
NCM-RAPPORT 2002:2

Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik

GÖREL STERNER & INGVAR LUNDBERG

Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM, är ett nationellt resurscentrum som på uppdrag av regeringen inrättats vid Göteborgs universitet. I samverkan med Chalmers tekniska högskola skall NCM stödja utvecklingen av svensk matematikutbildning i förskola, skola och vuxenutbildning. NCM ger ut tidskriften Nämnaren.

För mer information om NCM och Nämnaren, se <http://ncm.gu.se>

ISSN 1650-335X

NCM
Göteborgs universitet
Vera Sandbergs allé 5A
412 96 Göteborg

© NCM, 2002

Omslag och layout:
Andersson & Andersson, Lerum

Tryck:
Grafikerna Livréna i Kungälv AB

Innehållsförteckning

Förord	
Inledning.....	1
Baskunnande i matematik	2
Många elever når inte godkändnivån i matematik	3
PISA – 2000	4
Läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter.....	6
Tänkbara samband mellan läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter	8
Vad är egentligen dyslexi?	11
Dyskalkyli	13
Avgränsning	13
Matematik och språk.....	15
Matematikens språk och symboler	15
Språksvårigheter.....	16
Inre föreställningar.....	16
Från konkreta erfarenheter till abstrakt symbolisering.....	18
Skapa samband mellan språk och handling.....	18
Elevers egna uttrycksformer	19
Symbolutveckling	20
Symbolers innebörder.....	21
Lärande genom kommunikation	22
Skapa möte mellan informell och formell kunskap.....	23
Ords innebörder	24
Sammanfattning.....	24
Vägen till skriftspråket.....	27
Den första läsinlärnningen i ljuset av aktuell forskning	27
De första stegen är särskilt viktiga	27
Barn är olika	28
För en del barn går läsinlärnningen lätt	29
Några barn har stora svårigheter att lära sig läsa	30
Tal och skrift är olika.....	30
Att ”knäcka” den alfabetiska koden.....	31
Läsning är en fråga om både avkodning och förståelse	33
Vad betyder orden?	34
Barns möte med faktatexter	37
Före läsningen	37
Under läsningen	38
Efter läsningen: Samtal och frågor	39
Att lära sig nya ord	41
Vad innebär det att vara en konstruktiv, aktiv och strategisk läsare?.....	42

Att läsa matematik.....	45
Texters kännetecken och funktioner	45
Förklaringar	46
Instruktioner	48
Omskrivningar	49
Meningsbyggnad.....	50
Symboler – ett medel att uttrycka en mening.....	50
Grafiskt material	51
Sammanfattning.....	53
Att lära grundläggande matematik.....	55
Taluppfattning.....	55
Aritmetik – några kritiska punkter.....	56
Utveckling av grundläggande aritmetikkunskaper	58
Räkneprinciper	59
Räkneramsan.....	60
Räknestrategier	60
Olika sätt att uppfatta tal.....	61
Dela upp helheter.....	62
Fingertal	63
Barnens symboler och romerska siffror.....	63
Föreställningar om alla talskiffror	64
Positionssystemet	65
Tiobasmateriel.....	65
Från tiobasmateriel till pengar.....	66
Multiplikation	67
Standardalgoritmer.....	67
Kolumnaddition	68
Huvudräkning med hjälp av bokförda delberäkningar.....	68
Miniräknaren	69
Uppskattning.....	70
Tal i bråkform, decimalform och procent.....	71
Att lära med förståelse	72
Att välja rätt räknesätt.....	74
Undervisning om kognitiva och metakognitiva strategier	77
Öppna uppgifter	79
Sammanfattning.....	80
Läsvårigheter och lärande i matematik.....	83
Läsinlärning.....	83
Grundläggande aritmetik.....	83
Fonologiska svårigheter	85
Långtidsminne och arbetsminne	86
Matematiskt kunnande, förståelse eller gott minne?	87
Sekvensering	88
Visuospatiala svårigheter.....	89
Några erfarenheter av undervisning	89

Läsförståelse och problemlösning	92
Semantisk förståelse och inre representationer	93
Syntax	93
Scheman.....	94
Metakognition.....	95
Att lösa aritmetikuppgifter	95
Att välja räknesätt	97
Kategorisering av uppgiften.....	97
Val av procedurer	98
Bedömning av uppgiftens lösning.....	98
Att skriva matematik	99
Ett klassrumsförsök.....	100
Olika aspekter av skrivande.....	102
Att läsa textuppgifter i matematik.....	104
Sammanfattning.....	106
Didaktiska utvecklingsarbeten – några förslag och idéer	109
Grundläggande arbete i förskolan	110
Högläsning.....	114
Inledande undervisning i skolan	116
Formulera egna problem.....	121
Kunskap om tal	122
Talens struktur	127
Miniräknaren	136
Multiplikation	137
Läsning och matematik.....	146
Skriva matematik	147
Specialpedagogik.....	155
Ett utvecklingsarbete	158
Sammanfattning.....	161
Till sist.....	163
Språk och symboler	163
Arbetsminne och automatiseringsprocesser	164
Läsförståelse och matematik.....	165
Skriva som ett redskap för lärande	166
Lärares svåra uppgift att möta alla barn	166
Några förslag till utveckling	167
Behov av fortsatta utvecklingsstudier och forskning	168
Slutord.....	169
Referenser	171
Bilaga: Vilka uppfattningar har lärare om elevers svårigheter	183
NCM:s rapportserie.....	203

Förord

I november 1999 fick NCM ett uppdrag av regeringen att ta fram förslag till kompetensutvecklingsprogram för lärare som undervisar i matematik och att genomföra forskningsbaserade utvecklingsstudier inom vissa områden (U1999/3992/S). Föreliggande rapport handlar om lärande och undervisning i matematik för elever som har sämre läs- och skrivförmåga än sina studiekamrater. Den har skrivits av Görel Sterner och Ingvar Lundberg. En sammanfattning av en tidigare version av rapporten har givits i Hög tid för matematik (NCM, 2001).

Görel Sterner är förskollärare och lågstadielärare och har under många år arbetat med kompetensutveckling av pedagoger och lärare som undervisar barn i åldrarna 1–11 i matematik och svenska. Hon arbetar fn som projektledare vid NCM.

Ingvar Lundberg har varit professor i psykologi, med inriktning mot utvecklingspsykologi, vid Umeå universitet fram till 1995. Numera är han knuten till Göteborgs universitet där han ingår i ett forskningsprogram om kommunikation och handikapp. Ingvar Lundberg har under flera decennier forskat om läsning och läs- och skrivsvårigheter.

Ingvar Lundberg har skrivit kapitel 2 och 3, Görel Sterner övriga kapitel. Ingvar Lundberg har också fungerat som vetenskaplig rådgivare.

Ett varmt tack till alla som bidragit till innehållet i denna rapport och som läst och kommenterat tidigare versioner. Ett särskilt tack till Anders Wallby som svarat för redigeringsarbetet.

Det är vår förhoppning att denna kunskapsöversikt skall bidra till ökad förståelse för elever som på grund av läs- och skrivsvårigheter är i behov av särskilda stödinsatser i matematik och stimulera till diskussion om och utveckling av vår matematikundervisning för dessa elever.

Bengt Johansson

Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM

Göteborgs universitet

Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik

GÖREL STERNER & INGVAR LUNDBERG

Inledning

I vårt samhälle behöver människor kunna hantera kvantitativ information. Det kan handla om att sköta sin hushållsbudget och att utveckla den matematiska kompetens och problemlösningsförmåga som krävs i yrkeslivet. En förutsättning för ett aktivt deltagande i den demokratiska processen är också att man kan ta del av och kritiskt granska den omfattande samhällsinformation som ges med hjälp av matematik (Steen, 2001). Sverige har utvecklats mot ett mer mångkulturellt samhälle där samarbete och utbyte med andra länder, inte minst i Europa, ständigt ökar. Frågor om tex ekonomi, miljövård och utbildning blir allt mer komplexa och svåra att hantera med bibehållna krav på demokrati och jämlikhet. Matematikundervisningens tidigare huvuduppgift att utveckla kunnande och färdighet i räkning och geometri har därför förskjutits till att utveckla ett bredare och djupare matematiskt kunnande som innebär god taluppfattning, problemlösningsförmåga, att se sammanhang och att resonera sig fram till slutsatser (Skolverket, 1997; NCM, 2001). Bruket av standardalgoritmer för de fyra räknesätten har minskat samtidigt som behoven av att kunna tolka och kritiskt granska tillämpad matematik i olika sammanhang har ökat. Matematikkunskande skall i dagens komplexa samhälle bidra till självförtroende, kompetens och möjligheter till påverkan och utveckling. Matematikutbildningen i grundskolan och i gymnasieskolan ska också ge en god grund för fortsatta studier, yrkesliv och ett livslångt lärande. Genom tillgången på miniräknare och datorer har bruket och behovet av matematik som hjälpmedel för att beskriva situationer och förlopp, kommunicera och lösa problem förändrats.

Utbildningen syftar till att utveckla elevens intresse för matematik och möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Den skall också ge eleven möjlighet att upptäcka estetiska värden i matematikens mönster, former och samband samt uppleva den tillfredsställelse som ligger i att kunna förstå och lösa problem ... Grundskolan har till uppgift att hos elever utveckla sådana kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att kunna tolka och använda det ökade flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället. Utbildningen skall ge en god grund för studier i andra ämnen, fortsatt utbildning och ett livslångt lärande.

(Skolverket, 2000a, s 26)

Baskunnande i matematik

Skolverket fick i december 2000 i uppdrag av regeringen att genomföra en satsning för att öka måluppfyllelsen i läsning, skrivning och matematik – grundläggande läskunnighet, skrivkunnighet och matematikkunnande (Utbildningsdepartementet, 2000). Man påpekar att det inte är självklart vad detta innebär men framhåller att det är viktigt att arbetet med basfärdigheter integreras i hela skolarbetet. Det betonas att särskilt barn och ungdomar i svårigheter inte utvecklas positivt genom isolerad färdighetsträning (Skolverket, 2000b).

Baskunnande i matematik måste relateras till lärande som ett livslångt projekt och därmed lägga en grund för utveckling och tillämpning i vitt skilda miljöer (NCM, 2002). Matematik har traditionellt ansetts som abstrakt och svårt, ett ämne som skiljer ut de "snabbtänkta och intelligenta" från de "obegåvade och tröga". Det har också tagits för givet att en del barn kommer att misslyckas och inte ens kommer att lära sig ganska enkla begrepp och metoder.

Läroplanerna betonar muntlig och skriftspråklig kompetens och problemlösningssförmåga jämte kunnande om matematik, tex kunskaper om matematikens roll i samhälle och vetenskap samt dess historiska roll. Att utveckla skriftspråklig kompetens och kunnande i och om matematik ryms under begreppet "demokratisk kompetens" som innefattar att ha kunskaper om och förmåga att leva i, verka i samt bidra till att utveckla ett demokratiskt samhälle, att ha kommunikativ förmåga, att ha förmåga att ta ställning och att förstå skälen till andras ställningstagande. Vidare ingår förmågan att personligen vara praktiskt "matematisk" i den egna livsvärlden både vad gäller beräkningar och mer kvalitativa omdömen. Diskussioner om vad begreppet baskunskaper kan innebära för att alla elever ska utveckla demokratisk kompetens måste också behandla matematikundervisningens arbetssätt.

En klassrumsmiljö där istället samtal om matematik förs, där argument vägs mot varandra, där alla får komma till tals och där läraren tillsammans med sina elever legitimerar ämnets metoder, teorier och resultat via förnuftiga argument kommer därmed att stödja skolans generella arbete med att utveckla elevernas demokratiska kompetens.

(NCM 2002, s 6)

En diskussion om vad som anses som baskunskaper måste också ta ställning till frågan vad som *inte* är baskunskaper. Är det inte baskunskaper att kunna kommunicera matematik skriftligt och muntligt? Är det inte baskunskaper att kunna lösa matematiska problem?

Den starka betoningen på språklig förståelse och kompetens som forskning och nationella måldokument idag anlägger på matematikämnet har bidragit till behovet av att utreda hur läs- och skrivsvårigheter påverkar elevers lärande i matematik och hur undervisningen kan utformas utifrån detta.

När man diskuterar elevers baskunskaper måste detta också relateras till lärares baskunskaper. Läraren bestämmer i hög grad innehåll och arbetsformer för undervisningen och lärares baskunskaper blir därför en kritisk punkt för elevens baskunskaper.

Uppdelningen i Sv-SO lärare respektive Ma-NO lärare framstår inte som självklar särskilt när man betonar förståelse och användning av språk, uttrycksformer och symboler. Den nya lärarutbildningen innehåller inte dessa "låsningar" och ger därför bättre möjligheter att svara mot skolans behov av lärare med utbildning för undervisning i både svenska och matematik. Preliminära rapporter från den första antagningsomgången visar på glädjande stort intresse för kombinationen matematik-svenska (Löfwall, 2001).

Många elever når inte godkändnivån i matematik

Stora förändringar har under nittioåret genomförts i våra skolformsförrordningar och vi har fått nya läroplaner, timplaner, kursplaner samt ett nytt betygssystem med tillhörande betygskriterier och nationella provsystem. Skolreformen hänger i sin tur samman med allt snabbare kultur-, omvärlds- och samhällsförändringar och därmed ökade krav på flexibilitet och effektivitet samt samverkan och samarbete med elever, föräldrar och samhället i övrigt. En av de största förändringarna är den nya gymnasieskolan, som i hög grad har blivit en skola för alla. En annan förändring är kopplingen mellan förskola, förskoleklass och grundskola. Antalet utbildningsplatser och utbildningsvägar vid högskolan har också ökat kraftigt, vilket innebär att nya elevgrupper blir aktuella, och stora satsningar har gjorts på vuxenutbildning i ljuset av visionen om det livslånga lärandet. Bland allmänhet och politiker, representanter för fackföreningar och näringsliv finns en bred enighet om att ett omfattande

kunnande i och om matematik är viktigt både ur ett samhällsperspektiv och ur den enskilde medborgarens perspektiv.

Många elever lämnar grundskolan utan att ha uppnått kursplanemålen. Av provresultaten att döma är problemen störst i matematik. Andelen elever som inte nådde upp till provbetyget G i ämnesprovet i matematik för årskurs 9 var vårterminen 2001 13 % (Skolverket, 2001a). För både engelska och svenska/svenska som andraspråk var motsvarande resultat 4%. Många elever klarar heller inte den grundläggande gymnasiekursen, kurs A, i matematik (Skolverket, 2001b; NCM 2001). Kursplanemålen i de nuvarande läroplanerna innebär att det ställs andra krav på elevers matematiska kunnande än tidigare. Det nya betygssystemet innebär också att elever som inte når upp till målen synliggörs på ett tydligare sätt än när vi hade graderade betyg med betygsskalan 1–5 där betygen 1 och 2 idag ofta motsvaras av betyget icke godkänd.

PISA – 2000

Svenska elevers prestationer i ett internationellt perspektiv har nyligen studerats i en omfattande OECD-studie kallad PISA (Programme for International Student Assessment). Projektet har till uppgift att undersöka i vilken grad deltagande länders utbildningssystem bidrar till att femtonåringar – som snart avslutar den obligatoriska skolan – är rustade att möta framtiden (Skolverket, 2001c). Tre kunskapsområden ingår i undersökningen: läsförståelse, matematik och naturvetenskap. Undersökningen skiljer sig från tidigare internationella kunskapsstudier genom att man mäter sådana kunskaper som kan anses vara viktiga i vuxenlivet. De kompetenser och kunskaper som är relevanta sammanfattas i PISA med begreppet "literacy" och beskrivs för läsning och matematik på följande sätt:

Läsning

Förmågan att förstå, använda och reflektera över texter för att uppnå personliga mål, utveckla sina egna kunskaper och möjligheter, samt att delta i samhället.

Matematik

Förmågan att identifiera, förstå samt engagera sig i matematik och att kunna göra välgrundade bedömningar av vilken roll matematiken spelar för en individs nutida och framtida privatliv, arbetsliv, socialt liv med släkt och vänner, samt ett liv som en konstruktiv, ansvarsfull och reflekterande medborgare.

(Skolverket, 2001c, s 21; Ingemansson m fl, 2002)

I PISA mäter man kunskaper som är betydelsefulla för vuxenlivet. Frågor som man söker svar på är om 15-åringar kan analysera, resonera och föra fram sina tankar och idéer på ett konstruktivt sätt och om de kommer att kunna fortsätta lära sig under hela sitt fortsatta liv. Ett annat syfte är

att få en bättre förståelse för orsakerna till och konsekvenserna av observerade skillnader i läsförståelse, matematik och naturvetenskapligt kunnande. Undersökningen planeras pågå to m år 2006 där fokus år 2000 ligger på läsförståelse, år 2003 på matematik och år 2006 på naturvetenskap. Alla tre ämnena finns dock med vid varje undersökningstillfälle.

Läsförståelse

Undersökningen 2000 visar att svenska femtonåringar är relativt goda läsare sett i ett internationellt perspektiv. Resultaten av elevernas prov har delats in i fem nivåer och Sverige tillhör de nio länder som har mellan två tredjedelar och nästan fyra femtedelar av eleverna på nivå tre och högre. Sverige har en jämförelsevis låg andel av eleverna på nivå ett men tillhör samtidigt de länder som har de största prestationsskillnaderna mellan pojkar och flickor. Flickorna presterar bättre och skillnaderna märks framför allt på uppgifter som kräver reflektion och bedömning. Dubbelt så många pojkar som flickor finns på nivå ett och man påpekar också i rapporten att pojkars läsförmåga behöver uppmärksammas, framför allt när det gäller att relatera en text till egna kunskaper, erfarenheter och åsikter.

PISA 2000 har också undersökt elevernas läsintresse. Skillnaden i läsintresse mellan pojkar och flickor är för Sveriges del förhållandevis liten, men mer än en tredjedel av eleverna rapporterar att de inte läser alls för nöjes skull. I rapporten påpekar man att en ökad satsning på att stimulera barn och ungdomar att läsa på fritiden bör vara ett viktigt mål för skolan. Från skolstart bör särskilt pojkarnas läsutveckling uppmärksammas och följas upp. För både pojkar och flickor är det viktigt att svaga läsare får adekvat hjälp så tidigt som möjligt.

Matematik

I PISA-projektet studeras elevernas funktionella kunskaper och färdigheter i matematik – i vilken utsträckning eleverna kan översätta ett problem till matematiska modeller, kan strukturera och formulera problem och lösa dem. Undersökningen utgår från två stora teman. Det ena omfattar förändring och samband, funktioner och tillväxt, statistik och algebra. Det andra temat innehåller mönster, rumsuppfattning, geometri och mätningar. Elevernas kunnande beskrivs för matematikens del i tre nivåer.

Sverige har ett resultat som är signifikant bättre än OECD-genomsnittet. Av de 32 uppgifter som ges i undersökningen är svenska elever signifikant bättre än genomsnittet för eleverna i övriga OECD-länder på 12 uppgifter och signifikant sämre på fyra uppgifter. Svenska elever är bättre på statistik och rumsuppfattning och sämre på algebra, funktioner och geometri. Pojkarna i Sverige har ett bättre medelvärde än flickorna men

skillnaden är inte signifikant. Åtta länder har signifikant bättre resultat än Sverige, däribland Japan, Korea, Finland och Nya Zeeland. Sverige är ett genomsnittsland när det gäller andelen elever med goda respektive svaga resultat. Andelen pojkar med goda resultat är något större än andelen flickor med goda resultat, både nationellt och internationellt.

Variansen mellan elevprestationer på matematikprovet kunde till 70% förklaras av prestationer på ett ordigenkänningsprov och PISA:s läsförståelseprov, ett förhållande som ligger i linje med resultaten från Möllehed (2001). Av hans studie framgår att en mycket vanlig orsak till att elever i årskurs 4–9 kommer fram till felaktiga lösningar på textproblem i matematik är att de inte förstår innebörden i texten. De förstår heller inte textens olika delar och deras inbördes sammanhang. När korrelationen mellan resultaten i läsning och matematik blir upp mot +0,85 som i PISA, kan man undra om proven faktiskt mäter samma sak, nämligen läsförståelse. Matematikuppgifter som gör anspråk på att vara autentiska problemlösningssituationer bäddas tydligen in i en verbal informationsmassa som lässvaga får svårt att forcera. Därigenom hindras en del elever från att visa sin egentliga matematiska kompetens.

Man har också undersökt elevernas intresse för och självuppfattning i matematik. Svenska elever har ett betydligt större läsintresse än matematikintresse. Självuppfattning i matematik har ett starkare samband med prestationer än vad självuppfattning i läsning har. Sverige tillhör de länder där eleverna har lägst självuppfattning i matematik och det gäller framför allt flickorna. Materialet som behandlar matematikområdet är begränsat och därför kan man inte uttala sig närmare om på vilka områden svenska elever är bättre respektive sämre än elever i övriga OECD-länder. I nästa PISA-undersökning år 2003 kommer matematik att vara huvudämne vilket kommer att ge ökade möjligheter till jämförelser.

Läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter

Många elever saknar tillfredsställande matematisk kompetens och problemlösningförmåga när de lämnar skolan. Orsakerna kan i många fall härledas till faktorer som brist på omsorg och språklig stimulans under de första barnåren. Elever som inte får sina grundbehov av tex sömn och föda tillgodosedda och som inte känner sig trygga i hem och skola löper stor risk att få problem i skolarbetet. Orsaker kan också var brist på stöd och stimulans i undervisningen där man kanske gått för fort fram eller arbetat allt för ostrukturerat. Läraren har en avgörande betydelse för hur elevernas intresse och kunnande kommer att utvecklas.

Men det finns troligen också individuellt baserade hinder som gör att inlärnigen tar längre tid och är särskilt svår för en del elever. För att bättre förstå dessa samband måste man också analysera de kognitiva och språkliga krav som matematiken omfattar och på vilket sätt den enskildes lärande gestaltar sig i ljuset av dessa krav. Det är ytterst angeläget att

försöka förstå problemens natur och rötter för att kunna ge eleverna en bättre anpassad undervisning och annat stöd som de har rätt att kräva.

Många elever i läs- och skrivsvårigheter upplever svårigheter också i matematik. En sådan kombination gör naturligtvis problemet än större. Dessvärre har forskning om kombinationen av matematiksvårigheter och läs- och skrivsvårigheter inte varit särskilt omfattande.

Vår ambition i detta arbete är att ge en översikt av kunskapsläget beträffande sambandet mellan matematiksvårigheter och läs- och skrivsvårigheter. Översikten är till stor del baserad på empiriska studier och på litteratur som uppfyller rimliga vetenskapliga krav. Trots forskningens begränsningar har vi funnit intressanta arbeten och rön av betydelse för lärares kompetensutveckling och för utveckling av undervisningen inte bara i svenska och matematik utan också i andra ämnen där svenska och matematik har betydelse för elevernas lärande. I rapportens avslutande del försöker vi ge några exempel på utvecklingsarbeten baserade på resultatet av vår kunskapsöversikt.

Språkliga svårigheter bidrar till att elever kan ha problem med att lära sig matematiska symbolers innebörder och platsvärden, att tal i bråk- och decimalform måste hanteras annorlunda än hela tal, att skriftligt hantera dokumentation om tex tid och pengar. Den allmänna läsnivån för matematiska textuppgifter påverkar förståelsen lika väl som de särskilda krav som det matematiska språket ställer på läsaren. I berättelser och skönlitterära texter finns ofta målande beskrivningar som underlättar läsarens förståelse. I matematiska textuppgifter kan sådana beskrivningar istället skymma sikten för det matematiska innehållet. Vad som krävs är att man kan plocka ut given information som ska tolkas och integreras med andra data för att tex användas i en matematisk modell.

Andra vanliga problem för eleverna har att göra med *organisation*, tex att kunna göra skriftliga noteringar klart och systematiskt, eller att följa en beräkning i flera led. Sådana språkssvårigheter påverkar elevernas lärande i mycket hög grad. De lär sig inte genom att läraren förklarar ett begrepp eller en procedur muntligt. De måste få lära sig multisensoriskt (känna, höra och se) och med begreppslig förståelse om undervisningen ska ha någon reell inverkan på deras lärande (Henderson & Miles, 2001).

I en enkät som besvarats av 75 lärare som undervisar i både svenska och matematik i grundskolans årskurs 1 tom 6 bedömer lärarna att i genomsnitt 12 % av deras elever har en kombination av läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter (se bilaga). 2/3 av dessa lärare uppger samtidigt att deras egna kunskaper är bristfälliga inom det aktuella området. Resultaten indikerar ett stort behov av kompetensutveckling för lärare med ansvar för elever i behov av särskilt stöd i svenska och matematik.

Tänkbara samband mellan läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter

Att matematiksvårigheter och läs- och skrivsvårigheter ofta uppträder tillsammans kan bero på en rad olika omständigheter. Vi listar här ett antal tänkbara orsaker som också har stöd i forskningen. Några av punkterna berör främst sambandet mellan matematiksvårigheter och läs- och skrivsvårigheter medan de övriga mera handlar om vilken typ av orsaksfaktorer som kan förekomma.

- Ibland möter vi elever som har svårt både med läs- och skrivinläringen och lärande i matematik. Dessa svårigheter kan vara oberoende av varandra, men råkar förekomma samtidigt.
- I andra fall kan det finnas gemensamma bakomliggande orsaker som påverkar både läs- och skrivinläringen och matematikinläringen. Det kan vara faktorer som har en neurobiologisk grund. Det kan också handla om hinder som tornats upp tidigt i barnets utveckling med ogynnsamma uppväxtvillkor och allvarlig brist på omsorg under spädbarnstiden.
- Hos elever i läs- och skrivsvårigheter förekommer i olika utsträckning sekundära svårigheter (Høien & Lundberg, 1999). Sådana svårigheter kan tex beröra läsförståelse, självbild, socio-emotionella faktorer, inlärningsstrategier och lärande i matematik. Problemet med matematikinläringen kan då uppstå som en följd av läs- och skrivsvårigheter. Andra problem som kan vara relaterade till läs- och skrivsvårigheter kan tex vara uppmärksamhetsproblem, koncentrations-svårigheter och sekvenseringssvårigheter. Sådana svårigheter kan naturligtvis också påverka matematikinläringen. Matematiken inrymmer ofta krav på skriftspråklig kompetens som kan överstiga förmågan hos elever i läs- och skrivsvårigheter.
- Det kan finnas socio-kulturella faktorer som orsakar svårigheterna och som har att göra med att eleven tex inte fått tillräckligt språkligt stöd i undervisningen (Rönnberg & Rönnberg, 2002; Sjölj 2000). Eleverna kanske förstår matematiska begrepp på sitt hemspråk men inte på svenska. Om eleverna i sitt lärande och för att uttrycka sitt kunnande och lösa matematiska problem endast får möjlighet att använda ett språk (svenska) som de inte behärskar är det lätt att tänka sig att det uppstår problem i många situationer. Bristfälligt stöd och stimulans i hemmet kan också bidra till svårigheterna.
- Det kan också finnas andra orsaker kopplade till bristfällig undervisning. Seligman talar tex om "inlärdd hjälplöshet". Han menar att barn i sig själva har en inre motivation att lära sig. Om de i den grundläggande inläringen i läsning, skrivning och matematik ständigt får arbeta med uppgifter som de inte klarar av och som de saknar förutsättningar för

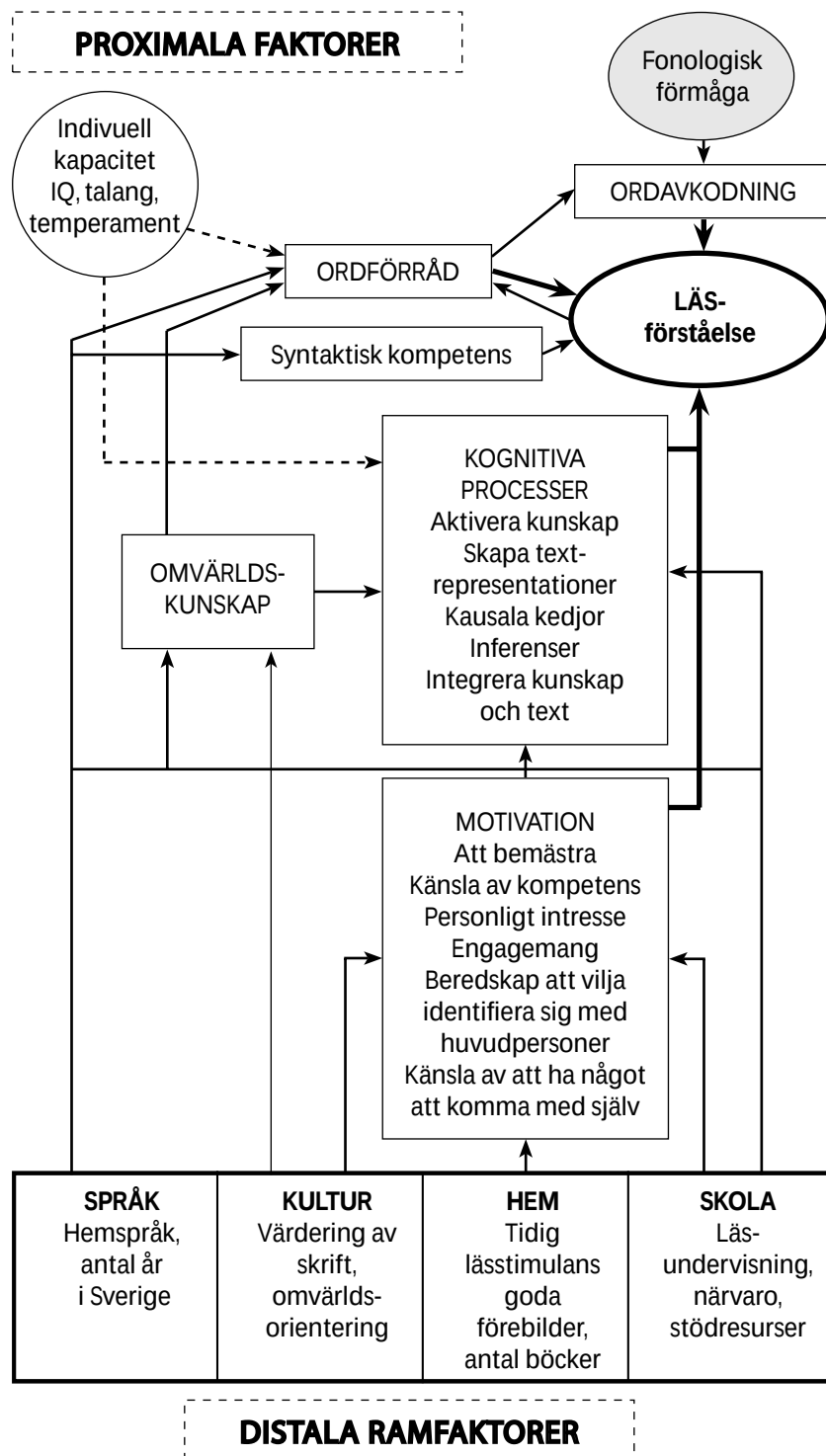
att lösa är risken stor att de ger upp att försöka på egen hand. Elever som tidigt får erfara upprepade misslyckanden och svårigheter riskerar att så småningom tappa modet och att utveckla en sämre självbild vilket i sin tur bidrar till ytterligare svårigheter (Høien & Lundberg, 1999).

- Sambandet kan också ha att göra med ett ömsesidigt samspel som innebär att olika faktorer inom de båda områdena ständigt påverkar varandra (Onatsu-Arviolommi & Nurmi, 2000).

Som vi ser det är detta de tänkbara möjligheter man har att arbeta utifrån. Elevernas situation bör kartläggas och en god undervisningsmiljö utvecklas och anpassas till den enskilda elevens behov och förutsättningar.

Att lösa skriftliga matematiska problem ställer krav på elevers läs- och skrivkompetens. För att förstå hur läs- och skrivsvårigheter kan påverka elevers begreppsbildning i matematik behöver vi veta något om vad det innebär att kunna läsa och skriva. Att reda ut sådana frågor kan ge oss ett underlag för vidare arbete med att utveckla matematikundervisningen.

Vår utgångspunkt är att somliga individer har svårt att ta till sig innehållet i skrivna texter. I figuren nedan är detta markerat längst till höger som *Läsförståelse*. Vad figuren särskilt vill framhålla är att en analys av läsproblem måste genomföras på många olika nivåer samtidigt och inte ensidigt utgå från att endast en nivå är tillräcklig. I figuren skiljer vi på *proximala faktorer* och *distala faktorer*. De proximala gäller faktorer hos den enskilda individen. Trots allt är ju individen faktiskt den som upplever problemen, även om det gärna hävdas att det enbart är skolan som har problem. De individuella problemen kan vara av olika slag. Vid mer renodlad dyslexi ligger tyngdpunkten på ordavkodningen vilken i sin tur har varit svår att utveckla på grund av de blockeringar som den bristfälliga fonologin har ställt till med. Men vi kan inte bortse från att somliga individer, även de med dyslexi, kan ha en helt otillräcklig vokabulär och otillräckliga kunskaper om omvärlden. Ibland är det då fråga om dåligt utvecklade kognitiva förutsättningar, men ibland blir också stimulansfattiga uppväxtvillkor allvarliga hinder för utvecklingen. En helt avgörande faktor är naturligtvis motivationen. Utan lust och vilja blir det inte mycket bevänt med läsningen. Motivationsbrister kan vara en följd av en långvarig historia av misslyckanden och hjälplöshet. De distala faktorerna kan också haft avgörande inverkan. Främlingsskap, dålig anknytning i tidig barndom, kulturfattigdom, kaotisk skolstart är exempel på distala faktorer som kan ha hindrat en god utveckling. Figuren vill sammanfatta de flesta kritiska faktorer som kan bidra till att förklara varför somliga individer har så svårt med skriften. Vi vill med figuren särskilt framhålla det dynamiska spelet mellan en rad olika faktorer på olika nivåer och därmed bidra till en mer nyanserad föreställning om vad läsvårigheter innebär och hur de kan uppkomma.



Vad är egentligen dyslexi?

Dyslexi är inte helt detsamma som läs- och skrivsvårigheter. Man måste gå under den manifesta ytan och ta fasta på det som ger upphov till svårigheter. Under senare år har allt större enighet uppnåtts bland forskarna om att dyslexi (ung ”svårigheter med ord”) i de flesta fall har att göra med svårigheter att handskas med språkets ljudsystem. Man brukar tala om fonologiska problem. Eftersom vår alfabetiska skrift avbildar språkets minsta ljudbitar (fonemen) är det kanske inte så märkligt att individer som har problem med ljuden också får problem med skriften.

I vardagligt tal behöver man aldrig tänka på de enskilda språkljuden. Talets ljudström kommer av sig själv. Fonemen glider i varandra utan tydlig åtskillnad. När man skall lära sig läsa och skriva måste man emellertid bli medveten om ljuden i talet. Man måste inse att ord är uppbyggda av fonem, språkets minsta byggstenar, och att dessa fonem i olika kombinationer kan bilda alla språkets otaliga ord. Denna medvetenhet om fonemen kommer inte av sig själv, och somliga barn har särskilt stora svårigheter att få fatt på, upptäcka eller medvetet uppmärksamma de undflyende och svårfångade fonemen. Därmed blir det svårt att knäcka den alfabetiska koden. Läsningen går långsamt och knaggligt, stavningen blir dålig.

Fonologiska problem behöver inte innebära att man har svårt att tala begripligt. De kan komma till uttryck på en rad olika sätt som inte behöver märkas så mycket i det dagliga livet. Förutom problem med att snabbt och säkert identifiera ord samt att stava ord korrekt kan man ha svårt med det verbala arbetsminnet (tex att hålla ett telefonnummer i huvudet sedan man slagit upp det i katalogen, komma ihåg nya namn, lära sig nya ord på ett främmande språk); man kan ha svårt att säga efter långa och krångliga nonsensord (tex robotsiflirkjotrilk); man kan ha svårt att på uppmaning kasta om de första konsonanterna i ett ordpar, tex ”katten jamar” skall bli ”jatten kamar”; man kan ha svårt att lära sig hemliga språk, tex all-språket eller rövarspråket. Ibland kan den fonologiska svagheten avslöjas som en viss brist på precision i uttalet av ord, särskilt lite längre och ovanliga ord, vilket kan avspegla en oklar inre föreställning om hur ord i detalj är uppbyggda. ”Va! Heter det jordgubbar? Jag har alltid trott att det hette jogubbar.”

Uppenbarligen har elever med dyslexi ofta problem som går utöver läsning och skrivning. En del barn kan hitta vägar att gå runt läsproblemet och kan kanske framstå om ganska normala läsare (det blir då ofta en ungefär-läsning som fungerar hyggligt så länge man slipper läsa högt). Det underliggande fonologiska problemet kvarstår dock och ger sig tillkänna när man sätts på ovanliga och svåra prov som tex att lära sig ett hemligt språk eller läsa nonsensord.

Den här svagheten på det fonologiska området tycks ofta var helt avgränsad och behöver inte omfatta djupare skikt av språkförmågan eller den allmänna intellektuella kapaciteten. I själva verket kan dyslexi ofta

vara förenad med stor begåvning på andra områden. Det finns många anekdotiska exempel på framstående personer med dyslexi, tex Faraday, Einstein, Rodin, Picasso, Aalto, Churchill. Många elever med läs- och skrivproblem kan således ha talanger på andra områden. Tyvärr har många fått sin självbild knäckt av läsproblemen och låter inte slumrande talanger komma fram. Skolan är inte heller alltid bra på att upptäcka särbegåvningar, särskilt inte hos elever som har en låg profil.

Tvillingstudier har visat att det finns ett ganska starkt ärfeligt inslag i dyslexi. På senare tid har man to m lyckats identifiera områden i den mänskliga arvsmassan där det sannolikt finns gener som kan ge en dyslektisk disposition. Med moderna metoder för avbildning av hjärnan har man också visat att den dyslektiska hjärnan bearbetar fonologisk information på ett något annat sätt än den normala hjärnan.

Dyslexi är alltså en funktionsnedsättning i det fonologiska systemet som kan ge sig tillkänna i problem med att hantera skrivna ord, särskilt ordigenkänning och stavning. Störningen har sannolikt en ärfelig och neurobiologisk bakgrund. Mellan 5 och 10 % av befolkningen antas ha en dyslektisk läggning med olika utpräglingsgrad. Det kan finnas en mindre grupp dyslektiker som inte har utpräglade fonologiska problem utan snarare problem med att hålla fast en inre visuell föreställning om ord.

Alla problem med läsning och skrivning är inte dyslektiska. Det finns naturligtvis barn med en mer allmän kognitiv funktionsnedsättning som gör att de har problem med att lära sig det mesta i skolan. Andra barn kan ha haft så kaotiska uppväxtvillkor och så dålig stimulans från omgivningen att deras ordförråd och allmänna omvärldsorientering är bristfälligt. Deras möte med texter kan då inte förväntas bli framgångsrikt. Man kan också tänka sig att den första läsundervisningen i vissa fall varit dåligt upplagd och bidragit till att en del sent mognande elever blivit förvirrade och inte utvecklat förståelse för hur den alfabetiska principen fungerar. Ett sådant tidigt misslyckande kan i värsta fall få förödande konsekvenser för det fortsatta lärandet. Det finns således en rad tänkbara anledningar utöver dyslexi till att elever uppvisar bristfälligt läsförmåga. En noggrann kartläggning av elevens svårigheter och bakgrund bör ge riktlinjer för hur de pedagogiska stödinsatserna skall läggas upp.

I vår fortsatta framställning kommer vår terminologi inte vara helt konsistent. Ibland talar vi om dyslexi, ibland om specifika läs- och skrivsvårigheter och ofta bara om läs- och skrivsvårigheter eller lässvårigheter. Detta oskarpa språkbruk hänger ihop med den forskning vi refererar till. En del studier är baserade på elever med mer tydliga dyslektiska drag, medan andra inte har inrymt någon närmare diagnos utan nöjt sig med att fastställa att eleverna haft lässvårigheter. I den internationella litteraturen växlar man också i språkbruket – ibland används uttrycket "reading disability", ibland "reading disorder" och ibland "developmental dyslexia". Eftersom dyslexi är en ganska vanlig anledning till lässvårigheter menar vi att vi inte gör alltför stort våld på verkligheten om vi ibland

använder termen dyslexi i en ganska vid bemärkelse och inte alltid har en god diagnos som grund för beteckningen. Från praktisk-pedagogisk synpunkt är det avgörande att när vi ställs inför en enskild elev som är i både lässvårigheter och matematiksvårigheter så måste vi försöka förstå samspelet mellan de två problemen. Detta samspel kan se helt olika ut för olika elever. I vårt framställning har vi försökt ge så mycket kunskapsunderlag som möjligt för att förstå hur detta samspel kan gestalta sig. Tyvärr har vi långt kvar innan vi mer i detalj kan nå klarhet i detta samspelets natur men uppenbarligen har en del elever så stora svårigheter i skolarbetet att de har rätt till särskilt stöd.

Särskilt stöd skall ges till elever som har svårigheter i skolarbetet.
(Skollagen 1 §, 4 kap)

En elev skall ges stödundervisning, om det kan befaras att eleven inte kommer att nå de mål som minst skall ha uppnåtts vid slutet av det femte och det nionde skolåret eller om eleven av andra skäl behöver särskilt stöd.

(Grundskoleförordningen 4 §, 7 kap)

Dyskalkyli

Dyskalkyli är en term som brukar användas som beteckning på problem med att lära sig matematik, främst grundläggande aritmetik. Termen är mycket problematisk och ofta missbrukat. Vi har därför valt att helt avstå från att använda begreppet dyskalkyli i vår översikt. Läsare som är intresserade av frågor kring forskning om dyskalkyli hänvisas till tex Malmer (1999), Price & Youé (2000), Magne (2001), Dalvang m fl, (2002).

Avgränsning

Forskning kring samband mellan läs- och skrivsvårigheter och matematikkunnande har hittills varit starkt koncentrerad till grundläggande aritmetik och tillhörande problemlösning med utgångspunkt i textuppgifter, ofta kallade "benämnda uppgifter". Mölleheds studie (2001) om läsförståelse och problemlösning i matematik omfattade årskurs 4–9. De flesta internationella studier är annars gjorda bland elever i de tidigare skolåren.

Denna kunskapsöversikt är därför i huvudsak koncentrerad till aritmetik och yngre elever. Elever i annan skolform än grundskola, som specialskola och särskola berörs inte i denna rapport. Översikten behandlar inte heller specifikt frågor om elever med annat modersmål än svenska. Här hänvisar vi istället till en studie som nyligen genomförts av NCM på uppdrag av Skolverket (Rönnberg & Rönnberg, 2001).

I lagtexter och styrdokument används begreppen årskurs och skolår parallellt. Vi har valt att följa lagtextens praxis och använder genomgående begreppet årskurs.

Matematik och språk

Matematikens språk och symboler

Många elever i läs- och skrivsvårigheter upplever problem inom olika områden tex i samband med lärande i matematik. Välmentala försök från lärarens sida att låta eleverna undvika läs- och skrivsvårigheter genom att låta dem arbeta med uppgifter där de språkliga kraven är minimerade rekommenderas inte (El Naggar, 1996).

En väl anpassad undervisning i matematik måste i stället innefatta sådana språkliga faktorer som påverkar elevernas lärande inom både läsning, skrivning och matematik. Miles (1992) menar att de kunskaper och insikter som läraren har om hur språkliga svårigheter påverkar lärandet i matematik är särskilt betydelsefulla för att dessa elever ska utveckla självförtroende och lust att lära matematik.

I så gott som all didaktisk litteratur betonas just språkets betydelse för begreppsbildning i matematik (Johnsen Høines, 1987; Grauberg, 1998; Malmer, 1999; Hendersson & Miles, 2001). Både skriftspråket och matematiken bygger på språk i form av text, instruktioner och symboler. Jakobsson-Åhl (1999) pekar på att skillnaden mellan vardagsspråket och det matematiska språket är matematikens speciella symbolsystem och graden av precision. För att kunna kommunicera via symboler måste man förstå relationen mellan matematiska begrepp, idéer och symboler. Matematiken har liksom det naturliga språket sin egen vokabulär, sin egen terminologi och sin egen grammatik som består av regler och konventioner som bestämmer på vilket sätt det skrivs (Jordan, 1998). Jordan påpekar emellertid att matematik inte är ett naturligt språk i samma bemärkelse som tex engelska eftersom matematik inte är ett första språk för någon enda person eller grupp av personer. Pimm (1987) betraktar matematiken ur ett lingvistiskt perspektiv och jämför matematikens språk med lingvistikens idé om att språk handlar om kommunikativ kompetens. Kommunikativ kompetens innefattar att veta hur språket kan användas för kommunikation i olika sociala sammanhang – hur språket kan anpassas för olika situationer. I ett samtal tex får lyssnaren god vägledning av tonfall, gester, blickar, ansiktsuttryck, kroppshållning, pekningar och många andra subtila ledtrådar som underlättar tolkningen. Pimm pekar också på vikten av att lärare är medvetna om de särskilda konventioner som gäller för muntlig och skriftlig kommunikation i och om matematik och hur det påverkar det som kommuniceras. Att lära sig tala och skriva när man arbetar med matematik kräver explicit

undervisning för att elever – särskilt elever i läs- och skrivsvårigheter – ska kunna använda muntlig och skriftlig kommunikation på ett effektivt sätt.

En del problem som tex omkastningar av siffror vid skriftliga beräkningar kan hindra eleverna i deras fortsatta utveckling och matematiska förståelse. Det är viktigt att lärare inte endast kontrollerar elevernas skriftliga arbeten utan också:

- Lyssnar till hur eleven läser symboler högt.
- Presenterar uppgifter uttryckt i matematiska symboler som eleven löser muntligt (använder ev åskådligt materiel).
- Presenterar muntliga uppgifter som eleven uttrycker med hjälp av skriftliga symboler.

(El-Naggar, 1996 s 11, vår övers)

Språksvårigheter

Samtidigt som matematikdidaktisk litteratur framhåller språket och kommunikationens stora betydelse för lärande i matematik måste man komma ihåg att läs- och skrivsvårigheter samtidigt är språksvårigheter, dvs problem kan uppstå både i talat och skrivet språk (Kibel, 1992). En del elever finner det svårt att uppfatta information som i huvudsak ges genom lärarens muntliga förklaringar och instruktioner, eftersom det innebär att de för sitt lärande måste förlita sig helt på det område som vållar problem, nämligen språket. Om muntlig information däremot också åskådliggörs genom handling, eller i visuell form, får eleven fler möjligheter att uppfatta och tolka informationen.

Inre föreställningar

Forskning visar att ett viktigt steg mellan elevernas laborerande med objekt och abstrakt arbete med tal är ett steg där de får *föreställa* sig objekten och utveckla förmågan att kunna skapa inre föreställningar (Joffe, 1983; Anghileri, 2000). Genom vår förmåga att göra oss inre föreställningar om händelser och fenomen kan vi när vi tex ska lösa problem, kommunicera med oss själva genom vårt inre tal (Bråten, 1998). Om elever får använda laborativt materiel enbart i syfte att komma fram till lösningar på tex enkla additionsuppgifter finns risken att eleverna inte utvecklar någon djupare förståelse. Det laborativa materielets funktion är att lyfta fram det matematiska tänkandet och att stödja språkliga förklaringar. Löwing & Kilborn (2002) betonar vikten av att man lägger undan det laborativa materieleet så fort eleven förstått en ny tankeform och att eleven får öva sig att använda den aktuella tankeformen i olika situationer. Ett av målen med att använda laborativt materiel, menar de, är att eleverna så snart som möjligt ska frigöra sig från det. Betydelsen av åskådlighet i matematikundervisningen som ett medel för att skapa inre

föreställningar har betonats i flera matematikdidaktiska arbeten under 1900-talet. (Se tex Kruse, 1910; Wigforss, 1952).

Den yttre åskådningen är emellertid ett medel att komma fram till den inre, till en åskådning i fantasien, till det åskådliga tänkandet. Och kravet på åskådlighet kan leda till överdrift i att visa barnen allt möjligt, som de redan har en klar uppfattning av, medan man försummar att uppöva deras förmåga av åskådligt tänkande.

(Wigforss, 1952, s 8)

Även om vissa barn spontant utvecklar förmågan att skapa inre mentala föreställningar behöver elever med dyslexi hjälp med detta. Joffe (1983) beskriver hur ett antal personer fick se en rad med olika bilder eller symboler under en kort stund. De skulle sedan försöka att muntligt återge så många av symbolerna som möjligt. De allra flesta personerna kom ihåg dem genom att utnyttja det inre tysta talet. De gav bilderna namn eller etiketter som tex "en stjärna med en linje", "tennisrack" etc. Personer med dyslexi använde denna namnteknik i mycket mindre utsträckning och mindes också färre bilder. När man blockerade normalläsarnas inre tal genom att låta dem upprepa "the" under hela tiden de fick se bilderna försämrades deras resultat avsevärt och låg i nivå med personerna med dyslexi.

Det inre talet är viktigt för att vi ska kunna skapa inre representationer av ett innehåll och för att kunna hålla aktuell information i minnet. När vi läser en text tyst aktiveras talorganen, vi kopplar på vårt inre tysta tal. När svårighetsgraden i texten ökar, ökar aktiviteterna i talorganen (Lundberg, 1984). I många sammanhang är det viktigt att hålla aktuell information i minnet. När vi skriver en text måste tankarna hållas aktuella i medvetandet så att vi kan skriva ned dem på papperet. Samtidigt planerar vi framåt sådant som vi strax ska skriva och sådan information måste också hållas aktuell i medvetandet. Hos elever med dyslexi kan vi se att de ofta tappar tråden och texten blir osammanhängande, eller att de skriver om samma meningar flera gånger eftersom de glömt vad de nyss skrev. När man gör beräkningar och tex ska addera två tal eller utföra en multiplikation i huvudet eller på papper krävs det också att man kan hålla aktuella talfakta i huvudet till dess man *utfört* beräkningen.

Joffe (1983) påpekar att svårigheter att skapa inre representationer bla kan visa sig vid algoritmräkning där eleven ska "växla" och "låna", tex:

$$\begin{array}{r} 19 \\ +36 \\ \hline \end{array}$$

I standardalgoritmen ska eleven addera 6 ental och 9 ental genom att omgruppera talen, hålla dem i minnet och ge dem nya namn – ett tiotal och fem ental. Eleven måste komma ihåg att addera det erhållna tiotalet till $3+1$ i tiotalskolumnen. Joffe menar att det finns ett antal förklaringar till den stora mängd fel som görs på den här typen av uppgifter av elever med dyslexi. En svårighet verkar just vara att namnge de omgrupperade talen med hjälp av det inre talet och dessutom behålla all aktuell information i minnet som är nödvändig för att utföra beräkningen.

Från konkreta erfarenheter till abstrakt symbolisering

När nybörjarna ska lära sig skriva i skolan sker det i stor utsträckning genom att de överför sitt eget muntliga språk till skriven form i små berättelser och händelseböcker. Elevernas skriftspråkliga kunnande uttrycker då inte deras egentliga språkliga förståelse. Med tiden och i takt med att barnens erfarenheter och kunnande växer ökar den skriftspråkliga komplexiteten i syntax, omfång, stavning med mera. Inte heller i den grundläggande inläringen i matematik speglar elevernas förmåga att uttrycka sig genom matematiska symboler deras verkliga förståelse för situationer som har att göra med matematik. Anghileri (2000) menar att på samma sätt som det tar lång tid att utveckla skriftspråklig kompetens, tar det lång tid för elever att överföra konkreta erfarenheter till mentala representationer och motsvarande matematiska symboler.

Konkret erfarenhet → Mentala representationer → Symbolisering

Skapa samband mellan språk och handling

Genom att sortera och gruppera verkliga objekt som leksaksbilar, gosedjur, kottar etc introduceras barnen till mönster som kan benämnas med talnamn. Talet "5" kan representeras av en samling bilar, dockor eller knappar. Men "5" är i sig själv en abstraktion av varje sådan gruppering. Genom att samtala om sina erfarenheter kommer barnen att etablera korrekta talnamn med visuella mönster som de vid upprepade tillfällen möter och som utgör grunden för mentala föreställningar (Anghileri, 2000). Innan barnen använder abstrakta symboler kan de börja modellera tal med hjälp av åskådligt materiel och ta hjälp av sina fingrar för att symbolisera de verkliga objekten (Carpenter & Moser, 1984). I klassrummet introduceras kulramar, tiobasmateriel och tallinjer som kan representera talen på ett strukturerat sätt. Genom tiobasmateriel kan strukturen för positionssystemet i ental, tiotal, hundratal osv bli enklare att upptäcka. För elever med dyslexi rekommenderas att de alltid får möjlighet att uttrycka sina tankar i talat språk i samband med att de laborerar med åskådligt materiel (Henderson & Miles, 2001). Att sätta

ord på sina tankar är ett sätt att synliggöra dem, vilket är betydelsefullt för att eleverna ska kunna sammanbinda språket med själva handlingen. De muntliga formuleringarna förstärker förståelsen av de laborativa undersökningarna och eleverna använder på så sätt flera sinnen för sitt lärande.

Kibel (1992) betonar att språk och handling interagerar och stöttar varandra och att elever dessutom måste få den tid som krävs för att språket i olika situationer ska kunna utvecklas till att stå på egna ben. Hon beskriver hur Alex, en pojke med dyslexi, varje gång han skulle dela upp tal måste beskriva sin handling i ord. Språket hjälpte till att klargöra innehållet i handlingen. För Alex var det nödvändigt att uttala orden högt både för att minnas och för att klargöra innebörden i handlingen. Genom att använda åskådligt materiel och utföra handlingar parat med muntligt tal underlättades lärandet. Kibel betonar vikten av att elever som Alex får beskriva en handling muntligt i många olika situationer och under lång tid. För Alex var matematiska termer som "ett tiotal", "tio ental" "växla" osv bundet till själva handlingen när han laborerade med talblock som representerade ental, tiotal och hundratal. Genom att han fick arbeta multisensoriskt och genom att han fick befästa de språkliga matematiska uttrycken minskade och upphörde så småningom behovet av åskådlighet genom talblocken. Språket i sig räckte för att frammana inre representationer för de matematiska begreppen.

Många pedagogiska idéer som ges för elever i allmänhet, i matematikdidaktisk litteratur som betonar vikten av att elever lär sig med begreppslig förståelse, passar också elever med dyslexi. Kibel påpekar att det som framför allt skiljer är att de senare behöver en mycket strukturerad och explicit undervisning där de språkliga svårigheterna beaktas och att tid är en mycket kritisk faktor för lärandet.

Elevers egna uttrycksformer

Många lärare anser att förskolan spelar en mycket viktig roll för barnens läs- och skrivinlärning och lärande i matematik särskilt när det gäller barn som riskerar att utveckla svårigheter inom dessa områden (se bilaga). Genom att barnen får använda sitt eget talade språk och genom att de får skapa egna bilder och symboler som uttryck för händelser i vardagen med anknytning till matematik kan de redan i förskola och i förskoleklass börja utveckla förståelse för de matematiska symbolernas funktion (Ahlberg, 1995; Doverborg & Pramling Samuelsson, 1999; Johnsen Høines 1997).

Plasencia et al. (2001) betonar att elever bör uppmuntras att använda egna kreativa uttrycksformer, som de har förståelse för, på alla nivåer i utbildningen. I en intressant studie gjord bland elever i årskurs 8 beskrivs hur lärares attityder till elevers informella sätt att lösa matematiska problem innebar att de elever som lärt sig att använda "skolmatematikens"

lösningsmodeller oftare betraktades som "briljanta" i matematik även om de inte hade några egna kreativa idéer om hur de skulle kunna ge sig i kast med ett problem som var nytt för dem och som krävde andra Lösningsstrategier än de som de redan kunde. Å andra sidan betraktades fantasirika och kreativa elever, som gav sig i kast med nya problem och som de fann relevanta lösningar på, ändå av en del lärare som okunniga, eftersom de inte lärt sig memorera och använda skolmatematiken utan hade egna informella förslag på lösningar. Plasencia et al. påpekar att om skolan vill utbilda elever till kreativa och fantasirika matematiker med ett fritt tänkande måste elever som är mer intuitiva i sitt tänkande och mindre akademiska uppmuntras och ges en undervisning som bidrar till att de kan utveckla sitt abstrakta tänkande. Det borde vara lika viktigt för de elever som lär sig matematiska formler och procedurer, men som inte törs ha några egna idéer och Lösningsförslag, att de även får utveckla sin egen fantasi och kreativitet. För elever med dyslexi kan problemen med symboler och symbolhantering vara den primära orsaken till svårigheter, snarare än förståelse av de matematiska begreppen (Miles & Miles, 1992; Steeves, 1983; Chinn & Ashcroft, 1999). I förskolan och i den inledande undervisningen i skolan är det ytterst viktigt att elever uppmuntras att uttrycka sig med olika representationsformer, både informella och mer formella, för att de ska bibehålla sin kreativitet och för att utveckla tilltro till sitt eget tänkande så att de vågar ge sig i kast med matematiska problem som de inte finner formella lösningar på. Detta gäller på alla nivåer i undervisningen. Lärarens uppgift är att hjälpa eleverna att utveckla sitt tänkande så att de också med tiden lär sig formellt tänkande. Detta innebär inte att man också måste lära sig på ett formellt sätt.

I en nyligen publicerad studie gjord bland lärarstuderande, problematiserar Johnsen Høines (2002) språkets funktion som ett fundamentalt redskap i lärandeprocessen.

Komplexiteten i elevers språkanvändning behöver studeras ytterligare för att öka förståelsen för vad som sker när man rör sig från ett språk till ett annat, från informella uttrycksformer till formella, från personliga erarenheter till generella förklaringar och utsagor. Syftet är bl a att försöka synliggöra de processer som sker när man kommunicerar ett matematiskt innehåll och försöker komma till insikt och förstå matematisk uttryck (notions) genom att undersöka olika sätt att uttrycka sin förståelse. Johnsen Høines refererar bl a till Bakhtin och studien har sin utgångspunkt i ett textteoretiskt perspektiv.

Symbolutveckling

Van Oers (2000) påpekar att symboler inte kan referera till handlingar, situationer eller till andra symboler om inte innebörderna i dessa referenter är kända. Symbolen *R* utefter en vägsträcka som refererar till restaurang kan bara förstås om man redan vet vad restaurang är. De första

symbolerna som barn konstruerar sker på basis av likhet med det som refereras till. Man kan skilja på:

Ikoniska tecken där det finns en perceptuell likhet mellan symbol och referent: $\Delta \rightarrow$ triangel. Detta motsvaras av barnens egenhändigt ritade teckningar eller bilder som de gör för att lösa matematiska problem och där man kan se vad bilden föreställer.

Indextecken som bygger på ett samband mellan tecken och referent: rök $\rightarrow$ eld. Ett exempel är när Louise, en femårig flicka, varit på studiebesök på en bondgård och senare dokumenterar hur många hästar hon sett genom att rita en häst så att man förstår *vad* hon räknat, men sedan gör hon 9 prickar för att tala om *hur många* hästar hon sett.

Symboler som bygger på konventionella relationer mellan tecken och referent: $X \rightarrow$ multiplikation.

Symbolerna har i det sista exemplet skiljts från perceptuell likhet och de refererar till något annat på basis av inre teoretiska relationer mellan symbol och det den hänvisar till. Nödvändigheten av perceptuell likhet har upphört. Många forskare och lärare som arbetar med elever med dyslexi påpekar att det är mycket viktigt att dessa elever får en särskilt tydlig undervisning som bygger på förståelse för symbolers innebörder och hur de hanteras eftersom detta är en speciellt kritisk punkt för elevernas lärande i och om matematik (Miles, 1992; Chinn & Ashcroft, 1998; Henderson, 1998; Malmer, 1999). Elever som har svårt med hur symboler hanteras bör alltid arbeta muntligt i samband med att nya matematiska begrepp introduceras och använda mer konkreta representationsformer innan de gör överföringar till de matematiska symbolerna (Grauberg, 1998).

Symbolers innebörder

Att lära sig förstå innebörder i de matematiska symbolerna kan innefatta flera problem för elever i läs- och skrivsvårigheter. Det kan dels vara problem att hålla reda på och se skillnad mellan olika tecken och symboler tex $+$ och $\times$, eller $-$ och $\div$, dels vara svårt att förstå de tankar och idéer som tecknen och symbolerna representerar. I våra hindu-arabiska siffror finns inte några direkta kopplingar mellan siffrorna och deras innebörder. Talet 100 skrivs med en etta och två nollor men har namnet "ett hundra". Sambanden mellan siffra, tal och namn i det systemet bygger helt på *konventioner*. Det innebär att eleverna måste lära sig två helt olika system för att räkna i tiotal (Butterworth, 2000). Först ska de lära sig det verbala systemet som inte är ett positionssystem utan ett kodat system eller ett namnvärdesystem. Vi har särskilda namn för vissa potenser av tio: "tio", "hundra", "tusen", "miljon". Vi säger "tvåhundratolv", inte "två ett två". Dessutom ska eleverna lära sig det hindu-arabiska siffersystemet som är

ett positionssystem och de måste lära sig översätta eller omkoda från det ena systemet till det andra. Det mest grundläggande, påpekar Butterworth, är att eleverna måste lära sig att större tal består av mindre tal, att båda systemen använder sig av "additiv sammansättning". De måste med andra ord lära sig att både tolv och 12 betyder tio plus två. Talen mellan tio och tjugo kan vara problematiska eftersom tiotalet står på "fel" plats, "fem-ton", "sex-ton" osv (se tex Kilborn, 1989). I många andra språk, tex kinesiskan, finns det däremot överensstämmelse mellan talens positioner och deras namn. Det heter tex "tio-ett", "tio-två", "tio-tre" osv. Kinesiska barn behöver inte lära sig nya ord eller nya delar av ord för tiotalen 20, 30, 40 osv eftersom antalet tiotal framgår tydligt genom namnvärdesystemet, två tio, tre tio, fyra tio osv. Vårt namnvärdesystem för tiotalen bygger på samma princip, bortsett från namnet för "20", men språkligt framgår det inte lika tydligt som i det kinesiska språket. Kinesisktalande taiwanesiska barn som är 4, 5 och 6 år gamla är anmärkningsvärt mycket bättre än amerikanska barn på att räkna med tal mellan 11 och 20 (Butterworth, 2000). De verkar också som om överensstämmelsen i struktur underlättar förståelsen för hur man adderar tal.

Lärande genom kommunikation

Vygotsky har hävdat språkets stora betydelse för allt lärande. Han menar att språket leder barnets utveckling framåt och att språk och tanke utvecklas i en ständigt pågående dialektik. En av Vygotskys teser är att det är ett socialt samspel, interaktionen mellan människor, som har en avgörande betydelse för begreppsutvecklingen och för förmågan att skapa nya tankestrukturer. Imitation är en viktig del i barns lärande (Bråten, 1998). Med imitation menas inte ett ensidigt härmande av den vuxnes handlingar och språk utan ett meningsfullt samspel och ett ömsesidigt utbyte av innebörder. Van Oers (2000) menar att det ibland skett en missuppfattning bland lärare om hur elever "konstruerar kunskap" som liktydigt med att elever lär sig på egen hand. En ensidig fokusering på tyst räknande i matematikböcker och ensamarbete med eget arbetsschema kan vara tecken på sådana missuppfattningar. Men läraren är en central person för elevers lärande där kommunikation och reflekterande samspel, enligt våra läroplaner, är viktiga komponenter.

Johnsen Høines (1997) har utgått från Vygotskys teorier om språkutveckling och låtit elever använda sitt eget muntliga språk, rita bilder och skapa egna symboler för att uttrycka tankar och idéer om matematik i samspel med kamrater och lärare. Johnsen Høines talar om begrepps-innehåll och begreppsuttryck. Begrepps-innehållet är tex tankar och uppfattningar som vi har av omvärlden. Begreppsuttryck är det språk med vilket vi kan uttrycka dessa tankar och idéer. Att uttrycka sig språkligt blir då en viktig del av begreppsutvecklingen. Sådant samspel och kommunikation mellan elever och mellan elever och lärare sker tex när

eleverna löser problem i par eller i grupper av elever där de diskuterar olika förslag på lösningar och val av strategier. I samtalen med lärare och kamrater konfronteras elevernas uppfattningar av ett problem och deras förståelse kan utvecklas och fördjupas när de möter andra sätt att tänka och uppfatta (Ahlberg, 2001). Samtidigt bör det påpekas att kommunikation och samarbete i sig inte garanterat leder till att eleverna utvecklar sin begreppsliga förståelse för matematik. Om man vill utveckla ett arbetssätt som stimulerar till samarbete och kommunikation mellan elever måste man fundera över vad ett sådant arbetssätt ska innehålla och leda till.

Undervisningen måste anpassas till olika elevers förutsättningar så att de ges möjligheter till adekvata utmaningar och det är därför viktigt att lärare har goda kunskaper om sina elevers utveckling och om den matematik de ska lära sig. Elever med dyslexi kan uppleva det särskilt svårt att endast lita till muntligt språk och kommunikation i en problemlösningssituation. Behovet av att samtidigt tala, se och laborera med någon form av åskådligt materiel är ibland mycket stort och det tar lång tid och kräver mycket erfarenhet innan språket i en viss situation kan stå på egna ben (Kibel, 1992). För andra elever kan visuellt materiel i form av bilder, diagram o dyl vara det bästa stödet i kombination med muntlig kommunikation.

Skapa möte mellan informell och formell kunskap

De allra flesta barn i världen, vilket land, kultur, social klass eller etnisk grupp de än kommer från, utvecklas i en omgivning som på många sätt är rik på kvantitativ information och händelser (Ginsburg, 1997). Även om barnens erfarenheter av kvantitet varierar lär sig de allra flesta ett sådant fundamentalt matematiskt system som tex räkneramsan och han menar att det är nästan omöjligt för barn att undgå att lära sig viss informell matematik. Ginsburg definierar "informell" matematik som sådan matematik som uttrycks i vardagliga termer och som man lär sig utan undervisning. Han menar att informell matematik utvecklas hos barn därför att de är nyfikna och kan ha praktisk användning av sina kunskaper. Inre motivation framstår som en viktig drivkraft i barns önskan att lära sig. En viktig fråga enligt Ginsburg är hur lärare kan möta barnen med respekt för deras informella kunskaper och hjälpa dem att utveckla sina tankar och idéer och föreställningar.

D'Ambrosio (2000) betonar betydelsen av "etnomatematik", dvs relationen mellan kultur och matematik. Han påpekar att varken lärare eller folk i allmänhet ser att matematik och kultur har något samband. Om man i skolan försöker lyfta fram sådana samband sker det tex genom att eleverna får arbeta med multikulturella aktiviteter mer som ett kuriöst inslag och med kulturer som är främmande för eleverna i klassen. Men D'Ambrosio menar att om eleverna får erfarenhet av multikulturella

aktiviteter som speglar människors kunnande och handlande i olika kulturella miljöer, kan de lära sig att både uppskatta matematiken och samtidigt utveckla respekt för människor som är olika dem själva.

I många klassrum dominerar mekanisk färdighetsträning (Thompson, 1992b). Detta kan vara förödande för elever med begränsat minne (Chinn & Ashcroft, 1998). Men det kan också leda till att elever i allmänhet kan utveckla svårigheter pga en undervisning som inte förmår möta och hjälpa dem att utveckla sina informella tankar, idéer och strategier så att det leder till meningsfull matematisk förståelse.

Ords innebörder

Det finns en skillnad mellan begrepp och namn för begrepp. Mening och innebörd i ord varierar från människa till människa beroende bl a på kunskaper och erfarenheter (Lundberg, 1984). Namnet på ett begrepp är inte detsamma som begreppet som fått sitt namn. Tänker vi tex på *matematik* innebär inte det att var och en gör sig samma föreställningar om ordets innebörd.

Watson (1996) påpekar, att när elever utvecklar och tar till sig det matematiska språket så betyder inte detta att vikten av informell kommunikation minskar. Ett problem för många elever i lässvårigheter är kontrasten mellan precisa matematiska ord och deras innebörder och allmänna vardagliga ord (Henderson & Miles, 2001). Olika typer av ord som kommuniceras i undervisningen i matematik kan klassificeras som:

- Allmänna icke-matematiska ord som *är, därför att, skola*
- Matematiska ord som *polygon, kvadrat, täljare, koefficient*
- Allmänna ord som även har en matematisk innebörd som *funktion, volym, likhet*

Det finns risk för att det uppstår förvirring när ord i den tredje kategorin används i sin matematiska betydelse men uppfattas i sin vardagliga betydelse: *Vad är volym? Det är en knapp på CD-spelaren.* Se även Wells (2002). Ginsburg (1997) påpekar att undervisningen i matematik i allt för liten utsträckning tar sin utgångspunkt i elevernas informella uppfattningar, språk och strategier, när de kommer till skolan. Miles (1992) betonar matematikens språkliga karaktär och menar att det inte bara är skriven matematisk text som vållar problem för elever med dyslexi, det gör i hög grad även i den muntliga kommunikationen där ett problem tycks vara att lära nya ord. Hon framhåller betydelsen av att lärare i undervisningen arbetar specifikt och systematiskt med olika matematiska ord och uttryck som eleven ska lära sig. På samma sätt som undervisningen i läsning och skrivning tar sin utgångspunkt i att läsförståelse inte utvecklas genom isolerad färdighetsträning av enskilda ord, måste lärare lägga sig vinn om att matematiska ord och uttryck ingår i för

eleven relevanta sammanhang och tar sin utgångspunkt i elevens tidigare erfarenheter och språkliga kompetens.

Sammanfattning

I den här delen har vi betonat språkets roll för begreppsbildningen i matematik och vikten av att tala, läsa och skriva i samband med matematik.

Att uttrycka sig muntligt och skriftligt i matematik har flera syften. Ett är att eleven i ett socialt sammanhang ska förmedla något till någon annan. Ett annat är att eleven uttrycker sig i tal och skrift för att kunna organisera sina tankar och lära. Genom att sätta ord på tankar och idéer lyfts de upp och blir synliga för reflektion och eftertanke och på så sätt kan en djupare förståelse nås.

Förståelse för de matematiska symbolernas innebörder och hur de används är en av stötestenarna för elever i läs- och skrivsvårigheter. Det är därför nödvändigt att lärare lägger stor vikt vid att undervisningen bidrar till att elever utvecklar god taluppfattning och förståelse för samband och relationer mellan tal och mellan tal och procedurer och hur tankar och idéer uttrycks genom matematiska symboler.

I den grundläggande inläringen i matematik speglar inte barnens förmåga att använda matematiska symboler deras verkliga förståelse för situationer som har att göra med matematik. Genom att kommunicera med sitt eget talade språk, använda sina egna uttrycksformer, rita bilder och handskas med verkliga objekt, skaffar sig barnen erfarenheter som sedan kan utvecklas till formella kunskaper och förståelse. Då symbolhanteringen kan vara särskilt problematisk för elever i läs- och skrivsvårigheter är åskådlighet och reflekterande samtal nödvändiga på alla nivåer i undervisningen.

Ett viktigt steg mellan elevernas laborerande med objekt och abstrakt arbete med tal är ett steg där de får föreställa sig objekten och utveckla förmåga att kunna skapa inre föreställningar. Genom vår förmåga att göra oss inre föreställningar om händelser och fenomen kan vi när vi tex ska lösa problem, kommunicera med oss själva via vårt inre tal. Att utveckla denna förmåga tycks vara en kritisk punkt för elever med dyslexi. Det är därför särskilt viktigt att lärare utvecklar en undervisning som bidrar till att eleverna lär sig skapa inre bilder, inre representationer av tal och händelser med anknytning till matematik, så att de också kan utveckla formellt tänkande om matematik.

I följande två avsnitt tar vi upp frågor som rör läsning och lässvårigheter. Matematiken inrymmer en textvärld som man bara kan få tillgång till om man har väl utvecklade läsfärdigheter. Vägen mot en bättre förståelse av faktatexter och sådana texter som matematiken inrymmer beskrivs också i det därpå följande kapitlet.

Vägen till skriftspråket

Den första läsinlärnningen i ljuset av aktuell forskning

En av skolans allra viktigaste uppgifter är att se till att alla barn lär sig läsa. I dag är den uppgiften mer angelägen än någonsin, eftersom skriftspråket får allt större betydelse i arbetslivet och samhällslivet. Samtidigt lämnar alltför många människor skolan med otillräckliga läsfärdigheter.

Debatten om den rätta metoden i den första läsundervisningen har tidvis haft en påfallande hetta, vilket kan ses som ett uttryck för den stora vikt man tillmäter goda läsfärdigheter. Tyvärr har debatten också lett till en extrem polarisering av ståndpunkter som i grunden inte gagnat arbetet i skolan. Dessbättre har verkligheten kunnat bidra med en bättre balans. Det finns knappast någon företrädare för en extremt ljudinriktad läsundervisning som på allvar skulle hävda att meningsfulla upplevelser inte skulle vara viktiga vid läsning eller att läsandets lust och glädje inte betydde något. Det finns inte heller någon företrädare för en helt förståelseinriktad metodik som i praktiken inte försöker utnyttja det alfabetiska systemets möjligheter vid identifiering av skrivna ord. Dessutom kan läsundervisningen nu bygga på en gedigen fond av systematiskt vetande som byggts upp av en livaktig läsforskning.

I detta bidrag har vi ingen önskan om att höja den polemiska temperaturen. Möjligen kan vi utifrån en forskares perspektiv demonstrera hur onödigt tillspetsad debatten tidvis varit. Barnets väg mot skriften är en väg med dubbla spår som löper tätt samman och förutsätter varandra. På detta begränsade utrymme och för att inte tynga framställningen avstår vi från att fortlöpande referera till olika forskningsrön och undersökningar, men i slutet lämnar vi en lista på viktiga referenser som stöder vårt resonemang.¹

De första stegen är särskilt viktiga

För somliga barn är det svårt att lära sig läsa. Det finns stor risk att det kan gå snett i det avgörande skedet när man skall förstå hur det egentligen går till att läsa, när man skall knäcka den alfabetiska koden. Om man blir förvirrad då och upplever vanmakten att inte kunna, att inte förstå, kan man lätt drivas in i en ond cirkel, där nederlag föder nya nederlag, där man tappar tron på sin egen förmåga och där man helst vill fly från alltsammans. Skolan måste göra allt för att förhindra detta. En genomtänkt metodik och engagerade lärare kan här få avgörande betydelse för barns fortsatta skolgång och kanske för resten av livet.

¹ Referenser till de följande två kapitlen finns samlade i en särskild lista på s 181.

Barns tidiga möten med skriftspråket måste bli meningsfulla, glädjefulla och samtidigt så noggranna och systematiska att misslyckanden kan undvikas. I Sverige liksom i Finland kan vi bygga vidare på en lång och framgångsrik tradition som inneburit att svenska och finska skolbarn läser bättre än barn i de flesta andra länder. Stora förändringar har emellertid skett i det svenska samhället under de senaste årtiondena, förändringar som också djupt ingripit i barns uppväxtvillkor. Otvivelaktigt har dessa förändringar också konsekvenser för arbetet i skolan.

En ökad invandring har gjort att vi har fler barn än någonsin som talar ett annat språk hemma än i skolan och som lever på ett annat sätt än svenska barn. En stor arbetslöshet har skapat otrygga förhållanden för många barn. Ökad familjesplittring och ökad inflyttning till storstadsområdena har också bidragit till otryggheten. Datoriseringen och ny kommunikationsteknik, tex mobiltelefoner och Internet, tillsammans med nya TV-kanaler, video och datorspel är andra faktorer som förändrat livet för många familjer. En majoritet av barnen har numera också flera års erfarenheter av offentlig barnomsorg och förskola när de kommer till skolan. Hur möter vi dessa nya behov som förändringarna i barns villkor skapat?

En annan anledning till att vi nu behöver stanna upp och begrunda frågor om läspedagogik är att forskningen om läsning och läs- och skrivsvårigheter har varit särdeles livaktig under 1990-talet. En lång rad undersökningar har gett bekräftelser på sådant som man bara anade tidigare: Lässvårigheter kan effektivt förebyggas med en planmässig undervisning som hjälper barnen att förstå den alfabetiska skriftens princip.

Barn är olika

En nybörjargrupp i dag kan inrymma barn med de mest skilda förutsättningar – en del är trygga, lugna och nyfikna; de är uppfyllda av god självförtroende och entusiasm inför allt de skall få lära sig. Många har redan kommit långt i sin läsutveckling och läser nästan flytande; vuxnas eller kanske äldre syskons dagliga högläsning har gett dem ett stort ordförråd och en känsla för skriftspråkets egenart. Andra barn som kommer till skolan är otrygga, oroliga, okoncentrerade, högljudda eller alltför tillbakadragna och rädda. Deras ordförråd är torftigt, och föreställningarna om läsning och skrift är mycket diffusa. De känner bara igen några enstaka bokstäver; ingen har läst godnattsagor för dem hemma; dagstidningar, tidskrifter och böcker är en sällsynthet i deras tillvaro; de har inga vuxna förebilder som visar värdet och glädjen av att läsa.

Läraren står nu inför den mycket vanskliga uppgiften att ge alla barn det stöd och den stimulans som de behöver inför mötet med skriftspråkets krav.

Det är många lärares erfarenhet att det numera finns ganska många nybörjare som behöver en mycket långsam och försiktig färd in i skrift-

språket, och att de läromedel som används ofta är för svåra, går fram i för snabb takt eller är alltför osystematiska. Att gå försiktigt fram innebär dock inte att barnen skall förhindras att så tidigt som möjligt få uppleva läsningens mening och glädje utifrån den blygsamma färdighetsnivå som de uppnått.

Barnen som kommer till skolan är inte bara 20–25 enskilda individer, var och en med sin egenart och sina speciella förutsättningar. Det är också en grupp som i samverkan och i socialt samspel skall förstå sin värld; det är fråga om en meningsskapande gemenskap där alla kan ge sitt bidrag.

Läraren står inför den svåra avvägningen mellan att avpassa undervisningen till varje enskilt barn och att ta tillvara den kollektiva kraft som finns samlad i en grupp ivriga nybörjare. Den andra svåra avvägningen som läraren ställs inför gäller läsandets lust, glädje och mening å ena sidan och läsandets tekniska avkodning å den andra sidan. Vi skall komma tillbaka till dessa avvägningar. Men först bör vi se närmare på vad som egentligen gör att en del barn har så svårt att bli goda läsare.

För en del barn går läsinläringen lätt

För många barn blir den första läsinläringen i skolan en ganska lätt uppgift. De kan redan många bokstäver och är mycket nära att förstå hur man kan läsa ut ord från en grupp bokstäver. Och har man väl fattat hur det alfabetiska systemet fungerar, så har man faktiskt en mycket effektiv metod som gör att man kan gå vidare på egen hand. Barn som har nått så långt i sin läsutveckling går omkring och läser på allt som kommer i deras väg – skyltar, järnluckor i gatan, varunamn, rubriker i tidningar, etiketter, anvisningar etc. Hela tiden får de övning och stärker därmed sin färdighet och känner glädjen över att vara på väg att bemästra något som de inte kunde tidigare. Denna känsla av att kunna är en mäktig källa till tillfredsställelse och sporrar till fortsatt övning. Observera att ordens innebörder inte nödvändigtvis måste vara viktiga för barnen i detta skede. Så tex är tillverkaren av gatans järnluckor inte en central fråga i barnens liv. Däremot är det lustfyllt i sig att få pröva sin förmåga och kunna läsa ut namnet på tillverkaren, tex TIERP. En sådan självinstruktion kan för många barn få större omfattning än den tid man ägnar åt läsning i skolan.

För dessa lyckligt lottade barn spelar nog undervisningsformen i skolan inte så stor roll. De lär sig i stor utsträckning på egen hand läsandets teknik och uppnår snart säkerhet och flyt vilken metodik läraren än använder. Det som är särdeles viktigt för dessa barn är emellertid att de redan från början får erfara läsandets lust och glädje, att skriften i omgivningen får liv och blir till tal, att läsandet ger nyckeln till en värld av fantasi, spänning, kunskap, äventyr och glädje. Här är lärarens ansvar stort när det gäller att grundlägga ett bestående intresse för läsning.

Några barn har stora svårigheter att lära sig läsa

Uppläggningsen av den första läsundervisningen blir, som vi redan framhållit, helt avgörande för en del barn. De har stora hinder att övervinna innan de förstår hur talade ord kan delas upp i små bitar, konsonantljud och vokalljud, och hur dessa bitar (fonem) kan avbildas med bokstäver och hur sekvenser av tecken från vänster till höger kan bilda ord som ger mening och innehåll. Här gäller det att gå varligt fram med en läsundervisning som är genomtänkt, systematisk och anpassad till varje barns nivå och utvecklingstakt, en läsundervisning som bygger på vetenskaplig grund.

Som vi redan nämnt har forskningen om läsprocessen varit mycket livaktig under det senaste årtiondet, och vi vet nu mycket om vad som sker och varför det kan gå snett. Det som vi bara intuitivt anade för tio år sedan har nu fått en rad vetenskapliga bekräftelser. Nu är det helt klart att barn som inte kommit tillräkta med den alfabetiska koden och identifierar ord långsamt och med stor osäkerhet får stora svårigheter att förstå texter. God ordidentifiering är således en förutsättning för god läsförståelse. Medvetenhet om talade ords ljudmässiga uppbyggnad är i sin tur en förutsättning för god ordavläsning.

Tal och skrift är olika

Vad är det då som gör läsinläringen så svår för en del barn? Människor lär sig tala tidigt utan planmässig undervisning. Så länge man får vistas bland andra människor finns det ingenting som kan stoppa talspråksutvecklingen (bortsett från dövhet eller svåra hjärnskador). Att lära sig tala är således lika naturligt som att lära sig gå. Det är inte alls lika självklart och naturligt att lära sig läsa och skriva. Idén att med grafiska symboler fånga in det undflyende talet, fästa språket på papper och kunna bevara det till eftervärlden har inte funnits mer än några tusen år. Och det är först i vår tid och i vår del av världen som de flesta vuxna genom skolundervisning blivit läskunniga. Fortfarande finns det nästan en miljard analfabeter i världen, av vilka många dagligen och stundligen exponeras för skrift i omgivningen utan att de lär sig läsa.

Vår alfabetiska skrift är kopplad till eller kan sägas vara en kod eller snarare ett chiffer för det talade språket. Denna kod är sådan att de flesta människor måste få vägledning om hur det hela fungerar. Vi skall nu se efter hur den koden är beskaffad. Bokstäverna på papperet ligger ordnade i prydligt grupperade rader med varje bokstav klart åtskild från andra bokstäver. Orden skiljs åt med tydliga mellanrum. När man talar blir det helt annorlunda. Man stöter inte ut ett ljud i taget, utan talet flyter fram i en melodisk ström där de enskilda ljuden glider i varandra, påverkar varandra och till och med försvinner i varandra. "Lundberg" låter mer som "Lumbär", "naturligtvis" kan bli "natutvis" eller rentav "nas". Ofta finns ingen liten paus som markerar ordmellanrum eller ny

mening. Denna flyktiga men ändå meningsbärande ljudström har man fångat in i skriften, fryst i tiden och lagt fast i väl avgränsade enheter. Varje ords uppbyggnad är tydligt och detaljerat markerad med en sekvens av åtskilda bokstavstecken.

När en talare sänder ut språkljud i luften med sitt talorgan handlar det om att man format "gester" med munnen och tungan. Flera delar av talorganet är i gång mer eller mindre samtidigt. På så sätt kommer flera segment (fonem) ut samtidigt när man talar. När man tex säger ordet "bok" så har man redan rundat läpparna till vokalljudet [o] innan eller samtidigt som man formar [b]-ljudet. Dessutom har [k]-ljudet kommit i gång långt innan man är färdig med [o]-ljudet. På detta sätt kommer alla tre byggstenarna i ordet ut i luften nästan parallellt. Detta kallas samartikulation. Man skulle kunna säga att talaren spelar upp en polyfon orkester där fler melodier är i gång samtidigt.

Varför skall det vara så här krångligt? En stor fördel är att man på detta sätt kan få upp en hög talhastighet, vilket kan vara bra när man skall hänga med i snabba skeenden i omvärlden. Man kan tala fullt begripligt med en talhastighet på 10–20 fonem per sekund, vilket inte skulle vara möjligt om man frambringade ett ljud i taget, ungefär som om man trädde upp pärlor på ett snöre.

Att "knäcka" den alfabetiska koden

De flesta västerlänningar som besöker storstäder i Japan eller Kina lär sig inte hur skrivsystemen fungerar genom att bara gå omkring och se på skyltar och anvisningar. För små barn finns det inte heller något naturligt och enkelt sätt att förstå vårt skrivsystem. Det räcker alltså inte med att bara se andra läsa eller att vistas i en miljö där bokstäver är rikligt förekommande. Alfabetet är ju en helt godtycklig mänsklig konstruktion. Att våra bokstäver råkar se ut som de gör är ingen tvingande naturnödvändighet utan bara en konvention, en överenskommelse i vår kultur. I andra kulturer kan det se helt annorlunda ut.

En nybörjare har ingen spontan grund för att förstå att ordet "bok" innehåller tre olika segment. Som vi redan påpekat hör barnet en ljudmässig helhet. När ordet yttras tänker barnet direkt på ordets innebörd. Man kan inte utan vidare lyssna sig till ordets uppbyggnad. Samartikulationen gör att segmenten inte går att skilja från varandra. Det hjälper inte ens att säga "buh ooo kuh". Det blir något helt annat och låter inte som "bok".

För att kunna läsa räcker det således inte med att bara kunna bokstäverna. Att snabbt uttala bokstavsnamnen ger inga ord – det går inte ens med bokstavsljuden. Skriftspråkets kod kräver en djupare insikt av barnet. Det är avkodningen av de skrivna orden som är den stora utmaningen för nybörjaren. "Vad står det här?" frågar barnet.

Barnet måste förstå att talade ord kan delas upp i mindre segment eller fonem. Att nå fram till de abstrakta, otillgängliga och svårfångade fonemen i ett ord är således inte en fråga om att bara lyssna – man måste bli medveten om ordens uppbyggnad. En massiv forskning har under de senaste årtiondena demonstrerat att medvetenhet om ords uppbyggnad är en avgörande förutsättning för framgång i läs- och skrivinläringen.

Av någon anledning, som vi ännu inte helt förstår, tycks en del barn ha särskilt stora svårigheter att nå fram till denna språkliga insikt. Och utan denna insikt går det inte så bra att lära sig läsa. Ibland blockeras barnen från att bli medvetna om ords uppbyggnad av den enkla anledningen att deras inre föreställningar om hur orden låter saknar detaljskärpa. Det hörs på deras diffusa uttal av många ord ("jogöbbe" i stället för jordgubbe, "källan" i stället för källaren, "hårferschörska" i stället för hårfri-sörska, "pogram" i stället för program). De har heller inte lätt att skifta uppmärksamheten från vad ord betyder till hur de låter. Dessa barn har ett bristfälligt "ordsinne" vilket inte behöver vara en fråga om dåligt förstånd eller bristfällig stimulans i hemmen. Det finns faktiskt högt begåvade och kreativa människor med denna förargliga brist på ordsinne.

Barn som får stora svårigheter med att lära sig läsa har alltså ofta en försenad och bristfällig utveckling av sitt sinne för språkljuden (fonologisk utveckling). Man talar här gärna om dyslexi, vilket alltså är fråga om en viss läggning, ofta medfödd, som gör att det är svårt att bli vän med de skrivna orden. I nästan varje nybörjargrupp brukar det finnas några barn med en sådan läggning.

Om inte problemen är alltför stora kan en genomtänkt undervisning bana väg för dessa barn så att de förstår hur den alfabetiska koden är beskaffad så att de kan gå vidare i sin läsutveckling. Utan en sådan undervisning är det en stor risk att barnen tidigt drivs in i onda cirklar, där nederlag föder nya nederlag. Skriften blir hotfull, något som man helst skall försöka undvika. Men ju sämre talang man har för något desto mer måste man öva för att uppnå god färdighet.

När man inte förstår att talade ord kan delas upp i fonem och att dessa fonem är avbildade med bokstäver så kan man inte heller gå vidare på egen hand och öva upp sin färdighet. Man sitter låst i sina ordbilder och kan inte gå vidare, eftersom minnet i längden inte räcker till för att komma ihåg alla ordbilder. Barnen behöver nu en noggrann och systematisk vägledning för att förstå hur skriftspråket egentligen fungerar. De behöver förstå hur talade ord kan delas upp i fonem.

Genom kontinuerliga och väl strukturerade språklekar i förskolan kan barnen på ett lustfyllt sätt börja reflektera över språkets form och uppbyggnad. En del ord rimmar, vissa ord är korta även om de symboliserar något långt i verkligheten, man kan dela upp ord i stavelser och till och med i ljud. *National reading panel* gick igenom hundratals undersökningar och kom fram till att det vetenskapliga stödet för sådan träning var entydigt och massivt. Studier från Tyskland (Schneider) från

Danmark (Elbro), Norge (Lie), Holland, Portugal, Israel, USA, Finland etc bekräftar i huvudsak resultaten från den sk Bornholms-undersökningen, dvs att systematiska övningar och lekar med språkets formsida, särskilt fonologin har positiv effekt på den fortsatta läsinläringen. Dessutom har man visat att den förebyggande effekten när det gäller läs- och skrivsvårigheter är betydande.

Vissa fonem är svårare att komma åt än andra, t ex konsonanter som *b*, *p*, *d*, *t*, *g*, och *k*, vilka alla bildas som snabba, explosiva ljud som nästan är omöjliga att separera från ljud som ligger intill. Vokaler samt konsonanter som man kan dra ut på blir lättare att hantera, t ex *r*, *l*, *s*, *m*, *n*, *v*. Vidare är ljuden i början av ord lättare att komma åt än ljuden inne i orden. Vi vet också att grupper av konsonanter, t ex *kr*, *bl*, *sp*, *mj* eller *str* är svåra att komma tillrätta med. I en systematisk och genomtänkt planerad undervisning börjar man naturligtvis med sådant som man vet är lättare att klara av innan man går vidare till de svårare momenten.

Svenskan har ett jämförelsevis regelbundet skriftspråk. Till skillnad från engelskan är det stor överensstämmelse mellan ljud och bokstäver. Vi har ca 35–40 olika fonem i svenskan. Flertalet av fonemen har bara tilldelats en bokstav (undantag är t ex *ng*, *sj*, *tj*). När man fattat att talade ord kan delas upp i fonem blir därför nästa steg inte så svårt – att koppla ihop fonem och bokstäver. Då har man förstått hur det egentligen går till när man läser. Men det finns också mer komplicerade regelbundenheter av högre ordning där man måste ta hänsyn till positioner, sekvenser och ordens morfemiska uppbyggnad. I engelska är komplikationerna särdeles många. Att många engelskspråkiga pedagoger frestats att gå förbi problemen och i stället utgå från hela ord och meningar är kanske begripligt men borde inte vara mönsterbildande för svensk läspedagogik.

Läsning är en fråga om både avkodning och förståelse

Att lära sig läsa innebär inte att man först lär sig en bokstav i taget och kommer fram till hur avkodning går till, och sedan så småningom kan få möjlighet att möta sammanhängande och meningsfulla texter. Läsning är en fråga om både avkodning, identifiering av skrivna ord, och förståelse. Och detta gäller redan från början. Det är först när man förstått innebörden av ett ord som man ljudat sig igenom, först när man gjutit liv i ljudföljden som man kan tala om egentlig läsning.

I sällsynta fall kan man träffa på gravt förståndshandikappade barn som kan läsa ut ord snabbt och säkert men som inte har någon aning om innebörden i orden. Skillnaden mellan avkodning och förståelse blir också uppenbar när vi tänker på hur det kan vara någon gång när vi läser högt för barn. Läsandet tycks gå fint; barnen lyssnar ju uppmärksam. Men vi har ingen aning om vad vi läser eftersom våra tankar glidit iväg till något helt annat. Läsningen har således två sidor, avkodning och förståelse, som hänger tätt samman.

Så småningom och efter många möten med de skrivna orden kan barnen identifiera orden direkt utan mödosam analys. Orden blir, precis som när man lyssnar, genomskinliga; man går direkt till deras innebörd. Man behöver inte anstränga sig för att identifiera de skrivna orden, man kan helt enkelt inte undgå att se vad som står. En sådan automatiserad nivå på läsningen tar tid att uppnå. Den kräver många och fruktbara möten med skrivna ord. Men man kan aldrig gå förbi grundkravet, att vår skrift är alfabetisk, vilket innebär att det talade språket är kodat på ett sätt som man måste förstå om man vill bli en god läsare och skrivare. Under hela skoltiden och livet igenom möter vi nya ord i skrift som vi måste kunna identifiera. Vi måste veta hur ord är uppbyggda för att kunna stava dem när vi skriver. Att behärska den alfabetiska koden är således ett ofrånkomligt krav. Det är vår skyldighet att hjälpa alla barn att klara detta krav.

Genom att många ord återkommer gång på gång i olika kombinationer allt eftersom man går fram tar man viktiga steg mot en automatiserad identifiering av orden. Automatisering av läsningen är inte något som sker med alla ord på en gång när man väl har knäckt koden. Det är något som sker gradvis och först bara gäller de vanligaste orden. Men det är viktigt att processen kommer i gång, att barnet får uppleva att verkligen bemästra något som man inte kunde förut, att få känslan av att det är flyt i det man gör.

Att lära sig saker är inte bara en individuell angelägenhet; det är något man gör tillsammans. Skriftspråkets hemligheter och möjligheter lär man sig förstå genom samtal och undringar i grupp och möten med andras uppfattningar. Bilder att samtala kring bygger upp gemenskap och gemensamma begrepp och föreställningar. Språket får i samtalen om bilderna vingar att överskrida gränserna för här och nu: nya världar av kunskap, fantasi och möjligheter öppnas.

En sådan meningsskapande verksamhet kan komma igång långt innan barnen kan läsa på egen hand.

Vad betyder orden?

Små barn har ett fantastiskt inlärningsprojekt framför sig. När de som vuxna går ut i livet bör de kunna förstå åtminstone 40–50 000 ord (inklusive böjningsformer). Det handlar om närmare 3 000 ord per år i genomsnitt eller nästan 10 nya ord om dagen. Hur är detta möjligt?

När barn kommer till skolan är det lätt att överskatta deras ordförråd, eftersom de flesta barn talar ganska rent och kan föra ett vettigt samtal i naturliga situationer. Men många samtal bärs upp av tonfall, blickar, ansiktsuttryck, pekningar och gester. Den yttre situationen, den icke-språkliga ramen förtydligar och snävar in tolkningen och kräver inte så många olika och specifika ord. Man behöver alltså inte vara så tydlig rent språkligt. Ofta räcker det med att säga ord som "den", "där", "hit", "dit", "han", "hennes", "grej", "ö" åtföljda av pekanden och gester.

Situationen tillsammans med gesterna klarar ut vad det är fråga om. Sådana naturliga samtalssituationer där deltagarna är tätt inpå varandra och samtalet kretsar kring det som händer just nu och just här ger ingen riktigt bra grund för utvecklingen av ordförrådet.

TV-program och filmer ger inte heller tillräcklig stimulans för ordförrådets utveckling. Här är också språket ofta situationsbundet och ackompanjeras hela tiden av förklarande bilder.

Den mest verkningsfulla pådrivaren av en god utveckling av ordförrådet är faktiskt skrivna texter. Även i texter och böcker skrivna för barn finner man många ord som inte är så vanliga i språket. Det är ord som barnet inte förstår vid det första mötet; vid andra mötet klarnar kanske innebörden något; vid det tredje mötet börjar man ana innebörden etc, tills man har en ganska klar föreställning om vad ordet har för betydelsemöjligheter i olika sammanhang.

För att man skall kunna förstå en text får inte alltför många ord vara okända. Då snubblar man för ofta och riskerar att förlora sammanhanget. Och när man inte begriper och inte får ut någonting av läsningen är det lätt att ge upp. Nu riskerar man att gå in i en riktigt ond cirkel. Mitt ordförråd räcker inte för att förstå texten. Men ordförrådet utvecklas genom textläsning. Om man undviker läsning får man alltså problem med att utveckla ordförrådet. Och då kan man ju inte heller förstå texter. Genom läsning vidgar man sin värld och förstår tillvaron bättre. Den som inte läser kan inte på något enkelt sätt kompensera detta genom att titta på TV. Här presenteras omvärlden oftast på ett alltför färdigserverat och ofta uppstyckat och osammanhängande sätt. Den som inte läser får således både ett sämre ordförråd och en sämre kunskap om världen. Därmed riskerar man att efterhand framstå som mindre vaken och begåvad.

Mot den här bakgrunden framstår det som alldeles nödvändigt att hjälpa alla barn att både bli goda läsare och läsare som tycker om att läsa. Betydelsen av de första mötena med egna böcker kan inte överskattas. Det är också viktigt att barnen får en balanserad färd på de två spåren mot läsning, och att stödet i denna färd ges av kompetenta vägledare som har sin kompetens väl förankrad i den fond av vetande som byggts upp i den internationella forskningen.

Barns möte med faktatexter

Barnens tidiga läsning brukar ofta förknippas med sagor, berättelser eller rent av pratbubblor i serier. De första läseböckerna i skolan brukar också huvudsakligen inrymma berättande framställningar med en eller flera huvudpersoner som är med om spännande eller på annat sätt intresseväckande händelser. Läsarna kan identifiera sig med aktörerna och leva sig in i händelseförloppen, gå in i och bli en del av textvärlden.

Faktatexter möter barnen inte lika tidigt. Att läsa för att få kunskap, för att få veta något om världen, ställer delvis andra krav på läsaren än de typiska berättande framställningarna. I historien skall de förstå något av den viktigaste bakgrunden till att världen i dag ser ut som den gör, de skall förstå hur krig, folkförflyttningar och levnadsvillkor skapat vår värld, de skall möta viktiga gestalter på den historiska scenen. I geografi-texter skall de lära sig förstå grundläggande begrepp om klimat, hav, jord och livsvillkor för människor på vår planet, de skall få verktyg för sin orientering i världen. I matematikens texter är det fråga om problem-situationer, kvantitativa begrepp, procedurer, anvisningar, speciella konventioner och termer. Men det är inte bara fråga om kunskaper, det gäller också attityder och känslor till faktatexternas innehåll.

Under årskurs 3 och framåt blir faktaläsandet alltmer omfattande och betydelsefullt i skolan. Ofta har lärare tagit för givet att barn som fått flyt och säkerhet i sin läsning mer eller mindre automatiskt kan ta till sig innehållet i faktatexter. Någon särskild undervisning om sådan läsning förefaller inte behövas.

Men detta stämmer inte. Nästan alla barn behöver fortsatt undervisning i läsning av sak- eller faktatexter.

Före läsningen

De behöver systematisk övning i att ta sig an en text. Man behöver före läsningen samtala om det kommande textinnehållet och få övning i att tänka efter vilka förkunskaper eller erfarenheter man har. Man behöver gå igenom nya ord och begrepp. Förberedelserna gäller redan när man får den nya boken i sin hand. Då kan vi gemensamt bläddra i boken, se på alla vackra, intressanta och spännande bilder och få en aning om vad boken tar upp. Vi ser tillsammans på innehållsförteckningen. Och längst bak finns ett register i alfabetisk ordning. Redan här kan vi se att några elever redan känner till en del registerord, medan andra ord är helt okända för alla. Det gemensamma bläddrandet kan skapa aptit inför det fortsatta arbetet med boken.

Det är den *bakgrundskunskap* som en läsare har med sig när hon/han möter en text som gör det möjligt att uppfatta ordens innebörd och textens mening. Innan man kan läsa av en text, måste man alltså ha "läst av världen".

Som lärare känner man sig ofta pressad av tidsbrist. Man vill hinna med så mycket som möjligt. Man upplever krav från kolleger, föräldrar, skolledning och framför allt från sig själv att barnen skall bli duktiga och säkra på kortast möjliga tid. Att förbereda läsestycken med långa samtal, där man knyter an till barnens erfarenheter, kan därför kännas som slöseri med tid och som ineffektiv undervisning. Men det är verkligen ingen tidsspilla att tillsammans utveckla och aktualisera föreställningar och begrepp som hjälper barnen att tolka texten. Det är i stället som att ge barnen en vägkarta.

Barn ser inte alltid att det finns ett samband mellan vad de läser och vad de redan vet. Men om de får bakgrundsinformation om de viktigaste tankarna i en text, *innan* de börjar läsa, minskar risken att de kommer på fel spår och blir förvirrade i sin läsning. I stället ökar chansen att de skall förstå framställningen helt och hållet. När de får delta i tankeväckande diskussioner inför ett avsnitt, förstår de också bättre att syftet med läsning är att få veta något, att få upplevelser och insikt, alltså inte bara att läsa av orden på sidan.

Det krävs ibland många förberedelser innan barnen på egen hand är beredda att läsa ett textavsnitt. Att läsa om biologi utan att ha gjort egna direkta erfarenheter kan bli helt abstrakt och ofruktbart. Ett textavsnitt kan sällan stå på egna ben. Fåglarnas liv bör man helst följa direkt. Man kan samla grodägg och se hur de utvecklas. Man kan odla, experimentera, känna efter, undersöka, utforska, gå på studiebesök, gå på museer – med alla sina sinnen åskådligt erfara de fenomen som skall förstås och de sammanhang som skall redas ut. Barnens erfarenheter kan sedan sammanställas i samtal, teckningar, skriftliga arbeten etc. Läsningen av lärobokstexten blir en god upptakt till aktiviteterna och en utmärkt sammanfattning av de insikter som vunnits genom egna och andras direkta iakttagelser av fenomenen.

Under läsningen

Under den gemensamma läsningen kan man behöva stanna upp för att fundera över innehållet, för att tänka ut vad som också står mellan raderna och för att tänka framåt. Man behöver undersöka hur text och bilder samspelar, och man kan för sin inre syn försöka föreställa sig vad texten försöker säga. Man kan markera nyckelord eller viktiga fraser.

Det finns en del forskning som visat att när en faktatext får en personlig röst blir elevernas behållning av läsningen mycket större. Man får dock se upp med att sådana inslag inte leder till att eleverna hänger upp sig alltför mycket på livfulla men mindre viktiga detaljer så att sammanhangen går förlorade.

Läsning av faktatexter är en *aktiv process*. Läsaren är *medskapare* och konstruerar innebörder från texten utifrån sina tidigare erfarenheter och sina förväntningar. En förutsättning för denna skapande verksamhet är emellertid att läsaren kan genomföra ordavkodningen utan ansträngning och tillräckligt snabbt, att hon/han kan uppfatta och utnyttja meningsbyggnaden i textens språk och att hon/han känner ordens betydelser. I årskurs 2 har de flesta barn kommit ett gott stycke på väg i denna utveckling. Men än är det lång väg att gå innan de uppnått den mogna läsarens säkerhet, flexibilitet och *strategiska hållning* till olika lässituationer.

Med rätta har man kritiserat läromedel för att språket är alldeles för komprimerat, alltför många nya termer packas in på ett mycket begränsat utrymme etc. Men den kritiken blir endast giltig om man tänker sig att eleverna får läsa på egen hand utan den planmässiga vägledning som en god undervisning i läsförståelse kan innebära. Ett läromedel kan alltså inte stå på egna ben. Det måste vara integrerat i en undervisningsprocess och utgöra en del i samspelet mellan lärare, elever och ämnesinnehållet.

Bakgrundkunskapen gör det också möjligt att göra *inferenser*, dvs att läsa mellan raderna, att gå bortom den direkt givna informationen. I historieboken om forntiden kan man tex läsa att hövdingarna under järnåldern fick särskilt högtidliga begravningar. "Tillsamman med hövdingen brändes hans hund och hans häst". Man kan fråga sig varför. Det finns ingen direkt förklaring i texten, utan man måste anta att man trodde att hövdingen behövde sin häst och sin hund i ett liv efter döden. Barnet som läser stycket måste hänga med på den inferensen om inte poängen med framställningen skall förloras. Bakgrundkunskapen ger den nödvändiga tolkningsramen för detta.

Efter läsningen: Samtal och frågor

Efter läsningen av ett avsnitt kan man försöka minnas vad som stod, tänka efter på vilket sätt man har fått saker förklarade som man inte visste förut, svara på frågor som ställer krav på att se samband mellan olika delar av texten, hur man kan använda kunskapen i livet utanför skolan etc.

Samtalet är av avgörande betydelse i läsundervisningen även efter läsningen av ett avsnitt. I samtalen skall förbindelse skapas mellan texten och barnets eget liv. Ofta ställer vi alldeles för svåra frågor på texter. I stället för att ge eleverna det rätta svaret på en fråga som de inte omedelbart klarar, bör vi försöka få dem att själva resonera sig fram till ett svar. Vi kan också formulera om frågan med enklare ord. Om det inte fungerar får man kanske gå tillbaka till texten och direkt se vad som står.

De frågor vi ställer till barnen styr i hög grad deras fortsatta läsning och deras behållning av det lästa. Om vi huvudsakligen frågar på det som klart står uttryckt i texten har barnen en tendens att försöka komma ihåg textens ordalydelse. Om vi i stället frågar på sådant som *inte* direkt står i texten utan på sådant som kräver slutledning, inferens, blir barnen i

längden bättre på att dra inferenser och läsa texten på ett mer aktivt och medskapande sätt. Exempel: I biologiboken står det: "När det blev ont om växter dog de växtätande dinosaurierna av svält. Och sedan kunde inte heller köttätarna överleva". En naturlig inferensfråga är här "Varför dog även köttätarna ut? Vilka var köttätare? Den sista frågan kräver att man kopplar tillbaka till tidigare avsnitt.

Många undersökningar visar att barn som får frågor som kräver eftertanke och problemlösning uppvisar bättre läsutveckling än barn som mest får frågor om detaljer som direkt står i texten.

Men det är inte alltid olämpligt att fråga på detaljer. Om vi vill att eleverna skall uppmärksamma ordalydelsen mer exakt, som tex när man skall följa en instruktion eller ett recept eller förklara en viktig term, bör vi naturligtvis fråga på ett sätt som uppmuntrar sådan läsning. Ibland kan detaljer vara betydelsefulla på ett annat sätt; de för handlingen framåt.

Den allmänna regeln är att frågorna skall stimulera eleverna att tänka. Ibland kan också en detaljfråga ha den funktionen.

Om vi vill att eleverna skall integrera idéer och tankar i en text, bör frågorna vi ställer uppmuntra dem att föra samman tankar som kan finnas utspridda på flera ställen. Tex: I ett avsnitt om månen står det att spåren efter den första astronauten fortfarande finns kvar. Hur kan detta komma sig? Svaret kräver att man också vet att det inte kan blåsa på månen, att det inte regnar och att ingen annan har gått och suddat ut spåren. När vi läser om forntiden kan vi ställa frågan om hur olika skriftsystem sett ut genom tiderna. Vill man att eleverna skall tolka texten i ljuset av sina egna erfarenheter, bör frågorna ha en sådan inriktning. Tex: Har du blivit bränd av en brännässla eller en manet? Vad var det som hände egentligen? Varför?

Förklara för eleverna att det finns olika slags frågor, som man kan ställa på en text:

1. *Det står där*-frågor, där svaret kan pekas ut direkt på ett ställe i texten.
2. *Tänk efter och leta*-frågor, som kräver inferens eller sökning på flera ställen.
3. *Svaret finns bara hos mig*-frågor, där frågan kan besvaras utan hjälp av texten.

Lär eleverna att själva ställa frågor till texten. Den viktigaste är: Vad skulle du vilja ha reda på genom att läsa den här texten? Andra standardfrågor som eleverna bör öva sig i att ställa är: Varför är det på det här sättet? Hur fungerar det egentligen? Hur kan man veta detta? Varför krigade man?

Att lära sig nya ord

För att förstå vad man läser måste man ha ett gott ordförråd. Många undersökningar har påvisat ett starkt samband mellan ordförråd och läsförståelse. Men ett stort ordförråd utvecklas också under läsning! Faktatexter handlar ju egentligen om att bygga upp ett förråd av nya ord och att få insikt om begrepp och hur de hänger ihop. Många svaga läsare har ett dåligt utvecklat ordförråd, därför att de läser alldeles för litet och saknar bra strategier för att utveckla sitt ordförråd. De är alltså fångade i en ond cirkel som kan vara mycket svår att bryta.

Barn kan lära sig innebörden i många nya ord, om dessa står i ett meningsfullt sammanhang med ett fattbart ämnesinnehåll. De nya orden måste bli barnens egendom genom att de kopplas till barnens egna erfarenheter. Det är därför de förberedande samtalen och aktiviteterna är så viktiga.

Man måste också ge barnen en öppen, flexibel och mångdimensionell attityd till språket, så att de blir i stånd att inse att det också kan finnas mindre vanliga betydelser hos ett ord som de redan känner (den vanliga betydelsen hos tex "tång" kan vara något annat än ett verktyg – något som växer i havet). De måste förstå att ord kan ha mer än en fixerad innebörd, och att mening skapas av sammanhanget.

Undervisningen bör också väcka elevernas lust och glädje inför nya ord, en önskan och en vilja att erövra nya ord. I en undersökning kom man fram till att barn under den första skoltiden fram till mellanstadiet lär sig att inferera, sluta sig till, innebörden av ca 3 000 nya ord per år. Alla dessa ord hinner man naturligtvis inte ta upp i undervisningen. Det mesta måste barnen faktiskt klara på egen hand. *Vad vi kan göra i undervisningen är att lära barnen lämpliga strategier för att utöka sitt ordförråd.*

Man måste vara försiktig när man tar upp nya ord före läsningen av ett stycke. Särskilt om man lyfter ut orden ur sitt sammanhang och söker förklara dem är det tveksamt om utbytet blir så stort. Det finns också ett annat mycket gott skäl till att inte ta upp alla nya och svåra ord i ett avsnitt: Om man försöker förklara alla ord, får barnen ingen övning i att på egen hand komma fram till innebörden genom att utnyttja sammanhanget och sin allmänna kunskap om ords byggnad.

Ändå kan man ibland inför ett nytt läsestycke helt fokusera samtalen på ord. Här är ett exempel på hur man kan gå till väga:

1. Markera vilka ord i stycket som är viktiga och som kan tänkas vara svåra för eleverna.
2. Skriv upp de valda orden på tavlan.
3. Utforska orden tillsammans, tex ämnesord som produkt, faktor, nämnare, hypotenusen.
4. Med utgångspunkt i de ord som tagits upp – försök besvara tex följande frågor: På vilket sätt hänger orden produkt, faktor och multiplikation ihop?

Vad innebär det att vara en konstruktiv, aktiv och strategisk läsare?

Goda läsare är strategiska, dvs de kan välja lämpligt lässätt. De gör klart för sig *varför* och *hur* de vill läsa en text och, när de läst texten och inte förstått den, går de tillbaka, läser om, tar reda på mer osv. En sådan flexibel, målstyrd läsning brukar inte barn klara.

Vi tror dock att man i undervisningen kan hjälpa eleverna att läsa mer aktivt och att förstå, när de inte förstår! Vi kan också hjälpa eleverna att tänka aktivt medan de läser, att tänka framåt och fundera på vad som skall hända härnäst. Stanna upp vid lämpliga punkter i en framställning och formulera hypoteser om vad som skall inträffa härnäst.

Man kan genom att fungera som modell och tänka högt visa för eleverna exakt hur man tänker och gör sina inferenser.

Under de första skolorn har barn i allmänhet inte hunnit utvecklas till konstruktiva, aktiva och strategiska läsare. Ett viktigt mål för skolan är emellertid att hjälpa alla barn att bli konstruktiva läsare. Endast då kan de bearbeta texter med insikt, förståelse och omdöme. Vad innebär det då att vara en konstruktiv läsare?

En konstruktiv läsare

- överblickar texten före läsningen, bedömer vad som finns i texten och vad som är värt att titta närmare på. Man ställer alltså upp ett mål för läsningen och planerar för hur målet skall uppnås.
- ser efter vad som förefaller vara viktig information i texten och läser detta mer uppmärksamt och noggrant än andra delar av texten, anpassar läshastighet och koncentration utifrån en bedömning av vad som är viktigt.
- försöker koppla olika delar av en text till varandra för att försöka förstå texten i sin helhet, försöker också aktivt utnyttja bilderna i texten för att klara upp sådant som förefaller dunkelt.
- aktiverar och använder sitt förhandsvetande för att tolka texten, för att ställa upp hypoteser om textinnehållet och för att förutsäga vad som skall komma upp i fortsättningen. En konstruktiv läsare förstår värdet av förhandsvetande och försöker hela tiden se hur det kan användas.
- är hela tiden beredd att ändra hypoteser om innehållet i ljuset av den nya information som texten uppenbarar.
- kan revidera förhandsvetandet i ljuset av textinnehållet.
- försöker göra inferenser (läsa mellan raderna) för att komma åt information som inte direkt står i texten men som är nödvändig för att huvudinnehållet skall förstås.

- försöker resonera sig fram till innebörder av okända ord eller slår upp ordet i registret eller går till en ordbok.
- använder strategier för att komma ihåg innehållet, tex genom att stryka under eller markera kritiska ord eller fraser, repetera för sig själv sådana ord och fraser, göra anteckningar, försöka visualisera (se för sin inre syn), sammanfatta, uttrycka med egna ord, ställa frågor etc.
- övervakar sin läsning och upptäcker när man inte förstår.
- ändrar strategier när man upptäcker att förståelsen inte blir som man hade hoppats.
- bedömer kvaliteter i text, bedömningar som kan påverka om texten kommer att betyda något för läsarens kunskap, attityder och beteende. Det kan gälla att avgöra om texten är korrekt, om den verkligen är sann, om den är viktig i relation till de mål man har med läsningen.
- reflekterar över texten och går vidare i texten eller går till andra källor om man känner att man behöver förtydliganden eller fördjupad kunskap.
- kan föra en tänkt dialog med författaren. En konstruktiv läsare vet att någon har skrivit texten och man kan ibland undra över vad författaren egentligen avsett och varför han/hon uttryckt sig på ett visst sätt.
- planerar hur kunskapen från textläsningen skall användas i framtida situationer, tex i en diskussion, en lektion, en arbetsuppgift eller en examination.

Sammanfattningsvis kan vi konstatera att konstruktiv läsning är strategisk, aktiv, kunskapsladdad, motiverad och reflekterande. En konstruktiv läsare har kontroll över sin läsning, är medveten om den nytta och glädje man kan ha av läsningen, är flexibel och strategisk i sättet att läsa och förstå och upplever att läsandet ger insikt och grepp om världen på ett sätt som stärker läsarens självkänsla.

En nödvändig men inte tillräcklig förutsättning för denna avancerade läsning är att man snabbt, säkert och automatiskt kan identifiera de skrivna orden, att läsandet sker flytande och korrekt. Den avancerade, strategiska och konstruktiva läsningen kommer inte av sig själv på denna grund. Det behövs också planmässig och målmedveten undervisning. I detta avsnitt har vi pekat på några vägar man kan ta för att hjälpa eleverna att bli konstruktiva läsare, läsare som läser inte bara med list utan också med lust.

Eftersom huvudinriktningen på kunskapsöversikten har att göra med matematik är det viktigt att närmare granska vilka slags matematiska

texter eleverna kan möta och vilka problem som kan uppstå i dessa möten.

Att läsa matematik

Matematiskt tänkande uttrycks i meningar, ord och symboler där språket ofta är precist och där alla småord måste uppfattas och tolkas korrekt för att innehållet inte ska bli förvanskat (El-Naggar, 1996). Elever som kastar om ord i meningar, ”tappar” småord eller har en alltför knagglig avkodning finner det svårt att hitta reson och mening i texten. Lärare kan hjälpa sina elever att utveckla läsförståelse i samband med matematik genom att:

- Tala matematik och använda korrekt terminologi i samband med problemlösning.
- Skapa en attityd hos eleverna av att ”läsa för att förstå” dvs uppmuntra och stärka elevernas förväntan att texter ska ge sammanhang och mening.
- Uppmuntra eleverna att använda grafiska uttrycksformer som t ex bilder och diagram och diskutera innehållet.
- Göra ordlistor över viktiga ord och hjälpa eleverna utveckla sin läsning.
- Uppmuntra eleverna att förklara viktiga delar i skriftliga frågor.

(El-Naggar, 1996, s 27, vår övers)

Texters kännemärken och funktioner

Läromedelsförfattare i matematik använder olika typer av texter för att förmedla ett innehåll som de avser att eleven ska lära sig. Varje texttyp har sina egna kännemärken och funktioner och kan, enligt Shuard & Rothery (1988), t ex klassificeras som:

Förklaringar av begrepp och metoder som även innefattar förklaringar av ord och matematiska regler. Sammanfattningar ingår i den här kategorin.

Instruktioner till läsaren att skriva, rita, lösa en uppgift – att göra något.

Exempel och övningar som läsaren skall arbeta med. Dessa innehåller t ex rutinuppgifter som innefattar symboler, textuppgifter och undersökningar.

Omskrivningar innefattar förklaringar om texten och kan ge ledtrådar som ska hjälpa läsaren att tolka och förstå innehållet.

Varje kategori av text kräver en viss typ av aktivitet hos läsaren. *Förklaringar* behöver tex ofta läsas ingående och sammanfattas. *Instruktioner* kräver ibland att läsaren går utanför själva texten för att förstå uppgiften som skall utföras eller lösas. *Exempel* och *övningar* innebär ofta att eleven ska lösa olika typer av problem. Läsaren måste tänka ut vad hon/han ska göra, hur det ska göras, bestämma en strategi eller en plan och komma fram till en lösning. *Omskrivningar* är text som handlar om texten och om uppgifter och övningar. Det kan tex vara korta introduktioner eller inledningar där man får veta något om textens uppläggning och innehåll. Omskrivningar innehåller inte avgörande information och läsaren behöver sällan hålla den i minnet.

Förklaringar

Shuard & Rothery (1988) påpekar att eleverna ofta måste argumentera med sig själva i olika steg för att förstå begrepp, regler och formler som förklaras. Då behöver de arbeta med papper och penna i hand för att tex göra noteringar. Det kräver aktiv läsning på ett annat sätt än om eleven läser en berättelse eller annan skönlitterär text. Att läsa aktivt och lära sig hur man kan bearbeta texter i olika steg för att förstå sammanhanget är något som särskilt elever i läs- och skrivsvårigheter behöver explicit undervisning om. I läromedelstexter i matematik är det dessutom vanligt att författaren inte skiljer mellan förklaringen och själva uppgiften eller övningen som eleven skall genomföra, vilket kan vara förvirrande för läsaren. Vi ger ett exempel:

1. TALMÖNSTER

• •

• • • • • •

• • • • • •

• •

Dessa två mönster av prickar representerar rektangeltalet 8.
De kan tolkas så att

$$4 \times 2 = 2 \times 4$$

Är följande korrekt?

$$9 \times 17 = 17 \times 9$$

$$5 \times 8 = 8 \times 5$$

$$3 \times 405 = 405 \times 3$$

Låt a och b stå för vilka två tal som helst. Är det alltid sant att

$$a \times b = b \times a?$$

(Shuard & Rothery, s 11, vår övers)

Många elever i lässvårigheter behöver med lärarens och kamraters hjälp öva sig i att tolka och förstå den här typen av text (Chinn & Ashcroft, 1998). I vårt exempel förutsätts att begreppet rektangel är känt. Man kan också notera att exemplet är långt och att en del elever i lässvårigheter riskerar att snubbla på ordet vid avkodningen. Många elever behöver dessutom ingående undersöka och arbeta med exemplen för att förstå de matematiska begrepp, relationer och lagar som används. Det kan tex vara nödvändigt att pröva om påståendet ($a \times b = b \times a$) kan vara sant genom att sätta in olika tal i ekvationen. Även om syftet med exemplen på de fyra likheterna som ges i texten är att de ska tjäna som ledtrådar till läsaren för hur man kan arbeta med det matematiska innehållet får man dock ingen tydlig eller uttalad instruktion om att det kan vara ett sätt att bearbeta uppgiften.

Förklaringar används också för att introducera ny terminologi. Matematiska ord och termer kan vävas in i en mening i förhoppning om att själva sammanhanget i texten samt läsarens bakgrundskunskap ska klargöra ordens innebörd. I exemplet nedan introducerar författaren den matematiska idén och den terminologi som hör ihop med begreppet *minsta gemensamma nämnare* genom att ge ett exempel (Shuard & Rothery, 1988, s 13, vår övers):

För att jämföra två bråktal tex $\frac{5}{12}$ och $\frac{7}{18}$

måste vi ändra dem så att båda har en gemensam nämnare. Denna nämnare som är gemensam för 12 och 18 ska vara så liten som möjligt för att spara arbete. Vi kallar den *minsta gemensamma nämnare* som förkortas MGN.

Metoden bygger på en förhoppning om att elever ska generalisera idén ur ett enstaka exempel så att de kan överföra den på andra exempel. En förutsättning är förstås att eleverna förstår textens innebörd. I det nämnda exemplet finns flera ord och uttryck som inte tillhör elevernas vardagsspråk som *bråk* eller *nämnare*, *minsta gemensamma nämnare*. I exemplet ovan är detta alltså 36 vilket förutsätts att eleverna förstår. Även om sådana ord och begrepp tidigare tagits upp i undervisningen så finns det ingen garanti för att alla elever omfattar detta kunnande. Läraren behöver då ta upp och eventuellt reda ut begreppet igen. En läromedels-

text står inte på egna ben. Man kan inte förutsätta att eleverna på egen hand genom självständig läsning av läromedelstexter erövrar nya insikter och begrepp i matematiken. Särskilt elever i lässvårigheter behöver lärarens aktiva klargöranden, åskådliggöranden och tillrättalägganden.

Otterburn & Nicholson (1976) undersökte elevers förståelse av matematikord som var vanligt förekommande i elevernas böcker. Hundra procent av eleverna (300 elever) förstod tex innebörden i *multiply* medan endast 21 % förstod *product* och 15 % *whole number*. Shuard & Rothery (1988) menar att detta innebär ett allvarligt problem. Många matematikord som lärare och författare förväntar sig att eleverna ska förstå ingår inte i elevernas ordförråd. De påpekar att det är utomordentligt viktigt att elever möter nya ord och begrepp i många olika situationer. Elever bör få möta övningar där de själva får använda dessa ord i meningsfulla sammanhang både muntligt och skriftligt. Vissa lärare låter eleverna arbeta med att göra personliga ordlistor med förklaringar över matematikord som eleven är på väg att införliva i sitt ordförråd. Detta kan underlätta för många elever att lära sig innebörder i nya matematikord. Ett kännetecken för dyslexi är just svårigheter med nya ord. Dessa elever har ofta brister i det fonologiska arbetsminnet som gör att inlärnigen av nya ord blir svår (Høien & Lundberg, 2000).

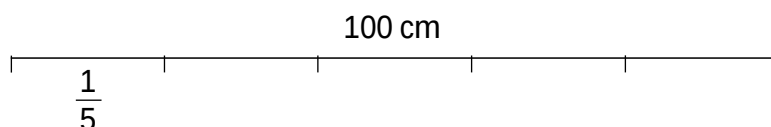
Instruktioner

Instruktioner att skriva, rita eller utföra en konkret handling är mycket vanliga i elementära lärobokstexter i matematik. Shuard och Rothery (1988) menar att detta inte alls är lika vanligt i instruktioner till äldre elever i grundskolan trots att många av dem behöver arbeta praktiskt och med åskådligt materiel för att tolka texten och förstå det innehåll som exemplen vill förmedla. Ofta ges instruktioner som tankeexperiment tillsammans med en färdigproducerad bild som eleven ska tolka. Många elever behöver arbeta med sin förståelse också genom att de själva får undersöka begrepp och procedurer med hjälp av att rita, konstruera eller utföra någon handling.

Exempel på tal i bråkform:

Tänk dig ett lakritssnöre som är 100 cm långt.

Du får $\frac{2}{5}$ av snöret. Hur lång bit får du?



$$1/5 \text{ av } 100 \text{ cm} = 100/5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

$$2/5 \text{ av } 100 \text{ cm} = 2 \times 20 \text{ cm} = 40 \text{ cm}.$$

Läsaren behöver här inte försöka skapa sig en bild av innehållet genom att själv rita eller genom att klippa till ett 100 cm långt snöre och undersöka hur man kan dela upp det i femtedelar. Instruktionen presenteras istället som ett tankeexperimentet och därefter ges också ett exempel på vilken procedur eller strategi som är lämplig att använda. För många elever, och särskilt elever med dyslexi som kanske vant sig vid att leta efter ledtrådar i texten för att hitta en lösning (Miles, 1992), finns risken att de kopierar proceduren när de ska lösa uppgifterna som följer på sidan och att de arbetar vidare på ett mekaniskt sätt.

Omskrivningar

I introduktionen till olika kursavsnitt kan läsaren få hjälp att knyta an och relatera ny kunskap till kunskaper som utvecklats med hjälp av tidigare kapitel i boken, eller i en tidigare årskurs.

Exempel:

I förra kapitlet fick du lära dig hur man adderar bråk:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$$

Låt oss gå tillbaka till arbetet med frågorna 3 och 5 och undersöka om vi kan formulera en regel som gäller generellt.

(Shuard & Rothery, 1988, s 19, vår övers)

Omskrivningar består ofta av några korta meningar men de är ändå viktiga att förstå eftersom de kan hjälpa till att aktivera sådan kunskap hos läsaren som är relevant för sammanhanget. Eleven förväntas gå tillbaka i texten och relatera tidigare arbete till den aktuella situationen. För elever i läs- och skrivsvårigheter kan det vara både ovant och mödosamt att söka information och bearbeta text på det sättet. I dessa exempel ser vi även en rad termer som knappast ingår i vardagsspråket som *adderar*, *formulera en regel* och *generellt*. Det är uppenbart att läraren har en viktig uppgift att hjälpa elever att utveckla sitt ordförråd och sin läsförståelse och att vara en stödjande person för elever i lässvårigheter. Det handlar bla om att bli förtrogen med en textgenres konventioner och förstå hur olika texter ger information om begrepp som kommer att behandlas så att läsaren kan aktivera tidigare kunskaper och erfarenheter och fokusera på ett särskilt område av matematiken.

Meningsbyggnad

Som vi har sett möter eleverna i läroböckerna ord som de ibland inte har införlivat i sitt ordförråd, och som därför kan bidra till svårigheter att läsa och förstå textens innebörd. Det är naturligtvis viktigt att eleverna möter nya ord både när de läser och i muntlig kommunikation. I slutet av kunskapsöversikten ger vi flera exempel på stimulerande aktiviteter som kan bidra till att eleverna får undersöka och reflektera över ords innebörder och användningsområden. En annan bidragande orsak till lässvårigheter kan vara textens meningsbyggnad eller syntax (Shuard & Rothery, 1988). Meningar som är uppbyggda och strukturerade på samma sätt som eleverna själva talar eller skriver är enklast att förstå (Perera, 1980). *Hur mycket kostar det?* och *Rita en cirkel* är exempel på enkel meningsbyggnad. Meningar som uttrycks i passiv form är mer komplexa och svårare att förstå: *Pengarna sparades och sattes in på banken till en ränta av 4 %*, liksom underordnade bisatser: *Efter att ha gjort sina läxor simmade Lena 24 längder i simbassängen som var 25 meter lång*. Meningar som innehåller jämförelser kan också vara svåra. *3 är mer än 2. Är produkten av 3×2 större än summan av $4 + 2$?* I det sista exemplet krävs dessutom att eleven har införlivat orden *produkt* och *summa* i sitt ordförråd.

Symboler – ett medel att uttrycka en mening

Symboler används på olika nivåer i matematikundervisningen. För nybörjarna i skolan introduceras kanske en symbol i taget och syftet är att eleverna lär sig dess särskilda innebörd. En av orsakerna till att svårigheter uppstår är att symbolerna införs för tidigt i undervisningen (Kibel, 1992). En annan svårighet kan vara att mellan matematiska symboler och talat och skrivet språk finns ingen en-till-en-korrespondens. Symbolen $+$ uttalas plus men kan samtidigt beskriva *lägga till*, *fler än* osv beroende på sammanhanget. Mellin-Olsen (1984) betonar vikten av att eleverna redan i den grundläggande undervisningen förstår att matematiska symboler står istället för en mening som i sin tur beskriver tex en situation eller en händelse. De matematiska symbolerna är ett medel att uttrycka meningen. Ytterligare en svårighet är när additionen löser ett problem men problemsituationen inte direkt svarar mot en ökning: *Bengt handlade för 20 kronor och fick 30 kr tillbaka. Hur mycket lämnade han fram?*

Efter hand används kombinationer av symboler som ska tolkas med hänsyn till speciella positioner eller spatiala placeringar. Det är tex en viktig skillnad mellan $(-3)^{2-1}$ och $-(3^2)-1$ och eleverna måste förstå hur de ska tolka symbolernas innebörd med hänsyn till spatial placering (Shuard & Rothery, 1988).

Många elever, och inte endast elever i läs- och skrivsvårigheter, tycker att algebra är svårt och obegripligt. Ahlström (2001) påpekar att det

förekommer att man i undervisning om tex bråk och om olika former av problemlösning låter eleverna använda åskådligt materiel och tex rita bilder och att eleverna då oftast har någon form av förförståelse av olika begrepp genom tidigare erfarenheter. Han menar att det är annorlunda när det gäller algebra och tex variabelbegreppet. Eleverna har där oftast inte erfarenheter från vardagen som de kan bygga vidare på utan undervisningen måste bidra till att skapa situationer som kan ersätta sådana vardagssituationer. Målet är att eleverna ska kunna hantera den symboliska algebran. Undervisningen måste då bidra till att eleverna utvecklar förståelse för att bokstäverna betecknar tal eller storheter samt att de ser poängen med att använda bokstäver, uttryck, formler och ekvationer. Ahlström beskriver hur eleverna kan arbeta konkret med mönster för att studera generella samband som sen kan uttryckas med ett matematiskt symbolspråk. Han påpekar att när det gäller algebra tar undervisningen oftast sin utgångspunkt i skrivna symboler och symboluttryck, vilka bygger på konventioner. Han betonar vikten av att eleverna får använda olika uttrycksformer och pendla mellan dessa för att de ska utveckla begreppslig förståelse. Med tanke på att elever i läs- och skrivsvårigheter kan ha speciellt svårt med symbolhanteringen borde en sådan undervisning, som är bra för alla elever, särskilt gagna dessa elever.

Grafiskt material

Grafiskt material som tex bilder, diagram och tabeller är viktiga komponenter i matematikläromedel. Bilder förekommer i större utsträckning i texter för yngre elever medan tabeller och diagram är vanligare i texter för äldre elever. I läroböcker för yngre barn är det ibland viktigt att signalera rörelse i bilden för att indikera att det handlar om en händelse som har med addition eller subtraktion att göra.

Fletcher-Campbell fann i en studie (Shuard & Rothery, 1984) där yngre elever fick berätta hur de uppfattade budskapet i sådana bilder att dessa inte alltid uppfattade den matematiska idén. Många barn tolkade bilderna utifrån andra referensramar. Fyra steg gick att urskilja i barnens uppfattningar:

1. Eleven berättade en allmän händelse, utan matematisk anknytning, om några av objekten på bilden.
2. Eleven grupperade objekten på bilden men uppfattade inte någon rörelse eller några matematiska relationer mellan grupper av objekt.
3. Eleven uppfattade rörelse i bilden men inga matematiska relationer mellan objekten.
4. Eleven uppfattade de matematiska relationer som bilden avsåg att förmedla.

(s 60–61, vår övers)

Fletcher-Campbell påpekar att både yngre och äldre elever behöver undervisning om hur texter och diagram kan förmedla olika budskap och hur man kan tolka dem.

Forskning visar att för att elever ska utveckla en god läsförmåga krävs, särskilt för elever i lässvårigheter, en mer explicit och individanpassad undervisning (Fletcher-Campbell, 2000). Sådant kunnande som krävs för att lösa matematiska problem är också nödvändigt inom många andra skolämnen. Det fordras i många sammanhang att man kan förstå en text, att man kan tolka bilder och diagram och att man korrekt kan beskriva olika ting och händelser ur verkligheten (Möllehed, 2001). Möllehed menar att det borde finnas ett gemensamt program för alla ämnen som innebär att eleverna får arbeta med att läsa och förstå texter. Det kan tex gå ut på att eleverna läser korta texter, förklarar viktiga ord, återberättar innehållet och penetrerar de frågor som väckts i texten. På samma sätt borde eleverna få öva att tolka och förstå bilder och annat grafiskt material. Eftersom elever har olika behov kan undervisningen ske i klassen, i mindre grupper och som lässtöd i enskild undervisning. Åberg-Bengtsson (2000) påpekar att mycket av den information som dagens elever möter både i skolans värld och i vardagslivet presenteras i form av diagram av olika slag. Därför är det viktigt att eleverna lär sig att förstå och använda sådana grafiska representationer. Åberg-Bengtsson (1994) redovisar några kategorier av svårigheter som förekommer när elever i en studie i åk 2, 5 och 8 i grundskolan samt åk 2 i gymnasiet (linjerna E, N och S) tolkar grafiska illustrationer som beskriver socio-ekonomiska aspekter i en fiktiv värld:

1. På grund av bristande förståelse eller felaktiga associationer av ord och begrepp i bildtexten och/eller på grund av den vuxnes förklaringar misstolkas den grafiska framställningen.
2. En annan svårighet beror på att elever gör en "ikonisk" tolkning av bilden dvs den tolkas utifrån något den i verkligheten liknar.
3. En tredje kategori av svårighet beror på att elever visserligen tolkar symboler på en adekvat abstraktionsnivå men det är i dessa fall fel symbolik, dvs de hämtas från något annat sammanhang än det avsedda.
4. En fjärde kategori beror på problem med matematiska begrepp. Åberg-Bengtsson påpekar att det var väntat att yngre elever inte skulle behärska en mängd matematiska begrepp i intervjuunderlaget men även äldre elever hade ibland uppenbara problem med en del av bilderna. En av de största svårigheterna var skillnaden mellan relativa och absoluta tal.
5. Den sist redovisade kategorin handlar om felaktiga slutsatser eller förklaringar. Elever kan tex ha förstått diagrammet som sådant (dess form) men drar ändå felaktiga slutsatser av eller ger oriktiga

förklaringar bl a beroende på förkunskaper och utvecklingsnivå. Åberg-Bengtsson menar att när elever ska tolka diagram så är det inte endast bilden som är avgörande för förståelsen. Elevernas förkunskaper har också betydelse liksom förmågan att tolka ev åtföljande text.

Sammanfattning

Att läsa matematiska textuppgifter ställer stora krav på elevernas läsförståelse. Meningsbyggnaden kan vara komplicerad, eleverna möter nya ord och begrepp som kan vara svåra att tolka, de förväntas kunna generalisera idéer ur enstaka exempel. Lärobokstexter ställer ofta krav på en aktiv och fokuserad läsning eftersom varje litet ord kan vara viktigt för förståelsen. Förklaringar skall ofta bearbetas i flera steg och eleven ska kanske gå tillbaka till tidigare avsnitt i boken för att förstå det nya. Bilder, diagram och tabeller ska tolkas korrekt. Många elever i lässvårigheter behärskar inte denna strategiska form av läsning (Shuard & Rothery, 1988). En händelse eller situation ska översättas till abstrakta matematiska symboler och modeller. Man kan inte förutsätta att eleverna på egen hand ska klara dessa avancerade uppgifter. Elever som redan tidigare har det svårt ställs inför övermäktiga krav. Istället behövs en mycket tydlig och strukturerad undervisning i samband med tolkning och bearbetning av olika kategorier av texter och grafiskt material och för att göra överföringar mellan olika uttrycksformer. Det är tämligen vanligt att elever övar läsning och läsförståelse i andra ämnen än svenska, tex historia, geografi eller samhällskunskap. På det sättet kan sådana ämnen bidra till elevers ökade läsförståelse. Elever som är i behov av enskilt stöd i läsning skulle förutom texter med mer allmänt innehåll också kunna få hjälp att läsa texter med matematiskt innehåll. Även matematikundervisningen måste bidra till att eleverna förbättrar och fördjupar sin läsförståelse genom att de får undervisning i och om lässtrategier. Undervisningen i svenska måste också bidra till att eleverna får hjälp att lära sig läsa sådana texter.

Att lära grundläggande matematik

Matematik som skolämne är ca 400 år gammalt i vårt land. Först i 1611 års skolordning blev det tillåtet att arbeta med aritmetik om läraren hade tid över och det dessutom inte inkräktade på andra ämnen (Johansson, 2002).

I sin historiska exposé över aritmetikens utveckling i Sverige citerar Johansson Aurelius beskrivning av ämnets karaktär.

Hon är som en moder för andra konster ... tillfoghar heller inte något Wäld eller Oförrätt ... hon förtagher Kijf och Träta / Krijgh och Oenighet / tilstädher ey heller någhon Ofrijd.

(s 2)

Det tidigare använda romerska systemet med räkning på abakus eller räknepennor trängdes ut av det hindu-arabiska siffersystemet med tillhörande räknemetoder, dvs algoritmer. Detta var, menar Johansson, ett vägval med både för- och nackdelar. För dem som lärde sig räknetabellerna ordentligt blev räknandet med siffror säkert både snabbare och säkrare. Men andra blev istället hänvisade till ett besvärande beroende av ramsräkning på fingrarna – problem som vi ju dras med än idag. Det romerska systemets struktur och symboler för fem, femtio osv gav ett gott stöd för taluppfattningen då vår förmåga att direkt uppfatta antal utan att räkna är mycket begränsad. Johansson menar att det hindu-arabiska systemets tiobas är lite för stor för människans möjlighet att uppfatta små antal ”i en blink”. Det romerska systemet gav stöd i räknandet ungefär på samma sätt som vi har stöd av femkronor, femtiolappar osv när vi hanterar kontanter.

Taluppfattning

Att ha förmåga och vilja att förstå och bruka tal i olika situationer och sammanhang – number sense – hör till de mest grundläggande målen i all matematikundervisning.

(Reys & Reys m fl, 1995b, s 23)

I en artikelserie i Nämnaren (1995) diskuteras vad som menas med taluppfattning. Man framhåller att god taluppfattning innefattar en förväntan att tal är meningsfulla helheter och att hanterandet av tal och resultat har betydelse och mening. Det handlar om en övergripande förståelse för

tal och operationer parat med förmåga, färdigheter och lust att använda denna förståelse på olika sätt som underlag för beslut och för att utveckla användbara och effektiva strategier för att använda tal och operationer. Där redovisas sex olika aspekter av taluppfattning:

- Förståelse av tals betydelse och storlek.
- Förståelse och användning av ekvivalenta uttryck och representationer av tal (multiple representations).
- Förståelse av operationers innebörd och funktion.
- Förståelse och användning av ekvivalenta uttryck (equivalent expressions).
- Strategier för beräkning och antalsbestämning.
- Referenspunkter vid mätning.

Skolans tidigare uppgift att lära elever hur man utför beräkningar har utvecklats till att också skapa förståelse för varför olika procedurer fungerar. Reys & Reys (1995a) skriver:

Framför allt kännetecknas Number sense av en önskan att ge mening åt situationer med kvantitativa beskrivningar, att relatera tal till sammanhang och undersöka vad som händer när man manipulerar med tal. Det är ett sätt att tänka och borde genomsyra all undervisning och allt lärande i matematik.

(s 28)

De påpekar vidare att läraren spelar en mycket viktig roll för om elever kommer att utveckla en god taluppfattning. Om läraren skapar mål-inriktade och stimulerande aktiviteter och samtal där eleverna måste tänka på tal och numeriska samband och göra kopplingar med kvantitativ information i omvärlden har eleverna förmodligen större möjligheter både att uppskatta matematik och att lära sig matematik med god förståelse. Vissa relationer mellan tal är kritiska för lärandet, sk *referenspunkter*. De innefattar tex de talpar som bildar talet 10 och likvärdigheten mellan 0,5, $\frac{1}{2}$ och 50 % (Anghileri, 2000).

Aritmetik – några kritiska punkter

För elever med dyslexi finns det några punkter som är särskilt kritiska för deras lärande i grundläggande aritmetik (Joffe, 1983; Miles, 1992; Grauberg, 1998). Forskningen pekar på följande:

Symbolernas funktion

Den mest framträdande kritiska punkten för elever med dyslexi är att utveckla förståelse för symbolernas funktion (Miles, 1992). Det är därför nödvändigt att eleverna först får arbeta muntligt och laborera med åskådligt materiel, kommunicera om sina upptäckter och knyta an till tidigare erfarenheter för att utveckla begreppslig förståelse. Genom att ta del av hur talbilder och talsystem har sett ut och utvecklats i olika kulturer kan elevernas förståelse för symbolernas funktion fördjupas (Emanuelsson m fl 1996). Att göra överföringar mellan egna skapade symboler och andra kulturers symboler (tex romerska siffror, egyptiska symboler som inte är lika abstrakta som våra) och till sist översätta handlingar till våra hindu-arabiska symboler kan vara ett sätt att stödja elevernas lärande (Grauberg, 1998). Erfarenheter visar enligt Grauberg att detta kan vara positivt också för äldre elever som upplever att de tidigare misslyckats med att lära sig grundläggande matematik och som tycker att det är "barnsligt" att gå tillbaka och arbeta med så elementära kunskaper.

Generalisering

Miles (1992) påpekar att elever med dyslexi vanligtvis inte har svårigheter att förstå samband och mönster och logiska resonemang, men att de är beroende av en tydlig och strukturerad undervisning. Genom laborativt arbete och reflekterande muntlig kommunikation tillsammans med lärare och kamrater kan man hjälpa eleven att upptäcka samband och mönster tex inom och mellan tal. Att göra *överföringar* av kunskaper som eleven utvecklar inom ett område till ett annat område är också beroende av laborativt arbete och reflekterande samtal. Många problem som elever med dyslexi stöter på delar de med andra elever, som inte är i svårigheter, men här talar vi om elever som är i behov av särskild tydlig och strukturerad undervisning för att svårigheter inte ska utvecklas till ett handikapp (Grauberg, 1998).

Verbal information

En annan kritisk punkt är när lärare kommunicerar med eleverna endast genom muntlig information och muntliga instruktioner och förklaringar. En del elever kan då vara hänvisade till att förlita sig enbart på den muntliga sidan av språket, vilket kanske inte är deras starka sida (Joffe, 1983; Miles, 1992). Det ligger nära till hands för lärare att dra slutsatsen att dyslexi endast handlar om svårigheter med *skrift*. Men svårigheter kan också uppstå i samband med det talade språket. Om muntlig kommunikation även åtföljs av visuell åskådlighet, tex genom handling, kan problemet ofta undanröjas. Vid instruktioner kan det vara till hjälp om de ges både i skriftlig och muntlig form.

Minne och grundläggande talfakta

Ett kännetecken för dyslexi är ett begränsat arbets- och långtidsminne vilket kan ställa till många problem i samband med lärande i matematik. Det kan tex innebära svårigheter att lära sig de tio första talens alla kombinationer och lägga dessa talfakta i långtidsminnet (Geary, 2000).

Elever som känner sig trygga och förtrodda med tal uppvisar ökande effektivitet och varierande strategier när de gör beräkningar och arbetar med problemlösning. Elever som har ett begränsat arbetsminne riskerar att fastna i en långsam, osäker och ineffektiv strategi baserad på uppräkningsom ingen tar notis om vad de gör och ger dem god undervisning. När de räknar i sina böcker går uppgifterna ofta bara ut på att komma fram till ett korrekt svar. De flesta av dessa elever behöver arbeta laborativt och undersökande där de ges tillfälle att analysera tal och reflektera över samband (Henderson, 1998). Begränsningar i arbetsminnet gör att det är viktigt att läraren är mån om hur instruktioner ges och att man tar en sak i taget. Ges flera instruktioner i tät följd är risken att eleverna inte kommer ihåg någon eller endast en av dem.

Riktning

Den här typen av problem kan tex visa sig i att elever spegelvänder siffror och har problem med startpunkten vid algoritmräkning där man räknar från höger till vänster istället för att arbeta från vänster till höger som vid läsning. Det är också vanligt att siffror byter plats så att tex 234 uppfattas och skrivs som 243.

Utveckling av grundläggande aritmetikkunskaper

Människan har en medfödd förmåga att uppfatta små antal med ett enda ögonkast, det som på engelska kallas "subitizing" (Butterworth, 2000). Uppgifter om gränsen för hur stort antal som kan uppfattas varierar men verkar i alla fall vara under tio även hos vuxna personer. Butterworth påpekar att oavsett om en kultur erbjuder formell undervisning i aritmetik eller inte, om man använder sig av tal i olika sammanhang eller om det finns räkneord för tal uppfattar människan ändå små antal. Den första och mycket betydelsefulla bron mellan denna medfödda förmåga hos spädbarnet och mer avancerade matematiska färdigheter och kunskande utgörs av att man lär sig räkna. När små barn börjar räkna antal skiljer de inte på räkneord och antal utan använder räkneorden som namn eller beteckningar. Även om de under vissa omständigheter kan räkna förstår de inte riktigt meningen med det. Ber man barnen räkna fyra klossar kan de ta en näve utan att räkna dem. Wynn (1990) kallar dessa barn för "roffare". Fastän barnen kanske använder det sista ordet för att tala om hur många de har räknat har de många gånger inte förstått vilken funktion räkneorden har. Det kan vara så att de härmar de vuxnas

förfarande utan att riktigt förstå innebörden i räknandet och att de tror att räkneordet bara är en etikett som hör till det räknade föremålet. Följande samtal får illustrera detta.

Nils: Björnen hade sju tänder, men nu har han tappat sex.

Läraren: Hur många har han kvar då?

Nils: Sju.

Läraren: Men han tappade ju sex?

Nils: Ja, men han har kvar en som heter sju.

Andra barn, som Wynn kallar för "räknare", förstår sig på mindre antal och vet att ett sätt att ta reda på antal är att räkna föremålen även om det inte alltid blir riktigt rätt. Om barnen ska utveckla förståelse för principen om kardinalitet, dvs att det sist uppräknade ordet talar om antalet som finns i den räknade mängden, måste de förstå att tal refererar till en bestämd mängd och utveckla kunskap om det exakta antal som ett ord refererar till (Wynn, 1990).

Räkneprinciper

Att kunna ramsräkna är alltså inte tillräckligt för att man ska kunna säga att barn har förståelse för uppräknandets idé. Gelman & Gallistel beskriver fem räkneprinciper som anger utvecklingen av barns matematiska förståelse (Doverborg & Pramling Samuelsson, 1999):

1. Principen om ett-till-ett-korrespondens. Barnen måste kunna jämföra antalet föremål i två mängder genom att para samman föremålen två och två. Ett föremål från den ena mängden bildar par med ett föremål från den andra mängden.
2. Principen om den stabila ordningen betyder att barnen vid uppräkning konsekvent använder en och samma sekvens av räkneord.
3. Kardinalprincipen innebär att barnen förstår att det sist uppräknade räkneordet också anger antalet föremål i den uppräknade mängden.
4. Abstraktionsprincipen betyder att alla föremål som ingår i en välavgränsad mängd kan räknas oavsett slag av föremål.
5. Den irrelevanta ordningens princip betyder att man kan starta var man vill då man ska räkna föremålen i en mängd, samtidigt som inget föremål får räknas mer än en gång.

Princip 1, 4 och 5 kan barn tillägna sig utan att ha någon förståelse för räkneorden men princip 2 och 3 är däremot knutna till räkneramsan. Gelman och Gallistel menar att dessa principer utvecklas med stigande ålder och att de är i det närmaste genetiskt nedärvda.

(s 25-26)

Räkneramsan

När små barn börjar använda räkneramsan sker det ofta i samband med räknelekar där de använder räkneramsan som vilken annan ramsa som helst (Ginsburg, 1989). Detta akustiska räknande, där räkneorden *ett*, *två*, *tre* sägs samtidigt som barnet i tur och ordning pekar på kamraterna, har inget annat innehåll än tex ramsan *ole, dole, doff*. Genom erfarenheter lär sig barnen så småningom att urskilja räkneorden i ramsan och de upptäcker den kvantitativa aspekten som svarar på frågan "hur många". Fuson (1992) påpekar att för att barn ska utveckla förståelse för tal och resultaträkning dvs att ta reda på antal, måste de under lång tid få erfarenheter av att räkna på talsekvensen och representera antal på ett konkret sätt. Akustiskt räknande på räkneramsan och resultaträkning behöver inte utvecklas samtidigt. Resultaträkning används för att bestämma storlek eller antal. Till en början är det stor skillnad mellan hur långt barnen kan räkna på räkneramsan och det antal objekt som de med säkerhet kan bestämma antalet för. Många barn får erfarenheter av att använda räkneramsan hemma, men det finns också barn som ges få sådana erfarenheter eller lär sig räkneramsan på ett annat språk.

Även förskolebarn kan uppvisa dyslektiska symtom fast de ännu inte kan läsa (Scarborough, 2001). Dessa barn kan ha särskilt svårt att lära sig att komma ihåg räkneramsan, nya ord, namn på veckodagar etc. Att lära sig räkneramsan och förstå innebörden i resultaträkning är grundläggande för den fortsatta talutvecklingen (Fuson, 1992). I förskolan finns det därför goda skäl att stimulera barnen att utforska och använda räkneramsan i rutinsituationer, lekar, sånger, ramsor och genom att spela olika spel.

Räknestrategier

Det första steget i barns räknande innefattar strategin *räkna alla* (Ashcraft & Fierman, 1982). Om barnen tex ska lösa uppgiften $2+5$ räknar de först upp två föremål och därefter fem föremål för att till sist räkna samtliga (1, 2 – 3, 4, 5, 6, 7).

En mer sofistikerad process är *räkna på*. Barnet uppfattar antalet i den första mängden och fortsätter sedan att räkna tills alla är räknade (2 – 3, 4, 5, 6, 7).

En mer effektiv strategi, *räkna på från största*, innebär att barnet väljer den största mängden och räknar sedan den mindre mängden (5 – 6, 7).

Det sista stadiet i barnens utveckling av räknestrategier innebär att de utnyttjar sina kunskaper om talfakta och hämtar talfakta från långtidsminnet. De använder direkta minneskunskaper och vet att $2+5=7$.

Elever förlitar sig inte i allmänhet på *en* strategi när de löser aritmetiska problem, utan snarare på en blandning av olika strategier. Först kanske man försöker hämta svaret från långtidsminnet. Om detta inte lyckas kan eleven istället gissa eller ta till någon annan strategi som att

ta hjälp av sina fingrar. Vanligtvis använder elever i slutet av årskurs ett strategin *räkna på från största* (Carpenter & Moser, 1984) och de lägger fler och fler talfakta i långtidsminnet.

Utveckling i användningen av olika strategier innebär i allmänhet att elever förändrar blandningen av strategier, överger gamla och hittar nya. Med ålder och ökad skicklighet ersätts undan för undan dessa strategier med direkt uppfattning av grundläggande addition och subtraktion (Ashcraft & Fierman, 1982).

En del elever utvecklar några elementära strategier i nybörjarundervisningen och håller sedan fast vid dessa. De lägger få talfakta i långtidsminnet och kan fortfarande på högstadiet räkna på talramsans hjälp av fingrarna både inom små och stora talområden (Geary, 1991; Ostad, 1999, 2002; Holgersson, 2002).

Olika sätt att uppfatta tal

Ahlberg (2001) menar att hur barn uppfattar tal har en avgörande betydelse för hur de utvecklar sitt tänkande och sin förståelse för talens innebörd. Genom intervjustudier med barn, även barn med funktionshinder, fann hon att 6-åringar som löser olika typer av aritmetiska problem utan att använda laborativt materiel, använder en mängd olika förfaringssätt och uppfattade tals innebörder på fem olika sätt (s 34–39):

1. *Tal som räkneord.* Barnen försöker lösa ett problem genom att ge ett godtyckligt svar som inte har någon anknytning till problemet. Andra barn säger ett räkneord som nämns i problemet. Ytterligare ett sätt är att säga ett tal som i talsekvensen kommer före eller efter något av de tal som nämns i problemet.
2. *Tal som omfång.* Barnen ger ett svar utifrån en rimlig uppskattning utan att de använder någon procedur. De har en uppfattning om talens delar och helhet och vet att tal refererar till en mängd men de vet inte exakt till vilken.
3. *Tal som positioner.* Barn som uppfattar tal som positioner i talsekvensen använder sig av två strategier för att hålla ordning på talen. De dubbelräknar eller så räknar de alla. Ahlberg påpekar att det är mycket ovanligt att seende barn dubbelräknar, vilket däremot är vanligt bland barn som är blinda. Dubbelräkning innebär att barnen räknar på två talsekvenser och inte behöver använda fingrarna för att veta hur många de adderat eller subtraherat:

L: Om du har 5 kronor och får 13 kronor hur många kronor har du då?

Bo: 14 är 1, 15 är 2, 16 är 3, 17 är 4, 18 är 5, så det är 18.

(Ahlberg, 2001, s 36)

De barn som "räknar alla", räknar först den ena mängden tex med hjälp av sina fingrar, sedan den andra mängden och slutligen räknar de samtliga fingrar.

4. *Tal som grupperade enheter.* Ahlberg menar att det är mycket vanligt att barn samtidigt uppfattar tal som positioner i talsekvensen och som grupperade enheter. När de erfar tal som grupperade enheter räknar de inte ett och ett i taget utan förlitar sig på sin erfarenhet.
 - Barnen använder sitt *taktila sinne*, dvs de kan räkna och känna för att gruppera tal genom att tex ta på bordet eller stolen.
 - De kan använda sin *auditiva kanal*, dvs de uppfattar antal genom att lyssna till hur många tal de säger.
 - Barnen använder sin *visuella kanal*, vilket innebär att uppfatta antal genom att titta på saker i sin omgivning. Detta sätt att gå tillväga är dock ovanligt enligt Ahlberg. Det vanligaste är att barnen ser på sina fingrar som grupperas på olika sätt. De använder tex strategin *räkna från första* ($3+5$ löses då genom att barnet börjar på tre och räknar 4, 5, 6, 7, 8 genom att se på sina fingrar) eller räknar *från den största* mängden. Ahlberg menar att trots att barnen bara grupperar den ena delmängden på sina fingrar så kan de ändå uppfatta helheten genom att känna, se och höra.
5. *Tal som sammansatta enheter.* Barnen strukturerar talen utan att räkna ett i taget. De kan tex utgå från en addition eller subtraktion som de känner till och härleder talfakta ur dessa kända talfakta. Ett sätt är tex att utgå från "dubblorna". En annan strategi är att utnyttja "erfarna talfakta" dvs de vet svaret och behöver inte räkna. Ytterligare en strategi är att strukturera genom att "se" talen på sina fingrar. Men det är ovanligt att en uppgift som tex leder till beräkningen $8-2$ löses enbart genom att barnet ser på sina fingrar utan att överhuvudtaget räkna.

Dela upp helheter

Ahlberg betonar att eftersom barn har många sätt att utveckla förståelse för talens innebörder är det viktigt att de också får möta tal på många olika sätt i olika situationer. Hon påpekar att det i nybörjarundervisningen är vanligt att eleverna får rika erfarenheter av att använda talsekvensen genom att räkna föremål och bilder. Det är inte lika vanligt att de får rika erfarenheter av att utgå från helheter som ska delas upp. För elever med ett bristfälligt arbetsminne är detta en mycket kritisk punkt i lärandet. För att associationer ska bildas mellan de ingående talen och helheten måste eleven samtidigt kunna uppmärksamma och hålla dem aktuella i

medvetandet (Geary, 2000). Ahlberg betonar att det är väsentligt att barn i allmänhet får dela upp tal på olika sätt genom ett multisensoriskt lärande där de kan se, känna och höra talen så att de samtidigt kan uppfatta talens delar och helhet och utveckla förståelse för tals additiva sammansättning. Det kan tex ske med hjälp av olika typer av laborativt materiel. För elever med ett begränsat arbetsminne är det väsentligt att få tala om vad de gör när de laborerar och delar upp tal för att förstärka lärandet (Kibel, 1992). Ahlberg påpekar att den viktigaste fasen i barns talutveckling är att ha förståelse för tal som grupperade enheter.

Fingertal

Flera forskare (Butterworth, 2000; Buys, 2001; Häggblom, 2000; Neuman, 1989) påpekar att människan kunde räkna långt innan hon kunde skriva siffror och att fingerräkning har varit en naturlig del av räknandet. Enligt Carpenter & Moser (1984) modellerar barn till en början tal med hjälp av föremål och därefter med hjälp av fingrarna. Så småningom utvecklar de abstrakt tänkande om tal. Neuman (1989) beskriver hur nybörjare i skolan kan gruppera de tio första talen på sina fingrar i sk fingertal för att skapa en känsla och en synlig modell för de tio första talen där helheten och delarna är synliga samtidigt.

Talen 1–4 representeras i fingertal av vänsterhandens fyra fingrar och talet 5 av den vänstra ”femhanden”. Talen 6–10 representeras med hjälp av båda händerna som $5+1$, $5+2$, $5+3$, $5+4$ och $5+5$.

I den matematikdidaktiska litteraturen framhåller man just 5-grupperingens betydelse för att elever ska upptäcka talstrukturen i vårt tiobassystem och för att eleverna ska utveckla föreställningar om tal (Angileri, 2000; Henderson, 1998; Neuman, 1989). Genom att modellera talen på sina fingrar kan barnen skapa sig en bild av helhet-del-del inom varje tal (tex att $8=5+3$, $6+2$, $7+1$ osv) utan att behöva räkna framåt och bakåt ett steg i taget på räkneramsan.

Barnens symboler och romerska siffror

I den matematikdidaktiska litteraturen framhålls betydelsen av att eleverna får använda olika uttrycksformer som bilder, konkreta modeller, muntligt tal, egna symboler och konventionella symboler. En del lärare låter också nybörjarna använda de romerska symbolerna för talen 1–10. De romerska siffrorna för de tio första talen är mer åskådliga än våra hindu-arabiska siffror eftersom talen 1 till 4 går att räkna (I, II, III, IIII) och genom att kompositionen av talen mellan 6 och 10 som $5 +$ någonting synliggörs (VI, VII, VIII osv). Eftersom symbolhantering är en kritisk punkt för elever i läs- och skrivsvårigheter kan de romerska siffrorna fungera som en bro mellan det muntliga laborativa arbetet och symbolisering via våra siffror. Neuman påpekar att talet fyra idag skrivs som IV men i det

ursprungliga romerska systemet skrevs det som IIII. Talet nio skrivs idag som IX men skrevs ursprungligen som VIIII. För åskådlighetens skull bör man alltid använda IIII som symbolen för talet fyra och VIIII som symbolen för talet nio i den grundläggande undervisningen om de tio första talen.

Föreställningar om alla talkamrater

Kunskaper som eleverna utvecklar inom lägre talområden kan de utnyttja inom större talområden. En uppgift som $37 + 8$ är enkel att se lösningen på om man tex har en föreställning om att talet 8 kan grupperas som 3 och 5 ($37 + 3 + 5 = 45$) eller som 7 + 1 ($30 + 7 + 7 + 1 = 45$). Det är viktigt att elever har föreställningar om alla "talkamrater" inom talområdet 1–10. Talet 6 kan tex också grupperas som $6 + 0$, $5 + 1$, $4 + 2$, $3 + 3$ osv. Elever som i den grundläggande undervisningen börjar addera små tal utan att utveckla sådana talföreställningar riskerar att fastna i elementära räknestrategier (Wigforss, 1952). Kilborn (1989) och Ostad (1999) påpekar att den grundläggande undervisningen i aritmetik ibland bidrar till att elever hindras att utveckla mer mogna och flexibla strategier. För elever med dyslexi som har ett begränsat arbetsminne gäller det således att koncentrera sig på talsystemets struktur så mycket som möjligt och så tidigt som möjligt (Grauberg, 1998). Ju bättre elever kan utnyttja talsystemets struktur desto mindre är risken att minnet överbelastas. Talen mellan 11 och 20 är särskilt problematiska eftersom namnen för talen inte stämmer överens med siffersystemets struktur. Grauberg (1998) förespråkar därför att man väntar med dessa tal i undervisningen och istället utgår från talet 100 som en helhet och fokuserar på regelbundenheten i tiotalen. När eleverna genom laborationer och muntliga samtal har utvecklat förståelse för hundratal och tiotal bygger man ut systemet med entalen. Eleverna ska utveckla kunnande om talens namn, siffrornas värden och deras respektive plats och relationer till andra tal i talsystemet och till omvärlden.

Löwing & Kilborn (2002) påpekar att när eleverna löser problem är det viktigt att de har flyt i sitt räknande. Om elever ofta måste bryta sina överordnade tankegångar för att utföra enkla beräkningar stör det problemlösningsprocessen. De menar därför att det är viktigt att eleverna automatiserar grundläggande talfakta inom de fyra räknesätten, tex $1 + 1 \rightarrow 1 + 19$; $2 + 1 \rightarrow 2 + 19$ osv, vilket är tämligen enkelt om eleven förstår strukturen $+ 1$ är lika med nästa tal. De menar att detta är viktiga förkunskaper för mer komplex matematik och för huvudräkning som är ett viktigt kunnande i vardagslivet. De påpekar dessutom att om enkla operationer som $8 + 7$ inte kan hämtas från långtidsminnet kommer sådana räkneoperationer ständigt att överbelasta arbetsminnet vid problemlösning. För elever som redan har ett begränsat arbetsminne blir det än viktigare att de får bygga sitt kunnande på struktur och mönster i talsystemet.

Positionssystemet

Chinn & Ashcroft (1998) menar att lärare som undervisar elever med dyslexi i matematik mycket noga och ingående måste lyfta fram och diskutera matematiska konventioners innebörder. I vårt talsystem börjar användningen av platsvärde med talet 10. Grauberg menar att för elever som upplever symbolhantering som abstrakt och problematisk är det synnerligen betydelsefullt hur "noll" introduceras. Å ena sidan kan noll uppfattas som "ingenting", "tomt", å andra sidan uttrycker noll att ett helt tal blir större ju fler nollor som följer på slutet. Chinn & Ashcroft pekar på vikten av att undervisningen för elever med dyslexi är särskilt noga med att röra sig från det konkreta mot det abstrakta och att lärare lägger vikt vid att eleverna gör logiska kopplingar mellan objekt och de symboler som används för att beskriva dessa. Eleverna ska inte enbart kunna redovisa tiobassystemets värdepositioner, de ska kunna *tänka* med dessa för att kunna förstå decimaluttryck (Spendrup, 2001).

Tiobasmateriel

Idén med tiobasmateriel som många lärare använder, är att om elever får möjlighet att laborera med olika talblock med dimensionerna 1x1x1 cm, 1x1x10 cm, 1x10x10 cm och 10x10x10 cm kan de upptäcka positionssystemets uppbyggnad med basen tio (Price, 1998). Att låta eleverna laborera med talblocken på speciella sätt och göra skriftliga noteringar, förväntas underlätta för eleverna att också förstå hur vi skriver tal i ett platsvärdesystem och hur man gör beräkningar med hjälp av standardalgoritmer eller andra skriftliga räknemetoder för de fyra räknesätten. Talblocken kan också användas i undervisning om begrepp i samband med tal i bråkform (Malmer, 2001).

Om elever arbetar med talblocken på egen hand finns det alls ingen garanti för att de gör kopplingar till positionssystemet och hur vi skriver tal. Price (1998) jämförde i en studie elever i årskurs tre som använde tiobasmateriel med elever i samma årskurs som använde sig av dataprogram som behandlade två- och tresiffriga tal. Resultaten var inte alls entydiga även om vissa elever utvecklade sin förståelse med hjälp av talblocken. Price påpekar att användningen av tiobasmateriel endast är effektivt om lärare har en genomtänkt plan för hur det ska användas. Eleverna måste naturligtvis förstå kopplingen mellan talblocken, det talade språket och sättet att skriva symboler för tal. Då behöver lärare ha klart för sig vilka delbegrepp som eleverna arbetar med i olika situationer (Olsson & Forsbäck, 2002).

1. Tiogrupper: Ental kan grupperas som tiotal, tiotal kan grupperas som hundratal, hundratal som tusental osv.
2. Eleverna måste förstå vårt sätt att skriva symboler för olika tiopotenser (ex: $100 = 10^2$, $10 = 10^1$).

3. En siffras värde bestäms av dess plats eller position. Siffran 5 symboliserar när den står ensam fem ental. I talet 53 däremot symboliserar siffran 5 femtio ental eller fem tiotal.
4. Förståelse för nollans funktion som en symbol för en tom mängd är av avgörande betydelse. En del elever räknar sig fram i böcker på lågstadiet utan att egentligen förstå nollans funktion vilket kommer att visa sig när tal i decimalform introduceras.
5. Olsson & Forsbäck pekar på betydelsen av att man i undervisningen synliggör och lyfter fram tals multiplikativa egenskap ($135 = 1 \times 100 + 3 \times 10 + 5 \times 1$).
6. Eleverna ska också utveckla förståelse för tals additiva egenskap, $135 = 100 + 30 + 5$ (utvecklad form).

Löwing & Kilborn (2002) redovisar i sin bok resultat från en intervju med lärare som ombads att demonstrera hur de förklarar beräkningen av en subtraktion som $324 - 78$ informellt och formellt för sina elever. De flesta lärarna använde tiobasmateriel eller pengar för att konkretisera operationen men det språk och den metod som användes vid det laborativa arbetet stämde sällan överens med det språk och den metod man senare använde när man utförde subtraktionen utan laborativt materiel. Det formella språket och tänkandet knöts inte ihop med det informella språket och tänkandet. På så sätt blev det laborativa arbetet inte ett stöd för eleven att utveckla sin förståelse.

Från tiobasmateriel till pengar

Chinn (1998) pekar på vikten av variation i undervisningen och att elever med dyslexi både genom muntlig kommunikation och handling får möjlighet att göra överföringar mellan olika laborativa materiel som tex tiobasblock och pengar. Pengar är mer abstrakta än tiobasmateriel eftersom man inte kan se att en hundrakronorssedel motsvaras av tio tiokronor eller hundra enkronor. Tiobasmateriel som har markeringar även för entalen synliggör däremot dessa förhållanden. Man kan se att tiostaven symboliserar ett tiotal samtidigt som den symboliserar tio ental. Men pengar tillhör elevernas vardag. Tiobasmaterieleet är en konstruktion med vars hjälp man vill synliggöra positionssystemets idé. Den konstruktionen måste eleverna lära sig att tolka på rätt sätt. Att göra överföringar mellan tiobasmateriel och pengar kan vara ett viktigt steg som lärare bör ägna uppmärksamhet åt tillsammans med sina elever för att de så småningom ska kunna *tänka* med hjälp av positionssystemet utan något åskådligt materiel alls.

Multiplikation

Elever med dyslexi kan ha särskilt svårt att lära sig multiplikationstabellen (Steeves, 1983; Miles, 1992). Ytterligare en aspekt som Chinn & Ashcroft (1998) framhåller är svårigheter att generalisera fakta och matematiska lagar om inte undervisningen särskilt bidrar till att utveckla sådant kunnande. Tex kan många elever bara hämta fram tabellfakta om de reciterar hela sekvenser. För att komma fram till svaret på 9×2 måste eleven först rabbla 1×2 till 8×2 . En sådan strategi bidrar inte till att eleven upptäcker relationer mellan talen och att 9×2 tex kan lösas genom $10 \times 2 - 1 \times 2$. Situationen förvärras ytterligare om eleven vant sig att se multiplikation som "femmorna" eller "tvåorna" dvs enbart som upprepad addition (Chinn & Ashcroft, 1998). Svårigheterna innebär inte att eleverna inte kan lära sig att automatisera sådan kunskap men däremot tar det lång tid och kräver en systematisk och explicit undervisning (Ellis, Miles & Wheeler, 1996).

Forskning visar således att elever med dyslexi har särskilt stora behov av att arbeta med betydande åskådlighet och av en tydlig undervisning som hjälper dem att analysera och reflektera över matematiska samband mellan tal och mellan tal och omvärlden. Elevers möjligheter att utveckla begreppslig matematisk kunskap är nära relaterad till lärares ämnesteoretiska och matematikdidaktiska kunskaper såväl som god förståelse för elevernas tänkande (NCM, 2002).

Vilka "vardagskunskaper" behöver elever med dyslexi när det gäller tex multiplikation? Vilka kunskaper behöver eleverna för att senare förstå och använda multiplikation, bråk, decimaltal och algebra? Hur mycket av sin tid är det rimligt att eleverna lägger på just den delen av matematikutbildningen? Detta är frågor som lärare brottas med och som det kanske inte finns något enkelt svar på. Senare i texten ger vi några exempel på undervisning i multiplikation som i första hand bygger på att upptäcka samband och mönster (Chinn & Ashcroft, 1998).

Standardalgoritmer

För elever med dyslexi är det som vi tidigare nämnt särskilt påfallande att de traditionella standardalgoritmerna kan hindra eleverna att utveckla god taluppfattning pga svårigheter att skapa inre representationer, ett begränsat arbetsminne och svårigheter med riktning (Joffe, 1983; Grauberg, 1998; Malmer, 1999). Många elever är ouppmärksamma på siffrornas platsvärde och glömmer att de representerar tex hundratal och tiotal. Istället behandlar de alla tal enbart som ental när de gör beräkningar (Fuson & Kwon, 1991), och de har problem med att komma ihåg från vilket håll man ska arbeta (vänster–höger eller höger–vänster).

Kolumnaddition

Treffers & Buys (2001) påpekar att standardalgoritmen för tex addition är en förkortning av *kolumn-addition*. För att synliggöra strukturen i standardalgoritmen kan man låta eleverna arbeta i tre steg:

$$\begin{array}{r} \text{a)} \quad 463 \\ + 382 \\ \hline 700 \\ 140 \\ + \quad 5 \\ \hline 845 \end{array}$$

Kolumnberäkning karakteriseras i första steget av att man arbetar från vänster till höger och från stora till små talsorter. Delresultaten adderas vertikalt.

$$\begin{array}{r} \text{b)} \quad 463 \\ + 382 \\ \hline 5 \\ 140 \\ + 700 \\ \hline 845 \end{array}$$

I nästa exempel (b) arbetar man från höger till vänster och från små till stora talsorter. Delresultaten adderas vertikalt siffra för siffra.

$$\begin{array}{r} \text{c)} \quad 1 \\ 463 \\ + 382 \\ \hline 845 \end{array}$$

I det sista exemplet (c) används den traditionella standardalgoritmen. Övergången från a till b karakteriseras av att man ändrar riktning när man beräknar delresultaten. Övergången från (b) till (c) karakteriseras av att man använder en förkortad kolumnberäkning för delresultaten i varje kolumn. Här sker övergången från beräkning med positionsvärden till beräkning med enskilda siffror ($2 + 3 = 5$; $6 + 8 = 14$; (skriv ned 4 och kom ihåg ett i minne) $1 + 4 + 3 = 8$). På motsvarande sätt kan kolumnberäkning ske inom samtliga fyra räkneseenheter.

Huvudräkning med hjälp av bokförda delberäkningar

Huvudräkning där eleverna bokför olika delresultat (mellanled) kan eventuellt hjälpa eleven att få en bättre överblick samtidigt som minnet inte belastas lika hårt. Det överensstämmer till viss del bättre med olika strategier som man använder vid huvudräkning, där man börjar med den största talsorten, och inte som i den förkortade standardalgoritmen med

den minsta talsorten och man arbetar dessutom från vänster till höger (som vid läsning). Grauberg (1998) rekommenderar att elever som har problem med riktning och ett begränsat arbetsminne under lång tid använder detta sätt att göra beräkningar och att lärare försäkrar sig om att eleverna förstår positionssystemet. Lärare bör dock vara uppmärksamma på att eleverna verkligen utvecklar ett flexibelt tänkande när de använder den här räknemetoden. Om en elev lärt sig strategien att räkna talsort för talsort vid tex subtraktion, är det bara en effektiv metod i vissa sammanhang tex:

$$764 - 431 = 300 + 30 + 3 = 333$$

Men subtraktionen $74 - 69$ löses inte särskilt effektivt med en sådan strategi. Där ligger det kanske närmare till hands att tänka additivt dvs 70 , 74 ($74 - 69 = 1 + 4 = 5$). För många elever uppstår också problem med vilket tecken som ska användas i samband med att de får negativa tal tex:

$$764 - 685 = 100 - 20 - 1 = 79$$

Om eleven gör rätt i det första ledet händer det ofta att de sedan adderar talen i det andra ledet och får det till 121 . Även denna räknemetod ställer således stora krav på elevers begreppsliga förståelse, uppmärksamhet och flexibilitet i tänkande och val av strategier.

Malmer (1999) menar att det inte är realistiskt att elever med dyslexi utvecklar kompetens i både skriftlig huvudräkning och räkning med standardalgoritmen, inte minst med tanke på den begränsade tid som finns till förfogande för lärande i matematik i skolan. Hon betonar att om eleverna arbetar med skriftlig huvudräkning är det viktigt att föräldrar blir informerade och införstådda med vad denna redovisningsform innebär så att de kan stötta sina barn med hemläxorna.

Miniräknaren

Miniräknaren är ett kraftfullt redskap som gör det möjligt för elever i läs- och skrivsvårigheter att uppleva att de lyckas med problemlösning i matematik. Elevernas kompetenser inom olika matematiska områden kan vara väl utvecklade samtidigt som deras aritmetiska kunskaper är begränsade. Genom att de får göra beräkningar med hjälp av miniräknaren kan eleverna arbeta med mer komplexa matematiska problem och i stora talområden (Henderson & Miles, 2001). Det kräver självklart att eleverna är förtrogna både med miniräknaren och med räknesätt och vet när och varför de är lämpliga att använda i skilda situationer. När eleverna kan ägna sin uppmärksamhet åt själva problemlösningen och låta miniräknaren sköta beräkningarna upplever de att de förstår mer komplexa situationer och de stimuleras till att våga ge sig i kast med mer avancerade matematiska problem. En del elever behöver mycket övning för att lära sig att läsa miniräknaren rätt och för att trycka på rätt tangenter så att siffror som 6 och 9 eller 2 och 5 inte förväxlas eller tex minustecknet och

tecknet för division. Eleverna måste lära sig att översätta verbalt språk till matematiska uttryck på ett korrekt sätt så att alla symboler matas in i rätt ordning. Lärare måste försäkra sig om att eleverna förstår likhetstecknets innebörd och hur det används.

Chinn & Ashcroft (1998) påpekar att elever med dyslexi som har svårt att automatisera tabeller och lägga talfakta i långtidsminnet självklart ska arbeta med att utveckla sådan kunskap, men att det inte får innebära att eleverna ägnar all tid åt sådant arbete och därmed hålls kvar på en begränsad nivå i lärandet. Genom att miniräknaren snabbt och säkert utför rutinberäkningar, kan elevernas koncentration och tankar även inriktas på andra delar av problemlösningsarbetet som att:

- tolka och översätta problemet till egna ord
- göra upp en plan
- bestämma räknesätt
- genomföra planen och låta miniräknaren göra de uträkningar som är nödvändiga
- bedöma rimligheten i svaret. Ju mer miniräknaren kommer till användning desto skickligare måste eleverna vara på att bedöma uppgifters lösningar
- bedöma lösningen i förhållande till det ursprungliga problemet.

Eleverna kan också använda andra redskap som tex att rita en bild eller figur, gissa och pröva, lösa ett enklare problem först, göra upp en tabell eller ett diagram, använda laborativa materiel eller modeller. En fördel med miniräknaren är att eleverna kan arbeta inom stora talområden och med "verklighetens siffror" (Emanuelsson m fl, 1996). Detta är viktigt för elevernas självkänsla då de får erfarenhet av att de förstår och behärskar andra delar av matematiken även om det är svårt med automatiseringsprocesser. Senare ger vi flera förslag på hur miniräknaren kan användas som metodiskt hjälpmedel.

Uppskattning

Att kunna göra uppskattningar är en värdefull kompetens inte bara i skolarbetet utan framför allt utanför skolan. Henderson & Miles (2001) menar att många elever i svårigheter är ovilliga att försöka göra uppskattningar eftersom de ofta har fullt upp med att göra tidskrävande beräkningar. Att göra uppskattningar och rimlighetsbedömningar kräver dessutom omvärldskunskap och erfarenheter som eleverna kanske saknar. Här har undervisningen ytterligare en viktig uppgift. Om eleverna får möjlighet att göra undersökningar, handskas med verklighetens siffror i samband med problemlösning, uppskatta och göra överslagsberäkningar

kommer de snart att märka att de blir skickligare och kan också upptäcka fördelar med denna viktiga kunskap även inom andra områden där miniräknaren inte används.

Tal i bråkform, decimalform och procent

Om elever vant sig vid att arbeta med tal och procedurer som är relaterade till varandra kommer utvidgningen i undervisningen till procent, tal i bråkform och tal i decimalform att återspegla välbekanta mönster och idéer om hur man kan representera tal och operera med dem (Anghileri, 2000). Om eleverna inte ser samband och mönster kommer de däremot att uppleva att de ständigt ska lära sig nya symbolsystem och nya regler som saknar relevans och mening.

Traditionellt startar man ofta i undervisningen med tal i bråkform och utvidgar sedan området till att omfatta tal i decimalform och procent. Anghileri (2000) menar att det kan vara enklare för eleverna om undervisningen tar sin utgångspunkt i procentbegreppet eftersom eleverna ofta har erfarenheter av detta i sin vardag. Procentuttryck kan representeras som tal i bråkform, tex är 27% lika med $27/100$. Eleverna har ofta erfarenheter av att 99% är nästan allting och att 50% är hälften av någonting. Sådan informell kunskap kan bidra till förståelse för likvärdiga uttryck i bråk- och decimalform särskilt om eleverna får utgå från kända referenspunkter som 50%, 25% och 10%.

Löwing & Kilborn (2002) betonar betydelsen av att elever förstår och kan hantera tal i bråkform eftersom det bl a är en förutsättning för att konkretisera en rad algebraiska operationer. De menar att svårigheter som lärare upplever av att undervisa om bråk har lett till en nedtoning i viss mån av att elever ska lära sig tal i bråkform vilket i sin tur har lett till svårigheter för elever att lära sig multiplicera och dividera tal i decimalform. De påpekar att decimaltal är en speciell form av bråk och att reglerna för decimaltalsräkning enklast härleds med hjälp av bråk.

En källa till felaktiga lösningar i samband med tal i decimalform är decimaltecknets placering. Det är vanligt att eleverna inte ser det, ser det men ignorerar det, glömmer att skriva ut det eller att trycka in det på miniräknaren, läser talet korrekt men trycker in "0" istället (Henderson & Miles, 2001). Enligt Mölleheds undersökning (2001) beror elevers felaktiga lösningar vid problemlösning bl a på att eleverna inte förstått nollans betydelse och innebörder i tiondelar och hundradelar utan anger tex 10,05 som lika med 10,5. Innebörden i decimaltecknet misstolkas av några elever och 13,5 uppfattas tex som $13+5$ eller 1,5 som $1 \frac{1}{5}$. Eleverna behöver mycket praktisk erfarenhet och det kan vara viktigt att de läser talen högt och korrekt innan de skriver dem eller matar in tal i miniräknaren. Att ta hörseln till hjälp kan hjälpa eleven att uppfatta och bli medveten om de aktuella talens struktur och innebörd (Henderson & Miles, 2001).

Att lära med förståelse

Carpenter & Fennema et al. (1999) påpekar att lära sig *räkneoperationer* och utveckla *matematisk begreppslig förståelse* ofta har setts som två konkurrerande områden. Det är, menar de, knappast varken nödvändigt eller fruktbart att välja mellan färdigheter och förståelse då båda är viktiga. För att utveckla färdigheter, upprätthålla dem och för att kunna använda dem vid problemlösning måste de läras med förståelse. Kritiska färdigheter kan också understödja utvecklingen av begreppslig förståelse. Sådana kunskaper som vanligtvis anses som grundläggande räknefärdigheter (tex addition och subtraktion inom talområdet 1–100) är en god utgångspunkt för att utveckla förståelse för fundamentala talbegrepp. Löwing & Kilborn (2002) delar också upp begreppet kunskap i två delar, *kompetens* och *färdighet*. Kompetensen består, tex när det gäller areamätning, i att förstå hur många enheter, tex rutor av storleken 1 cm^2 , som behövs för att täcka en viss yta. Ur konkreta övningar av det slaget kan man successivt härleda hur man bestämmer tex parallelogrammens area. Även om eleven förstår själva begreppet (kompetensen) så måste hon också behärska de numeriska operationer (de färdigheter) som krävs för att komma fram till en korrekt lösning på den aktuella uppgiften. Ju längre elever i allmänhet kommit inom kompetensnivån desto längre har de också kommit inom färdighetsnivån. Läromedel brukar också vara anpassade efter dessa förhållanden så att svårighetsnivån inom de båda delarna följs åt inom olika områden. Men om en elev har kommit längre inom kompetensnivån än färdighetsnivån och hela tiden möter uppgifter som kräver mer på färdighetsnivån än vad eleven klarar av, är risken att eleven tappat modet och tror att det är det aktuella begreppet hon inte förstår. Löwing & Kilborn påpekar att detta leder till att vissa elever som egentligen har en god kompetens inom olika områden kan slås ut och bli lågpresterande pga för högt ställda krav på färdighetsnivån.

Eftersom forskning om samband mellan läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik framhåller att det är just inom grundläggande aritmetik som svårigheter ofta uppstår för dessa elever ligger det nära till hands att de som grupp ligger i riskzonen för en sådan utslagning. Man kan omvänt också tänka sig att eftersom dessa elever ofta presterar lågt på enkla aritmetikuppgifter får de aldrig optimala möjligheter att utveckla kompetensnivån inom olika matematiska områden. Löwing & Kilborn föreslår att man individanpassar undervisningen genom "aritmetikdopning". Det innebär att eleven kan arbeta på en relevant kompetensnivå genom att man anpassar den numeriska informationen till elevens förutsättningar. En fördel med sådan individualisering är att den kan ske inom klassens gemensamma arbete i matematik, dvs man kan

göra gemensamma undersökningar och föra gemensamma samtal om det aktuella begreppet, medan beräkningsarbetet kan ske individuellt. Självklart är det viktigt att eleverna kontinuerligt arbetar med att utveckla sin förståelse både när det gäller kompetens och färdighet.

Carpenter & Lehrer (1999) beskriver ett utvecklingsarbete där man arbetat med fem mentala aktiviteter som bidrar till utveckling av matematisk förståelse:

Konstruera samband

Förskolebarn och nybörjare i skolan löser intuitivt en mängd olika problem som innefattar att föra samman, separera och jämföra antal genom att laborera med objekt. Utvidgningar av dessa tidiga former av strategier för problemlösning kan utgöra grunden för utvecklingen av matematiska begrepp som addition, subtraktion, multiplikation och division. Om undervisningen inte hjälper eleverna att bygga vidare på sina informella kunskaper är risken att de utvecklar två separata system av matematisk kunskap. Ett som de använder i skolan och ett som de använder utanför skolan. Carpenter & Lehrer menar att många elever inte störs av att de kommer fram till ett resultat när de räknar med papper och penna och till ett annat när de löser problem med hjälp av laborativt materiel eller på något annat sätt som de förstår. De inser inte att resultat som de kommer fram till genom att använda procedurer som de lär sig i skolan ska vara desamma som när de använder andra procedurer utanför skolan.

Utvidga och använda matematisk kunskap

Att utveckla förståelse innefattar något mer än att bara knyta ny kunskap till tidigare kunskap. Det innefattar också att skapa rika och integrerade kunskapsstrukturer. Det är just struktureringen av kunskap som gör den möjlig att använda i olika sammanhang. När elever förstår kritiska samband mellan en mängd olika begrepp och processer har de större möjlighet att upptäcka hur deras existerande kunskaper kan relateras till nya situationer. Strukturerad kunskap är lättare att återskapa om man glömt den än rena minneskunskaper vilket är en särskilt kritisk punkt för elever med dyslexi. Att lära med förståelse innefattar att utveckla samband som återspeglar viktiga matematiska principer. Subtraktion med flersiffriga tal är relaterat till grundläggande begrepp om platsvärde, tal i bråkform är relaterat till begreppet division osv. Att lära med förståelse innefattar också att eleverna parallellt med att de utvecklar begreppslig förståelse också lär sig hur de kan använda sina kunskaper.

Reflektera över kunskaper

Reflektion innefattar en medveten undersökning av ens handlingar och tankar. Automatiserade processer och procedurer kräver lite av medveten reflektion. Reflektivt lärande innebär att eleverna medvetet utforskar den kunskap de tillägnar sig och på vilket sätt den är relaterad till vad de redan vet och till annat de lär sig. Men lärande innebär inte bara att relatera ny kunskap till annan kunskap utan också att det sker en omorganisering av sådant man redan vet. Att reflektera över vad man vet och hur man vet det, kan bidra till sådana omorganiseringar av kunskap.

Uttrycka kunskap

Att uttrycka och formulera sina kunskaper kräver reflektion som innefattar att kritiska idéer i en aktivitet lyfts ut så att de kan kommuniceras. Kunskaper som elever har och håller på att lära sig kan kommuniceras verbalt, skriftligt, med hjälp av bilder eller diagram osv. Det krävs mycket arbete och många erfarenheter för att eleverna ska utveckla förmåga att uttrycka sina idéer, särskilt när det gäller att göra överföringar till matematiska symboler och modeller.

Göra kunskap till sin egen

Elever kan inte utveckla förståelse enbart genom att lyssna, titta och utföra olika uppgifter. Ett övergripande mål för lärande är att eleverna vill och strävar efter att lära sig. Det innebär t ex att de reflekterar över de uppgifter och aktiviteter de deltar i när de arbetar med problemlösning och att de söker efter samband mellan nya idéer och kunskap som de redan har. Det innebär också att eleverna ser lärande som problemlösning där målet är att utvidga sina kunskaper.

Att välja rätt räknesätt

Möllehed (2001) påpekar att en vanlig orsak till att elever i årskurs 4–9 gör fel när de löser textuppgifter är att de inte förstår själva innebörden i texten vilket i sin tur kan leda till att de väljer fel räknesätt. Eleverna förstår inte de olika delarna i texten och deras inbördes sammanhang. Beräkningarna verkar vara slumpmässigt valda och är inte kopplade till innehållet i uppgiften. Många elever gör också fel som beror på att de har svårt att skilja räknesätten från varandra. Eleverna tycks ibland utföra godtyckliga beräkningar med de i texten angivna talen mer för att kunna ge ett svar än för att ha en lösningsmetod.

Vissa elever lär sig i skolan att utföra olika operationen på ett mekaniskt sätt när de löser numeriska problem och de närmar sig textuppgifter på ett ytligt plan. De letar t ex efter nyckelord i texten eller uppgiften som de hoppas ger en ledtråd till vilket räknesätt som ska användas. Talen

betraktas som isolerade och har egentligen ingen anknytning till sammanhanget som beskrivs i uppgiften. Goda läsare har en större benägenhet att konstruera mentala modeller av innehållet i textuppgifter än elever i läs- och skrivsvårigheter. De senare är mer benägna att fokusera på nyckelord och tal som ingår i texten, vilket ofta leder till att de väljer fel räkneoperation (Hegarty, Mayer & Monk, 1995). Trots att viss kunskap är relevant i många olika situationer och inom många områden framkallas den bara hos eleven inom begränsade kontexter så kallad inert knowledge problem (Whitehead, 1929). För att kunskap ska vara användbar måste den kunna aktiveras när den behövs och vid rätt tidpunkt (Bransford et al., 2000). Goldman et al. (1988) redovisar i en undersökning hur elever i läs- och skrivsvårigheter i tredje och fjärde klass vid problemlösning konsekvent använde sig av numerisk information som gavs i texten, men som var irrelevant för uppgiftens lösning. Eleverna fick textuppgifter som tex:

- Tony åker buss till ett sommarläger varje år. 8 andra barn åker tillsammans med honom. Bussen kör 9 mil i timmen. Resan tar 4 timmar. Hur långt är det till sommarlägret?
- John står framför en byggnad. Byggnaden är 8 gånger så hög som John. John är 16 år gammal. Han är 170 cm lång. Hur hög är byggnaden?

Nästan alla elever i undersökningen närmade sig uppgiften på ett mekaniskt sätt istället för att försöka förstå innehållet i texten. Ett typiskt svar på den första uppgiften var $tex\ 8 + 9 + 4 = 21$. På frågan varför eleven valt denna strategi svarade många att frågan *hur* (Hur långt är det till sommarlägret) signalerar att man ska utföra en addition. Detta var en typisk uppfattning som redovisades som grund för val av strategi i båda uppgifterna.

Eleven: Jag såg byggnaden som 8 gånger så hög som John och då visste jag att jag skulle multiplicera.

Intervjuaren: Vad multiplicerade du?

Eleven: 170 och 16 och 8.

Trots att viss numerisk information var fullständigt irrelevant för problemets lösning använde eleverna i den nämnda undersökningen konsekvent sådan information. De visade en extremt låg förståelse för problemets innehåll. Många elever misslyckades med att relatera uppgifterna till erfarenheter de hade från vardagen och betraktade problemen på ett mekaniskt och isolerat sätt.

Johansson (1983) pekar på flera problem när det gäller att välja räknesätt. För det första är läromedlens traditionella textuppgifter i aritmetik konstruerade på ett sätt som skiljer sig mycket från vardagens problem som man löser med hjälp av aritmetik. Utanför skolan finns inga färdigformulerade textuppgifter. Över fruktdisken hänger inga skyltar med

frågor om hur mycket 3 kg äpplen kostar om ett kg kostar 14,90 kr. Vardagslivets matematik startar oftast i en situation där man själv får formulera sitt problem. Det finns heller inga kapitelrubriker som kan lotsa en fram till ett lämpligt räknesätt. Om eleverna inte förstår relationen mellan räknesätt och själva textproblemet är risken stor att de försöker bortse från sammanhanget i texten och istället hitta en ledtråd eller ett nyckelord som kan leda dem på rätt spår. Detta är dock en vanskelig strategi bla därför att problem som innehåller samma nyckelord kan leda till helt skilda räknesätt. Johansson ger följande exempel :

- En vara kostar 3 kr och en annan kostar 7 kr. Hur mycket kostar de *tillsammans*?
- Två varor kostar *tillsammans* 10 kr. Den ena varan kostar 3 kr. Hur mycket kostar den andra?
- Hur mycket är 7 % av 800 kr?
- 2 av 5 elever röker. Hur många av klassens 30 elever röker?

(s 11)

Vilket räknesätt som ska väljas har inte främst att göra med nyckelord i texten utan av problemets struktur. Detta är speciellt komplicerat när det räknesätt som leder till svaret inte direkt speglar vad som händer.

Anders har 15 kr. Han köper en tennisboll. Vad kostar bollen om han efteråt har 7 kr kvar?

(s 11)

Uppgiften löses tex genom att subtrahera 7 från 15. Men om eleven lärt sig att minus alltid betyder "ta bort" blir det komplicerat eftersom Anders inte köper för 7 kronor. Johansson påpekar att en av de viktigaste uppgifter som matematiklärare har är att hjälpa eleverna utveckla förståelse för räknesättens innebörder.

Steeves & Tomey (1998) beskriver följande steg när eleven i läs- och skrivsvårigheter ska lära sig operationer kopplade till olika matematiska begrepp i alla åldersgrupper:

Konkret representation genom handling och genom att använda laborativt materiel. Detta hjälper eleven att bygga upp minnet, samtidigt som visualiseringen är ett stöd när minnet sviktar.

Illustration av problemet, tex genom att eleven ritar bilder. Det här steget kan för vissa elever vara kort inom olika moment, men är viktigt för att börja överföringen från den konkreta till den mer abstrakta nivån.

Symboler introduceras när eleven förstår det grundläggande begreppet och kan göra kopplingen mellan den begreppsliga kunskapen och operationen.

Den *abstrakta* nivån innebär att eleven kan reflektera över begrepp utan att använda laborativt materiel, bilder eller symboler.

Steeves & Tomey citerad i LD OnLine (1998).

Undervisning om kognitiva och metakognitiva strategier

Montague (1992, 1997) beskriver i några studier effekterna av undervisning om kognitiva och metakognitiva strategier i samband med problemlösning i matematik bland elever i åk 4–9.

Instruktioner som ges i samband med specialundervisning i matematik begränsar sig ofta till läromedlens instruktioner tex: *Läs uppgiften, bestäm strategi för lösning, lös uppgiften och kontrollera lösningen*. Montague menar att sådana instruktioner knappast är till hjälp för en elev som dels inte har så många strategier i sin repertoar och dessutom saknar kunskap att avgöra vilken strategi som är lämplig att använda. Hon betonar att elever i svårigheter ofta behöver undervisning utöver den som läroboken kan bidra med. Hon menar också att enbart att vardagsanknyta problem i matematik inte är tillräckligt för att hjälpa dessa elever att utveckla en god problemlösningsförmåga i matematik. De behöver undervisning om problemlösningsstrategier. Svårigheter att skapa inre representationer av innehållet i ett problem och att hämta talfakta från långtidsminnet medför i sin tur svårigheter att överföra språklig och numerisk information till matematiska ekvationer och operationer. Som ett resultat av detta hemfaller eleverna ofta åt trial-and-error strategier och irrelevanta beräkningar.

I ett undervisningsexperiment utgick man från sju strategier som eleverna fick explicit undervisning i och om. De strategier eleverna arbetade med var:

- 1: Läs texten högt
- 2: Översätt till egna ord
- 3: Visualisera innehållet
- 4: Gör en hypotes
- 5: Uppskatta
- 6: Beräkna
- 7: Kontrollera lösningen

Läraren resonerade ingående med eleverna om vad varje strategi innebar. De löste olika textproblem tillsammans och resonerade om hur strategierna kunde användas och varför de olika strategierna var meningsfulla.

Eleverna fick ge motiveringar till varför de skulle läsa texten högt, varför de skulle visualisera innehållet genom att rita bilder, ställa hypoteser osv. Man förde samtal om att goda problemlösare förklarar innehållet för sig själv, ställer frågor till sig själv och gör uppskattningar. Läraren berättade, visade och resonerade med eleverna om hur hon arbetade med att lösa uppgifter och därefter var det elevernas tur att göra samma sak. Man diskuterade elevers olika lösningsförslag, val av strategier och motiveringar till dessa.

Resultaten visade att undervisning som enbart handlade om kognitiva strategier inte var tillräcklig effektiv. Det var just kombinationen av kognitiva och metakognitiva strategier samt lärarens explicita undervisning genom samtal och modellering som hjälpte eleverna att utveckla sin förmåga.

Trots de positiva resultaten visade det sig i uppföljande studier att en del elever inte bibehöll sin metakognitiva kompetens över tid vilket innebar att de inte kunde generalisera sina kunskaper i nya problemsituationer. Detta menar Montague (1997) aktualiserar frågan om hur undervisningen i matematik i samband med textproblem kan förbättras och utvecklas vidare med hänsyn till elevers ålder, utvecklingsnivå, kompetens i läsning och matematik, motivation, intresse och tidigare erfarenheter av problemlösning. En idé som framförs är att om elever i lässvårigheter även får arbeta med mer varierande problem, tex "öppna frågor", kan det underlätta för dem att våga använda sin egen fantasi och kreativitet för att skapa representationer av innehållet.

Att våga göra fel

Elever som lärt sig vissa strategier vid problemlösning, kan ibland fixera sig vid och hålla fast vid dessa strategier, trots att de egentligen inte är de bästa användbara. Att lösa matematiska problem kräver kognitivt mod och tillit till den egna förmågan, för att man ska våga ta risken att göra fel. Ett öppet och tillitsfullt klimat i undervisningen i matematik torde därför vara av största värde. Henderson (1998) betonar vikten av att elever med dyslexi får den anpassade hjälp de behöver både i klassundervisning och i enskild undervisning. En elev som inte bara kämpar med att förstå matematiska begrepp, utan också har språkliga svårigheter och ett begränsat arbetsminne har inte så lätt att förklara sina tankegångar och att ställa relevanta frågor i en stor grupp. För dessa elever kan möjligheten att i en tillitsfull relation tillsammans med en lärare få klargöra sina frågor och ingående resonera om sina tankar och idéer om matematik leda till flera positiva resultat. När elever upplever att de kan och förstår viktiga begrepp kan de dra nytta av detta också i klassrumsundervisningen. Det är därför viktigt att det finns ett gott samarbete mellan klassläraren och specialpedagogen både om innehåll och arbetssätt i all undervisning med elever i behov av särskilt stöd. Dessutom menar hon

att när elever märker att de kan och förstår matematik smittar detta ofta av sig även på andra ämnen. Elevers självförtroende ökar och de inser att framsteg även inom andra områden är möjliga.

Öppna uppgifter

Foong & Koay (1998) beskriver en undersökning i Singapore som visar elevers svårigheter att se matematiska problem i skolan som meningsfulla. För elever i läs- och skrivsvårigheter är det särskilt viktigt att undervisningen i matematik hjälper dem att knyta an innehållet i uppgifterna till sina tidigare kunskaper och erfarenheter eftersom de har speciella svårigheter att skapa en inre representation av problemet som i sin tur ska hjälpa till att välja lämplig strategi. Foong & Koay ger exempel på öppna uppgifter hämtade från vardagen:

Hur mycket skulle det kosta om hela skolan skulle åka på dagsutflykt till Sentosa?

(s 9)

Formuleringen av ett sådant problem ger inga ledtrådar om räknesätt och det finns många tänkbara svar. Eleverna måste ta hänsyn till situationen och använda den bakgrundskunskap de har. Texten ställer inte heller krav på avancerad läsförståelse varför elever i lässvårigheter kan fokusera på matematiken i uppgiften. Genom lärarledda samtal kan de tillsammans med kamrater diskutera vad de vet och vilka kunskaper och erfarenheter de har nytta av i sammanhanget – och vad de inte vet som de behöver ta reda på.

Ellerton & Clarkson (1996) redovisar tre olika typer av öppna problem:

- Problem där startsituationen är sluten och målsituationen är öppen.
- Problem där startsituationen är öppen och målsituationen är sluten.
- Problem där både start- och målsituationer är öppna.

(s 998)

De betonar att forskning om huruvida "open ended questions" leder till att elever över tid finner fler alternativa lösningar på problem, kommunicerar mer med kamrater, utvecklar ett divergent tänkande, aktiverar sin egen kunskap osv måste utvärderas mer noggrant.

Löwing & Kilborn (2002) påpekar att lärare måste ha klart för sig *syftet* med att eleverna ska lösa ett speciellt problem (eller en räkneuppgift i boken) och att eleverna får arbeta målinriktat. Ett syfte kan tex vara att eleverna ska förberedas att senare i vuxenlivet kunna behärska problemlösning för att fullgöra sina skyldigheter och ta till vara sina rättigheter i samhället. De påpekar vidare att om man vill göra eleverna

till goda problemlösare kan man inte lämna dem att lära helt på egen hand. Lärarens uppgift är att utmana, uppmuntra och successivt höja ambitionsnivån. De ger följande exempel på olika typer av problem:

Enkla enstegsproblem, flerstegsproblem, öppna problem, vardagsproblem av rutinkaraktär, mer komplicerade vardagsproblem, problem för att introducera ett nytt moment, problem för nöjes skull.

(s 246)

Löwing & Kilborn menar att lärare också måste fundera över vilka lösningsmetoder man vill lyfta fram i olika sammanhang, tex "gissa och pröva", "använda tabell eller diagram" osv. Arbetsformerna bör också anpassas både till syftet med problemet och val av lösningsmetoder.

Resultaten av Montagues (1997) studier visar att trots att eleverna kan lära sig olika strategier och använda dem effektivt i en specifik situation har de svårt att generalisera sina kunskaper och de kan endast använda strategierna i specifika problemsituationer. Ett problem för en del elever är att de endast lär sig några få strategier. Om eleverna får fortsatt tydlig och strukturerad undervisning i och om strategier och får pröva och diskutera när och hur olika strategier kan användas för att lösa olika typer av problem är det möjligt att det kan bidra till en bättre förmåga att generalisera sina kunskaper i nya okända situationer. Det är i varje fall ett grepp väl värt att pröva i praktiken.

Sammanfattning

Lärande i och om matematik handlar bl a om en förväntan att tal och resultat har betydelse och mening och innefattar en övergripande förståelse för tal och operationer parat med förmåga, färdigheter och lust att använda denna förståelse på olika sätt. Lärarens roll är mycket viktig för att elever ska utveckla god taluppfattning. Det är betydelsefullt att eleverna får arbeta muntligt och laborera med åskådligt materiel, kommunicera och knyta an till tidigare erfarenheter för att utveckla abstrakt tänkande. En poäng med laborativt materiel är att det ska hjälpa eleverna att utveckla förståelse för en matematisk idé t ex vårt positionssystem. De måste då utveckla förståelse för alla delbegreppen. Elever som har ett begränsat arbetsminne måste uppmärksammas särskilt eftersom de riskerar att fastna i långsamma, ineffektiva och osäkra strategier baserade på uppräkningsmetoder med hjälp av själva materiele. Minräknaren är ett kraftfullt redskap både för att eleverna ska kunna arbeta med problemlösning med verklighetens siffror och tal och som metodiskt hjälpmedel för att utveckla taluppfattning.

Några punkter som kan vara speciellt kritiska för elever med dyslexi är symbolernas funktion, generalisering, verbal information, minne och grundläggande talfakta samt riktning.

Förskolan spelar en särskilt viktig roll för barn med annat modersmål eller barn som inte får så många erfarenheter hemma av att använda räkneramsan i lekar och spel, eller lösa problem i vardagen med anknytning till matematik. Flera forskare visar att det är vanligt att elever närmar sig läroboksuppgifter på ett mekaniskt sätt där de bortser från innehållet i texten och avstår från att koppla det till egna erfarenheter och kunskaper och får därför svårt att välja lämpligt räknesätt. En annan orsak till felaktiga val av räknesätt är att eleverna saknar förtrogenhet med räknesättens innebörder. Montague (1997) har genomfört en studie där elever fått undervisning i kognitiva och metakognitiva strategier för problemlösning och problemlösningstrategier. Resultatet var positivt men Montague betonar att ytterligare diskussioner om hur undervisningen i matematik kan utvecklas, bla med hänsyn till elevernas kompetens i läsning, krävs för att elevernas kunskaper ska bli bestående över tid. Ett sätt att möta elevers mekaniska sätt att närma sig textproblem kan vara att även arbeta med sk öppna frågor. Elevernas aktiva deltagande i lärandeprocessen, att sätta mål och att utvärdera sitt lärande är viktigt liksom ett öppet och tillitsfullt klimat i undervisningen där det är tillåtet att göra fel.

Lässvårigheter och lärande i matematik

Läsinlärning

Skriftspråk och matematik har flera gemensamma kännetecken (Joffe, 1983). Båda är universella språk som består av godtyckliga representationssystem, uttryckta i symboler. Bokstäverna "e-l-e-f-a-n-t" ger inte någon idé om ett stort grått djur med en snabel och siffran 5 ger inte heller någon indikering på en "5-het". Båda systemen är hierarkiskt uppbyggda, sekventiella, omgivna av regler och logik. Båda hjälper till att överföra information, underlättar kommunikation och innefattar regelbundenhet.

I forskning om grundläggande inlärning i läsning och aritmetik har man länge observerat att det finns likheter mellan dessa områden (Casto et al., 1996; Geary, 2000; Kulak, 1993; Pearn, 1997). Elevers förmåga att observera och flexibelt handskas med de enheter som ingår i tal är av avgörande betydelse för att utveckla grundläggande taluppfattning (Geary, 1994, 2000; Neuman, 1989). När det gäller att lära sig att läsa finns det en liknande relation mellan delar och helheter i språket. Elever måste bli medvetna om att ord går att dela upp i mindre byggstenar, fonem (Lundberg, Frost & Petersen, 1988).

Nybörjarläsaren förlitar sig i första hand på den fonologiska informationen för att känna igen ord och avkodar orden genom att ljuda. Med stigande ålder och erfarenhet går läsaren över till direkta ortografiska processer för att känna igen vanliga högfrekventa ord. Vid ortografisk läsning utnyttjar läsaren både hela ord och morfem som enheter i avkodningsprocessen (Høien & Lundberg, 2000). Ordet sockerkaka består av morfemen socker och kaka och ordet bollar består av morfemen boll och ar. Genom att utnyttja större enheter och hela ord automatiseras ordavkodningen och läsaren får flyt i läsningen. När läsaren ska avkoda lågfrekventa eller främmande ord används emellertid ibland fortfarande den fonologiska informationen som bokstäverna ger.

Grundläggande aritmetik

När eleverna ska lära sig dela upp de tio första hela talen använder de till att börja med olika räknestrategier och behöver ofta ta hjälp av sina fingrar för att se att talet tio kan bestå av $5+5$, $6+4$, $7+3$ osv. Så

småningom automatiserar de sådan kunskap och de kan vid behov hämta talfakta direkt ur långtidsminnet.

Övergången från räknestrategier till automatisering är begreppsmässigt lik övergången från fonologisk analys till ortografisk ordigenkänning vid läsning. Inläringen börjar inom båda områdena med en relativt ansträngande strategi – fonologisk analys vid läsning och räkneprocedurer i aritmetik. Med erfarenhet ersätts ansträngande procedurer med automatiserade processer som kräver lite uppmärksamhetsresurser, dvs ortografisk ordavkodning vid läsning och automatiserade processer i aritmetik. Automatisering på dessa områden är viktig eftersom eleven då i huvudsak kan ägna sina mentala resurser åt förståelse av textens innehåll vid läsning och matematisk problemlösning.

En del elever använder omogna strategier och gör många fel när de ska genomföra en matematisk procedur (Geary, 1993, 2000). Geary påpekar att det kan vara särskilt svårt vid problemlösning som kräver att man arbetar och gör beräkningar i flera steg för att komma fram till en lösning. Vissa elever håller under lång tid fast vid strategier där de använder fingrar, åskådligt materiel eller räknar högt. Ibland verkar detta handla om en långsam inläring och efter ett par år i skolan kan många av dessa elever hämta talfakta från långtidsminnet. Ostad (1999) påpekar att vissa elever håller fast vid omogna strategier pga brister i undervisningen. De får inte tillräcklig hjälp att utveckla sina strategier från räknande till strukturerad och till att använda formella strategier som bl a innebär att man hämtar många talfakta från långtidsminnet.

För andra elever verkar svårigheten att lägga talfakta i långtidsminnet ha att göra med en *annorlunda* utveckling. En primär svårighet för elever med dyslexi har att göra med fonologisk uppmärksamhet och förmågan att segmentera ord, samt att hämta ord ur långtidsminnet. Sådana svårigheter rör också auditivt minne och verkar ha en hög grad av ärftlighet (Olson et al., 1989; Høien & Lundberg, 2000). Kognitiva studier tyder på att representationer av aritmetiska fakta i långtidsminnet stöds av samma fonologiska och semantiska minnessystem som är kopplat till ordavkodning och läsförståelse (Geary, 2000). Om detta verkligen är fallet, menar Geary, kan de störda fonologiska processer som bidrar till lässvårigheter också vara grunden för svårigheter att hämta talfakta ur långtidsminnet. Det kan vara källan till sambandet mellan vissa matematiska svårigheter och lässvårigheter.

Forskningen om lässvårigheter har på senare tid allt mer börjat uppmärksamma automatiseringens betydelse. Det förefaller som om många elever med dyslexi har särskilt stora problem med snabb och automatiserad informationshantering. Detta problem gäller inte bara läsning utan kan också sträcka sig till andra områden. I matematiken måste många viktiga delfunktioner vara högt automatiserade så att all mental energi kan användas på högre funktioner. Bristfällig automatisering av elementära funktioner kan ha stora negativa effekter (Wolf, 2001).

Fonologiska svårigheter

Montis (2000) påpekar att äldre elever i grundskolan som har svårigheter i matematik oftast anses omöjliga att lära matematik. En del försök görs att försöka kartlägga orsaker till svårigheterna och utifrån teorier om lärande skapa en undervisningsstrategi anpassad till elevers individuella behov. Ett vanligt problem tycks vara att dessa strategier sällan används i klassrumsundervisningen. Följden blir att vissa elever ger upp och helt enkelt slutar försöka förstå. Montis menar att lärare måste vara medvetna om sina elevers starka och svaga sidor och hur detta påverkar lärandeprocessen. Hon beskriver i en studie ett försök att anpassa undervisningen till en elev som bedömts vara i stora läs- och skrivsvårigheter och matematiksvårigheter. Flickan som kallas Kay var 12 år gammal, mycket arbetsam och med en stark önskan att lära sig. Studien beskriver hur Kay genom en väl strukturerad och genomtänkt specialundervisning, där läraren ansträngde sig för att förstå flickans komplicerade inlärningsituation, fick hjälp att utveckla sitt kunnande i matematik.

Montis (2000) beskriver Kays fonologiska svårigheter som innebar att hon uppfattade ljuden i talat språk på ett diffust sätt. När man läste berättelser i klassen kunde hon missuppfatta innehållet eftersom hon uppfattade och tolkade en del ord felaktigt. *The red Coats* uppfattade hon tex som *the red colt* och i matematikundervisningen var hon mycket förvirrad över ord som *femton*, *femtio* och *femtedel* eftersom de lät ungefär likadant. Eftersom Kay uppfattade tex *fem*, *femtio* och *femtedel* som samma ord var det inte lätt att lära sig dessa begrepp. Hennes begreppsliga förståelse var oflexibel och knuten till en speciell åskådlig modell eller representation. I en viss undervisningssituation kunde hon namnge bråktal men inte i en annan liknande situation. Kay kunde efter en tids arbete verbalt uttrycka "fem halva" och relatera detta till åskådligt material både som fem halva och två hela och en halv. Däremot tog det lång tid och krävde ett mödosamt arbete innan hon kunde överföra dessa uttrycksformer till skrivna symboler. Kay kämpade länge med att göra överföringar mellan olika representationer. Hennes fonologiska problem komplicerade processen att etablera meningsfulla kopplingar mellan åskådliga modeller och talade och skrivna symboler eftersom hon inte kunde lita på sin uppfattning om överensstämmelse i talat språk. För varje ny representation eller uttrycksform som Kay lärde sig måste hon också specifikt koppla denna till varje annan representation som hon hade erfarenhet av sedan tidigare (Montis, 2000). Genom att Kay fick möjlighet att ingående resonera om sina uppfattningar av begrepp, ord och sätt att tänka lärde hon sig så småningom att förstå och uttrycka begrepp knutet till tal i bråkform.

Chinn (1998) betonar vikten av att lärare och specialpedagoger kartlägger elevers starka och svaga sidor och individuella sätt att lära. Åtgärdsprogram måste anpassas till elevens förutsättningar och behov och till

den matematik, läsning och skrivning som de ska arbeta med både i klassundervisning och undervisning enskilt eller i mindre grupper.

Långtidsminne och arbetsminne

Elever som behärskar enkel aritmetik kan hämta alla basala fakta direkt från långtidsminnet utan några fel. Denna kompetens är mycket viktig eftersom den underlättar utvecklingen av mer komplexa matematiska kompetenser (se tex Kilborn, 1979). Sannolikheten för att elever ska kunna hämta talfakta i långtidsminnet ökar ju mer erfarenhet eleven har av att lösa sådana uppgifter. Upprepad användning av en räknestrategi leder till utveckling av associationer mellan uppgiften och svaret. För att användning av en räknestrategi ska leda till konstruktionen av en representation i långtidsminnet mellan en additionsuppgift och ett svar måste båda termerna lika väl som summan vara aktiva i arbetsminnet samtidigt (Geary, 1993). Hur många tal som kan hållas aktiva i arbetsminnet beror på hur snabbt eleven kan bestämma summan. Vid en låg hastighet finns risken att representationen av det första talet har tynat bort innan eleven har kommit fram till lösningen. Eleven kan naturligtvis ändå komma fram till ett korrekt svar genom att använda någon räknestrategi, tex ta hjälp av fingrarna, men svaret kommer knappast att associeras med de ingående talen. Detta innebär att representationer av aritmetiska fakta i långtidsminnet är beroende av både vilka strategier eleven använder och hur lång tid det tar att utföra dem. Ostad (1999) påpekar att associationer inte endast skapas mellan en uppgift och ett korrekt svar utan också mellan en uppgift och ett felaktigt svar.

Svårigheter med matematik förvärras av brister i det verbala arbetsminnet (Passolunghi & Siegel, 1999). Arbetsminnet måste tex fungera effektivt för att man ska komma ihåg innehållet i en fråga, summan av en beräkning, talfakta etc. Detsamma gäller när man läser och stavar och när man ska avkoda ord noggrant och konsekvent. Korttidsminnet spelar också en stor roll i människors vardagsliv tex när man ska följa instruktioner eller hänvisningar av olika slag.

Chinn (1998) påpekar att ett begränsat arbetsminne kan skapa många typer av svårigheter och har ett starkt inflytande över hur elever handskas med tal. En elev som tex ska beräkna summan av $9 + 6$ och inte kan hämta fram svaret ur långtidsminnet använder sig kanske av strategin "räkna alla". En sådan strategi kan överbelasta minnet och risken finns att eleven inte kommer ihåg något av de ingående talen när hon väl kommit fram till en lösning, vilket medför att inga associationer bildas mellan de ingående talen och summan. Elever som vant sig vid att ställa upp tal i additions- och subtraktionsalgoritmer använder kanske samma strategi vid huvudräkning. En elev som tex ska addera $47 + 78$ i huvudet måste i så fall hålla de ingående talen i minnet. Förmodligen räknar hon först $7 + 8$, försöker komma ihåg 5 och 1 i minne, kommer i bästa fall ihåg

att hon ska addera $4 + 7$ och minnessiffran, räknar ut $4 + 7 + 1$, minns 5 och lägger samman alltsammans i en sekvens. En strategi som uppenbarligen är omständlig och minneskrävande för de flesta elever oavsett om de har läs- och skrivsvårigheter eller inte. Ett begränsat arbetsminne kan göra att elever har svårt att komma igång med uppgifter efter att läraren gett instruktioner. De kanske helt enkelt har glömt det mesta av lärarens instruktioner speciellt om de av något skäl blivit distraherade.

Ett annat problem som har med arbetsminnet att göra är förekomsten av störande intrång (Passolunghi & Siegel, 1999). Det innebär att eleven vid problemlösning håller sådan information i minnet som var nödvändig i den inledande processen, men som sedan måste sorteras bort. Detta kommer då att störa och konkurrera med sådan information som är aktuell för tillfället. Det kan också innebära att när eleven ska hämta fram fakta ur minnet blir det ofta fel. När eleven tex ska hämta svaret på uppgiften $2+5$ associeras talen till näraliggande tal som 3 och 6 (Geary, 1993). Tiden det tar att komma fram till en lösning är mycket varierande. Processer som används för att komma fram till en lösning är effektiva om irrelevanta fakta hindras att tränga fram till arbetsminnet. I annat fall kommer arbetsminnets kapacitet att sänkas pga konkurrerande information.

Matematiskt kunnande, förståelse eller gott minne?

Enligt West (1997) finns det en rad framstående matematiker, vetenskapsmän och uppfinnare som har haft tydliga tecken på läs- och skrivsvårigheter tex: Faraday, Maxwell, Poincaré, Edison och Tesla. Albert Einstein med en uppskattad IQ på 200 misslyckades i skolmatematik i huvudsak därför att han hade ett icke verbalt sätt att tänka och inte kunde memorera fakta.

Steeves (1983) har i en intressant studie försökt klarlägga varför elever med dyslexi som verkar ha matematisk kompetens inte presterar lika bra inom matematikens alla områden som elever utan dyslexi med samma förutsättningar. Steeves beskriver en pojke i årskurs 4 som under en matematiklektion skulle göra en tredimensionell modell. Läraren delade ut millimeterrutat papper och inom en tidsrymd av högst 12 sekunder utropade pojken att det fanns 28000 små rutor på hans papper, vilket också var korrekt.

Pojken läste och stavade vid den här tiden på en nivå motsvarande årskurs 2. På ett standardiserat aritmetiktest hade han nyligen visat att han presterade på medelnivå för årskurs 4. I undervisningssituationer var det däremot uppenbart att den här pojken presterade mycket högre när det gällde abstrakta resonemang, spatiala färdigheter och problemlösning. Varför presterade han då på medelnivå i standardiserade tester i aritmetik? Steeves svarar själv att pojken inte fick möjlighet att visa sina begreppsliga kunskaper i testen. Han gjorde fel på enkla algoritmer och

räkneprocedurer. I en intervju uttryckte pojken själv att han hade svårt att *minnas* olika saker.

Vi har tidigare framhållit det bristfälliga fonologiska arbetsminne som utmärker många elever i lässvårigheter och som försvårar deras förmåga att lära in nya ord. Denna funktionsnedsättning tycks alltså spela en roll också för räkneförmågan. Hög prestation i logiskt tänkande och förmåga att resonera abstrakt kombinerat med låg prestation vad gäller minnesförmåga kan vara tecken på en matematiskt kompetent elev i lässvårigheter i behov av ett individanpassat matematiskt så väl som språkligt undervisningsprogram.

Även om det inte finns några bevis för att förmåga att hålla kvar fakta i minnet kan tränas upp, är det möjligt att man kan underlätta för elever genom det sätt på vilket man presenterar information, och på hur man organiserar och strukturerar innehållet i undervisningen för att eleverna ska kunna lägga fakta i långtidsminnet.

Forskning visar att det inte alltid är så att elever i lässvårigheter upplever svårigheter även i matematik. Steeves (1983) menar att läsförmåga alldeles för ofta betraktas som synonymt med begåvning och att risken finns att man antar att elever i lässvårigheter inte kan prestera bra inom något annat kognitivt område. Men förmågan att avkoda text är inte knutet till begåvning. Många studier visar att korrelationen mellan intelligens och ordavkodningsförmåga inte brukar vara högre än +0,30 dvs endast 9 % av gemensam varians (Høien & Lundberg, 2000) vilket innebär att avkodningsförmåga inte kan betraktas som synonymt med intelligens.

Om elever inte möts utifrån sina behov i undervisningen är risken att de upplever frustration och att de underpresterar eller tom lämnar skolan (gymnasiet). Elever med dyslexi som redan underpresterar på det språkliga området blir dubbelt handikappade om deras matematiska kunnande och intressen inte uppmuntras och utvecklas. Om räknefärdigheter i huvudsak avgör om en elev gör framsteg i matematik, som ju innefattar bl a logiskt tänkande och problemlösning, kommer många potentiellt goda och kreativa matematiker i onödan hindras från att använda sina talanger fullt ut.

En viktig slutsats av Steeves studie är att dyslektiska problem kan ha en negativ inverkan på förmågan att klara räkneuppgifter utan att förmågan att resonera abstrakt och att lösa problem är påverkad.

Sekvensering

Förmågan att kunna hämta talfakta snabbt och så gott som automatiskt från långtidsminnet underlättar när man gör beräkningar. De flesta elever med dyslexi har svårt att lära sig tabeller och de som klarar detta kan ofta endast använda dem om de startar från tabellens början varje

gång (Miles, 1992). De verkar inte ha någon känsla för talens ordning i sekvenser. Att känna igen och komma ihåg talsekvenser är en användbar kompetens i matematik (Chinn, 1998). Vissa elever lär sig sekvenser som 10, 20, 30, 40 osv, men känner inte igen variationer som 12, 22, 32, 42. Man kan inte ta för givet att elever utan undervisning, på egen hand utvecklar kunskaper om sådana relationer och mönster.

Visuospatiala svårigheter

Visuospatiala svårigheter har att göra med problem att hålla reda på tal-kolumner och att man roterar siffror som 6 och 9 eller 3 och 5. Operationstecken som $+$, $\div$ och $-$ kan vara förvirrande och sammanblandas, speciellt om de är slarvigt skrivna (Geary, 2000). Uppgifter på arbetsblad eller i elevens matematikbok kan vara svåra att hålla isär om det är väldigt många uppgifter skrivna tätt tillsammans. Sammanblandningar sker också när det gäller siffrors platsvärde i vårt positionssystem. Russell & Ginsburg (1984) fann tex att elever i årskurs fyra som ansågs ha matematiksvårigheter gjorde fler fel än sina kamrater med motsvarande IQ, utan matematiksvårigheter på komplexa aritmetiska uppgifter som tex 34×28 . Felen berodde ofta på felskrivningar i samband med delanteckningar eller fel som uppstod när eleverna skulle växla och låna från en kolumn till en annan. Problemet kunde inte hänföras till brister i deras begreppsliga förståelse.

Några erfarenheter av undervisning

Chinn & Ashcroft (1998) har under många år undervisat elever med dyslexi. De berättar att när de lämnade den allmänna matematikundervisningen för att börja undervisa elever i läs- och skrivsvårigheter, trodde de att eleverna skulle lära sig matematik på ungefär samma sätt som alla andra elever.

Over the last 12 years we have accumulated experiences, tried out new ideas, researched, read what little material was available, studied in the USA, and have become convinced that difficulties in mathematics go hand in hand with difficulties in language and that a different teaching approach is needed.

(s 1)

Chinn & Ashcroft påpekar att olika elever naturligtvis har olika starka och svaga sidor och olika sätt att lära. Varje elev måste få undervisning utifrån sina särskilda behov och förutsättningar. De menar dock att det är viktigt för lärare att känna till vanliga svårigheter som kan förekomma i samband med dyslexi så att de lättare kan uppmärksamma och anpassa sin undervisning till enskilda elever och grupper av elever.

Deras erfarenheter från sin egen undervisning stämmer väl överens med vad vi funnit i forskning på området. De sammanfattar sina erfarenheter som följer:

Riktning

Standardalgoritmerna kan vara mycket förvirrande eftersom startpunkten för olika beräkningar inte är den samma som vid läsning och skrivning i allmänhet. Vid addition ska eleven starta från höger och arbeta vidare åt vänster:

$$\begin{array}{r} 362 \\ + 431 \\ \hline \end{array}$$

Vid subtraktion ska eleven dessutom komma ihåg att starta nederst till höger, "ta" det undre talet från det övre, "låna" från vänster i den övre talraden och fortsätta arbetet åt vänster:

$$\begin{array}{r} 495 \\ - 236 \\ \hline \end{array}$$

Vid kort division däremot ska eleven starta från vänster och arbeta åt höger och komma ihåg minnessiffror:

$$\begin{array}{r} \underline{2655} \\ 5 \end{array}$$

Sekvenser

Det kan vara svårt för eleverna att använda räkneramsan effektivt och särskilt svårt är det att räkna bakåt. De kan skriva 18 istället för 81 och ha svårt att minnas alla steg som ska tas i en algoritmräkning.

Visuella svårigheter

Många elever blandar ihop +, ÷ och −, eller 6 och 9, 3 och 5 (2 och 5 på miniräknaren).

Spatial uppmärksamhet

Det är viktigt att eleverna är uppmärksamma på spatial placering när det tex gäller siffrors platsvärde. Det är lätt att tappa bort var på sidan i läroboken man är både vid läsning och avskrivning.

Arbetsminne

Som vi flera gånger har framhållit kan ett svagt arbetsminne skapa många svårigheter och ha en stark påverkan på elevernas talbehandling. Att

räkna i huvudet och hålla flera siffror i minnet samtidigt är för många elever näst intill omöjligt. När lärare ger instruktioner som består av flera led eller flera uppmaningar som eleverna ska hålla i huvudet blir korttidsminnet lätt överbelastat och eleverna vet inte var de ska börja eller vad de ska göra. En enkel addition som $9+6$ kan för en elev som använder strategin "räkna på" innebära en överbelastning som gör att hon inte kommer fram till ett korrekt svar. Korttidsminnet är nära knutet till uppmärksamhet och koncentration. I matematik ställs ofta krav på just detta. Elever som har svårt att mobilisera sina mentala resurser (låg energitäthet) kan uppleva särskilt stora problem med matematik.

Långtidsminne

Elever med dyslexi kan ha uppenbara svårigheter att lära sig multiplikationstabellen trots lärares idoga försök att få dem att lära sig. Det kan vara mycket frustrerande både för elever, lärare och föräldrar när en elev äntligen lyckats lära sig nya kombinationer bara för att ha glömt bort dem några dagar senare. Långtidsminnet gäller också elevens förmåga att minnas procedurer och regler.

Matematikens språk och symboler

Elever med dyslexi upplever ofta svårigheter i mötet med matematiska texter och symboler. Matematiska ord tenderar att ha precisa innebörder och måste tolkas exakt. Avkodningen av texten måst ske snabbt och automatiserat för att eleven ska kunna ägna sina mentala resurser åt att förstå texten. Om eleven missar viktiga nyckelord eller småord som "inte" går förståelsen lätt förlorad.

Sätt att lära

Det sätt på vilket en elev närmar sig och arbetar med ett matematiskt problem påverkas i hög grad av de tidigare nämnda faktorerna. Lärare måste vara uppmärksamma på sina elevers olika sätt att arbeta med olika uppgifter. Om läraren i huvudsak arbetar med muntlig undervisning och eleven behöver visuell åskådlighet eller behöver rita och skriva uppstår kanske onödiga svårigheter i elevens lärande. Chinn & Ashcroft påpekar att det varken är möjligt eller önskvärt att hitta en undervisningsmetod i matematik som går att använda för alla elever.

Variation och erfarenheter

Elevers möjligheter att utveckla begreppslig förståelse är nära knutet till deras erfarenheter. Drill och övning används ibland för att befästa nya kunskaper. Elever med dyslexi arbetar ofta långsammare än sina kamrater

och hinner därför inte öva lika mycket. En elev som ständigt misslyckas och som endast hinner lösa några få uppgifter får inte samma variation av erfarenheter och har sämre chans att upptäcka mönster och relationer och att generalisera sina kunskaper.

Matematikängslan och självbild

Elever som ständigt stöter på svårigheter i samband med matematik riskerar att utveckla rädsla och ångest för ämnet och en sämre självbild. Det är lätt att hamna i onda cirklar – fler misslyckanden, mer ångest, fler misslyckanden, mer ångest, sämre självbild, fler misslyckanden etc.

Många elever med dyslexi stöter på problem inom något eller flera områden inom matematiken. Chinn & Ashcroft påpekar att elever ibland är mycket goda problemlösare men har svårigheter att lära sig grundläggande talfakta. Om undervisningen inte anpassas och tar till vara och utvecklar olika elevers möjligheter är risken att deras erfarenheter av matematik begränsas och att det gör det svårare för dem att utveckla nya begrepp och att göra framsteg inom områden som sträcker sig bortom den grundläggande matematiken.

Läsförståelse och problemlösning

Swanson, Cooney & Brock (1993) fann att de faktorer som bidrog mest till adekvata lösningar på skriftliga matematiska textproblem var elevers *läsförståelse* och kunskaper om olika *räkneoperationer*. Möllehed (2001) visar i sin avhandling att en av de största orsakerna till felaktiga lösningar på problem i årskurs 4–9 är att eleverna inte förstår innehållet i texterna. De förstår tex inte vissa ord och uttryck vilket medför att man inte kan välja ett relevant räknesätt. *5 mer* kan tex uppfattas som *5 gånger mer* och andra uttryck som kan vålla problem är tex *tur och retur*. Det kan också handla om att missförstå detaljer i texten och att man missförstår frågan. Den nyss redovisade PISA-studien, som gäller läsförståelse och kunskaper i naturvetenskap och matematik bland 15-åringar i ett 30-tal länder visar att 70 % av de felaktiga lösningarna vid problemlösning i matematik skulle kunna förklaras med bristande läsförståelse. Vi hoppas att dessa samband kommer att utredas ytterligare när PISA i nästa omgång får fokus på matematik.

Elevers tolkning av innehållet i en text kommer att bestämma vilka procedurer de väljer för att komma fram till en lösning men också hur de sedan värderar uppgiftens lösning. För lärare som undervisar i matematik är det viktigt att ha insikter om vilka matematiska kunskaper som krävs av eleven men också om vad som kan påverka elevens läsförståelse i samband med matematisk problemlösning.

Semantisk förståelse och inre representationer

Mayer (1992) pekar på två komponenter som är särskilt viktiga för att förstå text. När det gäller att förstå faktatexter, argumenterande eller berättande texter är den *semantiska* förståelsen (förståelsen av innebörder) särskilt viktig. I samband med texter med matematiskt innehåll krävs dessutom speciell kunskap om betydelsen av vissa kvantitativa termer som *mer än*, *mindre än*, *tillsammans* etc. Ett uttryck som Per har 3 kronor mer än Lena, tolkas av vissa elever som att Per har tre kronor. Om elever har grundläggande kunskaper om tal och kvantiteter kan de genom samtal och analys av texten lära sig hur vissa språkliga konventioner kan relateras till sådan kunskap (Cummings, 1991). Att elever får öva läsförståelse och lära sig upptäcka och tolka viktig information i texter i samband med problemlösning i matematik verkar vara nödvändigt på alla nivåer i undervisningen.

Den andra viktiga komponenten är enligt Mayer *representation* av uppgiftens innehåll, dvs förmågan att konstruera en mental modell. Att kunna göra sig inre föreställningar av textens innehåll är nödvändigt vid lösning av problem som är inbäddade i skrivna texter. Det är nödvändigt att information som ges på olika ställen i texten samordnas och integreras med varandra (Mayer, 1992). Denna förmåga verkar vara ytterst viktig för att vägleda eleven i fortsatta val av procedurer och steg som ska tas för att komma närmare en lösning. Om eleven inte uppfattar och integrerar informationen på ett adekvat sätt kan detta leda till felaktiga val av procedurer och räknesätt (Möllehed, 2001). Malmer (1996) ger exempel på hur elever misslyckas med att lösa enkla aritmetiska uppgifter därför att de inte samordnar den ingående informationen på ett korrekt sätt.

Mamma har lagt upp 12 kakor på ett fat. Ann och Bo åt upp alla utom tre. Hur många kakor fanns kvar?

(s 34)

Många elever tolkade textens innehåll som att det måste finnas 9 kakor kvar.

Förmodligen har dessa elever tolkat texten på ett ytligt plan utan att mer ingående reflektera över innebörden och väga samman den information som ges. De har helt enkelt subtraherat 3 från 12. Ett vanligt fenomen hos elever i lässvårigheter är just att de har en passiv hållning till texten och att läsningen inte aktiverar sådan bakgrundskunskap hos eleven som är relevant för sammanhanget (Lundberg, 1984; Høien & Lundberg, 2000).

Syntax

I muntliga samtal eller dialoger får eleverna god vägledning av tonfall, gester, ansiktsuttryck, pekningar och andra ledtrådar som hjälper till vid

tolkningen av det sagda. I skriften finns däremot bara orden, deras böjningar och ordningen mellan orden. Då blir elevernas *syntaktiska* kompetens synnerligen kritisk för tolkningen av texter. Barns syntaktiska medvetenhet är långt ifrån färdigutvecklad vid skolstarten utan fortsätter under gynnsamma förhållanden att utvecklas långt upp genom skollåren. När eleverna läser olika typer av texter kan de möta syntaktiska konstruktioner i skriften som starkt avviker från den språksyntax som de är vana vid i vardagen tex: *Jan, pojken med brun tröja, har en ny boll* (Høien & Lundberg, 2000). Elevers förmåga att tolka textuppgifter är dels beroende av i vilken ordning händelser presenteras i texten dels i vilken ordning numerisk information presenteras (Teubal & Nesher, 1991). De enklaste texterna att förstå är de där händelser och numerisk information presenteras i en sådan ordning att de inte kommer i konflikt med varandra.

I läromedelstexter i matematik är inte bara syntaxen annorlunda utan de innehåller ofta ord som inte ingår i elevens vardagsspråk. Texterna är dessutom komprimerade med många fakta inbakade i ett begränsat textomfång och där felläsning av ett enda litet ord kan innebära att texten missuppfattas helt och hållet. Ett begränsat arbetsminne kan också göra det svårt att förstå syntaktiskt långa och komplicerade meningar, eftersom man måste hålla viss aktuell information aktivt i medvetandet under tiden man bearbetar det språkliga innehållet.

Scheman

Lundberg (1984) talar om *schemabegreppet*. Scheman styr både vårt läsande och vårt lyssnande. När vi väljer ut, kategoriserar och tolkar information från omvärlden styrs dessa processer av begreppsliga scheman som vi utvecklat undan för undan genom erfarenheter som vi gör av omvärlden. Med hjälp av scheman kan vi sortera intryck, ordna och tolka dem. Vad vi har för scheman beror på vilka erfarenheter och bakgrundskunskaper vi har inom olika områden, förväntningar, motiv, önskningar, förhoppningar osv. På samma sätt som en skogsutflykt kan upplevas och tolkas på helt olika sätt av barn som ofta vistas i naturen tillsammans med sina föräldrar och barn som aldrig vistas i naturen på sin fritid kan en och samma text uppfattas olika av olika läsare. Enligt schemateorin använder läsaren scheman på två sätt: för det första hjälper scheman till att gruppera och organisera lässtoffet. Det talar för läsaren när en episod är tillända och gör henne vaksam för oväntad eller avvikande information. För det andra utnyttjas scheman när läsaren försöker komma ihåg vad hon läst.

Metakognition

Problemet är dock inte endast om eleverna har användbara scheman eller relevanta omvärldskunskaper för att kunna lösa olika matematiska textuppgifter. En annan fråga är om de kan aktualisera de kunskaper, de scheman som de faktiskt har. Lundberg (1984) menar att aktiv läsning förutsätter en slags medvetenhet om de egna tankeprocesserna, den egna inlärnigen. En sådan medvetenhet eller metakognition innebär att man kan värdera sin förståelse under läsningen, att man vet när man förstår och när man inte förstår. Goda läsare visar sådana metakognitiva färdigheter genom de strategier de använder vid läsning. Det kan innebära att göra klart för sig vad syftet med läsningen är, om texten kan skummas eller måste läsas noggrant, uppmärksamma vilka partier i texten som är särskilt viktiga, att avgöra om den egna förståelsen är tillräcklig eller om man behöver gå tillbaka i texten eller på annat sätt öka förståelsen. Lundberg (1984) redovisar undersökningar som visar att elever i lässvårigheter ofta har en passiv hållning till texten. De försöker inte relatera det lästa till tidigare kunskaper, har svårt att utnyttja tillgänglig information som bilder ger och går inte tillbaka i texten för att söka efter relevanta fakta. Lundberg menar att det är rimligt att anta att metakognition och självbild har ett nära samband. Många elever i lässvårigheter har en dåligt utvecklad självbild redan på lågstadiet. De tror inte på sin egen förmåga och saknar det kognitiva mod som krävs för att ge sig i kast med en text. Om elever dessutom upplever att matematik i sig är svårt kan problemen naturligtvis te sig oöverstigliga. Lundberg menar att den pedagogiska behandlingen är mindre en fråga om att avhjälpa vissa konstaterade brister hos eleven och mer en fråga om att skapa betingelser i skolan så att eleverna kan börja ta ansvar för sitt lärande. Då måste lärarna ta reda på i vilken utsträckning eleverna förstår innehållet i texterna, matematiska textuppgifter och vilken typ av förståelseproblem som det handlar om. Är det läsförståelsen eller är det matematiska innehållet som skapar problem eller är det både och?

Elever i lässvårigheter behöver explicit undervisning i läsning och läsförståelse i samband med matematiska textuppgifter lika väl som i samband med andra typer av texter. Det är också viktigt att lärare är medvetna om att elever i lässvårigheter kan ha så stora avkodningssvårigheter att läsförståelsen går förlorad. Det kan innebära att eleven egentligen förstår och kan lösa den matematiska uppgiften men att de språkliga kraven i samband med läsningen blir övermäktiga.

Att lösa aritmetikuppgifter

De Corte & Verschaffel (1991) har i en studie låtit en stor grupp elever i årskurs 2 få lösa enkla additions- och subtraktionsproblem som representerar de olika kategorierna förändrings-, kombinations- och jämförande problem.

Förändringsproblem refererar till dynamiska situationer där några händelser förändrar värdet av en kvantitet, t ex: *Joel hade 3 kulor. Tommy gav honom 5 kulor. Hur många kulor har Joel nu?*

Kombinationsproblem relaterar till statiska situationer som involverar två summor som betraktas antingen som separata eller i kombination med varandra som t ex: *Joel har tre kulor. Tommy har 5 kulor. Hur många kulor har de tillsammans?*

Jämförande problem involverar två summor där man jämför skillnaden mellan dem t ex: *Joel har tre kulor. Tommy har 5 fler kulor än Joe. Hur många kulor har Tom?*

(s 120–121, vår övers)

Alla uppgifterna kunde lösas genom att eleverna adderade två givna tal. Trots detta skilde sig uppgifterna kraftigt åt i svårighetsgrad. På kombinationsproblemet gav 97% av eleverna en korrekt lösning, på förändringsproblemet 83% och på det jämförande problemet 47%. Samma mönster visade sig på subtraktionsuppgifterna.

De Corte & Verschaffel menar att skillnader i svårighetsgrad mellan de olika problemtyperna kan bero på att eleverna inte behärskar de semantiska scheman som är nödvändig för att skapa en representation av problemet. Det kan också bero på att vissa problemrepresentationer är enklare än andra att knyta till den rätta matematiska operationen men också vilka typer av uppgifter eleverna möter i läroböckerna.

Ann och Tom har 8 böcker tillsammans. Ann har 5 böcker.
Hur många böcker har Tom?

(s 128, vår övers)

I det här problemet är det inte uttalat att Anns 5 böcker som nämns i den andra meningen, samtidigt är en del av de 8 böcker de har tillsammans. Men detta kombinationsproblem kan omformuleras så att den ytliga strukturen gör de semantiska relationerna mer uppenbara. *Ann och Tom har 8 böcker tillsammans. 5 av dessa böcker tillhör Ann och resten tillhör Tom. Hur många böcker har Tom?*

Elever som inte kunde lösa standardversionen av problemet löste ofta den omformulerade versionen korrekt. Standardversionen inrymmer således ett inferenskrav som en del elever har svårt att klara av. Ett tydligt exempel på det intrikata samspelet mellan matematik och läsning.

Det är naturligtvis inte bara de skriftliga texternas språkliga form som är betydelsefulla. Även i muntliga sammanhang är det viktigt hur problem presenteras. Hudson visade elever en bild på fem fåglar och fyra ormar. Eleverna fick frågan: *Hur många fler fåglar än ormar är det på bilden?* Den frågan var mycket svårare än frågan: *Antag att alla fåglarna dyker ned och försöker ta var sin orm. Hur många fåglar kan inte ta någon orm?* (Shuard & Rothery, 1988).

De Corte & Verschaffel (1991) betonar vikten av att lärare uppmärksammar att elevers felaktiga lösningar på textproblem ofta är anmärkningsvärt systematiska och härrör sig ur elevernas missuppfattningar grundade på övermäktiga läskrav i uppgifter. De påpekar att undervisning och instruktioner i matematik måste ges mycket mer explicit och systematiskt än vad som i allmänhet görs idag, särskilt för elever i läs- och skrivsvårigheter. Denna pedagogiska insikt lyfts fram gång på gång i vår granskning av forskningslitteraturen.

Att välja räknesätt

De Corte & Verschaffel (1991) har utarbetat en modell för arbete med enkla matematiska uppgifter bestående av fem olika steg som kan underlätta elevernas läsförståelse och förmåga att lösa sådana uppgifter.

1. Eleven utgår från texten och gör en sammanfattning av problemet.
2. Genom att eleverna får öva sig att formulera problemet muntligt med egna ord kan de skapa sig en bild, en inre representation av problemets innehåll.
3. Med utgångspunkt i den representationen väljer eleven sedan en lämplig formell matematisk strategi eller en informell strategi för att lösa problemet.
4. Eleven genomför den valda operationen eller beräkningen.
5. Slutligen går eleven tillbaka till texten och kontrollerar sin lösning.

(s 118, vår övers)

Modellen kan tjäna som exempel på hur man kan arbeta med elevers läsförståelse både i klassundervisning och vid enskild undervisning i matematik. Många elever kan arbeta efter modellen i par eller på egen hand, men för elever i läs- och skrivsvårigheter är det ofta nödvändigt med tydlig och strukturerad undervisning och ingående samtal om innehåll och procedurer tillsammans med lärare.

Kategorisering av uppgiften

En viktig kompetens är att kunna kategorisera problemet, dvs upptäcka vilken typ av uppgift det är. Problemet *Per har 3 kronor mer än Sanela* är av samma typ som *Sanela har 5 kronor mer än Jan*. Hos goda problemlösare verkar kategorisering vara en förmåga som utvecklats genom erfarenhet av att lösa likartade problem beskrivna i olika situationer och sammanhang. I ett undervisningsexperiment (De Corte & Verschaffel, 1991) har eleverna fått rita diagram över uppgiftens semantiska struktur innan de har gjort någon beräkning. Syftet har varit att hjälpa eleverna att bli medvetna om de semantiska relationerna mellan texters innehåll

och de tal som förekommer i problemet och relationer mellan talen. Eleverna har också fått tydlig och strukturerad undervisning om hur de kan använda sådan kunskap för att kategorisera uppgiften. Nedan visas de tre huvudsakliga typerna av additions- och subtraktionsproblem.

Förändringsproblem: Peter hade 3 äpplen. Ann gav honom 5 äpplen till. Hur många äpplen har Peter nu?

Jämförande: Peter har 3 äpplen. Ann har 8 äpplen. Hur många fler äpplen har Ann än Peter?

Kombinerade: Peter har 3 äpplen. Ann har 5 äpplen. Hur många äpplen har de tillsammans?

(s 120–121, vår övers)

Sådana bildmässiga representationer underlättar uppenbarligen kategorisering av problem. Dessutom löstes uppgifterna avsevärt mycket bättre sedan eleverna fått konstruera bilderna själva.

Val av procedurer

Elevers val av procedurer påverkas dels av hur de tolkar innehållet i texten, dels av deras kunskaper om matematiska begrepp och procedurer. Elever väljer ibland, som vi sett tidigare, fel *räknesätt* därför att de inte är förtrogna med räknesättens innebörd och användningsområde, eller för att de feltolkar informationen i texten. Den ordning som tal presenteras i spelar stor roll för elevers val av *räknestrategi*. I uppgifter som leder fram till addition och där det ingår ett litet och ett stort tal är det mer effektivt om eleven räknar från det största talet såvida de inte kan hämta talfakta från långtidsminnet. I en studie bland elever i årskurs 2 använde 48% av eleverna *räkna från största* om det största talet stod först, i annat fall var det endast 14% som använde den strategin (De Corte & Verschaffel, 1991). Det är naturligtvis viktigt att elever får sådan undervisning att de utvecklar förtrogenhetskunskaper i samband med olika räknesätt och att de får hjälp att undan för undan lära sig att granska och flexibelt handskas med de ingående talen i olika uppgifter.

Bedömning av uppgiftens lösning

När eleven ska bedöma rimligheten i lösningen krävs viss omvärldskunskap och att eleven kan knyta an till sådana kunskaper och till tidigare erfarenheter av att lösa liknande problem. En viktig sida av metakognition är förmågan att övervaka sina egna framsteg när det gäller att lösa matematiska problem. Montague (1992) visade att elever i lässvårigheter förbättrade sin förmåga efter att ha fått undervisning och övning i läsförståelse, kategorisering av problemet, val av procedurer etc. Man får emellertid vara försiktig vid tolkningen av sådana positiva övnings-

effekter. Det är osäkert hur stort transfervärdet är och hur långsiktiga effekterna är.

Att skriva matematik

En skillnad mellan talat och skrivet språk är att skriften är synlig. Pimm (1987) påpekar att det är skillnad att skriva för eget bruk och att skriva för någon annan. Genom att man skriver ned någonting finns det utanför en själv och blir på det sättet lättare att betrakta och reflektera över. Sådant skrivande kan tjäna ett syfte på ett personligt plan. Noteringarna eller det skrivna kan göras för att personen i fråga har nytta av det för att text klargöra sina tankar för sig själv eller hålla reda på fakta. Sådant skrivande som endast tjänar personligt syfte behöver inte ta hänsyn till allmänna konventioner, regler eller former som gäller för skrift. Skrivande kan å andra sidan vara ett redskap för att kontrollera att ens tankar bär även på ett formellt plan som också ska redovisas för andra och eventuellt bedömas av läraren. Sådant skrivande ställer andra krav på allmänna regler och konventioner, följdriktighet etc.

Lärares skrift i matematik sker ofta på tavlan eller genom att man formulerar skriftliga uppgifter som eleverna ska arbeta med. Lärarna skriver då med eleverna som mottagare och förväntningar finns på att det skrivna ska vara perfekt. Vet eleverna alltid vem *de* skriver för? Pimm menar att det är viktigt att de har klart för sig om de skriver för att underlätta sitt lärande och klargöra sitt tänkande och sina idéer för sig själva, eller om de skriver för läraren och andra elever som mottagare. Även i läroböcker förväntas det skrivna vara exakt. Texterna är polerade, planerade och följdriktiga och avsedda att vara begripliga vid första läsningen. Dessa krav på exakt och felfri text överförs lätt till elevernas förväntningar på sitt eget skrivande. Detta är speciellt tydligt i matematik där traditionerna av renhet, läsbarhet och korrekthet är allmänna kriterier för skriftligt arbete. Om elever ska kunna använda skrift för olika syften är det viktigt att de får undervisning om hur detta kan ske.

Ur metakognitivt perspektiv är det positivt att lärare uppmanar sina elever att skriva *om* den matematik de studerar (Dysthe, 1996; Withers, 1996). Det är ett sätt att underlätta för eleverna att reflektera över matematiska begrepp och samband. Withers påpekar att genom elevers skrivande kan lärare få information om sina elevers lärande, eventuella svårigheter och på vilka sätt de löser problem. Trots sådana fördelar anser många lärare att uppgiften att skriva om matematik och reflektera över sitt lärande är för svårt för många elever.

Morgan (1998) påpekar att i många studier som rapporterats om erfarenheter av att låta elever *skriva-för-att-lära* har man antagit att lärare genom att granska elevernas texter kan få en god uppfattning om deras kunande. Morgan betonar att man inte kan förutsätta att elevernas produktion av text är transparent och representerar deras matematiska tänkande.

Det är vida känt inom forskning och praktik att många elever inte har de språkliga kompetenser som är nödvändiga för att kunna redovisa sitt tänkande i skrift (Morgan, 1998).

Ett annat problem som Morgan lyfter fram är att det inte enbart handlar om elevernas kompetens att uttrycka sina tankar i skrift. Det handlar också om lärares kompetens att tolka, förstå och bedöma innehållet i elevernas texter. Vilka bedömningar som lärare gör beror bl.a. på deras kunskaper om skrivprocessen och om deras matematiska kunskande. Beror brister i elevernas texter på att de saknar vissa kunskaper om den matematik de skriver om eller beror det på svårigheter att uttrycka sina tankar i skrift? Morgan påpekar att det inte finns någon enkel relation mellan elevers texter och lärares bedömningar av elevernas matematiska tänkande.

I de flesta studier som rapporterar om fördelarna med att skiva för att lära har man utgått från att elever inte behöver undervisning i själva skrivandet och hur man kan utveckla det som ett redskap för sitt lärande. Istället har man förutsatt att bara eleverna skriver så lär de sig skriva. Men elever lär sig inte skrivandet som ett redskap utan medveten och systematisk undervisning (Steinbring m.fl. 1998 s. 31). Morgan betonar behovet av studier och undervisningsförsök vars syfte är att utveckla goda metoder för att elever ska kunna utveckla skrivandet just som redskap för sitt lärande i matematik. I det sista kapitlet ger vi förslag på några aktiviteter som kan hjälpa elever att utveckla sådan kompetens.

Ett klassrumsförsök

Etheredge (2000) beskriver en studie där lärare försökt anpassa klassrumsundervisningen i matematik för att hjälpa eleverna att utveckla sin förståelse för tidigare nämnda kategorier av textuppgifter. Syftet var att hjälpa eleverna att konstruera specifik kunskap om olika typer av skriftliga aritmetiska uppgifter. Utgångspunkten för Etheredge et al. har varit att om elever förstår uppgifternas struktur, "understand the problems from the inside", kan detta utveckla förståelse som leder till att man väljer adekvata Lösningsstrategier. En annan utgångspunkt är att det är viktigt att elever får utgå från sina egna erfarenheter i samband med problemlösning och att de får använda sitt eget språk för att formulera problem. Slutligen antar man att undervisning som syftar till att elever utvecklar muntligt och skriftligt språk i samband med problemlösning hjälper eleverna att reflektera över innehållet i uppgifterna. Detta kan i sin tur bidra till att elever utvecklar bättre Lösningsstrategier.

För att utveckla kunskap om problemens struktur och språk fick eleverna i den aktuella studien skriva egna textuppgifter. Detta byggde på flera idéer om elevers lärande:

1. När eleverna formulerar problem bygger de på sin egen tidigare kunskap och utvecklar ny kunskap genom sina erfarenheter och genom samspel med omgivningen.

2. Elever kan utveckla sitt eget lärande genom att skriva. Man tillämpar och ställer samman idéer när man skriver och därigenom omvandlar och omorganiserar man sin kunskap.
3. Skrivande kan också utveckla elevers språkliga förmåga och kan dessutom vara en god aktivitet för samarbete.

(s 22, vår övers)

Arbetet startar med att läraren diskuterar med sina elever om vad ett matematiskt problem kan vara. Syftet med diskussionen är att lyfta fram och klargöra elevernas egna föreställningar. Läraren betonar att aritmetiska problem kan härröra sig till en händelse eller en situation som har att göra med tal och matematik. Eleverna får utgå från och diskutera olika exempel på matematiska problem, likheter och skillnader i språkliga formuleringar och hur problemen kan lösas med hjälp av olika strategier.

Lärare och elever hjälps åt att sortera olika problem i kategorier som beskrivits ovan (*förändringsproblem*, *kombinationsproblem* och *jämförande problem*).

Naturligtvis finns det många olika sätt att kategorisera matematiska problem, men detta är ett förslag på hur man kan börja med enkla aritmetiska problem. Syftet är att uppmuntra eleverna att reflektera över texternas innehåll och att göra dem uppmärksamma på den språkliga strukturen.

Eleverna arbetar i par och skriver förslag på olika aritmetiska problem. De hjälps åt att sortera problemen med hjälp av de tre kategorierna. Elever som endast formulerat problem ur en eller två kategorier får i uppgift att formulera problem ur den saknade kategorin.

När eleverna förstår idén med att skriva matematiska problem diskuteras vilka frågor som kan ställas utifrån den information som ges i texterna och med tanke på vilken kategori de tillhör.

Exempel (Etheredge, 2000, s 23, vår övers):

Förändringsproblem

Mona gick till godisaffären och köpte 24 chokladbitar som hon skulle bjuda familjen på. På vägen hem åt hon upp 5 bitar. När hon kom hem hade hon 19 bitar kvar att dela med sin familj.

Exempel på möjliga frågor som kan ställas:

- Hur många chokladbitar köpte Mona?
- Hur många bitar hade hon kvar att dela med sin familj?
- Hur många chokladbitar åt hon upp på vägen hem?

Kombinationsproblem

Maria och Karl planterar blommor i en blomsterlåda. Maria planterar 16 tagetes och Karl planterar 12 violer. De har 28 blommor i sin blomsterlåda.

Exempel på möjliga frågor som kan ställas:

- Hur många blommor har de i sin blomsterlåda?
- Hur många tagetes planterar Maria?
- Hur många violer planterar Karl?

Jämförande problem

Karin och Malin simmade i simhallen. Karin simmade 32 längder. Malin simmade 25 längder. Karin simmade 7 längder mer än Malin.

Exempel på möjliga frågor som kan ställas:

- Hur många längder simmade Karin?
- Hur många längder simmade Malin?
- Hur många fler längder simmade Karin än Malin?

När eleverna behärskar att skriva och lösa den här typen av enkla problem och frågor går man vidare med lite svårare texter. Eleverna kan tex arbeta med texter där ovidkommande information ges. Detta gör man för att eleverna ska få öva sig i att bedöma vad som är relevant information i texterna och vilken information man kan bortse ifrån.

Det förekommer också mer öppna frågor där eleverna själva måste tillföra numerisk information. I exemplet med Mona kan man tex fråga *Hur många chokladbitar får var och en?* Eftersom det inte anges i texten hur många familjemedlemmar det finns måste eleven själv bestämma det. Det kan vara ett sätt att uppmuntra eleverna att aktivera egna kunskaper och sätta in uppgiften i ett sammanhang.

Olika aspekter av skrivande

Eleverna formulerar egna problem

När eleverna skriver sina egna problem kan de utgå från sina egna erfarenheter och relatera matematiken till sin egen vardag. Att formulera ett skriftligt aritmetiskt problem kräver att eleven också förstår problemets matematiska begrepp. När eleverna diskuterar sina problem med varandra bidrar detta till att engagera och motivera dem. Samarbete kring skrivandet stimulerar eleverna att tänka högt och ställa frågor till varandra vilket i sin tur bidrar till de fördjupar och vidgar sin förståelse. Skrivandet kan också innebära att elever känner att de har kontroll och tilltro till sitt eget lärande och kan därmed förstärka en positiv attityd till problemlösning (Etheredge, 2000; Lester, 1996). I den nämnda studien var elevernas skrivande begränsat till enkla aritmetikuppgifter. Skrivandet kan naturligtvis användas i en mångfald av matematiska situationer där man söker samband, arbetar med geometriska begrepp, formulerar och löser rika problem. Björkqvist (1999) betonar att en matematiskt rik uppgift är en värdefull uppgift på grund av sitt matematiska innehåll. Han framhäver speciellt uppgifter som är mångsidigt användbara genom att de ”kopplar olika tillvägagångssätt till varandra eller utgör utgångs-

punkter för utvecklandet av två eller flera skilda teman inom matematiken”. Eftersom elever i läs- och skrivsvårigheter ofta har svårt att uttrycka sig skriftligt är det mycket viktigt att undervisningen syftar till att utveckla skrivandet som ett redskap för lärande och att man inte lämnar den svåra uppgiften åt eleven själv. Löwing & Kilborn (2002) påpekar att om elever lämnas att skriva egna problem är risken att de bara reproducerar sådan matematik som de redan kan. Får de dessutom ingen hjälp att utveckla sitt skrivande blir ju aktiviteten tämligen meningslös.

Viktig information till läraren

Burns (1995) menar att skrivande i samband med matematik inte bara gagnar elever genom att det kan bidra till deras lärande, utan gagnar också lärare genom att elevernas förståelse och lärande kan synliggöras. Den information som lärare får genom elevers skrivande kan ligga till grund för att förändra, förbättra och utveckla undervisningen. Läraren kan få värdefull information om vilka slags erfarenheter som skulle kunna gagna enskilda elever, vilka matematiska idéer och procedurer som de behöver hjälp med att fördjupa sin förståelse för och vilka missuppfattningar som förekommer. Burns betonar att i lärandeprocessen så är ofullständig förståelse och viss förvirring naturligt i olika skeden och att lärarens uppgift är att bidra till att skapa klarhet genom god undervisning. Skrivandet kan vara ett sätt att arbeta sig in i ett område eller ett begrepp, det är ett effektivt tankeredskap och det kan hjälpa elever att klargöra sina tankar. Hon påpekar vidare att läraren måste ta som sin uppgift att hjälpa elever att lära sig skriva i och om matematik. Detta gäller för alla elever men särskilt för elever i läs- och skrivsvårigheter. De behöver många erfarenheter av att skriva för att utveckla sin kompetens där tex matematiska undersökningar kan vara en rik källa för att ge eleverna sådana erfarenheter. Vad som är viktigt är att elever har något att skriva om och att de förstår syftet med skrivandet. Burns framhåller vikten av att lärare regelbundet samtalar med sina elever om värdet av att skriva. För elever som inte tycker om att skriva pga rädsla för misslyckanden är det viktigt att de får sådan hjälp att de känner att de lyckas och att de har nytta och glädje av sitt skrivande.

Läraren som modell

Att läraren modellerar olika skrivsituationer på tavlan är exempel på undervisning som kan hjälpa elever att utveckla sitt skrivande. Det kan tex vara tankekartor där läraren skriver ned elevernas idéer om ett begrepp, läraren eller en elev sammanfattar idéerna muntligt och därefter skriver läraren några sammanfattande meningar på tavla. Eleverna får sedan skriftliga kopior av tankekartan och sammanfattningen. Undan för undan i nya situationer lämnar läraren över ansvaret för skrivandet

åt eleverna själva. För elever som har svårt att formulera sig skriftligt är det mycket värdefullt att först få formulera sig muntligt. Att verbalisera sina tankar är ofta ett effektivt första steg mot att skriva. En annan sida av skrivandet är när eleverna skriver för att klargöra vad de lärt sig, hur de ser på matematikundervisningen eller om sina attityder till att arbeta i grupp och individuellt. Elevers skrivande är ett utmärkt medel för samtal mellan lärare, elever och föräldrar om vad deras barn lär sig och vilka framsteg de gör. I kapitlet *Didaktiskt utvecklingsarbete – några förslag och idéer* ger vi exempel på situationer där elever skriver för att lära och för att reflektera över sitt lärande.

Att läsa textuppgifter i matematik

Möllehed (2001) och PISA-studien anger brister i läsförståelse som den mest bidragande orsaken till felaktiga lösningar på matematiska textproblem. Shuard & Rothery (1988) menar att en av de viktigaste uppgifterna som lärare har som undervisar elever i matematik i grundskolan är att hjälpa dem att utveckla en god läsförmåga. De motsätter sig idéer som ibland förs fram att både lärobokstexter och arbetsblad producerade av lärarna själva ska vara konstruerade så att elever i läs- och skrivsvårigheter kan undvika att läsa, eller läsa så lite som möjligt. Istället menar de att dessa texter ska vara konstruerade på sådant sätt att de hjälper eleverna att bli bättre läsare. Det innebär naturligtvis inte att man kan lämna denna svåra uppgift till eleverna själva. Det är lärarnas ansvar att skapa en väl strukturerad och genomtänkt undervisning som kan hjälpa eleverna att utveckla nödvändiga språkliga kompetenser genom gemensamma diskussioner och förklaringar kring det lästa. Man bör enligt Shuard & Rothery uppmuntra eleverna att både tala och skriva om den matematiska kunskap de håller på att tillägna sig.

En viktig fråga i sammanhanget är vilka slags texter eleverna behöver möta. En av grundskolans uppgifter är att ge eleverna sådana kunskaper och färdigheter i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att tolka och använda det ökande flödet av information och för att följa och delta i beslutsprocesser i samhället. De vanligaste förekommande lärobokstexterna som eleverna läser i skolan är sk "benämnda" tal eller textuppgifter. Dessa har säkert stor betydelse då det gäller att utveckla elevernas problemlösningssförmåga – förutsatt att de är väl valda med hänsyn till elevernas intresse, erfarenheter och förkunskaper och inte är föråldrade (Johansson, 2000). Sådana textuppgifter kan också användas i syfte att eleverna ska utveckla sin läsförståelse i samband med problemlösning och matematik. Men Johansson påpekar att utanför skolan finns inga benämnda uppgifter och mycket sällan färdigformulerade problem. I dagspressen ges information om händelser, förhållanden och fakta inom vitt skilda områden som beskrivs och kommenteras genom skriven text, statistik och diagram.

Det är angeläget att elever i läs- och skrivsvårigheter får undervisning och erfarenhet av att läsa och tolka sådan information i samband med problemlösning i matematik. Samtidigt är det viktigt att skolan håller sig à jour med utvecklingen av tekniska hjälpmedel som kan underlätta läsningen och att dessa görs tillgängliga för elever i behov av sådana. Ingen elev ska behöva misslyckas i matematik på grund av läs- och skrivsvårigheter.

För att med framgång kunna lösa textuppgifter behöver elever ha en god förståelse för vad som är relevant information i texten och förmåga att bilda inre föreställningar om vad uppgiften egentligen handlar om. Dessutom behöver de kunna bedöma vad det är för typ av problem de ställs inför och vilka strategier som är rimliga att använda för att en lösning ska nås. Miles (1992) påpekar att matematikproblem ofta kräver ett förhållningssätt till texten som kan vara problematiskt för elever i lässvårigheter. Elever är kanske vana att försöka fatta *poängen* i en text eller en berättelse. Nu förväntas de istället att söka efter *samband*, relationer mellan olika data i texten. Det är tämligen vanligt att lärare uppmanar sina elever att söka efter det som *är givet* i texten. Men det som är givet återfinns ofta i olika detaljer, utspridda i texten, sådant som eleven ofta vant sig vid att bortse från. Den språkliga stilen i sådana texter är ofta snarig och koncentrerad och därför svår att analysera (Miles, 1992).

Exempel: Omkretsen av ett rektangulärt papper är 44,8 cm.

Det första som eleven måste uppfatta är att det är ett rektangulärt papper, annars blir ordet omkrets inte meningsfullt. Men ordet rektangulärt är inbäddat i mitten av meningen vilket gör det svårt att uppfatta som viktigt. Det finns också en avsevärd svårighet vad gäller terminologi. I allt som elever ska läsa, inte bara i samband med matematiska problem utan också i förklaringar som ges i matematikböcker, kommer de att möta en uppsjö tekniska termer och ord, eftersom varje nytt område har sin speciella terminologi (Skolöverstyrelsen, 1979).

Många matematiska termer och begrepp är klädda i en språkdräkt, som för elever med dyslexi kan vara mycket främmande. Miles (1992) påpekar att många begrepp skulle eleverna kunna lära sig förstå om man i undervisning koncentrerade sig på att eleven ska förstå det underliggande begreppet och inte bara komma ihåg orden.

Ett karakteristiskt drag i dyslexi är svårigheter med nya ord och non-sensord. Den grundläggande fonologiska svagheten gör att det blir särskilt svårt att bemästra nya ord, att erövra dem och införliva dem med det egna ordförrådet (Baddeley, 1998). Det betyder att en elev med dyslexi behöver många möten med de nya orden innan de *sitter*. Mer än andra behöver de också tydliga förklaringar och erfarenheter av ordens innebörd, uppbyggnad och släktskap till andra ord. Detta gäller även ord som ofta finns i elevens vardagsspråk men som har en annan innebörd i matematiska sammanhang, *tex udda, division, volym* osv.

Shuard & Rothery (1988) påpekade att för författaren är syftet med en lärobokstexten klar, men det är inte givet att den avsikten finns klart uttalad i texten. Målen är i huvudsak att eleverna ska lära sig begrepp, principer, färdigheter och strategier för problemlösning. Shuard & Rothery menar att elever behöver få undervisning och övning i läsförståelse i allmänhet men betonar betydelsen av att de får öva läsförståelse just i samband med matematik. De anger tre kompetenser av läsförmåga som är nödvändig för alla elever att lära sig för att förstå läromedels texter:

Avkodning: Den mest elementära nivån för läsning är själva avkodningen av ord och symboler i texten. Läsaren måste uppmärksamma och förstå betydelsen av de enskilda orden och symbolerna. För effektiv matematisk läsning krävs också att läsaren kan tyda grafiskt material som bilder och illustrationer.

Skapa mening: Det räcker inte att kunna avkoda alla enskilda ord i texten utan läsaren måste också skapa mening och sammanhang i texten. Läsaren måste tolka och förstå innehållet i texten och relatera detta till tidigare kunskaper och erfarenheter.

Samspel mellan läsaren och texten: Att läsa och lösa matematiska problem innebär en aktiv process och att läsaren förmår att skapa en relation mellan sig själv och texten. Läsaren måste reagera på texten genom att själv göra inferenser och dra slutsatser även om sådant som inte direkt står uttalat i texten, men som är nödvändigt för förståelsen.

(s 144, vår övers)

Eleverna behöver tydlig strukturerad undervisning inom alla dessa områden. Detta gäller särskilt elever i lässvårigheter. Shuard & Rotherys beskrivning stämmer väl överens med den dominerande synen i läsforskningen (Adams, 1990).

Sammanfattning

När elever ska lära sig läsa utnyttjar de i första hand den fonologiska informationen och avkodar ord genom att ljuda. När de ska lära sig dela upp de tio första hela talen sker detta ofta med hjälp av åskådligt material och med hjälp av fingrarna. Så småningom övergår eleverna till mer automatiserade processer inom båda områdena. Övergången från procedurstrategier till automatisering i elevers matematikutveckling är begreppsmässigt lik övergången från fonologisk analys till ortografisk ordigenkänning vid läsning.

Ibland kan svårigheter relateras till en långsam inläring eller brister i undervisningen, medan andra svårigheter verkar vara av annan karaktär. Forskningen visar att elever med dyslexi har en sämre fonologisk förmåga

än genomsnittsläsaren och att elever i matematiksvårigheter har svårt att automatisera grundläggande talfakta. Detta kan ha att göra med en underliggande funktion som tar sig uttryck i både svårigheter att automatisera ordavkodningen, hämta ord från långtidsminnet och att lägga talfakta i långtidsminnet.

En del elever med dyslexi presterar på en hög nivå när det gäller logiskt tänkande och abstrakt resonerande i samband med matematik samtidigt som de presterar signifikant sämre på räkneuppgifter där minnessvårigheter ger sig till känna. Steeves (1983) varnar för att elever med dyslexi ofta bedöms ha sämre förutsättningar än sina kamrater och att förväntningarna på dessa elevers prestationer inom andra kognitiva områden ofta blir lägre än vad som är skäligt.

I granskningen av forskningslitteraturen framkommer det att faktorer som starkt bidrar till elevers problemlösningsförmåga i samband med textuppgifter är elevernas läsförmåga och kunskaper om olika räkneoperationer. Elevers lärande är beroende av lärares kunskaper i och om matematik, vad som påverkar elevernas läsförståelse och hur man kan arbeta både med elevernas läsförståelse och matematiska kunnande. Genom en förbättrad undervisning, med tydliga samtal och diskussioner om matematiska texters innehåll och olika förslag till Lösningstrategier kan eleverna förändra och utveckla sina uppfattningar så att de närmar sig uppgifter på ett mer metodiskt sätt där de tar hänsyn till sammanhanget där talen ingår.

Ett syfte med att uttrycka sig muntligt och skriftligt i matematik är att organisera sina tankar (Dysthe, 1996). Genom att sätta ord på tankar och idéer lyfts de upp och blir synliga för reflektion och eftertanke och på så sätt kan en djupare förståelse nås. Att formulera sina tankar skriftligt kräver högre grad av precision och tankereda än vad talet gör. Elever i läs- och skrivsvårigheter behöver tydlig och strukturerad undervisning för att utveckla skrivandet som ett tankeredskap och stöd för lärande.

Många elever betraktar textuppgifter i matematik som isolerade räkneövningar som inte har något med deras tidigare kunskaper och erfarenheter att göra. Liknande förhållningssätt förekommer hos elever i lässvårigheter i samband med att de läser andra typer av texter. Det är vanligt att eleverna saknar metakognitiva strategier som innebär att de utvärderar sin egen förståelse och tar ställning till vilka strategier de ska använda för att öka förståelsen. Att utveckla god förmåga att tala och skriva matematik kräver explicit undervisning kring den språkliga aspekten av matematiken vilket kan innebära

- att öva läsförståelse i samband med matematik
- att eleverna reflekterar över matematiktexternas innehåll
- att man för matematiska samtal

- att eleverna får erfarenhet och hjälp att utveckla skrivandet som tankeredskap
- att eleverna ur ett metakognitivt perspektiv skriver om matematik.

Detta är kritiska punkter för de flesta elever men särskilt för elever med dyslexi.