med egna ord och finna en lämplig lösning. När de i det uppföljande samtalet berättar om sina lösningsförslag och tar del av andras kan deras förståelse för uppgiften vidgas och fördjupas. Okända ord och ord som barnen har en diffus uppfattning om kan genom lärarledda samtal förtydligas. De lär sig också att det tar tid att lösa problem och de uppmuntras att använda sin egen fantasi.

I den andra fasen förs numerisk information in i berättelserna men det finns fortfarande alternativa lösningar som inte inbegriper räkneoperationer.

Ballonger till kalaset

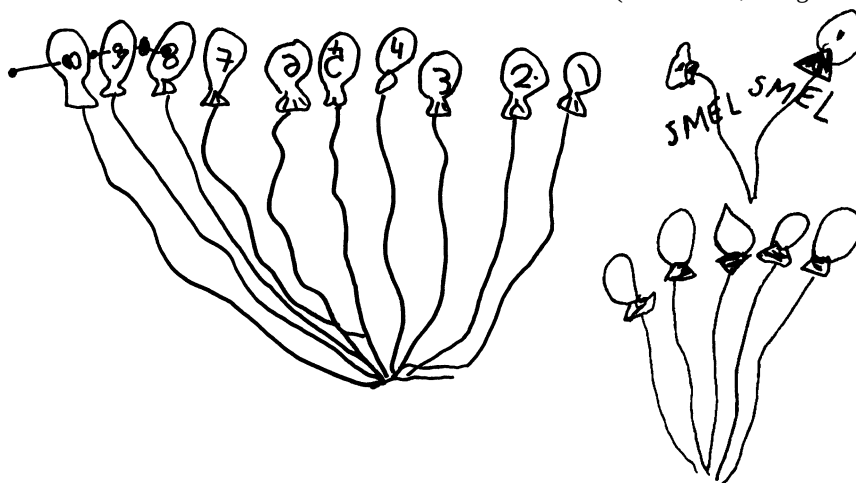
Idag fyller Lena sex år. Hon ska ha födelsedagskalas och har bjudit hem några kamrater. Lena och hennes mamma håller på och bakar en tårta med maräng och grädde. Det ska bara vara fem barn på kalaset, så barnen kommer att få en stor tårtbit var. När barnen har ätit tårtan ska de leka. I en av lekarna ska de ha ballonger. Lena går och hämtar ballonger som hon har i en påse och Per börjar blåsa upp dem. Varje barn ska ha två ballonger så Per blåser och blåser. Han får ont i munnen. "Pang" nu smäller en ballong ... och en till.

– Ballongerna räcker inte om du håller på så där, säger Lena ilsket till Per.

– Nej ballongerna räcker inte, svarar han. Det finns bara 7 stycken.

– Oj då, hur ska vi göra då? Vi måste genast lösa detta på något sätt, säger Lena.

(s 157–158, bilaga 2:1)



I det påföljande arbetet införlivas så numeriska beräkningar, berättelser med uppskattning och till sist textuppgifter som ibland kräver beräkningar i flera steg. I alla faser av undervisningen möter eleverna uppgifter som anknyter till deras föreställningsvärld och det matematiska innehållet presenteras på olika sätt. Det finns inte bara ett enda rätt svar och problemen kan ha flera lösningar. Genom att eleverna först arbetar med uppgiften på egen hand och sedan diskuterar förslag på lösningar i mindre grupper får de tillfälle att reflektera både över sina egna och andras förslag till lösningar. Ahlberg (1999) betonar att den inledande undervisningen till stor del formar barnens kommande attityder och inställning till matematikämnet varför det är särskilt betydelsefullt att lägga stor vikt vid val av innehåll och arbetssätt de första skolorna. Hon menar att tal, räkning och matematiska begrepp bör synliggöras och på ett naturligt sätt anknytas till barnens erfarenheter och förbindas med den formella matematiken.

Formulera egna problem

Eleverna ska inte bara lära sig lösa textuppgifter och problem som redan är färdigformulerade. En viktig aspekt i lärande är att kunna formulera problem, diskutera problem och lösningsmetoder samt analysera och värdera de resultat de kommit fram till (Kilborn, Johansson & Lundin, 1984).

Sandahl & Unenge (2000) ger exempel på ett arbetssätt som innebär att eleverna först arbetar med att lösa givna problem muntligt och skriftligt för att i nästa steg formulera egna problem.

En uppgift som beskriver en situation presenteras av läraren:

Eva och Karin stiger in i en hiss. De åker upp sex våningar och sedan ner åtta våningar. Där går de ur hissen och upptäcker att de är på tredje våningen. På vilken våning började hissfärden?

1. Eleverna ska först individuellt försöka formulera en idé till lösning.
2. Parvis eller i små grupper diskuterar eleverna sina idéer och förslag till lösningar.
3. Man enas om en lösning som man vill presentera för klassen och vilka argument man kan ha för denna. Genom diskussioner om olika förslag till lösningar får eleverna ta del av andras uppfattningar och idéer vilket kan bidra till att utveckla elevernas begreppsuppfattning. De får öva sig i att muntligt uttrycka sina idéer så att andra kan förstå.
4. Eleverna får skriftligt formulera liknande uppgifter som behandlar samma typ av *räknehändelse*.

5. I samband med *öppna uppgifter* där det finns flera möjliga lösningar kan eleverna försöka hitta så många lösningar som möjligt och sedan formulera egna liknande uppgifter.
(s 81–83)

När eleverna formulerar egna problem måste de skapa ett logiskt sammanhang i texten som de producerar så att den blir begriplig för läsaren. De måste också skapa sammanhang mellan texten och den eventuella numeriska information som ges, vilket också ställer krav på viss omvärldskunskap. Genom att formulera egna skriftliga problem och lösa kamratens problem får eleverna öva både läsförståelse och att strukturera sina tankar och sitt språk i skrift.

Kunskap om tal

Stern (1999) betonar behovet av att elever i läs- och skrivsvårigheter får laborera med verkliga objekt och åskådligt materiel. De får pröva att sortera, gruppera, skapa och upptäcka mönster. Hon menar att elever i svårigheter inte lär sig effektivt genom att i den inledande undervisningen arbeta med bilder och genom att manipulera med siffror i matteböcker – det är själva det *fysiska handlandet* i samband med att de sätter ord på och kommunicerar om sina undersökningar och upptäckter som är viktiga. Som vi sett i studien utvecklas elevers lärande från konkreta erfarenheter av handlingar och objekt till inre föreställningar och *tänkande om tal*. Stern påpekar att för elever i läs- och skrivsvårigheter är det särskilt viktigt att lärare försäkrar sig om att eleverna förstår vad de gör, att de får arbeta multisensoriskt och att de får hjälp att utveckla sitt tänkande och att göra generaliseringar.

De tio första talen

Att utveckla god taluppfattning innefattar bl a att eleverna förstår och kan handskas med alla talfakta inom de tio första talen. Det innebär att de vet att $4+5$ är 9 och $8-3$ är 5 utan att behöva räkna på talsekvensen. Sådana grundläggande kunskaper om tal utnyttjas när man gör beräkningar inom större talområden. Ett sätt att synliggöra de tio första talens helhet-del-del är att gruppera talen på sina fingrar i sk fingertal (Neuman, 1989). Genom att gruppera talen på fingrarna kan barnen upptäcka struktur och mönster i talsystemet och de behöver inte räkna framåt och bakåt på räknearmsan ett steg i taget.



Genom att eleverna till en början löser små muntliga subtraktionsuppgifter kan de se helhet-del-del inom varje tal. Exempel: Du har 9 karameller och äter upp fyra stycken. (Eleven lägger fingertalet för nio).



VIIII

Eleverna viker in fyra fingrar som symboliserar den delen som de äter upp och ser att de har kvar den andra delen (fem stycken) av den ursprungliga helheten.



V

Geary (2000) påpekar att elever kan ha särskilt svårt att skapa associationer mellan helhet-del-del eftersom de har svårt att hålla de ingående delarna aktuella i arbetsminnet under tiden som de försöker lösa en uppgift. När eleverna grupperar talen på sina fingrar får de hjälp att avlasta minnet samtidigt som de kan ha kontroll över både de ingående delarna i det aktuella talet och helheten. Genom att också använda de romerska siffrorna i en övergång till våra hindu-arabiska symboler för de tio första talen och upp till 20 underlättas symbolhanteringen för elever i svårigheter, eftersom de romerska symbolerna tillåter att man ser talen mellan 6 och 10 som grupperingar av 5 plus något.

Exempel: Ni är åtta barn på kalaset. Efter några timmar går tre barn hem. Hur många är ni då?

$$\text{VIII} - \text{III} = \text{V}$$

Den synliga femstrukturen i de romerska siffrorna underlättar för eleverna att uppfatta talen mellan sex och tio som 5 + någonting (6 = 5 + 1, 7 = 5 + 2 osv) vilket de kan dra nytta av när de handskas med tal i större talområden.

Bilder av tal

Att se tal som en kombination av mindre tal kan också hjälpa elever att skapa inre talföreställningar (Chinn & Ashcroft, 1998), tex:

- 1 *
- 2 * *
- 3 * * *
- 4 * *
 * *
- 5 * *
 *
 * *
- 6 * * *
 * * * (3+3)
- 7 * *
 * * * (5+2)
 * *
- 8 * * * *
 * * * * (4+4)
- 9 * * *
 * * *
 * * * (3 "treor", 3+3+3)
- 10 * * * *
 * *
 * * * * (5+5)

Gömda tal

En aktivitet som också kan bidra till att eleverna lär sig föreställa sig objekten som de laborerar med är att leka "gömda tal" (Neuman, 1989; Buys, 2001).

Eleven räknar en mängd bestående av tex 10 knappar. Läraren gömmer (täcker över) 3 stycken och eleven talar om hur många som är synliga och hur många som är gömda. Eleven lägger tex talet 175 med tiobasmateriel och talar om vad som fattas sedan läraren gömt två tiotal.

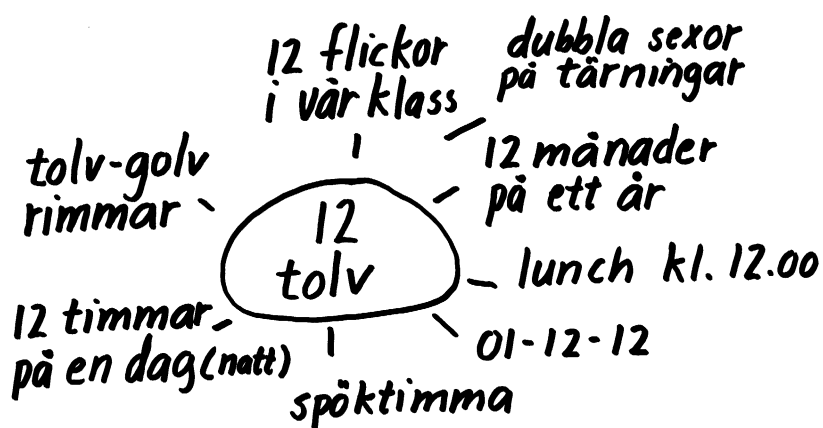


Gömda tal

Tal i omvärlden

Tal kan ha många olika betydelser för eleverna beroende på vilka erfarenheter de har. Talet 12 kan tex referera till ålder, födelsedatum, årets 12 månader, 12 timmar på klockan, det högsta kastet med två tärningar osv. Elevers kompetens för att göra beräkningar beror mycket på vilka erfarenheter de har. Hur många dagar är det på två veckor? För att eleverna ska kunna ge ett rimligt svar krävs att de vet hur många dagar det är på en vecka. Om de ska uppskatta hur långt man kan promenera på fyra timmar måste de ha någon uppfattning om hur långt man kan promenera på en timma.

Exempel på gemensamt samtal och tankekarta om talet 12

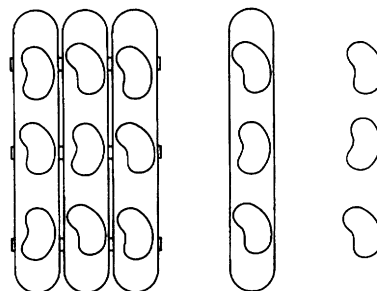


I gemensamma samtal mellan lärare och elever får eleverna möjlighet att reflektera över relationer mellan tal och omvärlden samt egna erfarenheter och kunskaper som är relevanta i sammanhanget. Elever i lässvårigheter har ofta en passiv hållning till texter som de läser (Lundberg, 1984) och mobiliserar inte kunskaper som de har och som är relevanta för tolkningen av innehållet i texten. Eleverna behöver hjälp och stöd att utveckla en mer aktiv hållning till olika innehåll både i muntliga och skriftliga sammanhang.

Mönster och proportionella samband

I en artikel i *Nämnamnaren* beskriver Curcio & Schwartz (1998) hur konkret arbete med olika materiell utvecklar barns tänkande om matematiska idéer.

Författarna påpekar att om man vill stimulera och uppmuntra barnens algebraiska tänkande måste man frigöra sig från vuxnas uppfattningar om att algebra betyder att lösa ekvationer med x och y . Istället bör man inrikta sig på möjligheten till generalisering, vilket brukar framhållas som styrkan i att låta bokstäver och andra symboler stå för tal. "Generalisering växer fram ur ett igenkännande av mönster och relationer och en analys av dessa förhållande, varav många har att göra med multiplikation och proportionalitet" (s 16). I artikeln beskrivs en aktivitet som introducerades för att utmana barns tänkande kring mönster och proportionella samband. Materielet bestod av bönor, stickor med tre bönor påklistrade och flottar gjorda av tre bönstickor.



1. Spelet går ut på att barnen ska samla bönor genom tärningskast. När de fått ihop tre bönor växlar de mot en bönsticka.
2. När de fått ihop tre bönstickor växlar de dem mot en flotte.
3. Spelet är slut när båda spelarna fått en flotte.

Curcio & Schwartz påpekar att barnens tidigaste erfarenheter som ligger till grund för proportionalitetstänkande och byte av talenhet hör samman med deras kropp. Fem fingrar kan tex relateras till en hand, 10 fingrar till två händer. Utan att göra symboliska notationer kan multiplikativa relationer, förhållandet 5:1, utvidgas till proportionalitet. Fem fingrar förhåller sig till en hand på samma sätt som tio fingrar förhåller sig till två händer, dvs som 5:1 och 10:2. De föreslår att man praktiskt låter barnen associera till vantar och handskar. Man kan laborera och samtala om en hand i en vante eller fem fingrar i en handske. En hand

kan vara både ett och fem på samma gång dvs en hand och fem fingrar. En bönsticka kan på samma sätt representera "ett" och "tre" på samma gång. En böna och en bönsticka kan representera en enhet. Genom att låta barnen spela med bönor och stickor och genom att samtala med barnen kan läraren få förståelse för barnens tänkande och vilka strategier de använder. Utifrån en sådan förståelse kan läraren planera aktiviteter och samspel med barnen vilka behandlar proportionella samband och byte av talenhet. Detta kan i sin tur utgöra en god grund för förståelse av positionssystemets idé om platsvärde.

Talens struktur

Jämte samtal om tal, och tal i omvärlden behöver talens struktur uppmärksammas och synliggöras inom större talområden. Treffers (2001) påpekar att det är just strukturering som gör det möjligt att göra beräkningar i större talområden utan att räkna ett steg i taget uppåt och nedåt på talsekvensen. Nedan beskrivs några olika sätt eller modeller att gruppera tal (Treffers, 2001, s 45, vår övers).

Linjemodell

Talens struktur kan synliggöras med hjälp av linjemodeller som tex kulraden och tallinjer. Genom att kulorna är ordnade i femsekvenser kan talen lätt associeras till barnens fingertal (7 är tex 5 och 2 till).



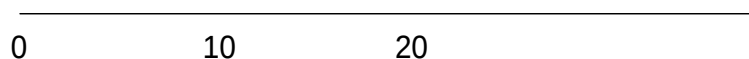
Exempel på muntliga övningar:

- Kan du hitta talen 5, 10, 15, 20 osv?
- Vilket tal kommer före ...? Efter ...?
- Räkna bakåt från 20 till 0.
- Räkna på multiplar av 2 framåt och bakåt.
- Addera tal via "tian" (Ex: $8+5$ löses som $8+2+3$).
- Subtrahera tal via "tian" (Ex: $15-7$ löses som $15-5-2$).
- Addera och subtrahera med hjälp av "dubblor".
- Addera och subtrahera med hjälp av "nästan dubblor".
- Gissa mitt tal (Man får bara fråga om talet är *större än* eller *mindre än*).
- Gissa mitt tal (Mitt tal är udda, större än tolv men mindre än tjugo och innehåller tre ental).

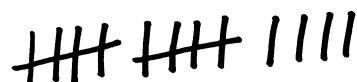
Fem- och tiosekvenser

När eleverna uppfattar talen på kulraden utan problem kan de arbeta med tallinjer som är uppdelade i fem- eller tiosekvenser och försöka att lokalisera olika tal. (Ex: Kan du peka på 5, 10, 15, 20; 1, 19, 11, 9, 4, 17 etc).

Frågan *Vilket tal kommer före* respektive *Vilket tal kommer efter* är viktig för att eleverna ska kunna föreställa sig var på talraden talen finns.

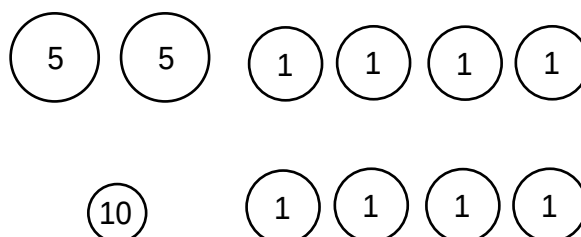
*Gruppmodell*

Talen upp till tjugo kan grupperas och delas upp i ental, femtal och tiotal med hjälp av olika representationer som "tallies", en representation som är nära knuten till att räkna men där talens grupperas. Talet 14 tex representeras som 5 plus 5 plus 4:



Händernas fingrar kan på motsvarande sätt representeras av två händer plus fyra fingrar till. Gruppmodeller av tal kan också skapas med hjälp av laborativt materiel som knappar, räknestavar (5-stavar och 10-stavar ev med entalsmarkeringar samt entalsstavar). I dessa gruppmodeller går objekten fortfarande att *räkna*.

Pengar är en mer abstrakt gruppmodell. Man kan visserligen växla enkronor till femkronor och femkronor till tiokronor, men entalen är inte längre synliga, de går inte att räkna. Talet 14 kan med hjälp av pengar representeras som:

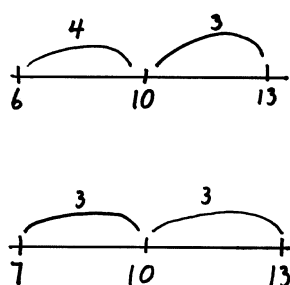


Att strukturera tal genom att använda dubblor, nästan dubblor, 5-grupper och 10-grupper på tallinjer och olika gruppmodeller hjälper eleverna att göra talen synliga och att ge dem en klar position i förhållande till andra tal. När undervisningen är inriktad mot att eleverna ska förstå

samband mellan tal kan eleverna också inse att när de lärt sig vissa talfakta kan de i själva verket härleda andra talfakta ur detta.

Exempel: $6 + 7 = ?$

Om eleven vet att 7 är $4 + 3$ kan de genast placera talen på kulraden som $6 + 4 + 3$ eller som $7 + 3 + 3$. En annan strategi är att utnyttja ”dubblorna” dvs $6 + 6 + 1$ eller som $7 + 7 - 1$. På en tom tallinje kan tex en lösning se ut så här (Treffers, 2001, s 49):



Om elever ska utveckla en god taluppfattning behöver de laborera med åskådligt materiel, representera tal på kulrader och tallinjer och i gruppmodeller, samtala om tal, läsa tal, skriva tal, tänka på talen i olika representationsformer i sitt inre och till sist göra formella beräkningar utan åskådligt materiel. Kibel (1992) betonar särskilt vikten av att eleverna får sätta egna ord på de operationer som de utför i alla faser av laborerande, visualisering och beräkningar

som de gör. Genom att förklara vad de gör, ser och tänker, kan eleverna lära sig att reflektera över matematiska operationer och höja sig över det konkreta laborerandet med föremål och andra representationer för tal. Språket i sig räcker för att frammana inre representationer. Som vi har sett tidigare är det ofta gynnsamt för elever i lässvårigheter att slå över till den auditiva kanalen, dvs att formulera sina tankar högt i samband med problemlösning och beräkningar.

Det är inte bara i muntligt arbete som undervisningen bör gå från konkret handling till formell beräkning. Även i skriven form bör läraren lägga vikt vid att eleverna förstår olika operationers innebörder. Nedan ges exempel på skriftligt arbete som kan vara till stöd för elever som upplever att symbolisering är svårt. Genom att rita pilar kan eleverna göra beräkningar där de kopplar samman operationer som de gjort på tallinjen med det formella matematiska språket (Treffers, 2001, s 49).

Exempel: $7 + 6 = ?$

$$\begin{array}{ccc} 3 & & 3 \\ 7 & \rightarrow & 10 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} & & 3 \\ & \rightarrow & 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 6 & & 1 \\ 6 & \rightarrow & 12 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} & & 1 \\ & \rightarrow & 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 7 & & -1 \\ 7 & \rightarrow & 14 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} & & -1 \\ & \rightarrow & 13 \end{array}$$

Treffers (2001) påpekar att även om eleverna finner egna strategier är det mycket viktigt att lärare försäkrar sig om att de förstår metoden att göra beräkningar via tiotalen eftersom den utgör den största potentialen för att kunna göra effektiva beräkningar inom större talområden.

Att ha en känsla för tal

Det är enligt Chinn & Ashcroft (1999) ytterst viktigt att lärare lägger sig vinn om att skapa en undervisning som hjälper elever med dyslexi att utveckla en känsla för tal och en begreppslig förståelse för tals värde och relationer till andra tal och till omvärlden. En känsla för tal kan tex innebära att man uppfattar vissa tal som "vänliga" (nice) tal. Talet 48 är tex ett sådant vänligt tal i relation till talen 6 och 24 vilket talet 47 däremot inte är. Eleverna behöver:

- uppfatta storleken eller värdet av ett tal,
- känna igen vilka tal som ligger nära det aktuella talet,
- veta hur nära det är till andra tal, särskilt "nyckeltal" som 10-tal, 100-tal osv,
- om det är större eller mindre än vissa andra tal och ungefär hur mycket,
- relationer till andra tal (dubbelt så mycket etc).

(s 35)

Positionssystemet

En del tidigare talsystem använde principen om repetition av symboler på ett sätt som inte byggde på siffrors platsvärde. I det egyptiska talsystemet reflekteras siffrornas innebörd på så sätt att det finns sex tio-symboler i symbolen för talet sextio (Emanuelsson m fl, 1996; Lindberg & Kuijl, 1991).

$$\begin{array}{lcl}
 | & = & | \\
 10 & = & \cap \\
 100 & = & \ominus \\
 1000 & = & \text{ankringsbete} \\
 10000 & = & \text{ankringsbete}
 \end{array}$$

Denna åskådlighet med hänsyn till innebörd kan vara ett skäl till att låta elever möta de egyptiska talsymbolerna innan de griper sig an uppgiften att undersöka och förstå vårt mer abstrakta decimala platsvärde-system. Eftersom det egyptiska talsystemet inte är ett positionssystem spelar det ingen roll vilken plats enskilda symboler har. Symbolen för 1000 betyder alltid 1000 oavsett var den står. Detta kan vi jämföra med vårt positionssystem där ju en siffras plats är av avgörande betydelse för dess värde. Vid jämförelse mellan de två talsystemen kan nollans betydelse för att markera en tom mängd förstås. Med tanke på att just hantering av symboler i

samband med positionssystemet är svårt för många elever i läs- och skriv-svårigheter kan arbete med de egyptiska symbolerna vara ett utmärkt sätt att utveckla begreppslig förståelse för symbolers funktion och innebörd, väl värt att pröva i undervisning.

Skriv med hjälp av dessa tecken:

64 376 206 4763 3048

(Kilborn m fl, 1984, s 25)

Eleverna kan också skriva tal med egyptiska tecken och byta med sina kamrater som får tyda dem, jämföra och göra överföringar till vårt talsystem. De kan tillverka papyrusrullar av brunt omslagspapper och skriva text och sifferuppgifter (Emanuelsson, m fl, 1996).

Jag är född...

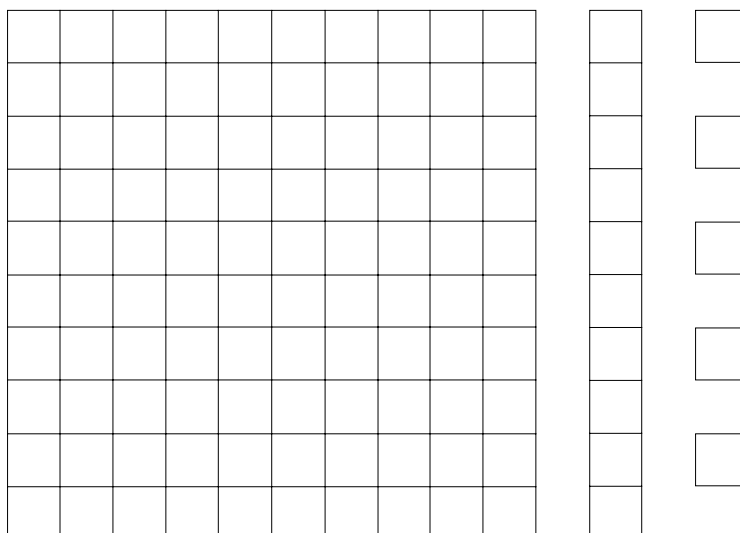
Mitt telefonnummer är...

Dagens datum är...

(s 105)

Ental, tiotal och hundratal

En viktig aspekt som ibland tar lång tid för elever att förstå är relationer mellan ental, tiotal, hundratal osv. Med hjälpa av åskådligt materiel kan eleverna upptäcka att tio ental också är ett tiotal, att tio tiotal också är ett hundratal etc. Fördelen med tiobasmateriel är att tiotalsstaven är tio gånger så stor som entalskuben och hundraplattan är tio gånger så stor som tiotalsstaven.



- Henderson & Miles, (2001) föreslår att eleverna till en början får undersöka och laborera med materielelet på egen hand och att läraren uppmuntrar eleven att fritt berätta om sina tankar och funderingar över materielelets syfte.
- Därefter löser eleverna olika uppgifter och beskriver muntligt vad de gör. Detta är enligt Henderson & Miles mycket viktigt och symboler används inte förrän eleverna löser muntliga problem med god förståelse och där de kan koppla samman språk och handling.
- När eleverna förstår syftet med tiobasmaterielelet och hur det kan illustrera positionssystemets idé, beskriver eleverna sina handlingar muntligt och uttrycker dem i matematiska symboler. Detta är ett mycket viktigt steg.
- När eleven kan beskriva matematiska operationer muntligt, tänka på dem i huvudet och använda skrivna symboler behövs inte materielelet längre.

(s 24–25)

Som vi sett tidigare är en förutsättning för att eleverna ska utveckla begreppslig förståelse med hjälp av laborativa materiel att lärare har goda kunskaper om elevernas förutsättningar och behov och att man har en genomtänkt plan för sin undervisning.

Spela bank

Deltagare: 2–4 deltagare.

Materiel: Tärning, en eller flera beroende på svårighetsgrad.

Pengar: Enkronor och tiokronor. (Utvidgas efter hand).

En person sköter banken.

Deltagarna slår tärningarna i tur och ordning och får av banken lika många kronor som tärningen visar. Så fort en deltagare har tio 1-kronor växlar man till en 10-krona och säger ”en gånger tio är tio”. Att sätta ord på handlingen kan för elever med dyslexi bidra till att tydliggöra begreppet. Först till 100 kronor vinner.

Efter hand kan man utöka talområdet genom att spela med tärningar med fler valörer.

Hundrakort

Ett hundrakort är också ett utmärkt redskap med vars hjälp lärare och elever kan undersöka talsystemet (Henderson, 1998). Det illustrerar regelbundenheten för hur tal och siffror är grupperade och den logiska strukturen i talmönster. Det kan hjälpa eleverna att skapa inre mentala bilder. Med ett hundrakort på overhead-apparaten kan man gemensamt undersöka tal och talmönster.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Exempel på aktiviteter:

Vilka tal är multiplar av 2? Ringa in dem på ditt eget hundrakort.
 Vilka mönster ser du? Vilka ental återkommer? Udda, jämna tal ...
 Vilka tal är multiplar av 4? Rita en triangel runt de talen.
 Vilka mönster kan vi se nu? Ser du några samband mellan multiplar av 2 och multiplar av 4?
 Leta efter en rad där alla tal börjar med 5.
 Finns det någon kolumn där alla tal slutar med 2?
 ”Jag tänker på ett tal som är större än 20, men mindre än 25. Mitt tal är udda och kan divideras med 3.”
 Starta på talet 14 och räkna på 10-sekvensen. Vilket mönster finner du?
 Starta på 98 och räkna bakåt på 9-sekvensen. Måla dina tal som du hamnar på. Vad ser du för mönster i entalen? Vad ser du för mönster i tiotalen?

(Henderson, 1998, s 30, vår övers)

Eleverna kan också parvis och enskilt arbeta med 100-korten för att undersöka samband och mönster.

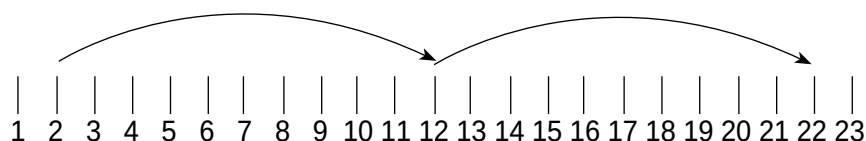
Lärare bör vara medvetna om att det krävs många tillfällen att undersöka och laborera med tal genom åskådligt arbete och samtal och många tillfällen till liknande aktiviteter för att utveckla förmåga att skapa inre representationer av talen. Med tanke på att vardagslivet och yrkeslivet kommer att ställa stora krav på människors kompetens att uppskatta, göra överslagsberäkningar och räkna i huvudet är det dock väl motiverat att lärare lägger sig vinn om att ge eleverna tillfällen att utveckla kunskande om talsystemets struktur.

Mer om tallinjer

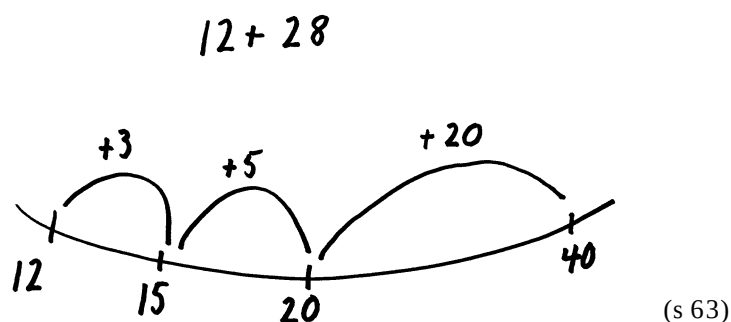
I den didaktiska litteraturen förekommer många exempel på hur elever arbetar med tallinjer för att utveckla förståelse för relationer mellan tal och för att utveckla effektiva strategier vid beräkningar.

Eleverna kan tex undersöka multiplar av tio på en talrad där siffrorna är utsatta. När elever lärt sig röra sig fram och tillbaka på talraden med hjälp av jämna tiotalgränser är det viktigt att de gör överföringar till vilka tiosekvenser som helst (Chinn & Ashcroft, 1998).

Exempel: Starta tex på talet 2 och räkna på tiosekvensen. Rita med hjälp av linjer och pilar in vilka tal du möter.



Tomma tallinjer där eleverna själva markerar talen kan hjälpa dem att utveckla föreställningar och tankar om tal. Utan förmarkerade intervaller kan tal representeras på ett flexibelt sätt och eleven kan använda "hopp" för att illustrera olika steg i en beräkning (Anghileri, 2000). När eleven själv markerar tal på sin tallinje måste hon reflektera över tals relationer till andra tal.



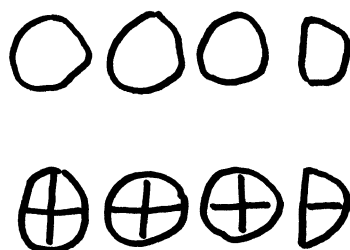
Individualisering

I dagens skola innebär individualisering ofta att eleverna får räkna var och en i sin egen takt i en lärobok medan läraren går runt och handleder (Löwing & Kilborn, 2002). I våra styrdokument framhålls å andra sidan nödvändigheten av gemensam problemlösning och kommunikation. Olsson (2000) ger exempel på hur elever kan arbeta med ett gemensamt problem genom att vardagsanknyta det.

Du har tre och en halv pizza. Hur många fjärdedels pizzabitar kan du få?

(s 6)

Några elever löser problemet genom att rita bilder:



Andra löser det med hjälp av matematiska symboler: $3 \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{4}$

Löwing & Kilborn, (2002) framhåller att om elevernas kompetensnivå för ett begrepp är högre än deras aritmetiska kompetens kan man ändå arbeta tillsammans i klassen. De ger följande exempel :

Stina har 3863 kr på banken. Banken har lovat henne en räntesats på 3,7 %. Till hur mycket har Stinas pengar vuxit efter fyra år?

(s 109)

Om det är aritmetiken som är problemet kan man i det gemensamma arbetet föra resonemang om tex begreppen procent, räntesats och ränta på ränta. Den aritmetiska svårighetsnivån anpassas sedan individuellt till enskilda elever eller grupper av elever genom "aritmetikdopning". Det innebär tex att man byter ut 3863 kr mot 4000 kr, 3,7 % mot 4 % och fyra år mot två år.

Min matematik var ett läromedel som kom i samband med Lgr-80 där betoningen på elevers vardagskunskaper och problemlösningssförmåga betonades starkt. Det intressanta med detta läromedel var att det var uppbyggt kring en rad temaarbeten och problemlösning som sker i klassens gemensamma arbete. Däremot hade man lyft ut aritmetiken, den skulle eleverna arbeta med individuellt eller i små grupper. Detta

kan tjäna som exempel på en undervisning som är bra för alla barn men som särskilt gynnar elever i läs- och skrivsvårigheter vars bekymmer ofta handlar just om aritmetik.

Miniräknaren

Det finns många möjligheter att använda miniräknaren som metodiskt hjälpmedel. Positionssystemets idé, att om ett tal flyttas ett steg åt vänster blir det 10 gånger större, kan göras synligt för eleverna om vi ber dem undersöka vad som händer om de tex uppmanas att:

- knappa in talet 5 (Vad är femman värd nu? Vad kan det finnas 5 av i vår omvärld?).
- knappa in ytterligare ett tal, tex 4. Vad händer med 5:an? Den flyttas en steg åt vänster. Hur mycket är den värd nu?
- knappa in ytterligare två tal, tex 7 och 4. Nu står det 5474 i fönstret. Hur mycket är 5:an värd?

I Emanuelsson m fl (1996) ges många exempel på miniräknarens möjligheter som metodiskt hjälpmedel, räknetekniskt hjälpmedel, motivationstekniskt hjälpmedel och som ett individualiserande hjälpmedel. Här följer några fler exempel med miniräknaren som metodiskt hjälpmedel.

Knappa in talet 5474 och utför sedan en enda beräkning så att de båda 4:orna ersätts med nollor.

Genom att mata in $25 + = = \dots$ vandrar eleverna framåt med "25-steg". De ska tänka ut vilket tal som följer innan de trycker på $=$ -tangenter för att kontrollera.

Läraren eller en kamrat matar "i smyg" in tex $900 - 25 =$ och lämnar miniräknaren till en elev. Genom att upprepade gånger trycka på $=$ -tangenter ska eleven tänka ut vad som händer och förutsäga nästa tal. Uppgiften kan varieras för olika elever genom att man frågar "vill du ha en lättare eller svårare uppgift?".

Eleverna kan upptäcka, beskriva eller bekräfta enkla matematiska samband tex vad som händer med olika tal vid division med 10, 100, 1000 osv, eller undersöka vad som händer när man dividerar ett tal med ett positivt tal mindre än 1, tex 0,5.
(s 130–131)

Eleverna kan undersöka vilka mönster de kan hitta bland decimalerna när man tolkar bråkstrecket hos enkla bråk som ett divisionstecken. Börja tex med att dividera 1 med 2, 4, 8, 3, 11 och 13.

Miniräknaren kan vara ett motivationsskapande hjälpmedel och kan för elever i svårigheter innebära en dramatisk förändring då de kan slippa det tunga beräkningsarbetet med algoritmerna. I artikeln påpekas att miniräknaren indirekt kan vara en hjälp på vägen mot att leva upp till kursplanens intentioner, tex "en kreativ och undersökande aktivitet som omfattar skapande, utforskande verksamhet och intuition". Genom att hämta uppgifter direkt från verkligheten, tex ur tidningar, kan vi visa användningen av matematik utanför skolan och på det sättet också öka elevernas motivation. Detta kan också vara motiverat med tanke på tidigare resonemang om elevers svårigheter att knyta traditionella matematiska textproblem till sin egen vardagserfarenhet. Å andra sidan betonas vikten av att eleverna inte blir slavar under miniräknaren istället för slavar under algoritmerna och att de får tillfälle att utveckla sin taluppfattning och sina färdigheter i huvudräkning. Nedan följer några exempel ur Emanuelsson m fl (1996) på aktiviteter där eleverna får arbeta med sin taluppfattning:

Fula fyror och fina femmor

I de första uppgifterna ska du försöka att ta bort alla "fula fyror".

Mata först	...och skriv här vilket tal du	... för att
in talet...	subtraherar med...	få svaret

$$346 - \underline{\hspace{2cm}} = 306$$

Kontrollera med miniräknare att du gjorde rätt!

Hundrakompisar

Mata först	...och skriv här vilket tal	... för att
in talet...	du adderar med...	få svaret

$$75 + \underline{\hspace{2cm}} = 100$$

Kontrollera med miniräknare att du gjort rätt!

(s 133)

Multiplikation

Multiplikation uppfattas för nybörjaren vanligtvis som *upprepad addition* (Treffers & Buys, 2001). Multiplikationen 4x5 uppfattas då som 5+5+5+5 dvs som fyra mängder med fem ental i varje mängd. Strukturering innebär att eleverna kan överföra fem ental till ett femtal och uppfattar då exemplet ovan som fyra mängder med ett femtal i varje mängd. För att nå en nivå där multiplikation uppfattas som strukturiserad måste själva idén *gånger* först sammanbindas med idén *addera så*

många gånger. Ett exempel: *Det finns 8 stjärnor på ett tygstycke, hur många stjärnor finns det på ett tygstycke som är 6 gånger så lång?* Det mest karakteristiska för strukturbaserad multiplikation är när eleven inte löser multiplikationen 7×8 steg för steg utan genom att tex gå via 5×8 plus 2×8 . Distributiva lagen ($7 \times 9 = 5 \times 9 + 2 \times 9$) och kommutativa lagen ($5 \times 9 = 9 \times 5$) är särskilt viktiga för utvecklingen av goda och flexibla strategier.

Chinn & Ashcroft (1998) betonar betydelsen av att använda en mångfald av åskådligt materiel eftersom de kan lyfta fram olika egenskaper av tal: Cusienairestavar, buntar med stickor, tiobasmateriel, meterlinjalen, pengar etc.

Genom att använda en variation av dessa materiel i lämpliga situationer kan en utveckling från konkret till symbolisk förståelse ske. Korta muntliga vardagsexempel förstärker lärandet:

Hur många hjul finns det på 10 cyklar?

Hur många kronor går det på 10 stycken 5-kronor?

Hur många ben har 10 spindlar? osv.

(Treffers & Buys, 2001, vår övers)

Utvecklingen mot en formell multiplikation innebär att eleven använder flexibla strategier och att beräkningar utförs utan laborativt materiel. Man använder kända produkter för att lösa okända problem och man utnyttjar specifika egenskaper för multiplikation:

$$8 \times 6 = 4 \times 12 = 2 \times 24$$

$$8 \times 6 = 4 \times 6 + 4 \times 6$$

$$8 \times 6 = 4 \times 12 = 4 \times 10 + 4 \times 2$$

(Treffers & Buys, s 77)

Undervisningen bör ta sin utgångspunkt i de strategier eleverna redan har när de löser problem med hjälp av multiplikation (Chinn & Ashcroft, 1998). Erfarenheter visar dock att elever med dyslexi behöver hjälp att organisera och utveckla sina strategier så att de inte skapar begränsningar för elevernas vidare lärande. Idén som Chinn & Ashcroft redovisar bygger på ett antal referenspunkter som eleverna kan utnyttja för att lära sig nya talfakta och som också kan utgöra ett stöd för minnet. En tablå över de tio första tabellerna presenteras för att eleverna från början ska få en översikt över de grundläggande tabellerna och för att man ska kunna undersöka vilka tabellfakta eleverna redan kan och hur de kan utnyttja dessa kunskaper för att lära sig andra tabellfakta.

Eleverna undersöker här sambanden mellan raden med talen 1–9 och kolumnen med tiotalen:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90

och uppmärksammar samtidigt positionssystemet.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Undersök hur talet 8 passar in i flera tabeller som 1×8 , 8×1 , 2×4 och 4×2 .

Diskutera sambanden mellan tabellerna 10 och 5; 3, 6 och 9.

(s 75)

Chinn & Ashcroft (1998) poängterar att det är mycket viktigt för elevernas motivation att de får hjälp att kontrollera vad de redan kan och hur dessa kunskaper (tex kommutativa lagen, $a \times b = b \times a$), reducerar mängden tabellfakta som de ska lära sig. Om eleverna lär sig tabellerna med begriplig förståelse kan de återkalla tabellfakta när helst de behöver dem i motsats till att de ska förlita sig på ren minneskunskap som lämnar dem hjälplösa när minnet sviktar. Att lära sig tal och procedurer separat är artificiellt och eleverna bör arbeta med multiplikation i en kontext så att de vet hur de kan använda sina kunskaper (Treffers, 2001).

Om man å andra sidan ibland diskuterar aspekter för talsystemets struktur separat, kan det bidra till att skapa klarhet. Själva beräkningen i sig har en tendens att skymma de ingående talen och sambanden mellan tal.

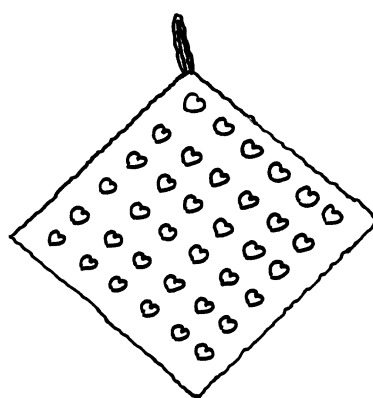
Exempel på strukturering

Vardagliga "hur-många-gånger-situationer" har en gruppstruktur (Trefers & Buys, 2001, s 78):

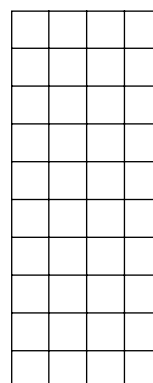
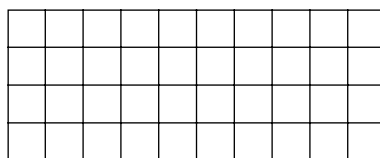
En påse godis kostar 8 kr, hur mycket kostar 6 sådana påsar?

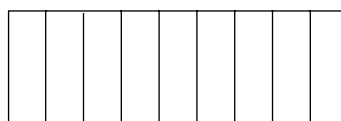
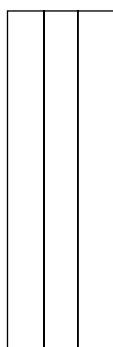


Hur många hjärtan är det på grytlappen?



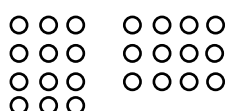
En gruppstruktur för multiplikation är ett område eller bild där kommutativa lagen kan synliggöras. Eleven kan använda centimeterrutat papper och rita en rektangel, 4 x 10 cm (den längre sidan horisontellt) och en rektangel, 10 x 4 cm med den längre sidan vertikalt. Areorna kan representera rum eller tex mattor. Om det inte är klart för eleverna att areorna är lika stora undersöks detta genom att de klipper ut rektanglarna och placerar dem ovanpå varandra, räknar antalet rutor osv.





En liknande strukturmodell kan man skapa genom att använda cuisenairestavar. Eleven bygger rektanglar som är 3x9 och 9x3 och kontrollerar att de täcker samma area.

Ytterligare en modell som synliggör struktur är att använda klossar eller knappar som placeras i rader och kolumner. 12 knappar kan placeras som tre rader med fyra i varje kolumn eller fyra rader med tre i varje kolumn.



Eleverna kan berätta multiplikationsexempel i anslutning till grupperingarna (Malmer, 1999).

Jag köper tre päron. Varje päron kostar 4 kr. De kostar då 12 kr.
Till tre stakar med 4 ljus i varje behövs 12 ljus.
En kaka kostar tre kronor. Fyra sådana kostar 12 kronor.
Till fyra tre-armade ljusstakar behövs det 12 ljus.

(s 126)

Malmer påpekar att det är lätt att knyta an exemplen på multiplikation och lyfta fram sambandet med division.

Hur många päron kan man köpa för 12 kr om varje päron kostar 4 kr?
Till hur många tre-armade stakar räcker 12 ljus?

(s 120)

Övergången från strukturbaserad till formell multiplikation underlättas om eleverna stimuleras att utveckla sin förmåga att resonera om talrelationer, aritmetiska egenskaper och kända talprodukter genom att klä sådana idéer i ord och skrift. Treffers & Buys (2001) ger följande exempel:

Åttans tabell introduceras i ett sammanhang där en bild på 8 personer som sitter runt ett bord presenteras. Man diskuterar hur många personer som kan sitta runt 2, 3, 4 ... 12 sådana bord? Läraren leder in samtalet på frågor om vilka tabellfakta som

redan är kända för eleverna. Vilka tabellfakta kan man finna genom att använda redan kända fakta?

Dessa frågor fokuserar på referenspunkter och på vilka fakta eleverna har lagt i långtidsminnet.

Ett samtal kan leda fram till följande exempel:

1x8	känt
2x8	8+8 eller 2x8
3x8	2x8+8
4x8	dubbla 2x8 eller 5x8-8 eller 8x4
5x8	hälften av 10x8 eller 8x5
6x8	via 5x8+8 eller dubbla 3x8+3x8 eller 8x6
7x8	via 5x8+2x8 eller via 6x8+8
8x8	via 5x8+3x8 eller 4x8+4x8 eller 8x4
9x8	10x8-8
10x8	känt
11x8	10x8+8
12x8	10x8+2x8

(s 79, vår övers)

När eleverna väl lärt sig att de kan finna nya tabellfakta via redan kända fakta är det inte svårt att förstå hur följande situation kan lösas med hjälp av distributiva lagen.

En varubil kommer lastad med bla 7 lådor kaffe. I varje låda finns 99 kaffepaket.

$$7 \times 99 = ?$$

$$7 \times 100 = 700$$

$$7 \times 1 = 7$$

$$700 - 7 = 693$$

(s 82, vår övers)

Innan eleverna kommer så långt bör de arbeta med alla grundläggande tabeller genom laborativt arbete, muntlig kommunikation och skriftliga uttryck i problemsituationer.

De tabeller som elever med dyslexi oftast har lättast att lära sig och kunna använda som referenspunkter är enligt Chinn & Ashcrofts erfarenheter:

0x, 1x, 2x, 5x och 10x.

Om eleverna lär sig dessa kombinationer kan de utnyttja dem som referenspunkter och arbeta vidare med att upptäcka samband med andra tabeller vilket i sin tur kan stärka deras självförtroende när de ser att de inte behöver förlita sig på minnet utan på sin begreppsliga förståelse.

Talet noll: 0

Ett viktigt begrepp är talet noll. I gemensamma samtal i klassen och i specialundervisning kan man låta eleverna göra tankekartor över begreppet och låta eleverna reflektera över samband mellan olika delar i begreppet, var och när vi använder det och vilka ord som är synonyma. Eleven kommer ju senare att möta exempel som 202×24 eller $208 \div 2$. En början kan vara att samtala med eleverna om situationer som kan uttryckas som 2×0 , 3×0 osv. Att ha ingenting i en ficka, ha ingenting i två fickor osv. Du går till affären 4 gånger och köper ingenting alls (Chinn & Ashcroft, 1998). Man kan använda tomma burkar och diskutera hur många det finns i en tom burk, i två tomma burkar, i tre tomma burkar. Eleverna kommer förmodligen att ha massor av egna idéer. Eleverna ska komma till insikt om att alla tal som multipliceras med noll är lika med noll och att noll gånger vilket tal som helst är lika med noll. Många elever lär sig regeln att 7×30 kan lösas som 7×3 med en nolla efter. Varför det är så vet de däremot inte alltid. Med hjälp av pengar och tiobasmateriel är det lättare för eleverna att förstå att 7×30 tex kan vara 7 gånger tre tiotal.

Ett: 1

Genom undersökande aktiviteter och samtal ska eleven lära sig att 4×1 betyder:

4 gånger 1 eller

4 mängder av 1 är lika med 4.

1×4 är lika många.

Vilket tal som helst multiplicerat med 1 är lika med det talet.

1 gånger vilket tal som helst är lika med det talet.

Räknebrickor är bra för att synliggöra *en mängd av* eller *n mängder av*. Pengar kan introduceras som 5×1 (5 mängder med 1 krona) och 1×5 (en mängd med 5 kronor).

Begreppet som eleven håller på att lära sig kan uttryckas som

$$n \times 1 = n \text{ och } 1 \times n = n$$

(Chinn & Ashcroft, 1998, s 67, vår övers)

Tio: 10

Talen 1 till 9 har en siffra medan talet 10 har två. Om elever inte har förstått positionssystemet med hela tal är det viktigt att arbeta med detta nu. Tio är en referenspunkt för det fortsatta arbetet. Kunnande om tiars tabell kan eleverna utnyttja för att lära sig tabellerna 5 och 9. Därför är det viktigt att eleverna förstår att talet 20 innefattar två tiotal och 0 ental. 2×10 betyder:

2 gånger 10 är lika med 20.

2 mängder av 10 är 20.

Man kan låta eleverna arbeta med att undersöka mönster i de tio första talfakta i tiens tabell och jämföra dem med motsvarande talfakta i ettens tabell:

$$\begin{array}{ll} 1 \times 10 = 10 & 1 \times 1 = 1 \\ 2 \times 10 = 20 & 2 \times 1 = 2 \\ 3 \times 10 = 30 \text{ osv} & 3 \times 1 = 3 \end{array}$$

Eleverna kan jämföra entalskuber och tiotalstavar.

Låt eleverna lyssna på mönstret när de reciterar tiens tabell så att de upptäcker sambandet mellan tiotal och sex-tio, nio-tio och ti-tio. Mönstret kan praktiseras genom att barnen spelar "bank" (se s 132).

(s 69)

Två: 2

Först och främst bör eleverna få tillfälle att uppmärksamma talbegreppet och dess relationer till andra tal. Laborativt arbete kan leda fram till samtal om att:

Två är en mer än ett.

Två är dubbelt så mycket som ett.

Det är ett jämnt tal.

Jämna tal är tal som går att dela i två lika stora delar.

Vilka jämna tal finns mellan 1–10?

Vilka udda tal finns mellan 1–10?

Vad slutar alla jämna tal på?

Vad slutar alla udda tal på?

(Chinn & Ashcroft, 1998, s 71, vår övers)

Sådant kunnande kan eleverna genom undersökande aktiviteter utvidga och generalisera till större talområden. Alla tabellfakta i tvåans tabell slutar på talen 0,2,4,6,8 – varför är det så? Hur kan man utnyttja att man vet att 5×2 är 10 när man ska finna svaret på 7×2 eller 8×2 ?

Fyra: 4

Fyrans tabell bygger på sådant kunnande som eleverna redan har om tvåans tabell. Undersök talmönstret på hundrakortet.

$$4 = 2 \times 2$$

Fyra är dubbelt så mycket som två.

Fyra är fyra ental, 4, IIII, IV.

Fyra är två gånger två.

(s 74)

Talmönstret 2,4,6,8,0 återkommer här också. Hur kan det komma sig? Tvåans tabellfakta ingår alla i multiplar av två på hundrakortet. Hur kan vi utnyttja det när det gäller fyrans tabell? Tvåkronor finns ju inte längre men man kan göra knappar som är värda två poäng styck och jämföra tre askar med tre 2-poängsknappar i varje med tre askar med tre 4-poängsknappar i varje.

Fem: 5

Fem är halvvägs från noll till tio.

Tio dividerat med två är fem och kan skrivas som $10 \div 2 = 5$.

Fem är ett udda tal.

Fem kan tex skrivas 5 eller llll, V, 1×5 eller $10 \div 2$.

(s 73)

En referenspunkt hör ihop med elevernas båda händer med 5 fingrar på varje, två mängder med 5 fingrar är 10 fingrar dvs $2 \times 5 = 10$ eller $5 \times 2 = 10$.

Chinn & Ashcroft kallar 5×2 för den mittersta referenspunkten som kan kombineras med distributiva lagen ($7 \times 2 = 5 \times 2 + 2 \times 2$; $8 \times 2 = 5 \times 2 + 3 \times 2$ osv). Det är viktigt att eleverna också upptäcker sambanden mellan tex femmans och tians tabeller; tvåan, fyrans och åttans osv.

Noggranna och kontinuerliga undersökningar är nödvändiga. Lärare som undervisar elever med dyslexi måste komma ihåg att de arbetar med elever som oftast har brister både i arbetsminnet och långtidsminnet och svårigheter att hämta fram talfakta snabbt och säkert. Om eleverna först lär sig uppfatta mönster, samband och relationer inom tal och mellan tal kan de i nästa steg också arbeta med färdighetsträning för att så småningom kunna lägga fler talfakta i långtidsminnet. Brist på övningstillfällen kommer å ena sidan att reducera elevernas färdigheter när det gäller tabellkunskaper liksom andra kunskaper, men rena drillövningar kommer å andra sidan enbart att vara tidsödande och upplevas meningslösa. Chinn & Ashcroft (1998) ger exempel på en multisensorisk metod som eleverna kan använda när de utvecklat en god taluppfattning om multiplikationstabellen. Detta kan hjälpa eleverna att skapa inre representationer genom att de först säger talen högt och sedan "säger" dem tyst i sitt eget huvud. Det inre talet är som vi sett i studien viktigt för att skapa inre representationer av talen och att lägga talfakta i långtidsminnet.

1. Eleverna kopierar de tabellfakta de vill lära sig.
2. De spelar in dem på band, i grupper om fyra fakta i taget, och lämnar ca fem sekunders gap mellan varje talfakta.
3. Eleverna använder hörlurar och lyssnar på det första talet.
4. Eleven repeterar det muntligt och skriver det.
5. Eleven repeterar det inuti sitt eget huvud.

6. Eleven lyssnar till samma talfakta igen och repeterar steg 4 och 5 tre eller fyra gånger.
7. Eleven arbetar vidare med nästa talfakta och repeterar då steg 3, 4 och 5.

(Chinn & Ashcroft, 1998, s 62, vår övers)

Läsning och matematik

Läsförståelse och förmåga att skapa inre representationer av innehållet i en text är uppenbarligen viktiga kompetenser som elever behöver utveckla för att kunna förstå lärobokstexter i matematik. Shuard & Rothery (1988) påpekar att många elever hittar en mängd olika strategier för att undvika att läsa instruktioner och förklaringar i matematikböcker och arbetsblad. Detta bygger naturligtvis inte upp goda läsvanor för framtiden. Det är mycket viktigt att yngre elevers texter är lättlästa och att läraren uppmuntrar och hjälper eleverna att läsa texter istället för att undvika dem. En vanlig metod som många lärare använder är att gå igenom på tavlan vad bokens förklaringar och instruktioner betyder och sedan uppmanas eleverna att fortsätta med exemplen som följer. Om lärare i allt för hög grad förlitar sig enbart på genomgångar på tavlan får eleverna inte övning i att lära sig det språk med speciella uttryck och nyanser som är vanliga i matematiska läromedel. Man löser kortsiktigt ett problem så att eleverna kan arbeta vidare i boken men de ges inte möjlighet att bygga upp en god läsförmåga i matematik som de sedan kan gå vidare med. Instruktioner och förklaringar i matematikböcker innehåller ofta ett språk och uttryckssätt som eleverna behöver tydlig och strukturerad undervisning i för att lära sig. Detta verkar vara en god pedagogik för de flesta elever, men för elever i läs- och skrivsvårigheter är det en nödvändighet.

Shuard & Rothery ger några förslag på riktlinjer för undervisning i läsförståelse i samband med matematik. De föreslår att lärare som undervisar i matematik tar för vana att analysera språket i texten som eleverna ska arbeta med och förbereder lämpliga samtal och aktiviteter för eleverna. Då kommer de förmodligen att kunna delta i undervisningen med större självförtroende. Sådant arbete kan tex innehålla:

- Läs texten högt tillsammans med god intonation. Detta underlättar läsförståelsen för elever som inte automatiserat ordavkodningen. Diskutera hur bilder, diagram och annat grafiskt material samspelar med textens innehåll.
- Diskutera nya ord. Samtala om innebörder och försök hitta synonymer.
- Diskutera hur problemet som beskrivs är uttryckt i matematiska termer och symboler.

- Låt eleverna öva sig att förklara textens innehåll och översätta till egna språkliga formuleringar. Detta ger eleverna möjlighet att tolka uppgiften och identifiera vilka beräkningar som ska göras.
- Diskutera hur problemet kan analyseras och hur det kan angripas.
- Diskutera möjliga lösningar och svar samt hur de kan dokumenteras skriftligt. Diskussion i en klass eller i en grupp kan tex föregås av att eleverna i par eller mindre grupper arbetar med att komma fram till förslag på lösningar och sätt att dokumentera som sedan diskuteras i den större gruppen eller klassen.
- Diskutera alternativa sätt att uttrycka en förklaring eller en fråga.

Det är viktigt att eleverna också får möta ”verklighetens” texter hämtade ur dagspressen, kommunala busstidtabeller osv. I *Tidningen i skolan* (2000) ges många exempel på hur tidningstexter kan bearbetas gemensamt av lärare och elever. Texterna kan tas som utgångspunkt för muntlig kommunikation och problemlösning, uppskattning, upptäcka samband och mönster, läsa och skriva matematik osv. Här följer ett exempel som vi har anpassat till elever i läs- och skrivsvårigheter:

Välj ut och kopiera en artikel. Läs artikeln tillsammans. Gå igenom artikeln en gång till och stryk under alla ”matteord” som eleverna hittar i texten.

Välj ut några av matteorden och låt eleverna komma med förslag på egna problem.

Låt eleverna formulera fler problem enskilt eller i par. Som fördjupning kan man tillsammans i klassen eller i mindre grupper försöka hitta motsatser eller synonymer till de understrukna matteorden. Eleverna kan använda matteorden i en beskrivning av en företeelse tex i hemmiljö.

(s 22–23)

Skriva matematik

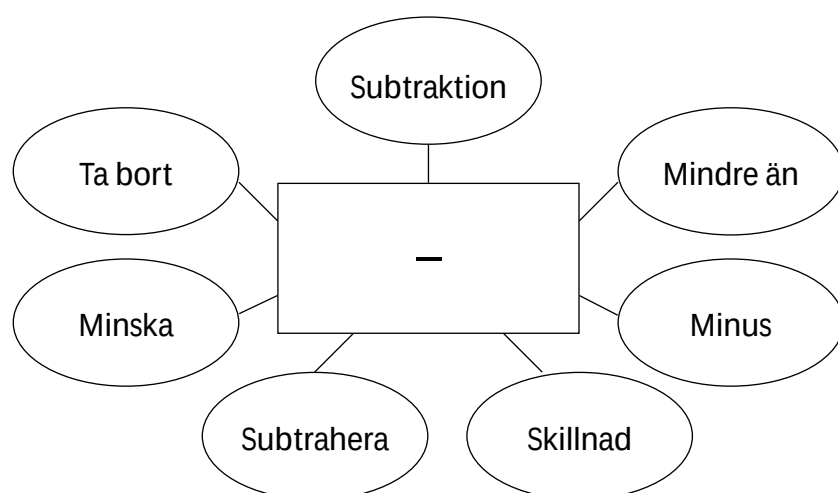
Tankekartan om subtraktion

Att skriva är ett medel att lära sig att tänka (Santa & Engen, 1996). I det norska projektet *Creating Independence through Student-owned Strategies* (CRISS) är ett syfte att förmedla kunskap om olika arbetsformer och strategier för lärande. Dessa har visat sig ge goda resultat framför allt för att utveckla god läsförståelse och att ta ansvar för sitt lärande. Santa och Engen ger många förslag på hur undervisningen kan bidra till att utveckla elevers skrivande. De menar att de flesta elever inte vet hur de ska göra för att lära och lärare måste aktivt undervisa om detta. När

man inför en ny strategi för skrivandet är det läraren som ska gå in på scenen. Läraren visar, berättar, modellerar, demonstrerar och förklarar hur hon gör. Efter hand som eleven lär sig sker det en gradvis överföring av ansvar från läraren till eleven. I exemplet nedan diskuterar lärare och elever tecknet för subtraktion.

1. Eleverna beskriver olika situationer som leder till beräkningar med subtraktion.
2. Läraren dokumenterar elevernas förslag genom att skriva stödord i form av en tankekarta på tavlan.
3. De olika idéerna diskuteras och sedan skriver eleverna egna tankekartor.
4. Eleverna väljer ett eller flera av stödorden och skriver en händelse där orden ingår.

Exempel på tankekarta om subtraktion:



En elev, Magnus, skrev om *skillnad*:

Jag och Jenny håller på att spara pengar till var sitt dataspel som kostar 525 kr. Vi tävlar om vem som kan köpa sitt först. Jag hjälper farmor ibland med disken och hunden och så går jag och köper tidningen. Jag har 375 kr och Jenny har 310 kr. Jag har 65 kr mer än Jenny. Det är det som är skillnaden.

Vart efter elevernas förståelse utvidgas och fördjupas kommer tankekartan också att utvidgas.

Som vi påpekat tidigare måste man se upp med att eleverna inte vänjer sig vid att uppfatta vissa signalord i texten som de lär sig sammankoppla med bestämda räknesätt. Följande exempel är hämtat ur Lindvall & Lockman Lundgren (1993):

Jag har 29 kr. Det är 20 kr mer än du har. Hur mycket har du?

Lindas veckopeng är 30 kr. Hon får 8 kr mindre än Lena. Hur mycket får Lena i veckopeng?

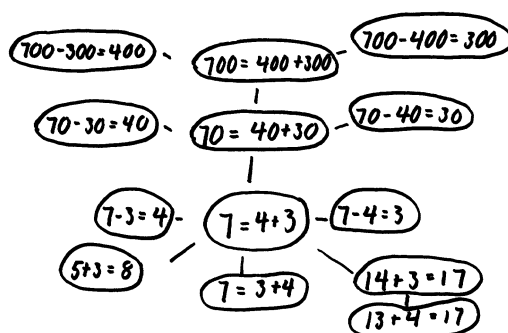
(s 17)

Eleverna behöver öva sig att tolka innebörder i olika skriftliga formuleringar, översätta dem till sitt eget muntliga språk för att sedan välja räknesätt. Tidiga avsnitt i kunskapsöversikten om hur man kan arbeta med faktatexter i skilda ämnen lämpar sig kanske särskilt väl när man arbetar med textuppgifter i matematik tillsammans med elever i läs- och skrivsvårigheter.

När elever skriver om den matematik de lär sig är det viktigt att de får respons på sina tankar och idéer. Läraren kan ge eleverna skriftliga kommentarer, man kan läsa och diskutera olika elevers uppfattningar, vad som är särskilt intressant, och om det finns andra aspekter som är viktiga att lyfta fram.

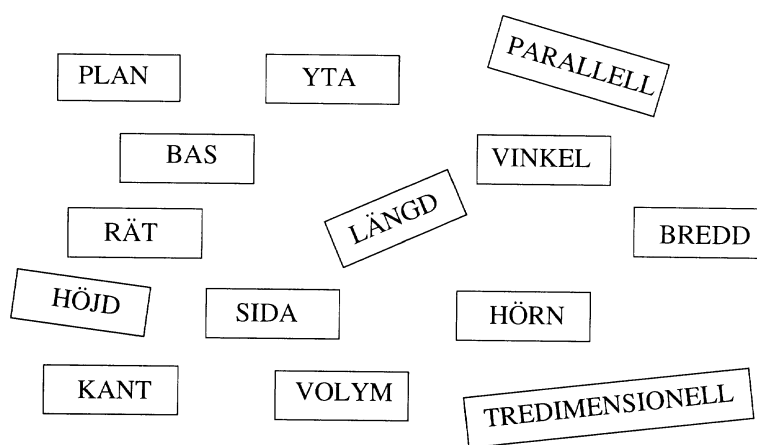
Chinn & Ashcroft (1998) betonar vikten av att elever i lässvårigheter har en överblick över det område de håller på att lära sig och att de ser att viss kunskap har samband med annan kunskap och ingår i ett sammanhang. För eleverna är det stimulerande och roligt att fundera över hur sådant de t ex lärt sig inom ett litet talområde samtidigt har samband med tal inom större talområden eller hur ett räknesätt är relaterat till ett annat räknesätt. Eleverna kan genom gemensamma samtal, laborerande och logiskt tänkande upptäcka att när de lärt sig en sak har de egentligen utvecklat sitt kunnande inom ett vidare område.

Tankekartan om samband



Hemliga kännetecken

Rystedt beskriver hur eleverna arbetar i grupper om 3–4 elever i varje (Emanuelsson, m fl, 1996). Varje grupp behöver en uppsättning lappar med tex geometriord eller andra matematikord. De ska sedan välja ut ord eller begrepp som de anser hör ihop på något sätt – som har något matematiskt kännetecken gemensamt. De ska inte avslöja för de andra grupperna vilket ord eller begrepp de valt. Eleverna plockar undan de lappar de inte behöver och därefter gäller det att läsa varandras lappar och försöka lista ut vilket ord eller begrepp det gäller. En grupp valde följande ord när de bestämt sig för begreppet ”kub”:



(s 174–175)

Begreppskort

Begreppskort är exempel på hur man kan arbeta med att bygga upp och tydliggöra olika begrepp inom matematiken. Läraren väljer ut matematiska begrepp och tillverkar egna kort som passar klassen (se exempel till höger). Både exempel och motexempel tas upp och utifrån informationen avgör eleverna vilka av figurerna som uppfyller kriterierna för begreppet. Därefter ger eleverna själva både exempel och motexempel. Slutligen skriver de med egna ord vad som kännetecknar begreppet (Emanuelsson, m fl, 1996, s 175).

Det här är parallelltrapetser:



Det här är inte parallelltrapetser



Vilka av följande figurer är parallelltrapetser?



Rita en parallelltrapets.

Rita en figur som inte är en parallelltrapets.

Vad är en parallelltrapets?

Matematiska ordlistor

Elever kan också göra personliga matematiska ordlistor där de dokumenterar nya ord och skriver förklaringar till dessa. Efter hand som eleverna lär sig nya begrepp och ord fyller de på sina ordlistor. Det är också i det sammanhanget viktigt att läraren lägger stor vikt vid att elever i läs- och skrivsvårigheter får undervisning och tydliga instruktioner om hur detta kan ske. Malmer (1999) ger följande förslag på hur arbetet kan organiseras:

1. Eleverna får parvis tänka ut "veckans matteord". Det kan vara ord som tex volym, cirka, per person, dubbelt så mycket. Eleverna frågar sina kamrater om de känner till orden och om de kan sätta in dem i lämpliga sammanhang. De elever som valt orden ska vara beredda att kunna förklara dem. Sedan skriver eleverna in sina ord i matteordlistan och sätter in dem i meningar. Om de vill kan de också illustrera sina ord.
2. Det finns inom varje stoffområde ett antal viktiga matematiska ord som läraren väljer ut. För övrigt kan man arbeta på samma sätt.

(s 32)

Weschke (2000) beskriver hur man på hennes skola använder "Glosboken" där eleverna också i bild åskådliggör uttryck för läge, riktning, antal, mängd, form, storlek, tid osv. Glosboken följer alltid med hemuppgifterna som hjälp och stöd vid läxarbetet.

Eleverna formulerar frågor

Malmer (1994) ger exempel på uppgifter i matematik där eleverna själva får formulera lämpliga frågor utifrån viss information som ges i texten. Liksom i arbetet med tankekartor är det viktigt att först arbeta gemensamt i klassen.

- Läraren eller en elev läser texten högt med god intonation.
- Elever och lärare diskuterar vad man fått veta.
- Elever och lärare diskuterar vilka frågor som är möjliga att ställa.
- Man löser uppgifterna tillsammans eller diskuterar dem när man löst dem individuellt eller tex i par.
- När eleverna känner sig säkra kan de arbeta på egen hand eller tillsammans med kamrater.

Exempel:

Mia har 500 kr. Hon ville köpa ridbyxor för 320 kr och en hjälm för 230 kr, Petra är 9 år. Hennes storebror är inte fullt dubbelt så gammal. Det fattas 1 år.

Vad får du veta? Vad kan du ta reda på? Hur kan du fråga? Vad får du till svar?

(Malmer, 1994 s B 8)

Uppgiften ställer krav på eleven att dels välja relevant information i texten och dels att vid formuleringen av en fråga endast använda sig av den givna informationen. Genom att de med egna ord ska beskriva vad de får veta är det en övning i läsförståelse. Om eleverna dessutom får hjälp att skriftligt formulera vad de får veta och vilka frågor de kan ställa får de god övning i att strukturera sina tankar och formulera sig så att också andra kan förstå.

Elever skriver om sina lösningsförslag

Burns (1995) ger exempel på hur elever skriver om de lösningsförslag de har på textuppgifter som handlar om procent. Eleverna i åk 7 fick följande uppgift:

En skola har 500 elever. Om en skolbuss kan ta 75 elever, räcker det då med en buss för att skolans alla vänsterhänta elever ska få plats?

(s 40, vår övers)

Eleverna fick först undersöka hur många i klassen som var vänster- respektive högerhänta. Detta jämfördes sedan med den officiella statistiken som säger att 12 till 12,5 % av amerikanska elever är vänsterhänta. Eleverna arbetade sedan parvis med problemet. Burns påpekar att genom att lyssna till elevernas diskussioner och genom att läsa deras skriftliga lösningar fick läraren information både om deras kunskaper och deras missuppfattningar. Flera av eleverna multiplicerade för att lösa problemet. Här följer några olika exempel på lösningar:

För att få fram svaret multiplicerade vi 500 elever med 12 % och fick 60 personer och bussen kan ta 75 personer så platserna räcker.

Ja, det finns tillräckligt med plats att ta alla vänsterhänta personer för 10 % av 500 är 50. 5 % av 500 är 25 – detta delades i hälften.

Vi tror att det går för 75 är 15 % av 500. Bara 12 % av de vänsterhänta ska åka med.

(s 41)

Några elever använde sig av division:

$(500/12)$ När vi löst det fick vi 41,66 och det fortsatte så, så vi rundade av till 42 elever. Sedan subtraherade vi 75 med 42 och fick 33. När vi fått 33 platser visste vi att alla vänsterhänta personer fick plats på bussen.

(12/500) Ja, $12/500 = 0.024$ 12 % / 500 elever så av 500 elever är 24 vänsterhänta så bussen kan ta alla vänsterhänta.

(s 41).

Lösningarna kan ge läraren information om elevernas förståelse och om deras missuppfattningar. Denna information kan användas för att förändra och utveckla undervisningen så att eleverna får nödvändiga erfarenheter och möjlighet att utveckla och fördjupa sin förståelse. Genom gemensamma samtal i klassen om de olika lösningsförslagen kan eleverna fördjupa och utvidga sin förståelse för begreppet.

Elever skriver om sitt lärande

Ett sätt att reflektera över sitt eget lärande är att skriva vad man vet om ett visst begrepp.

Hela tiden måste läraren dock vara medveten om att eleverna måste få undervisning och övning i att uttrycka sina tankar i skrift. Ett sätt är att skriva om det gemensamma kunnandet som finns i klassen om ett visst begrepp. Då är det läraren som skriver elevernas tankar på tavlan. Ibland skriver eleverna på egen hand om sitt personliga kunnande. Läraren skriver en rubrik på tavlan och eleverna skriver text i sina loggböcker.

Vad jag vet om procent (så här långt).

Jag vet att procent är en del av någonting. Jag vet också att procent har ett tecken som ser ut så här: %. Procent är också något av 100, som 50 % av 100 är 50 därför att 50 % är som $1/2$ av hundra. Procent används vid stora tal och när man uppskattar. Människor använder procent för att bestämma hur mycket av något (ex 5 % av 500 personer = 100 personer). Jag vet hur jag kan arbeta med procent men det är svårt att förklara vad jag vet om det. Allt jag vet är att jag kan använda procent som en hjälp för mig.

(Burns, 1995, s 46, vår övers)

När elever skriver om sina uppfattningar ger de ibland omedvetet läraren information om sina missuppfattningar men elever kan också skriva om vad de inte förstår:

Jag vet att 25 dollar är tjugofem procent av 100 dollar. Jag vet att en femtedel är 20 % av 100 %. Jag vet också att procent används överallt och många gånger. Några problem som jag har med procent handlar om det jag inte förstår. Till exempel 13 % av 15 dollar. Eller 23 % av 30 dollar. Dessa problem och några liknande problem förstår jag inte. Jag antar att de som jag inte förstår är de som har ett udda tal som procent.

(s 46, vår övers)

Genom att läsa det eleverna skrivit fick läraren kunskap om deras förståelse och deras självtillit. Hon fick också en del direkta och specifika uppgifter om vad den fortsatta undervisningen bör innehålla. Blå uppmärksammades elevernas syn på den möjliga maximala storleken i samband med procent. Många elever refererade till pengar vilket betyder att det är ett användbart redskap för att utveckla förståelse för begreppet men också att det behöver vidgas till andra områden.

Elever skriver om matematik i omvärlden

Eleverna kan uppmuntras att reflektera över matematiken i vår omvärld genom följande hemuppgift (Borasi & Siegel, 2000).

Se dig omkring och försök att hitta åtminstone en sak som på något sätt har att göra med matematik och berätta på vilket sätt det handlar om matematik. Det ska vara något där du inte har uppmärksammat sambandet med matematik tidigare, eller något som du är nyfiken på.

(s 115, vår övers)

Läraren måste förvissa sig om att eleverna förstår innehållet i texten. Eleverna berättar sedan om sina iakttagelser och funderingar skriftligt. Sedan följs hemuppgiften upp i gemensamma samtal. Man kan sedan fortsätta att gemensamt hitta andra samband med matematik i den SO och NO man studerar för tillfället eller i en sagobok.

Elever skriver om sin syn på matematik

Följande och liknande frågor kan ges till eleverna för att bättre kunna anpassa undervisningen till enskilda elever och grupper av elever (Borasi & Siegel, 2000).

Uppgifterna kan ges muntligt eller skriftligt beroende på elevernas läs- och skrivkompetens.

Om elever har svårt att uttrycka sig i skrift är risken att läraren får väldigt lite information om elevernas uppfattning. Då är det bättre att eleverna får berätta muntligt.

- Ge två exempel på aktiviteter som du tycker har med matematik att göra. Förklara på vilket sätt det handlar om matematik.
- Ge exempel på några matematik-aktiviteter som du tycker är viktiga att göra i skolan. Berätta varför de är viktiga.
- Om du kunde ändra något på den matematikundervisning som du har haft – vad skulle du ändra på då?
- Tänk på någon elev som är "bra" i matematik. Vad gör henne eller honom till en "bra" elev i matematik?
- Tänk på en bra matematiklärare. Vad gör henne eller honom till en bra matematiklärare?

- Hur lär du dig matematik? Vad hjälper dig att lära?
- Vad gillar du i samband med matematik? Tycker du att matematik är roligt?
- Vad gillar du inte i samband med matematik?
- Vad skulle du vilja bli bättre på när det gäller matematik?

(s 115, vår övers)

Ovan har vi gett några förslag på aktiviteter och pedagogiska insatser anpassade till elever i läs- och skrivsvårigheter och elever med dyslexi. För mer omfattande studier hänvisar vi till referenslistan där det finns gott om engelskspråkig litteratur men även en del svensk litteratur (tex Malmer, 1999) som behandlar området läs- och skrivsvårigheter, dyslexi och lärande i matematik.

Specialpedagogik

Enligt skollagen skall särskilt stöd ges till elever som har svårigheter i skolarbetet (Skollagen 1 §, 4 kap.). I den reviderade läroplanen benämns elever i behov av särskilt stöd mot tidigare *med* behov av särskilt stöd. Med det vill man betona att svårigheter i skolarbetet inte enbart kan hänföras till enskilda elever. Den specialpedagogiska verksamheten måste ses såväl i relation till skolans mål och styrning som till elevernas delaktighet och förutsättningar att lära (Ahlberg, 2001). Stora skillnader råder mellan kommunerna när det gäller specialpedagogisk kompetens och hur man organiserar och genomför stödet till elever i behov av särskilt stöd (Ds 2001:19). I den nya lärarutbildningen förstärks de blivande lärarnas specialpedagogiska kompetens för att de ska kunna möta alla elevers behov.

Inom den didaktiska forskningen betonas lärarens nyckelroll för elevernas lärande (Ma, 1999; Carpenter m fl, 1999; NCM, 2002). Det innebär att specialpedagoger och lärare som undervisar i matematik behöver såväl ämnesteoretiska som didaktiska kunskaper om läsning, skrivning och matematik och om hur svårigheter inom dessa områden kan samvariera på olika sätt. Endast då kan man skapa en pedagogisk och social verksamhet som förmår möta elevers individuella behov och förutsättningar och som minimerar riskerna för att svårigheter utvecklas.

Specialpedagogens roll

En ledstjärna i all pedagogisk verksamhet bör vara att förebygga svårigheter så långt det är möjligt och om svårigheter uppstår undanröja dem så tidigt som möjligt. Förskolan spelar en viktig roll i det förebyggande arbetet och utvecklingen av ett nära samarbete mellan förskola och skola måste ses som centralt. Utbildningsdepartementet (Ds 2001:19) påpekar att många kommuner saknar strategier för att klara övergångar mellan olika årskurser och skolformer och nämner särskilt problemen

vid övergången mellan årskurs 6 och 7. Skolverket (2001d) påpekar att stödet till eleverna ofta sätts in för sent för att det ska vara effektivt. Specialpedagogen kan spela en betydande roll i arbetet för att utveckla kontinuitet och samarbete inom och mellan förskola och skola samt i samband med övergångar mellan arbetslag och mellan skolformer.

I examensordningen för specialpedagoger (SFS 1993:100, bilaga 2) anges att specialpedagogen skall ha de specialpedagogiska kunskaper och färdigheter som behövs för att aktivt kunna arbeta med barn, ungdomar och vuxna i behov av stöd inom förskola, skola, vuxenutbildning eller habilitering/rehabilitering. Därutöver ska specialpedagogen kunna:

- identifiera, analysera och delta i arbete med att undanröja hinder för och orsaker till svårigheter i undervisnings- och lärandemiljöer,
- genomföra pedagogiska utredningar och analysera individers svårigheter på organisations-, grupp- och individnivå,
- utforma och delta i arbetet med att genomföra åtgärdsprogram i samverkan mellan skola och hem för att stödja elever och utveckla verksamhetens undervisnings- och lärandemiljöer,
- utveckla principer och former för pedagogisk mångfald inom verksamhetens ram,
- vara kvalificerad samtalspartner och rådgivare i pedagogiska frågor för föräldrar samt för kollegor och andra berörda yrkesutövare,
- genomföra uppföljning och utvärdering samt delta i ledningen av den lokala skolans utveckling för att kunna möta behoven hos alla elever.

Härutöver gäller de mål som respektive högskola bestämmer.

Hur specialpedagogen arbetar måste relateras till elevers behov av stöd och stimulans i den reguljära undervisningen och till arbetslagets kompetens (Skolverket, 2001d). Specialpedagogen deltar i ledningen av skolans utvecklingsarbeten, bidrar till att utveckla arbetssätt och arbetsformer i arbetslaget så att undervisningen anpassas till elevernas behov och förutsättningar, deltar i att upprätta och genomföra åtgärdsprogram, fungerar som handledare eller samtalspartner till kollegor och arbetar individuellt med elever. Skolverket påpekar vidare att specialpedagogen i andra sammanhang kan knytas närmare skolans ledning för att arbeta med uppföljning, utvärdering, behovsanalyser och allokering av resurser som en del av verksamhetens lokala utvecklingsarbeten. För specialpedagoger som är delaktiga i ansvaret för elever i läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter torde behovet av djup och bred kompetens inom dessa områden vara särskilt betydelsefullt för hur enskilda skolor kan utveckla och anpassa sin undervisning på alla nivåer i förhållande till

sina elevers behov. Enskilda specialpedagogers grundutbildningar, yrkeserfarenheter samt vilken kunskap de utvecklat i sin specialpedagogiska utbildning är viktiga faktorer för rektorer att känna till då de anställer specialpedagoger så att det blir "rätt man/kvinna på rätt plats" beroende på enskilda skolors behov.

Åtgärdsprogram

Det är rektors skyldighet att se till att åtgärdsprogram upprättas för elever i behov av särskilt stöd.

Om det genom uppgifter från skolans personal, en elev, dennes vårdnadshavare eller på annat sätt har framkommit att eleven behöver särskilda stödåtgärder, skall rektorn se till att ett åtgärdsprogram utarbetas. Eleven och elevens vårdnadshavare skall ges möjlighet att delta vid utarbetandet av programmet.

(SFS 2000:1108)

Både eleven själv och elevens vårdnadshavare ska alltså ha en aktiv roll vid utarbetandet av åtgärdsprogram. Programmet ska omfatta elevens hela skolsituation och innebär därigenom att hela organisationen av verksamheten berörs (Prop. 1998/99:105). Kartläggning och analys av vilka åtgärder som bör sättas in bör ske på såväl skolnivå och klassrumsnivå som individnivå.

På skolnivå kan det innebära att man finner att kompetensutveckling för vissa lärare, arbetslag eller hela skolans personal är nödvändigt för att komma till rätta med problemet på lång och kort sikt. På klassrumsnivå kan det handla om att lägga om arbetet från tyst räknande i böcker till mer gemensam problemlösning, undersökande arbete och att göra eleverna delaktiga i vilka mål de arbetar mot. Det kan också handla om hur instruktioner kan ges, hur läxor kan förberedas, hur man kan arbeta med elevernas läsförståelse i matematik osv.

På individnivå kan det innebära att specialpedagogen gör en kartläggning och analys av elevens starka och svaga sidor och tillsammans med klassläraren eller arbetslaget ger förslag på lämpliga åtgärder som också diskuteras med elev och föräldrar. Inom läsforskningen har det bl.a. tagits fram material för att kartlägga och analysera elevers läsförståelse i den grundläggande undervisningen i svenska (Lundberg & Leven, 2001). Malmer (2001) har utarbetat ett material för kartläggning och analys av elevers läsförståelse i problemlösning (årskurs 2 – vuxna).

Åtgärderna ska utgå från elevens behov och ges både en långsiktig och kortsiktig karaktär och skall följas upp och utvärderas i samarbete mellan eleven, hemmet och skolan. Skolverket (2001d) betonar betydelsen av att man arbetar efter läroplanernas intentioner om elevers ansvar, inflytande och kunskaper. Det är viktigt att elever är delaktiga i att sätta mål för sitt lärande och att utvärdera arbetet mot målen. Samarbete

mellan klasslärare, föräldrar, elever, specialpedagog och speciallärare betonas särskilt. Ett nära samarbete runt elever öppnar för diskussioner och planeringar relaterade till elevens utveckling. Det ger också tillfälle och möjlighet att utbyta idéer lärare emellan och mellan lärare och föräldrar. Specialpedagogen kan pga sina arbetsuppgifter med skilda skolsituationer ha tillgång till kunskaper som klasslärare kanske inte har. Klasslärare å sin sida är experter på att arbeta med den aktuella eleven i klassituationer och har erfarenheter och kunskaper som är viktiga för specialpedagogen att ta del av.

Miles (1992) påpekar att elever med dyslexi ibland kan handskas med komplexa begrepp och processer samtidigt som de kan ha svårt med grundläggande aritmetik. Att i förtroendefulla samtal med en kompetent specialpedagog noga och ingående få vrida och vända på problemen, få effektiv hjälp att pröva sig fram till sitt eget bästa sätt att lära borde vara en rättighet för alla elever. Wasik & Slavin (1993) påpekar att även om kostnader för sådana arrangemang kortsiktigt är höga är de i långa loppet förmodligen låga i förhållande till de positiva effekter som sådan undervisning kan leda till. Förutsättningen för att specialundervisning som sker i liten grupp eller enskilt ska ha effekt är undervisningens *innehåll* (Wallby, m fl, 2001). Naturligtvis är det också viktigt att klassundervisningen och specialundervisningen sker i ett nära samspel så att eleverna när de är i klassen kan dra nytta av och bygga vidare på det de lärt sig i specialundervisningen och vice versa.

Elever i läs- och skrivsvårigheter vet genom erfarenhet att dessa svårigheter kommer att påverka dem i olika situationer både inom och utanför skolan. Om elever erfar att läs- och skrivsvårigheterna gör att de måste misslyckas i matematik är risken stor att de drar slutsatsen att det inte går att göra något åt saken. Det torde därför vara ytterst viktigt att lärare som undervisar i matematik har goda kunskaper både om läs- och skrivsvårigheter, matematikämnet och om elevernas lärande.

Genom enkäten (se bilaga) som bifogas forskningsöversikten har vi fått en del kunskap om hur lärare ser på elevers svårigheter och vilka behov och vilka typer av kompetensutveckling som lärare anser att de behöver.

Ett utvecklingsarbete

Som vi har sett i forskningslitteraturen är det viktigt att utveckla klassundervisningen i matematik så att den blir väl anpassad till elever i läs- och skrivsvårigheter. Men forskningen betonar också nödvändigheten av att utveckla en god specialundervisning och ett nära samarbetet mellan klasslärare och specialpedagoger.

Clarke (1998) och Horne (2002) beskriver ett utvecklingsarbete mellan lärare, elever och forskare som syftade till att förbättra och utveckla elevers tidiga uppfattningar i matematik (numeracy), *The Early*

Numeracy Research Project (ENRP). Med utgångspunkt i aktuell forskning om viktiga nyckelnivåer och utvecklingssteg i yngre barns matematikutveckling arbetade man fram och beskrev fem–sex sådan utvecklingspunkter viktiga för elevernas lärande.

En viktig uppgift i projektet var att intervjua varje elev enskilt i experimentskolorna och ca 40 elever i varje kontrollskola. Detta gjordes både i början och i slutet av skolåret. Intervjuerna anpassades till den enskilda eleven på så sätt att om en elev upplevde svårighet med en uppgift kunde intervjuaren lämna det området, fortsätta med ett annat eller att bättre försöka utreda vad svårigheten berodde på.

Utvärdering av intervjuerna följdes sedan av att man skapade och förbättrade uppgifter i flera omgångar. Lärarna som deltog i projektet menar att den information intervjuerna gav om enskilda elevers matematiska förståelse inte hade varit möjlig utan en-till-en-samtalen. Eleverna uppskattade också att få ha läraren för sig själv under samtalen.

Lärarna träffade varandra regelbundet, även tillsammans med forskarteamet. Man utbytte erfarenheter och insikter och diskuterade undervisningsplaner utifrån intervjuerna, klassrumsdiskussioner och observationer. I rapporten framhålls att lärarna med framgång tog till vara kunskaper de fick om sina elever bl a från intervjuerna och utvecklade sin undervisning efter enskilda elevers behov. Man hade också informationskvällar för föräldrar och mattekvällar där familjerna kunde delta.

Resultaten av projektet visar efter 18 månader att alla elever gjort framsteg både i experimentskolorna och kontrollskolorna. Emellertid framgår det också att eleverna i experimentskolorna presterade bättre än eleverna i kontrollskolorna på varje nivå och inom alla studerade områden.

Framgångsrika lärares undervisning

Ett viktigt led i projektet var också att försöka identifiera vad framgångsrika lärare gör i sin undervisning som skiljer dem från andra lärare. Lärarna som deltog i projektet blev ombudade att beskriva på vilket sätt de förändrat sin undervisning under projektet. Några vanliga kommentarer var (Clarke, 1998, s 22, vår övers):

- mer fokuserad undervisning i relation till utvecklingspunkterna,
- användning av öppna frågor (open-ended questions) i större utsträckning än tidigare,
- eleverna fick mer tid att undersöka begrepp,
- eleverna fick fler möjligheter att delge varandra de strategier de använt vid problemlösning,
- man gav eleverna större utmaningar som en konsekvens av högre förväntningar på eleverna,

- man lade större vikt vid att sammanfatta innehållet i slutet av lektionen,
- man lade större vikt vid samband och kopplingar mellan matematiska idéer och mellan klassrumsmatematik och vardagsmatematik,
- man lade mindre vikt vid formell dokumentation och algoritmer. Man tillät en variation av sätt att dokumentera.

Elevers utveckling

Lärarna fick också kommentera aspekter på elevernas utveckling i relation till utvecklingspunkterna. Vanliga uppfattningar var:

- eleverna kan bättre förklara sina tankegångar och sina strategier,
- eleverna uppskattar matematik i högre grad, ser fram emot matematiklektionerna och förväntar sig att få utmaningar,
- utveckling av en "ge-järnet" mentalitet är mycket tydlig och överlag visar eleverna en större envishet i arbetet att lösa uppgifter,
- eleverna är mer uppmärksamma på vad de har lärt sig och vad de håller på att lära sig,
- alla elever upplever att de utvecklas och lyckas.

Clarke (1998) påpekar att man lärt sig mycket under projektets gång och framhåller några punkter:

- insikterna som man fick genom de enskilda intervjuerna gav mycket viktig information om vad eleverna kan och kan göra och är en fantastisk grund för lärarnas planering,
- det fanns många extremt kompetenta elever i årskurs två, men också en grupp elever som behövde särskilt stöd och undervisning,
- mycket av diskussionerna har handlat om hur man på bästa sätt ska möta alla elevers behov. En mycket användbar strategi är användningen av öppna frågor i matematik, vilket gör det möjligt för eleverna att arbeta på sin egen nivå,
- höga förväntningar på alla barn och uppmuntran av känslan att vi alla kan matematik är viktigt och verkar ha en mycket positiv effekt,
- det är värdefullt att uppmuntra eleverna att dela varandras tankar om matematik, speciellt när det gäller metoder som de använder vid problemlösning.

I nästa fas ska man också undersöka en rad metoder och grepp för att ytterligare utveckla undervisningen med både individuell undervisning och

undervisning i små grupper då det visade sig att enbart en god klassrumsundervisning inte är tillräckligt för att hjälpa alla elever i svårigheter.

Sammanfattning

Kapitlet handlar om hur kvalificerade pedagogiska insatser kan göra barnens tidiga möte med matematiken lustfylld, meningsfull och inspirerande. Matematiken i förskolan skall inte ses som ett traditionellt skolämne, utan det handlar om att barnen ska få erfarenheter med anknytning till matematik och att detta synliggörs och bearbetas på olika sätt. Att arbeta strukturerat och genomtänkt med högläsning både i förskola och skola rekommenderas som ett led i att barnen ska utveckla god språklig kompetens. En viktig uppgift för förskolan är att bidra till att förebygga läs- och skrivsvårighet och matematiksvårigheter. Här är naturligtvis föräldrar viktiga personer som bör involveras i det förebyggande arbetet och få god information om språkets stora betydelse för lärande i matematik.

Den inledande matematikundervisningen i skolan behandlas utförligt, dels på ett generellt plan men även med konkreta exempel som kan användas i den egna undervisningen.

Betydelsen av explicit undervisning i att läsa och skriva matematik och att förstå och använda matematiska symboler betonas. Detta är angeläget att höja kvaliteten i matematikundervisningen överlag på ett sådant sätt att det gynnar alla elever men kunskapsöversikten har visat att det är särskilt viktigt för elever i läs- och skrivsvårigheter. Konkreta exempel ges på hur detta kan ske.

Specialpedagogiska insatser bör ske så väl på skolnivå, klassrumsnivå som på individnivå. Lärarens och specialpedagogens kompetens är mycket betydelsefull liksom nödvändigheten av ett nära samarbete mellan lärare, specialpedagog, elever och föräldrar. Det är viktigt att eleven är delaktig i att sätta mål för sitt lärande och att målen följs upp och utvärderas både på lång och kort sikt. Det är ytterst rektors ansvar att se till att åtgärdsprogram upprättas.

Till sist

Vårt arbete har i stor utsträckning handlat om att försöka reda ut vilka samband som finns mellan läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik. Nationella och internationella studier visar att en grupp elever inte når upp till sådana kompetenser och kunskaper som är nödvändiga för att på demokratiska villkor leva och verka i ett komplext informationssamhälle. Den starka betoningen på språklig kompetens som forskning lägger på undervisning och lärande i matematik har starkt bidragit till att aktualisera denna fråga. Att utveckla skriftspråklig kompetens och kunnskap i och om matematik inryms under begreppet ”demokratisk kompetens” och måste ses som en medborgerlig rättighet i vårt informationsrika samhälle. För att skolan ska kunna göra det möjligt för eleverna att nå en sådan kompetens är det viktigt att vi tar del av och utvecklar den kunskap som både forskning och praktik kan bidra med. Forskning om kombinationen av läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter är underutvecklad i förhållande till forskning om varje område för sig. De starka språkliga dimensioner som finns i matematikämnet och i matematikundervisningen reser allvarliga hinder för elever i läs- och skrivsvårigheter. Därför har vi försökt belysa de språkliga problem som eleverna kan möta i matematiken.

Lärarna som svarat på vår enkät hävdar att åtminstone 12 % av deras elever är i behov av särskilt stöd på grund av den nämnda kombinationen av svårigheter. Samtidigt uttrycker de ett stort behov av kompetensutveckling inom detta område.

Språk och symboler

Både skriftspråket och matematiken bygger på språk i form av text, instruktioner och symboler. Att lära sig läsa innebär att man utvecklar förståelse för hur den alfabetiska koden är beskaffad. En massiv forskning har under de senaste årtiondena visat att medvetenhet om ords uppbyggnad är en avgörande förutsättning för framgång i läs- och skrivinläringen. Barn måste förstå att talade ord kan delas upp i mindre segment, ljud eller fonem. Så småningom efter många möten med de skrivna orden kan barnen identifiera orden direkt utan mödosam analys. Då får de flyt i läsningen och avkodningen av texten sker utan större ansträngning. Men läsning är naturligtvis en fråga både om avkodning och läsförståelse. Det är först när läsaren förstått innebörden i orden och skapat sammanhang i textens innehåll som man kan tala om egentlig läsning. För att man ska kunna förstå en text får inte alltför många ord vara okända, då är det lätt att tappa bort sammanhanget. Ett mycket effektivt sätt att utveckla sitt

ordförråd är just att läsa skrivna texter. Men för några barn är det svårt att lära sig läsa. Om barn upplever misslyckanden i den första läsinläringen eller i samband med matematik är risken stor att de tappat modet och undviker läsning och matematik. Därför måste förskolan och skolan göra allt för att detta inte ska ske. Då kan en genomtänkt och väl anpassad verksamhet med engagerade och kunniga lärare få avgörande betydelse för barnets fortsatta skolgång.

Ett vanligt förekommande problem bland elever i läs- och skrivsvårigheter är just att lära sig nya ord och införliva dem i sitt ordförråd. Därför är det viktigt att undervisningen bidrar till att väcka elevernas lust och glädje inför nya ord och att de känner en önskan och en vilja att erövra nya ord, även matematiska ord. Matematiken har en egen vokabulär och ett särskilt problem kan vara kontrasten mellan precisa matematiska ord och deras innebörder och allmänna vardagliga ord.

För att kunna kommunicera via matematiska symboler måste man förstå relationen mellan matematiska begrepp, idéer och symboler. I forskningen om sambanden mellan läs- och skrivsvårigheter betonas att elever i läs- och skrivsvårigheter oftast har svårt med symbolhanteringen snarare än med de matematiska begreppen. De behöver arbeta med en betydande åskådlighet, muntlig kommunikation tillsammans med lärare och kamrater och få sätta ord på sina handlingar och tankar. Vikten av en väl strukturerad planmässig undervisning och lärarens aktiva roll betonas av både forskare och praktiker som har erfarenhet av att undervisa elever i läs- och skrivsvårigheter i matematik.

Arbetsminne och automatiseringsprocesser

Forskningen om lässvårigheter har på senare tid allt mer börjat uppmärksamma automatiseringens betydelse. Det förefaller som om många elever i läs- och skrivsvårigheter har särskilt stora problem med snabb och automatiserad informationshantering. Detta problem gäller inte bara läsning utan kan också sträcka sig till andra områden. I matematiken måste många viktiga delfunktioner vara högt automatiserade så att all mental energi kan användas på högre funktioner. Bristfällig automatisering av elementära funktioner kan ha stora negativa effekter. En primär svårighet för elever med dyslexi verkar enligt forskningen vara att lägga grundläggande talfakta i långtidsminnet och att effektivt kunna handskas med fonemen, de minsta byggstenarna i språket, samt att hämta ord ur långtidsminnet. Den gemensamma källan till dessa svårigheter tycks vara begränsningar i arbetsminnet vilket i sin tur bidrar till svårigheter att lära sig grundläggande talfakta, multiplikationstabellen, komma ihåg muntliga instruktioner och att kunna hålla viss information aktuell i medvetandet under tiden som man gör en beräkning eller skriver en berättelse. Undervisningens innehåll, struktur och arbetssätt kommer att ha stor betydelse för att undanröja svårigheter och att bidra till att underlätta

för elevers lärande. Forskningen betonar starkt vikten av att eleverna får bygga sitt lärande i matematik på att utveckla förståelse för samband, mönster och logiska resonemang och att man undviker strategier som leder till att korttidsminnet belastas i onödan som tex ren minnesträning av multiplikationstabellen.

Läsförståelse och matematik

Nationella och internationella studier visar på starka samband mellan läsförståelse och problemlösning i matematik. I det internationella PISA-projektet har man studerat 15-åriga elevers funktionella kunskaper och färdigheter i matematik och i vilken utsträckning eleverna kan översätta ett problem till matematikens värld, kunna strukturera, formulera och lösa problem. Variansen mellan elevprestationer på matematikprovet kan till drygt 70 % förklaras av prestationer på ett ordigenkänningsprov och PISA:s läsförståelseprov. Dessa resultat ligger i linje med nyligen publicerade resultat från Mölleheds undersökning (2001). I läroplaner sägs att skolans viktigaste uppgift är att lära barn att läsa eftersom skriftspråket får allt större betydelse i arbetslivet och samhällslivet. Men det starka sambandet mellan läsförståelse och problemlösning i matematik understryker också att utvecklingen av god skriftspråklig kompetens är av avgörande betydelse för god matematisk kompetens vilket framhålls som en förutsättning för ett aktivt deltagande i den demokratiska processen.

Läsning är en fråga om både avkodning, identifiering av skrivna ord och läsförståelse. För att förstå ett innehåll måste läsaren skapa en relation mellan sig själv och texten. Läsaren måste aktivera relevant bakgrundskunskap, göra inferenser och dra slutsatser, även om sådant som inte direkt står uttalat i texten, men som är nödvändigt för förståelsen. Elevernas läsförmåga är särskilt beroende av den semantiska förståelsen, dvs förståelse av innebörder, och att de kan skapa inre föreställningar eller representationer av texters innehåll. Information som finns utspridd i texten måste samordnas och integreras. Forskning visar att en del elever har särskilt svårt att skapa inre representationer. De betraktar ofta textuppgifter i matematik som isolerade räkneuppgifter som inte har något med deras tidigare erfarenheter och kunskaper att göra. Liknande förhållningssätt förekommer hos elever i lässvårigheter även när de läser andra typer av texter. Det är också vanligt att dessa elever saknar metakognitiva strategier som innebär att man utvärderar sin egen förståelse och tar ställning till vilka strategier som man ska använda för att öka förståelsen. Matematiska textuppgifter är ofta komprimerade och informationstäta och innehåller dessutom ett förråd av ord som inte ingår i vardagsspråket, eller som har en annan betydelse i samband med matematik, tex volym, trubbig, spetsig.

Ett annat problem är att elever ibland väljer fel räknesätt därför att de inte förstår innehållet i texten. Men det kan också bero på att de inte är förtrogna med räknesättens innebörder. Det är därför mycket viktigt att lärare uppmärksammar om elevers felaktiga lösningar på textuppgifter i matematik beror på övermäktiga läskrav, om det är matematiken som vållar problem eller om det är både och. Att utveckla god förmåga att kunna uttrycka sig i tal och skrift i samband med matematik kräver en aktiv och tydlig undervisning kring den språkliga aspekten av matematiken. Det kan tex innebära att man övar läsförståelse i samband med matematik, att man för matematiska samtal och att eleverna får hjälp att utveckla skrivandet som ett tankeredskap för att lära matematik.

Skriva som ett redskap för lärande

Forskningen lyfter fram skrivandet som ett redskap för lärande. Den största skillnaden mellan talat och skrivet språk är skriftens permanens. De talade orden försvinner bort i samma stund som de kommit över läpparna. Skriften däremot går att utforska om och om igen. De tankar och idéer som vi skrivit ned kan vi revidera, omorganisera och reflektera över och vi kan dela dem med andra. Skrivandet är också ett stöd för minnet vilket för elever i läs- och skrivsvårigheter är synnerligen viktigt då begränsningar i arbetsminnet är vanligt. I kunskapsöversikten betonas dock att om elever i läs- och skrivsvårigheter ska kunna utveckla skrivandet som ett redskap för sitt lärande krävs en mycket väl strukturerad undervisning anpassad till elevers särskilda behov. Många elever i läs- och skrivsvårigheter har negativa erfarenheter av att skriva och det kan lätt upplevas som ytterligare en pålaga som de har svårt att klara av. Lärare måste därför göra klart för sig vad syftet med skrivandet är så att undervisningens innehåll och arbetsform kan anpassas efter det.

Lärares svåra uppgift att möta alla barn

Forskningen om läs- och skrivsvårigheter har varit mycket livaktig under 1990-talet och har gett bekräftelse på sådant man tidigare anat. Lässvårigheter kan i stor utsträckning förebyggas genom strukturerade språkliga lekar i förskolan, genom högläsning och med en planmässig undervisning som hjälper barnen att förstå den alfabetiska skriftens princip. Barn kommer till skolan med skilda erfarenheter och förutsättningar. Många har redan kommit långt i sin läsutveckling, har ett stort ordförråd och känsla för skriftspråkets egenart. En del är trygga, lugna och uppfyllda av god självtillit och nyfikenhet. En ökad invandring har gjort att vi har fler barn än någonsin som talar ett annat språk hemma än i skolan och som lever på ett annat sätt än svenska barn. En stor arbetslöshet har skapat otrygghet för många barn. För en del barn är föreställningarna om läsning och skrift mycket diffusa och några barn är otrygga,

oroliga och okoncentrerade. På motsvarande sätt finns det en stor variation av barnens erfarenheter och förutsättningar när det gäller matematik. Lärarens svåra uppgift är att ge alla barn det stöd och den stimulans som de behöver i mötet med skriftspråket och matematiken. Det förutsätter att lärare som undervisar i matematik är väl förtrogna med läroplaners och kursplaners mål för matematik, har goda ämnesteoretiska kunskaper, pedagogiska och didaktiska kunskaper i och om matematik, men också om vilka olika faktorer som kan bidra till läs- och skrivsvårigheter och om vilka samband som finns mellan sådana svårigheter och lärande i matematik. En brist i svensk skolpolitik är att en kontinuerlig och systematisk uppföljning och kompetensutveckling för lärare som undervisar i matematik, inte har ägt rum de senaste 35 åren, vare sig på nationell eller lokal nivå (Emanuelsson, 2001). De centrala insatser som gjorts har antingen kommit för sent eller så har de aldrig slutförts. Det innebär att lärare i stor utsträckning lämnats åt sig själva att försöka implementera de senaste läroplanernas mål och syften för elevernas matematikutbildning både i förskola och skola. Ibland har detta lett till en allt för stor fokusering på arbete med enskilda arbetsscheman och tyst räknande i böcker och för lite gemensamma samtal, problemlösning och utforskande aktiviteter.

Skolan har enligt läroplaner och skollag ett särskilt ansvar för de elever som riskerar att inte nå målen. Dessa elever har särskilt stora behov av en planmässig, väl anpassad klassrumsundervisning och specialundervisning. Det är rektors skyldighet att se till att åtgärdsprogram upprättas för de elever som är i behov av särskilt stöd. I statliga dokument betonas betydelsen av att åtgärder görs på skolnivå, klassrumsnivå och individnivå och att elever och föräldrar är delaktiga i de åtgärder som planeras, vilka mål som gäller samt i uppföljning och utvärdering av elevens skolarbete. Vi har betonat vikten av både lärares och specialpedagogers kompetens som rör detta viktiga område. Men vi har också betonat betydelsen av att såväl politiker, tjänstemän, skolledare som allmänhet är insatta i den problematik som råder när det gäller området läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik.

Det finns trots stora begränsningar en del värdefullt väl beprövad och forskningsbaserad kunskap om sambandet mellan läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter. Den kunskapen förefaller så utomordentligt viktig att den omedelbart borde få konsekvenser för både grundutbildning av lärare men också i kompetensutvecklingen av lärare och särskilt specialpedagoger.

Några förslag till utveckling

När det gäller läs- och skrivsvårigheter gör forskningen stora framsteg och globalt sett satsas omfattande resurser på forskningsområdet. Nya insikter och villkor för barns läsinlärning har vuxit fram. Nya metoder

för kartläggning av svårigheternas natur har utvecklats. Den neurobiologiska bakgrunden till vissa svårigheter är under intensiv utforskning. Utnyttjandet av modern informations- och kommunikationsteknik har drivits långt både i fråga om lärande och kompensation. Inom matematiksvårigheternas område har forskningen också intensifierats i takt med att matematikdidaktiken fått en central plats och en hel del åtgärder har vidtagits för att förbättra läget. NCM fick tex nyligen i uppdrag av Skolverket att ta fram en ramkursplan i matematik och matematikdidaktik avsedd för lärare som i olika skolformer har eller kommer att få ett särskilt ansvar för elever som är i behov av särskilda stödinsatser i matematik.

Ett kompetensutvecklingsprogram för förskollärare, lärare och specialpedagoger med ett kursinnehåll som ger goda insikter i både elevers skriftspråksutveckling och begreppsbildning i matematik bör tas fram. Regeringens satsning på kompetensutveckling för förskollärare och lärare som undervisar de yngre barnen i förskolan och skolan kan ses som en inledning på ett sådant program, men det är angeläget att sådan kompetensutveckling också erbjuds lärare som undervisar äldre elever.

Fördjupningsprogram för specialpedagoger rörande aktuell forskning och utvecklingsstudier om läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik är angeläget. En av specialpedagogens uppgifter är att bidra till utvecklingsarbeten i förskole- och skolverksamheten. Det är därför betydelsefullt att specialpedagoger får både fördjupad och kontinuerlig kompetensutveckling inom detta viktiga område för att kunna bidra med kompetens till utvecklingsarbeten som syftar till att förebygga svårigheter samt utveckla och förbättra verksamheten.

Behov av fortsatta utvecklingsstudier och forskning

Kombinationen av läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter är som vi har sett ett relativt underutvecklat forskningsfält. Här finns dock en betydande potential om företrädare för de olika områdena kan mötas och konstruktivt utnyttja de teorier, metoder och resultat som utvecklats inom respektive område. Vi behöver veta mycket mer om hur kombinationsproblemet läsning, skrivning och matematik ska kartläggas och analyseras, om det finns olika undergrupper av elevprofiler, om sådana undergrupper kräver olika typer av specialpedagogiska insatser. Ett område som vi knappast berört i kunskapsöversikten och som behöver undersökas är hur datorprogram, olika tekniska hjälpmedel och andra typer av läromedel kan underlätta och hjälpa elever att utveckla läsning, skrivning och lärande i matematik. Vi behöver också bättre förstå möjligheter till förebyggande insatser i förskolan och hur de första mötena med skriften och matematiken ska gestalta sig i skolan så att den fortsatta vägen blir lustfylld och utmanande istället för kantad med svåra nederlag.

Slutord

Några av de rön som kommit fram i kunskapsöversikten visar på betydelsen av att forskning och beprövad erfarenhet knyts närmare varandra i ett respektfullt samarbete där målet för ett sådant arbete är att utveckla goda undervisningsmiljöer för alla barns bästa. Samarbetet mellan läsforskningen och den matematikdidaktiska forskning som legat till grund för kunskapsöversikten kan ses som inledningen på ett sådant samarbete.

Referenser

- Adams, M. J. (1990). *Beginning to read: thinking and learning about print*. Cambridge, Mass.: MIT Press.
- Ahlberg, A. (1995). *Att möta matematiken i förskolan. Rita, tala och räkna matematik. Rapport 1995:14*. Göteborg: Göteborgs universitet.
- Ahlberg, A. (1995). *Barn och matematik: problemlösning på lågstadiet*. Lund: Studentlitteratur.
- Ahlberg, A. (1997). *Children's ways of handling and experiencing numbers*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Ahlberg, A. (1999). *På spaning efter en skola för alla*. IPD-rapporter. Special-pedagogiska rapporter Nr 15. Göteborg: Göteborgs universitet. Institutionen för pedagogik och didaktik.
- Ahlberg, A. (2001). *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur.
- Ahlström, R. (2001). Variabler och mönster. *Nämnamnaren* 28 (1), 27–31.
- Anghileri, J. (2000). *Teaching number sense*. London: Continuum.
- Ashcraft, M. H. & Fierman, B. A. (1982). Mental addition in third, fourth, and sixth graders. *Journal of experimental child psychology* 3, 216–234.
- Baddeley, A. (1986). *Working memory*. Oxford: Clarendon Press.
- Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking*. New York: Teacher's College Press.
- Bekken, O. (red.) (1997). *Matematikkundervisningen i Norge: grunnleggende problemer og tiltak for en bedre matematikk for alle: sluttrapport fra arbeidsgruppe nedsatt av kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet*. Kristiansand: Høgskolen i Agder.
- Bergius, B. & Emanuelsson, L. (2000). Petter och hans 4 getter. Upplevelser och upptäckter av matematik i en barnbok. I K. Wallby, G. Emanuelsson, B. Johansson, R. Ryding & A. Wallby (red.), *Matematik från början*. Göteborg: NCM, s 153 – 163.
- Biemiller, A. (2000). The growth of vocabulary. *Perspectives: newsletter from the International dyslexia association*.
- Björkqvist, O. (1999). Rika matematikuppgifter. *Nämnamnaren*, 26 (3), 35-39.
- Borasi, R. & Siegel, M. (2000). *Reading count: expanding the role of reading in mathematics classrooms*. New York: Teachers College Press.
- Bransford, J., Zech, L., Schwartz, D., Barron, B., Vye, N. & the Cognition and Technology Group (CTGV). Design for environments that invite and sustain mathematical thinking (2000). In P. Cobb, E. Yackel & K. McClain (eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspective on discourse tools, and instructional design*. London: Lawrence Erlbaum, pp. 275–324.
- Bratt, B. & Wyndham, J. (1991). Språket vår mentala tumme. *Nämnamnaren*, 18 (3/4), 78 – 82.
- Bråten, I. (red.) (1998). *Vygotskij och pedagogiken*. Lund: Studentlitteratur.
- Burns, M. (1995). *Writing in math class. A resource for grade 2 – 8*. Sausalito CA: Math Solutions Publications.

- Butterworth, B. (2000). *Den matematiska människan: Om vår medfödda förmåga att räkna – och om siffrornas roll i vår kultur och historia*. Stockholm: Wahlström & Widstrand.
- Buys, K. (2001). Pre-School Years – Emergent Numeracy. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (ed.), *Children learn mathematics: a learning–teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute, p. 27.
- Carpenter, T. & Moser, J. (1984). The acquisitions of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for research in mathematics education* 15 (3), 179–202.
- Carpenter, T. P. & Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. In E. Fennema & T. A. Romberg (eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding*. Mahwah, N. J: Lawrence Erlbaum, pp. 45–61.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Hiebert, J., Human, P., Murray, H., Olivier, A. & Wearne, D. (1999). Learning basic number concepts and skills as problem solving. In E. Fennema & T. A. Romberg (eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding*. Mahwah, N. J: Lawrence Erlbaum.
- Casto, S. D., Pennington, J. G., Light, G. & DeFries, J. C. (1996). Differential genetic etiology of reading disability as a function of mathematics performance. *Reading and writing: An interdisciplinary journal* 8, 295–306.
- Chinn, S. (1998). *Sum hop: breaking the numbers barrier*. London: Souvenir Press.
- Chinn, S. & Ashcroft, R. (1998). *Mathematics for dyslexics: a teaching handbook*. London: Whurr Publishers.
- Clarke, D. (1998). *Building on what children know and can do: some messages for the future from the early numeracy research project*. Melbourne: Catholic university, pp. 13–24.
- Cummings, J. (1991). *Billigualism and special education: issues in assessment and pedagogy*. Austin, Tex.: Pro-Ed.
- Curcio, F. & Schwartz, S. (1998). Förskolebarns algebraiska tänkande. *Nämnamnaren* 25 (1), 15–20.
- Dalvang, T., Formo, F., Lunde, O. & Bekken, O. (red.) (2002). *En matematikk for alle i en skole for alle*. Rapport från det første nordiske forskerseminar om matematikkvansker. Kristiansand 25–28 september 2001. Kristiansand, Norge: Forum for matematikkvansker.
- D'Ambrosio, U. (2001). What is ethnomathematics, and how can it help children in schools? *Teaching children mathematics* 7(6), 308–10.
- De Corte, E. & Verschaffel, L. (1991). Some factors influencing the solution of addition and subtraction word problems. I K. Durkin & B. Shire (eds.), *Language in mathematical education*. Milton Keynes: Open University Press, pp. 117–130.
- Donaldson, M. (1979). *Hur barn tänker*. Lund: Liber Läromedel.

- Doverborg, E. (2000). Lekens lustfyllda lärande . I K. Wallby, G. Emanuelsson, B. Johansson, R. Ryding & A. Wallby (red.), *Matematik från början*. Göteborg: NCM, s 124–144.
- Doverborg, E. & Pramling Samuelsson, I. (1999). *Förskolebarn i matematikens värld*. Stockholm: Liber.
- Doverborg, E. & Pramling Samuelsson, I. (2000). Att utveckla små barns antalsuppfattning. I K. Wallby, G. Emanuelsson, B. Johansson, R. Ryding & A. Wallby (red.), *Matematik från början*. Göteborg: NCM, s 99–120.
- Ds 2001:19. *Elevens framgång – Skolans ansvar*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Dysthe, O. (1996). *Det flerstämmiga klassrummet: att skriva och samtala för att lära*. Lund: Studentlitteratur.
- El-Naggar, O. (1996). *Specific Learning Difficulties in Mathematics: a Classroom Approach*. Tamworth, Staffs: NASEN.
- Ellerton, N. F. & Clarkson, P. C. (1996). Language factors in mathematics teaching and learning. In A. J. Bishop, (ed.), *International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer, pp. 987–1033.
- Ellerton, N. F. & Philip, C. Clarkson. (1996). Language factors in mathematics teaching and learning. In Bishop, A. J. (ed.), *International handbook of mathematics education* . Dordrecht: Kluwer, pp. 987–1033.
- Emanuelsson, G. (1996). Tankeinstrument för val av arbetssätt. I G. Emanuelsson, K. Wallby, B. Johansson & R. Ryding (red.), *Matematik – ett kommunikationsämne*. Mölndal: Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet, s 15.
- Emanuelsson, G. (2001). *Svårt att lära – lätt att undervisa*. Göteborg: NCM (Rapport 2001:3).
- Emanuelsson, G., Wallby, K., Johansson, B. & Ryding, R. (red.) (1996). *Matematik – ett kommunikationsämne*. Mölndal: Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet.
- Eriksen Hagtvet, B. (1990). *Skriftspråksutveckling genom lek. Hur skriftspråket kan stimuleras i förskoleåldern*. Stockholm: Natur och Kultur.
- Etheredge, S. (2000). Word-problems: a structure-plus-writing approach. *Perspectives: newsletter from the International dyslexia association* 26 (3), 22–25.
- Fletcher–Campbell, P. F. (2000). Literacy and special education needs: a review of the literature. *Research brief, No 227*. London: Department for Education and Employment.
- Foong, P. Y. & Koay, P. L. (1998). Problem med verklighet i skolan. *Nämnamnaren* 25 (4), 6–11.
- Fuson, K. (1992). Relationships between counting and cardinality from age 2 to age 8. In J. Bideaud, C. Meljac & J-P. Fisher (eds.), *Pathways to number: children developing numerical abilities*. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum, pp. 127–149.

- Fuson, K. & Kwon Y. (1991). Chinese-based regular and European irregular systems of number words: The disadvantages for English-speaking children. I K. Durkin & B. Shire (eds.), *Language in mathematical education*. Milton Keynes: Open University Press.
- Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological bulletin* 114 (2), 345–362.
- Geary, D. C. (1994). *Children's mathematical development. Research and practical applications*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Geary, D. C. (2000). Mathematical disorders: an overview for educators. *Perspectives* 26 (3), 6–9.
- Ginsburg, H. P. (1997). Mathematics learning disabilities: A view from developmental psychology. *Journal of learning disabilities* 30 (2), 114–24.
- Ginsburg, H. P. & Allardice, B. S. (1984). Children's difficulties with school mathematics. In B. Rogoff & J. Lave (eds.), *Everyday cognition: its development in social context*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, pp. 194–219.
- Goldman, S. R., Pellegrino, J. W. & Mertz, D. L. (1988). Extended practice of basic addition facts: strategy changes in learning disabled students. *Cognition and instruction* 5, 223–265.
- Grauberg, E. (1998). *Elementary mathematics and language difficulties: a book for teachers, therapists and parents*. London: Whurr Publishers.
- Hegarty, M., Mayer, R. E. & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A Comparison of Successful and Unsuccessful Problem Solvers. *Journal of educational psychology* 87 (1), 18–32.
- Hemberg, M. & Ryding, R. (red.), *Olika sidor av matematik*. Stockholm: Tidningen i skolan TIS.
- Henderson, A. (1998). *Maths for the dyslexia: a practical guide*. London: David Fulton.
- Henderson, A. & Miles, E. (2001). *Basic topics in mathematics for dyslexics*. London: Whurr Publishers.
- Holgersson, I. (2002). How can we describe young children's arithmetic abilities? I C. Bergsten, G. Dahland & B. Grevholm (Eds.) *Research and Action in the Mathematics Classroom*. Göteborg: SMDF
- Horne, M. (2002). Bättre undervisning med bättre kunskaper om elever. *Nämnen* 29 (1), 44–48.
- Hägglblom, L. (2000). *Räknespår. Barns matematiska utveckling från 6 till 15 års ålder*. Åbo: Åbo Akademis förlag.
- Häggström, I. & Lundberg, I. (1994). *Språklekar efter Bornholmsmodellen: en väg till skriftspråket*. Umeå: Häggström.
- Høien, T. & Lundberg, I. (1990). *Läsning och lässvårigheter*. Stockholm: Natur och Kultur.
- Høien, T. & Lundberg, I. (1999). *Dyslexi: från teori till praktik*. Stockholm: Natur och Kultur.

- Høyen, T. & Lundberg, I. (2000). *Dyslexia: from theory to intervention*. Dordrecht: Kluwer.
- Ingemansson, J., Pettersson, A. & Wennerholm, B. (2002). Svenska elevers kunskaper i internationellt perspektiv. *Nämaren* 29(1), 39–43.
- Jakobsson-Åhl, T. (1999). *Communicating mathematically*. Luleå: Institutionen för kommunikation och språk, Luleå tekniska universitet. (D-uppsats/ Luleå tekniska universitet ; 1999:12).
- Joffe, L. (1983). School mathematics and dyslexia: a matter of verbal labelling, generalisation, horses and carts. *Cambridge journal of education*, 13(3), 122–27.
- Johansson, B. (1983). Problem med problemlösning. *Nämaren* 9(3), 10–13.
- Johansson, B. (2000). Tidningen som underlag för lärande i matematik. I M. Hemberg & R. Ryding (red.), *Olika sidor av matematik*. Stockholm: Tidningen i skolan TIS.
- Johansson, B. (2002). *Matematik som ämne för utbildning*. (Manuskript).
- Johnsen Høines, M. (1987). *Begynneropplæringen: fagdidaktikk for matematikk-undervisningen 1.–6. klasse*. Rådal: Caspar Forlag.
- Johnsen Høines, M. (1997). *Matematik som språk: verksamhetsteoretiska perspektiv*. Stockholm: Utbildningsförlaget.
- Johnsen Høines, M. (2002). *Fleksible språkrom. Matematikklæring som tekstutvikling*. Avhandling – dr. philos. Bergen: Det psykologiske fakultet, Universitetet i Bergen.
- Jordan, N.C. & Hanich, L. B. (2000). Mathematical thinking in second-grade children with different forms of LD. *Journal of learning disabilities*, 33(6), 567–578.
- Kamii, C. (1999). *Young children reinvent arithmetic: implications of Piaget's theory*. New York: Teachers College Press.
- Kibel, M. (1992). Linking language to action. In T. R. Miles & E. Miles (eds.), *Dyslexia and mathematics*. London: Routledge, pp. 42–57.
- Kilborn, W. (1979). *PUMP-projektet. Bakgrund och erfarenheter*. (Utbildningsforskning, FoU rapport 37). Stockholm: Skolöverstyrelsen.
- Kilborn, W. (1989). *Didaktisk ämnesteor i matematik. Del 1, Grundläggande aritmetik*. Stockholm: Utbildningsförlaget.
- Kilborn, W., Johansson, B. & Lundin, O. (1984). *Min matematik*. Stockholm: Biblioteksförlaget.
- Kruse, A. (1910). *Åskådningsmatematik*. Stockholm : Norstedt.
- Kulak, A. (1993). Parallels between maths and reading disability: common issues and approaches. *Journal of learning disabilities* 26, 10.
- LD. Online (1998). Mathematics and dyslexia: the individual who learns differently may still be successful in math. In LD OnLine: *Mathematics and dyslexia*. Tillgänglig: <http://www.ldonline.org/ld_indepth/math_skills/ida_math_fall98.html> [2002-02-25].
- Lester, F. (1996). Problemlösningens natur. I G. Emanuelsson, K. Wallby, B. Johansson & R. Ryding (red.), *Matematik – ett kommunikationsämne*. Mölndal: Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet, s 85–91.

- Lindberg, D. & Kuijl, B. (1991). *Fakta om hur man räknade förr*. Solna: Almqvist & Wiksell.
- Lingvall, J. & Lockman Lundgren, N. (1993). Signalford. *Nämaren* 20 (2), 16–17.
- Lundberg, I. (1984). *Språk och läsning*. Malmö: Liber.
- Lundberg, I., Frost, J. & Petersen, O.P. (1988). Effects of an extensive program for stimulating phonological awareness in pre-school children. *Reading research quarterly* 23 (3), 263–284.
- Lundberg, I. (1994). Reading difficulties can be predicted and prevented: a Scandinavian perspective on phonological awareness and reading. In C. Hulme, (ed.), *Reading development and dyslexia: selected papers from the Third international conference of the British dyslexia association, 'Dyslexia: towards a wider understanding'*, Manchester, 1994. London: Whurr Publishers, pp. 180–199.
- Lundberg, I. (2000). Towards a sharper definition of dyslexia. In I. Lundberg, F. E. Tonnesson, & I. Austad (eds.), *Dyslexia: advances in theory and practice*. Dordrecht: Kluwer.
- Lundberg, I. & Leven, L. (2001). *Vilken bild är rätt? En enkel klassdiagnos av läsförståelse*. Stockholm: Natur och Kultur.
- Löfwall, S. (2001). *Sökande och antagningsbild för studenter som valt inriktningar med matematik*. Karlstad: Karlstads universitet.
- Löwing, M. & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics. Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. London: Lawrence Erlbaum.
- Magne, O. (2001). *Literature on special educational needs in mathematics: a bibliography with some comments*. Malmö: Lärarhögskolan.
- Malmer, G. (1994). *Räkna och skapa 1*. Solna: Ekelunds Förlag AB.
- Malmer, G. (1996). Matematiksvårigheter och dyslexi – ett försummat samband. *Nämaren*, 23(4), 32–37.
- Malmer, G. (1999). *Bra matematik för alla: nödvändig för elever med inlärningssvårigheter*. Lund: Studentlitteratur.
- Malmer, G. (2001). *Analys av läsförståelse i problemlösning*. Screeningtest ALP nr 1–8. Från skolår 2 och upp till vuxna elever. Lund: Firma Bok & Bild.
- Mellin-Olsen, S. (1984). *Eleven, matematikken og samfunnet: en undervisningslære*. Rud: NKI-forlaget.
- Meyer, R. E. (1992). *Thinking problem solving cognition*. New York: Freeman.
- Miles, T. R. (1992). Some theoretical considerations. In T. R. Miles & E. Miles (eds), *Dyslexia and mathematics*. London: Routledge.
- Miles, T.R. & Miles, E. (1992). *Dyslexia and mathematics*. London: Routledge.
- Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on the mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. *Journal of learning disabilities* 25 (4), 230–248.

- Montague, M. (1997). Cognitive strategy instruction in mathematics for students with learning disabilities. *Journal of learning disabilities* 30 (2), 164–177.
- Montis, K. (2000). Language development and concept flexibility in dyscalculia: a case study. *Journal for research in mathematics education* 31(5), 541–556.
- Morgan, C. (1998). *Writing mathematically: the discourse of investigation*. London: Falmer.
- Möllehed, E. (2001). *Problemlösning i matematik: en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4–9*. Malmö: Lärarhögskolan. (Studia psychologica et paedagogica. Series altera; 157).
- NCM (Nationellt centrum för matematikutbildning) (2001). *Hög tid för matematik*. Göteborg: NCM. (Rapport 2001:1).
- NCM (Nationellt centrum för matematikutbildning) (2002). *Baskunnande i matematik – en kunskapsöversikt*. Opublicerat manuskript. Göteborg: NCM.
- Neuman, D. (1989). *Räknefärdighetens rötter*. Stockholm: Utbildningsförlaget.
- Olsson, I. (2000a). Problemlösning. I K. Wallby, G. Emanuelsson, B. Johansson, R. Ryding & A. Wallby (red.), *Matematik från början*. Göteborg: NCM, s. 179–214.
- Olsson, I. (2000b). "Bara man förstår är matte ett roligt ämne". *Tankar kring barns möte med matematik*. Stockholm: Natur och Kultur.
- Olsson, I. & Forsbäck, M. (2002). Opublicerat manuskript.
- Olson, R. K., Wise, B., Rack, J. & Faulkner, D. (1989). Specific deficits in component reading and language skills: genetic and environmental influences. *Journal of learning disabilities* (22)6, 339–348.
- Onatsu-Arviolommi, T. & Nurmi, J.-E. (2000). The role of task-avoidant and task-focused behaviors in the development of reading and mathematical skills during the first school year: a cross-lagged longitudinal study. *Journal of educational psychology* 92 (3), 478–491.
- Ostad, S. (1999). *Mathematical difficulties. Studies of learner characteristics in developmental perspective*. Oslo: Department of Special Needs Education. Faculty of Education, University of Oslo.
- Ostad, S. (2002). Matematikkvanser i et longitudinelt perspektiv. I T. Dalvang, J. Formo, O. Lunde & O. Bekken (eds.) "En matematikk for alle i en skole for alle". *Rapport fra det 1. nordiske forskerseminar om matematikkvanser*. Klepp st: Info Vest Forlag.
- Otterburn, M. K. & Nicholson, A. R. (1976). The language of mathematics. *Mathematics in school* 5 (5), 18–20.
- Passolunghi, M.A. & Siegel, L. (1999). Working memory and short-term memory in children with arithmetical learning difficulties. *Thalamus* 17(1), 54–56.
- Pearn, C. (1997). *A review of five years' testing for mathematics intervention: is there a correlation between learning to count and learning to read?* Australia: La Trobe university.

- Perera, K. (1980). The assessment of linguistic difficulty in reading material. *Educational review* 32(2), 151–161.
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: communication in mathematics classrooms*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Pimm, D. (1995). *Symbols and meanings in school mathematics*. London: Routledge.
- Plasencia Cruz, I., Presmeg, N. C. & MaGüemes, R. (2001). Reflection from two case studies of imagery and meaning in eight grade mathematics. *Focus on Learning Problems in Mathematics* 23 (1), 1–16.
- Price, N. & Youé, S. (2000). The problems of diagnosis and remediation of dyscalculia. *For the learning of mathematics* 20 (3), 23–28.
- Price, P. S. (1998). Year 3 students' place value misconceptions: another look at MAB. In C. Kanes, M. Goos & E. Warren (eds.), *Teaching mathematics in new times: proceedings of the 21 st annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australia*. Australia: MERGA, pp. 452–259.
- Prop. 1998/99: 105. *Elever med funktionshinder/ansvar och stöd*.
- Reys, B. J. & Reys, R. E. (1995a). Vad är god taluppfattning? *Nämnaren*, 22(1), 28–32.
- Reys, B. J. & Reys, R. E. m fl (1995b). Vad är god taluppfattning? *Nämnaren*, 22(2), 23–26.
- Rivera, D. P. (ed.) (1998). *Mathematics education for students with learning disabilities*. Austin, Texas: PRO-ED.
- Russell, R. L. & Ginsburg, H. P. (1984). Cognitive analysis of children's mathematics difficulties. *Cognitions and Instruction* 1, 217–244.
- Rönnerberg, I. & Rönnerberg, L. (2001). *Minoritetselever och matematikutbildning*. Stockholm: Skolverket.
- Sandahl, A. & Unenge, J. (2000). *Lärarguide i matematik*. Stockholm: Natur och Kultur, s 81–83.
- Santa, C.M. & Engen, L. (1996). *Prosjekt CRISS. Creating Independent through Student-owned Strategies*. Lære å Lære. Stavanger: Stiftelsen Dysleksiforskning.
- Scarborough, H. S. (2001). Connecting early language and literacy to later reading (dis)abilities: evidence, theory, and practice. In S. B. Neuman & D. K. Dickinson (eds.), *Handbook of early literacy research*. New York: Guilford Press.
- Seligman, M. (1976). *Hjälplöshet: om depression, utveckling och död*. Stockholm: Aldus förlag.
- Shuard, H. & Rothery, A. (eds.) (1988). *Children reading mathematics*. London: Murray.
- Sinclair, A. (1991). Children's production and comprehension of written numerical representations. In K. Durkin & B. Shire (eds.), *Language in mathematical education. Research and practice*. Milton Keynes: Open University Press, pp. 59–68.
- Skolverket (1997). *Kommentar till grundskolans kursplan och betygskriterier i matematik*. Stockholm: Skolverket.

- Skolverket (2000a). *Grundskolan: kursplaner och betygskriterier*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2000b). *Uppdrag avseende stöd till utveckling av förskola, skola och vuxenutbildning m.m.* (U 2000/3873/S). Dnr 2000:3499.
- Skolverket (2001a). *Grundskolans ämnesprov vårterminen 2001. En resultatredovisning*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2001b). *Gymnasieskolans kursprov vårterminen 2001. En resultatredovisning*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2001c). *PISA 2000: svenska femtonåringars läsförmåga och kunnande i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. Stockholm: Skolverket. (Skolverkets rapport: 209).
- Skolverket (2001d). *Att arbeta med särskilt stöd med hjälp av åtgärdsprogram*. Stockholm: Liber.
- Skolöverstyrelsen (1979). *Matematikterminologi i skolan*. Stockholm: Liber Utbildningsförlaget.
- Spendrup, C. (2001). *Undervisning och tanke. En ämnesdidaktisk bok om språk och begreppskunskap. Exemplet matematik*. Stockholm: HLS förlag.
- Steen, L. A. (ed.) (2001). *Mathematics and democracy: the case for quantitative literacy*. Princeton, N.J.: National Council on Education and the Disciplines.
- Steeves, K. J. (1983). Memory as a factor in the computational efficiency of dyslexic children with high abstract reasoning ability. *Annals of dyslexia* 33, 141–152.
- Steinbring, H., Bartolini Bussi, M. & Sierpinska, A. (eds.) (1998). *Language and communication in the mathematics classroom*. USA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stern, M. B. (1999). Multisensory mathematics instruction. I J. A. Birsh (ed.), *Multisensory teaching of basic language skills*. Baltimore: Brookes, pp. 299–322.
- Sterner, G. (1994). *Arbeta med barns språk*. Lerum: Fröswe konsult.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press
- Svensk författningssamling (SFS 1985:1100). *Skollag*.
- Svensk författningssamling (SFS 1993:100). *Högskoleförordning*. Bilaga 2, Examensordning.
- Svensk författningssamling (SFS 1994:1194). *Grundskoleförordning*.
- Svensk författningssamling (SFS 2000: 1108). I *Grundskoleförordning* (SFS 1994:1194).
- Swanson, H. L., Cooney, J. B. & Brook, S. (1993). The influence of working memory and classification ability on children's word problem solution. *Journal of experimental child psychology* 3, 374–395.
- Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken: ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Prisma.
- Teubal, E. & Nesher, P. (1991). Order of mention vs order of events as determining factors in additive word problems: A developmental approach. In K. Durkin & B. Shire (eds.), *Language in mathematical education*. Milton Keynes: Open University Press.

- Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In D. Grouws (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan Publishing Company, pp. 127–146.
- Treffers, A. (2001). Numbers and numbers relationships. In M. van den Heuvel-Panhuizen (ed.), *Children learn mathematics: a learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute, pp. 101–120.
- Treffers, A. & Buys, K. (2001). Grade 2 (and 3) – calculation up to 100. In M. van den Heuvel-Panhuizen (ed.), *Children learn mathematics: a learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute, pp. 61–88.
- Turner Ellis, S. A., Miles, T. R. & Wheeler, T. J. (1996). Speed of multiplication in dyslexics and non-dyslexics. *Dyslexia* 2, pp. 121–139.
- Utbildningsdepartementet (2000). *Uppdrag avseende stöd till utveckling av förskola, skola och vuxenutbildning m.m.* (U 2000/3873/S).
- van Oers, B. (2000). The appropriation of mathematical symbols: A psychosemiotic approach to mathematics learning. In P. Cobb, E. Yackel & K. McClain (eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspectives and discourse, tools, and instructional design*. London: Lawrence Erlbaum.
- Verschaffel, L. & De Corte, E. & Vierstraete, H. (1999). Upper elementary school pupils' difficulties in modeling and solving nonstandard additive word problems involving ordinal numbers. *Journal for research in mathematics education* 30 (3), 265–285.
- Wallby, K., Emanuelsson, G., Johansson, B., Ryding, R. & Wallby, A. (red.) (1996). *Matematik från början*. Göteborg: NCM.
- Wallby, K., Carlsson, S. & Nyström, P. (2001). *Elevgrupperingar – en kunskapsöversikt med fokus på matematikundervisning*. Stockholm: Skolverket.
- Wasik, B. & Slavin, R. (1993). Preventing early reading failure with one-to-one tutoring: A review of five programs. *Reading research quarterly* 28 (2), 179–200.
- Watson, A. (1996). *Communicating mathematics*. A report to SCAA from the MA & ATM. Harlow, Essex: Longman.
- Wells, C. (2002). *The Handbook of Mathematical Discourse*. Retrieved from <http://www.cwru.edu/artsci/math/wells/pub/about/bk.htm>.
- Weschke, K. (2000). Ett gränslöst arbete. *Nämaren*, 27(2), 13–18.
- West, T. (1997). *In the mind's eye: visual thinkers, gifted people with dyslexia and other learning difficulties, computer images and the ironies of creativity*. Amherst, N.Y: Prometheus Books.
- Whitehead, A. N. (1929). *The aims of education*. New York: Macmillan.
- Wigforss, W. (1952). *Den grundläggande matematikundervisningen: översikt av folkskolans kurs i matematik ur metodisk synpunkt*. Stockholm: Bergvall.
- Withers, G. (1996). Unlocking the great secret: writing reveals thinking. In Asia-Pacific Centre of Educational Innovation for Development, *Research information for teachers*. Bangkok: UNESCO, pp. 43–46.

- Wolf, M. (red.) (2001). *Dyslexia, fluency, and the brain*. Thimonium, Md: York Press.
- Wynn, K. (1990). Childrens understanding of counting. *Cognition* 36 (2), 155–193.
- Åberg-Bengtsson, L. (1994). Elevers svårigheter att tolka data i diagram och kartogram. *Nämaren* 21(3), 32–37.
- Åberg-Bengtsson, L. (2000). Att bygga, rita och tolka cirkeldiagram. *Nämaren* 27(3), 24–29.

Referenser till kapitel 2 och 3

Nedanstående litteraturlista tar upp några betydelsefulla forskningsöversikter och originalarbeten som berör läsundervisning och läsinlärning.

- Adams, M.J. (1990). *Beginning to read: thinking and learning about print*. Cambridge, Mass.: MIT Press.
- Adams, M.J. (1991). Why not phonics and whole language? In W. Ellis (ed.), *All language and the creation of literacy*. Baltimore, Md.: Orton Dyslexia Society, pp. 40–52.
- Blachman, B. (ed.) (1997). *Foundations of reading acquisition and dyslexia: implications for early intervention*. London: Lawrence Erlbaum.
- Brady, S. & Shankweiler, D. (1991). *Phonological processes in literacy: a tribute to Isabelle Y. Liberman*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Frost, J. (2000). *Initial enabling skills in early reading and spelling*. Københavns universitet. PhD-avhandling.
- Graves, M., Juel, C., & Graves, B. (1998). *Teaching reading in the 21st century*. London: Allyn and Bacon.
- Høien, T. & Lundberg, I. (1997). *Dysleksi: fra teori til praksis*. Oslo: Ad Notam, Gyldendal.
- Liberman, A. M. (1999). The reading teacher and the reading researcher need the right theory of speech. *Scientific studies of reading* 3(2), 95–111.
- Liberman, I.Y. & Liberman, A. M. (1990). Whole language versus code emphasis: underlying assumptions and their implications for reading instruction. *Annals of dyslexia*, 40, 51–77.
- Lundberg, I. (1994). Reading difficulties can be predicted and prevented: A Scandinavian perspective on phonological awareness and reading. I C. Hulme & M. Snowling (eds.), *Reading development and dyslexia*. London: Whurr Publishers, pp. 180–199.
- Lundberg, I. (1996). *Sprog og læsning: læseprocesser i undervisningen*. København: Alinea.
- Lundberg, I. & Linnakylä, P. (1992). *Teaching reading around the world*. The Hague: IEA.
- McGuinness, D. (1998). *Why children can't read: and what we can do about it: a scientific revolution in reading*. London: Penguin.

- Moats, L. (1999). *Teaching reading is rocket science: what expert teachers of reading should know and be able to do*. Washington, D.C.: American Federation of Teachers.
- Oakhill, J. & Beard, R. (eds.) (1999). *Reading development and the teaching of reading: a psychological perspective*. Oxford: Blackwell.
- Share, D. & Stanovich, K. (1995). Cognitive processes in early reading development: accommodating individual differences into a model of acquisition. *Issues in education* (1), 1–57.
- Snow, C.E., Burns, M.S., & Griffin, P. (1998). *Preventing reading difficulties in young children*. Washington, D.C.: National Academy of Sciences.