

# Hur kan lärare lära?

## Internationella erfarenheter med fokus på matematikutbildning

LARS MOUWITZ

---

Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM, är ett nationellt resurscentrum som på uppdrag av regeringen inrättats vid Göteborgs universitet. I samverkan med Chalmers tekniska högskola skall NCM stödja utvecklingen av svensk matematikutbildning i förskola, skola och vuxenutbildning. NCM ger ut tidskriften Nämnnaren.

För mer information om NCM och Nämnnaren, se <http://ncm.gu.se>

ISSN 1650-335X

NCM  
Göteborgs universitet  
Vera Sandbergs allé 5A  
412 96 Göteborg

© NCM, 2001

Omslag och layout:  
Andersson & Andersson, Lerum

Tryck:  
Grafikerna Livréna i Kungälv AB

---

# Innehållsförteckning

Sammanfattning .....	1
<b>Inledning .....</b>	<b>9</b>
Bakgrund och syfte .....	9
Utgångspunkter och avgränsning .....	9
Underlag och genomförande .....	10
<b>Analys.....</b>	<b>13</b>
Inledning.....	13
Forskning om lärarutbildning .....	13
Några historiska perspektiv .....	20
En undervisningsvision .....	23
En planerad totalsatsning .....	24
Praktiska råd till anordnare.....	29
Gemensamma förändringssträvanden .....	31
Utmaningar för framtida projekt .....	35
Kunnande för undervisning i matematik.....	37
<b>Exempel på projekt.....</b>	<b>51</b>
Inledning.....	51
En modell för utbildning av "förändringsagenter" .....	51
En modell för en skolbaserad approach i fyra steg.....	52
MARS-projektet.....	54
En interaktiv multimediamodell.....	55
En integrerad modell.....	56
Ett K-12 projekt .....	57
MILE: lärarstudenter utforskar erfarna lärares praktik.....	58
En modell med aktivitetshistoria .....	60
TBI-modellen.....	60
Lesson studies .....	61
Sammanfattande kommentar.....	63
<b>Diskussion och överväganden .....</b>	<b>65</b>
Inledning.....	65
Från förmedling till växelspel .....	65
Praktiker och forskare .....	66
Styrka och potential.....	67
Höga förväntningar.....	68
Professionell autonomi.....	68

---

Utbildarnas reflektion och utvärdering.....	69
Skolkultur och självstyrande grupper .....	70
Ensamma entusiaster eller kritiska vänner? .....	70
Komplexitet och typfall.....	71
Kompetensutveckling i matematikämnet .....	72
Det goda exemplet.....	72
Den forskande praktikern .....	73
Multimedia och IKT .....	74
Lärares föreställningar.....	74
Vilja till förändring .....	75
Läraryroll och livssyn .....	76
Vetenskap och politik .....	77
En systemisk ansats.....	78
Mål och värden.....	78
Vision och strategier .....	79
Slutord .....	80
Referenser .....	81
Rapporter från NCM.....	87

---

# Hur kan lärare lära?

## Internationella erfarenheter med fokus på matematikutbildning

LARS MOUWITZ

### Sammanfattning

#### *Syfte och fokus*

Det övergripande syftet med denna delrapport är att den ska kunna vara ett stöd för planering av ett svenskt kompetensutvecklingsprogram för lärare som undervisar i matematik. Framställningen är *operativ* och inriktad på att utvinna principer som kan omsättas i handling. Utgångspunkten är att ge en översikt över och en orientering om internationella erfarenheter och vetenskapligt kunnande med inriktning på kompetensutveckling av matematiklärare. Fokus ligger på en presentation av de alternativa former av projekt och idéer som bygger på kunnande inom området *mathematics education*. Som ingångar till kunskapsområdet har ett antal dokument och rapporter använts, vilka kan betraktas som viktiga mötesplatser för internationell spetskompetens på området.

#### *Erfarenhet och forskning*

Forskning med fokus på kompetensutveckling av matematiklärare, liksom på grundutbildning, är relativt lite utvecklad jämfört med forskning om tex elevers lärande eller lärares undervisning och föreställningar. Det är därför av stor vikt att inrikta forskning på detta område, och att utveckla instrument för utvärdering och kvalitetsvärdering av framtida projekt. Trots bristen på forskning har under nittioalet mycket uppmärksamhet ägnats åt detta utbildningsområde från huvudsakligen två olika ansatser. Den första ansatsen är olika försök att sammanfatta

erfarenheter från kompetensutvecklingsprojekt världen över och försök att utvinna kunnande och fruktbara principer från dessa som är av så generell natur att de också kan ge vägledning för kommande satsningar. Den andra ansatsen bygger på att lärarutbildare har börjat tillämpa det omfattande vetenskapliga kunnande om lärande och undervisning som är för handen på sin egen undervisningsverksamhet. Med andra ord så har de ställts inför kravet att "leva som de lär". Detta har lett till en rad hypoteser om hur kompetensutveckling bör, och inte bör, bedrivas. Som exempel kan tas att lärarutbildare inte bör ha en genomgående förmedlingspedagogisk undervisningsstil, om innehållet i deras undervisning just ifrågasätter detta sätt att undervisa.

I detta sammanhang är det väsentligt att inte ha orealistiska föreställningar om vad forskning kan åstadkomma. Kompetensutveckling är en mycket komplex verksamhet med många aktörer och många variabler som påverkar organisation, innehåll och utfall. Dessutom måste en sådan insats vara *målstyrd*, enbart kunskaper och fakta kan inte avgöra vilka övergripande mål och syften man bör sträva mot. Dessa mål kan vara av olika slag, t ex de mål och den värdegrund som återfinns i skolans styrdokument eller politiskt-ekonomiskt definierade mål på kort och lång sikt.

### *Från förmedling till samspel*

Sett i ett historiskt perspektiv har föreställningar om kompetensutvecklingsinsatser skiftat från en *teknisk rationalitet* till en *reflexiv rationalitet*. Istället för att utomstående experter förmedlar "medicin" till föregivet bristfälliga lärare i form av teoretiskt härledda undervisningsmetoder, så har utvecklingen gått mot att lärarutbildare och lärare bildar gemenskaper, där båda parter utveckling berikas av det teoretiska och praktiska kunnandet. Lärarna har lyfts fram som de främsta aktörerna i detta samspel, det är lärarna som utifrån sin klassrumspraktik kan identifiera sina behov, och lärarutbildare och forskare kan fungera som tolkare, inspiratörer, förslagsgivare och mentorer. Lärarnas kunnande om klassrumspraktik har uppmärksamats och uppvärderats, vilket bland annat tagit sig uttryck i *forskande lärare*. Klassiska dikotomier i undervisningssammanhang har upplösts: teori-praktik, innehåll-pedagogik samt forskare-lärare sammanförs istället och berikar varandra, t ex vid utvecklandet av lärande gemenskaper.

### *Visionära mål och konkreta strategier*

De två år 2000 presenterade dokumenten *Principles and Standards for School Mathematics* (National Council of Teachers of Mathematics, NCTM) och *Before It's Too Late* (The John Glenn Commission) är av flera skäl betydelsefulla underlag för kompetensutvecklingsinsatser.

I *Principles and Standards* kan man återfinna en *undervisningsvision* som ett övergripande mål att sträva mot. En viktig poäng med denna vision är att förutom innehåll och lärares och elevers förhållningssätt i klassrummet så fokuseras klassrummet som en *helhet* som i sin tur är beroende av *omgivande* faktorer som skolorganisation, lärares tid för samtal och reflektion, lärares yrkes- och lönestatus, samhällets utbildningspolicy och allmänhetens syn på matematik och matematikundervisning. En annan poäng är de *höga förväntningar* som ställs på både lärare och elever. Man betonar också att det finns *flera vägar* att närma sig visionens mål, det finns inte ett enda bästa sätt att undervisa. En viktig aspekt av visionen är att den innehåller ett *dubbelt demokratimål*, dels är visionens *klassrumsmiljö* demokratisk, dels betonas *alla ungdomars rättighet* att få möta en spännande och utmanande matematik, oberoende av senare yrkesval eller studier. I flera relevanta avseenden påminner synen på matematikundervisning om den som finns i svenska kursplaner, och en liknande vision skulle kunna vara ett mål att sträva mot i en svensk satsning.

*Before It's Too Late* är en plan för en landsomfattande satsning på undervisning i matematik och naturvetenskap i USA. Kostnaden för satsningen blir över 5 miljarder dollar per år, och inbegriper en mängd olika nivåer förutom själva skolan. Planen fick genast explicit stöd från NCTM, och kan därför uppfattas som ett försök att omsätta NCTMs visioner till handling. Dokumentet pekar på att matematik och naturvetenskap är särskilt betydelsefulla av flera skäl, bland annat på grund av den snabba globaliseringen och behovet av arbetskraft samt medborgarnas behov för vardagslivets beslutsfattande. Dessutom pekas på ett djupare värde eftersom dessa ämnen på många sätt skapar och definierar vardagsliv, historia och kultur. Matematik och naturvetenskap ses som primära källor för livslångt lärande och civilisationens framsteg.

För att uppnå *high-quality teaching* krävs enligt planen ett omfattande program med handlingsstrategier. För det första måste ett *permanent system* skapas som fortlöpande ansvarar för lärarnas professionella växande. Detta inbegriper skapandet av nya organisationer som *inquiry groups*, en *Internetportal* med en *kunskapsbank*, *sommarinstitut* med mera. För det andra måste *antalet lärare* i matematik och naturvetenskap öka, och för att möjliggöra detta vill man lyfta fram föredömliga modeller för grundutbildning samt locka andra kvalificerade grupper att välja läraryrket. För det tredje måste lärarnas arbetsmiljö förbättras, vilket även inbegriper kollegialt samarbete, höjd status och höjda löner. Rapporten avslutas med att *alla medborgare* måste engageras i denna satsning: skolledare, administratörer, politiker, föräldrar, elever och allmänhet.

### *Beprövad erfarenhet och forskning*

I början av nittioalet gjordes flera omfattande sammanställningar av erfarenheter från kompetensutvecklingsprojekt. De handlingsprinciper som utvanns från detta arbete pekar entydigt på nödvändigheten att *engagera lärare* i projektens utformning, genomförande och utvärdering. Det visar sig också att *skolbaserade* aktiviteter som inbegriper hela ämnesgruppen är av stor betydelse. Det är ofta problematiskt att "lyfta ut" enskilda lärare och ge extern utbildning eftersom den enskilde läraren inte kan hävda sig vid återkomsten till kollegor och traditionell skolkultur. Lärarnas samlade kunnande om klassrumspraktik måste också uppmärksammas och förädlas, och förändringar av arbetsätt måste utgå från denna kunskapspotential i förening med forskningens landvinningar. Man konstaterar också att det finns många externa hinder för lärarnas utveckling, t ex brist på stöd från skolledning och föräldrar, brist på tid och resurser och brist på gemensam planering på alla nivåer.

De handlingsprinciper som utvunnits stämmer väl överens med de implikationer som uppstår då lärarutbildare tillämpar sitt undervisningsinnehåll på sin egen undervisning, dvs att de börjar "leva som de lär". Flera sådana sammanställningar har gjorts under nittioalet och de konvergerar väl med beprövad erfarenhet. Här poängteras även betydelsen av ett *fortlöpande professionellt växande* och att särskilda skolbaserade organisationer behöver utvecklas, så att inte kompetensutveckling enbart får formen av enstaka "interventioner" i ett skolsystem, som efter projektets slut strävar att återgå till det traditionella. Genomgående är också en *systemisk* ansats, dvs skolan och klassrummet ses som en del i en komplex kontext. Istället för att t ex enbart fokusera på lärarna, så uppmärksammas hela klassrumssituationen med omgivande kontext i form av tid, resurser, beslutsfattare, föräldrar och andra påverkande parter.

### *Kunnande för undervisning i skolmatematik*

Det finns en omfattande enighet bland forskare i matematikdidaktik att en matematiklärare behöver både *ämneskunskaper i matematik* och *didaktiska kunskaper*. Vad gäller matematikområdet behöver läraren ha ett kunnande som går både på djupet och på bredden. Dessutom måste läraren ha den speciella form av ämneskunnande som leder till att undervisningen blir effektiv och framgångsrik, beroende på elever och situation i övrigt. Därutöver krävs kunnande om kursplaner och de olika mål som finns vad gäller undervisning och innehåll. Det didaktiska kunnandet inbegriper allmänna kunskaper om undervisning och lärande, kunskap om elevers lärande, utbildningskontexter och styrdokument och undervisningens allmänna mål och värdegrund.

Ett intressant kunskapsområde är det matematikkunnande som leder till effektivitet i undervisningen. Ett undersökande arbetsätt där elever upptäcker, frågar och argumenterar ställer *högre krav på ämneskunnande*

än om läraren på traditionellt sätt arbetar efter en given lärobok med typexempel och övningar. Det är emellertid inte oproblemiskt *vilket slags matematik* som bäst uppfyller detta behov. Att få en djupare och bredare kunskap om den grundläggande matematik som brukar återfinnas i skolans kursplaner är här sannolikt av större värde än att ta del av kurser som omfattar matematikområden med inriktning mot forskning i matematik eller avancerad teknisk–naturvetenskaplig tillämpning. Här finns ett utvecklingsområde som bör vara av stort intresse både för matematiker och matematikdidaktiker.

### *Operativa förhållningssätt*

Ett kompetensutvecklingsprojekt är inte bara ett ämnesinnehåll och en organisation. Minst lika viktigt är de övergripande förhållningssätt som utbildningsanordnarna och andra inblandade har. Dessa förhållningssätt genererar dels implicita ramar och principer för inriktning och organisation av projektet, dels ger de konkret personlig vägledning för anordnarna i själva lärandesituationen. Det levande mötet och växelspelet mellan människor som lär av varandra är till sist avgörande för projektets dynamik och framgång över tiden.

Modeller för organisation och genomförande från andra länder kan inte direkt kopieras, men istället är det möjligt att extrahera *operativa förhållningssätt* som är av så pass generell natur att de kan vara vägledande för ett svenskt projekt. Den lista av sådana förhållningssätt som presenteras i rapporten är inte konsistent i den meningen att alla förhållningssätt kan tillämpas samtidigt. Istället måste situation och omdöme avgöra vad som är överordnat. Förhållningssätten är ibland komplementära och överlappande, och syftet är snarast att inspirera till en operativ helhetsattityd, som kan genomsyra ett projekt på alla nivåer. Här följer förslag på operativa förhållningssätt för det kommande kompetensutvecklingsprojektet:

*Från förmedling till växelspel:* Undvik utbildningsinsatser som har karaktären av "förmedling" av givna teoretiska sanningar, istället måste satsningen vara ett komplext samspel där alla parter lär av varandra och där både teori och praktik berikas.

*Praktiker och forskare:* Utveckla olika former av lärande gemenskaper mellan praktiker och forskare för en fortlöpande dynamisk utveckling och ett ömsesidigt lärande.

*Styrka och potential:* Anknyt till den praktik hos lärarna som är bra och utvecklingsbar. Visa hur praktiken kan berikas utifrån teori och i relation till läro- och kursplanemål och hur lärarnas egna visioner och bemödanden kan förverkligas.

*Höga förväntningar:* Ha höga förväntningar på lärarnas professionella tillväxt gällande vad som kan uppnås på lång sikt i ett omfattande och fortlöpande kompetensutvecklingsprojekt.

*Professionell autonomi:* Utforma verksamheten så att det finns rika valmöjligheter för lärarna och många tillfällen till reflektion och diskussion med kollegor i syfte att stärka lärarnas autonomi.

*Utbildarnas reflektion och utvärdering:* Anordnare, men också lärare och andra inblandade parter, måste fortlöpande få möjlighet att reflektera över och utvärdera själva projektet på kort och lång sikt.

*Skolkultur och självstyrande grupper:* Självgående grupper måste initieras och understödjas, vilka fortlöpande formulerar sina kompetensutvecklingsbehov så att inte insatsen blir tillfällig och undergrävs av en dominerande traditionell skol- och undervisningskultur. Målet måste vara att hela skolkulturen involveras.

*Ensamma entusiaster eller kritiska vänner:* Alla verksamheter bör uppmärksamma och inbegripa idén med "kritiska vänner" i olika former, t ex med hjälp av kurskamrater, mentorer, välvilliga kollegor och forskare.

*Komplexitet och typfall:* Ett projekt bör på olika sätt utnyttja väl utvalda "berättelser" som ett sätt att exemplifiera och ge diskussionsunderlag för viktiga idéer och speciell problematik. Det är också fruktbart att låta lärare uttrycka sitt kunnande och sin personliga utveckling i form av berättelser.

*Kompetensutveckling i matematikämnet:* Anordnare och andra inblandade parter bör noga utvälja och även utforma matematikkurser som i praktiken stärker lärarens förmåga att utveckla en effektiv undervisning, och inte bara hänvisa till ett allmänt redan existerande kursutbud på olika institutioner.

*Det goda exemplet:* Redan existerande goda exempel på olika nivåer, från enskilda lärare till hela kommuner, bör användas för inspiration och troliggörande av förslag och idéer. Dessutom bör lyckade konkreta insatser och resultat under själva projektets gång lyftas fram fortlöpande.

*Den forskande praktikern:* Ett projekt bör innehålla möjligheter för lärare att forska kring sin egen praktik. Därvid är det av stor vikt att lärarna får stöd och vägledning från forskare och olika nätverk.

*Multimedia och IT:* Multimedia och IT måste utnyttjas på ett kraftfullt och effektivt sätt, och relateras till projektets övergripande mål och styrdokumentens mål, vad gäller form och innehåll.

*Lärares föreställningar:* Projektet bör inrikta sig på att identifiera och fokusera lärares olika föreställningar om ämnet, ämneskunnande och undervisning, både reflekterade och mer omedvetna föreställningar och antaganden.

*Vilja till förändring:* Anordnare får inte stanna vid att på ena eller andra sättet presentera kunskap och visioner, istället måste projektets organisation anpassas så att lärare också vill förändras och utvecklas efter nya mål och principer.

*Läraryroll och livssyn:* Verksamheten måste genomsyras av en stor respekt för de lärare som har en traditionell undervisningsstil, och som har svårigheter eller ovilja till förändring. Att enbart utmana dessa lärare med långtgående krav på förändring kan snarare leda till att deras undervisning försämras.

*Vetenskap och politik:* Ett projekt måste identifiera och hävda ett område där forskning och beprövad erfarenhet prioriteras. Projektet måste också utformas så att vetenskapligt underbyggda resultat kan utvinnas till förmån för framtida projekt.

*En systemisk ansats:* Planering och genomförande bör inbegripa en systemisk ansats så att inte fokus enbart sätts på t ex lärarens kunnande, som enda faktor för utveckling av matematikundervisningen.

*Mål och värden:* Utformningen av ett projekt måste relateras till övergripande mål och värdegrund och samtidigt också stärka lärares autonomi. Om nödvändigt måste vetenskapliga krav hävdas gentemot mer tillfälliga politiska mål.

*Vision och strategier:* Det är av stor vikt att beskriva en samlande vision om en god undervisningssituation i matematik, och att formulera övergripande långsiktiga strategier för dess genomförande.

Som tidigare nämnts så har beprövad erfarenhet och aktuellt forskning *konvergerat* vad gäller kunnande för kompetensutveckling. Ovanstående operativa förhållningssätt bör uppfattas som ett försök att kondensera detta kunnande i vägledande principer. Nästa steg är att från en analys av svenska förhållanden omvandla principerna till ett handlingsprogram.



---

# 1. Inledning

## 1.1. Bakgrund och syfte

Bakgrunden till denna delrapport är det uppdrag NCM fått av regeringen att planera ett kompetensutvecklingsprojekt för lärare som undervisar i matematik. Det övergripande syftet med delrapporten är att den ska kunna utgöra ett stöd för planering av ett sådant projekt. Rapporten har fokus på internationella erfarenheter och aktuell forskning, med syfte att extrahera sådana erfarenheter och principer som kan vara av betydelse för ett svenskt projekt. Kunskaper om internationella erfarenheter och aktuella forskningsresultat kan tillsammans med erfarenheter av svenska projekt och i relation till mål och värdegrund i svenska läroplaner och kursplaner vara vägledande vid planeringen.

Varje intervention i en skolkultur är med nödvändighet kontextberoende, den är inbäddad i en specifik nationell kultur i vid mening, av en skol- och samhällsorganisation och ofta styrd av vissa politiska motiv. I den meningen kan inga kunskaper om projekt "transmitteras" från ett land till ett annat. Det är ändå författarens förhoppning att de erfarenheter och de forskningsresultat som presenteras i denna rapport ska vara av så pass generell natur att de kan ha relevans för svenska förhållanden.

## 1.2. Utgångspunkter och avgränsning

Rapportens utgångspunkt är att ge en översikt över och en orientering om teoretiska och praktiska erfarenheter vad gäller kompetensutveckling det senaste decenniet. Fokus ligger på en presentation av alternativa former av projektidéer som utformats i enlighet med nyare teoribildning och nyvunna praktiska erfarenheter inom *mathematics education*. Rapporten gör inte anspråk på att vara en fullständig översikt över aktuella projekt eller aktuell teoribildning, men vill ge en bild av *dominerande inriktningar* inom området.

Kompetensutveckling som kunskapsområde är också relativt lite beforskat, så utformningen av framtida projekt kan knappast strikt härledas från vetenskaplig teoribildning. De förslag och råd som förefinns i rapporten har huvudsakligen två källor; dels nyvunna dokumenterade erfarenheter av genomförda projekt, dels föredömlig tillämpning av aktuella teorier om undervisning och lärande, dvs lärarutbildare som tillämpar innehållet i sin undervisning på sin egen verksamhet.

Framställningen är i första hand *operativ*, dvs dess syfte och inriktning är att ge underlag och idéer för det kompetensutvecklingsprojekt

vars planering NCM har huvudansvar för, enligt regeringens uppdrag. Diskussionsdelen av rapporten innehåller därför ett antal *operativa förhållningssätt*, som kan fungera som överordnade principer för anordnare.

Ett urval av dokument och rapporter har studerats, i vilka man kan finna vetenskaplig spetskompetens och väsentliga mötesplatser för det senaste decenniets internationella erfarenheter av lärarutbildning och kompetensutveckling. I anslutning till detta urval har även andra källor av intresse utnyttjats för att stärka och belysa framställningen. I huvudsak har litteratur inom vetenskapsområdet *mathematics education* använts.

### 1.3. Underlag och genomförande

#### 1.3.1. Några ingångar till kunskapsområdet

Som ingångar till kunskapsområdet har ett antal dokument och rapporter studerats, vilka uppfattats som representativa för utvecklingen vad gäller lärarutbildning och kompetensutveckling inom *mathematics education*. Speciellt intresse har ägnats åt de övergripande och sammanfattande beskrivningar som finns i de valda dokumenten och rapporterna. Denna rapport har därför delvis karaktären att vara en sammanfattning av sammanfattningar. För att stärka och belysa framställningen förekommer också ett antal citat och referenser till andra källor av intresse. Följande dokument har använts som ingångar för övergripande och sammanfattande beskrivningar av aktuell forskning och praktiska erfarenheter under 90-talet:

*Professional Development for Teachers of Mathematics*. Aichele D.B. & Coxford A.F. (Eds), 1994 Yearbook, NCTM, US (1994). Denna årsbok innehåller 29 artiklar indelade i tre avdelningar: Professional Development Issues and Perspectives, Initial Preparation of Teachers of Mathematics och Professional Development for Practising Teachers of Mathematics. Artiklarna beskriver forskning och implementering relaterat till NCTMs Standards. De flesta författarna är amerikanska forskare och lärarutbildare.

*Mathematics Teacher Education: Critical International Perspectives*, Jaworski, B., Wood, T. & Dawson, S. (Eds). Studies in Mathematics Teacher Education Series No 12, Palmer Press, US (1999). Denna studie består av 16 artiklar indelade i två avdelningar: International Perspectives in Mathematics Teacher Education och Critical Perspectives Linking Theory and Practice in Mathematics Teacher Education. Av särskilt intresse är här de översikter som gjorts av Barbara Jaworski, UK, och Terry Wood, USA. Övriga författare kommer från länder som Sydafrika, Libanon, Portugal, Nya Zeeland, Österrike, Canada och Storbritannien.

*On Research in Mathematics Teacher Education.* Krainer, K. & Goffree, F. (Eds). Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrück (1999). Detta dokument innehåller Outcomes of Thematic Group 3: From a Study of Teaching Practices to Issues in Teacher Education of the First Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 1). Här finns 11 artiklar med författare från Tyskland, Italien, Spanien, Nederländerna, Storbritannien, Österrike, Portugal, Frankrike, Ryssland och Ungern. Av särskilt intresse är de översikter som gjorts av Konrad Krainer, University of Klagenfurt, Österrike och Fred Goffree, Freudenthalinstitutet, Nederländerna.

Paper från *Regular sessions och Working Group for Action nr 7*, ICME9, Tokyo/Makuhari, Japan (2000). Dessa omfattar ett fyrtiotal dokument av författare från Danmark, Australien, USA, Israel, Frankrike, Nederländerna, Singapore, Sverige (Barbro Grevholm), Ryssland, Storbritannien, Finland, Taiwan, Spanien, Peru, Slovakien, Tyskland, Portugal, Brunei Darussalam och Kina. Eftersom författaren till denna rapport deltog i Working Group for Action nr 7 (som fokuserade på lärarutbildning och kompetensutveckling) finns också övergripande erfarenheter från de presentationer och diskussioner som förekom i arbetsgruppen.

*Principles and Standards for School Mathematics*, NCTM (2000). Detta omfattande och innehållsrika dokument är resultatet av decenniers forskning inom området *mathematics education*, och dokumentet kommer att utöva inflytande på kursutformning, undervisning och kompetensutveckling både i USA och internationellt. Av särskilt intresse är att våra svenska kursplaner i matematik i hög grad har påverkats av NCTMs idéer och principer. Dessutom är det amerikanska skolsystemet decentraliserat och öppet för lokal och regional implementering på ett sätt som har vissa likheter med svenska förhållanden.

*Before It's Too Late.* The National Commission on Mathematics and Science Teaching for the 21st Century (The John Glenn Commission), USA (2000). Denna rapport drar upp riktlinjerna för en omfattande nationell satsning på undervisning i matematik och naturvetenskap. De principer och den strategi som presenteras i rapporten fick genast officiellt stöd från NCTM, vilket innebär att den kan uppfattas som ett första storskaligt implementeringsförsök av NCTMs Principles and Standards, vad gäller kompetensutveckling av lärare och en förbättrad matematikundervisning. Rapporten får därmed också en särskild betydelse för svenska ansträngningar vad gäller kompetensutveckling.

*Green Paper on Teacher Education in Europe*. Thematic Network on Teacher Education in Europe (TNTEE). Buchberger, F., Campos B.P., Kallos, D. & Stephenson, J. (Eds). Umeå, Sweden (2000). TNTEE omfattar cirka 300 högskolor för lärarutbildning i EU-området, och rapportens syfte är att ge en lägesbeskrivning och framtidsvisioner. Rapporten är indelad i följande rubriker: High Quality Teacher Education for High Quality Education and Training – Aims, Context and Overview, Remarks on the Current State of Teacher Education in the European Union, The Challenge to Change – Teacher Education in Rapidly Changing Contexts, Scenarios for Teacher education Reform och Some Proposals for Concrete Measures Relevant to Teacher Education Reform. Även om inte matematikundervisning i sig lyfts fram i rapporten, så finns generella beskrivningar av lärarutbildning och kompetensutveckling, som också har relevans för matematikområdet.

### 1.3.2. Terminologiska överväganden

Huvuddelen av den studerade litteraturen är skriven på engelska. Termer som *pre-service education* och *in-service education* har översatts med "grundutbildning" respektive "fortbildning" eller "kompetensutveckling". Termen "kompetensutveckling" har en viss teoretisk laddning, eftersom den fokuserar på vissa lärarkompetenser, och motsvarande *competence* undviks av vissa forskare. Istället talas om *professional growth* eller *professional development* som ger mer holistiska och dynamiska associationer. Dessa termer har översatts med "professionellt växande" resp "professionell utveckling". Ibland används termen *teacher education* som övergripande för både *pre-service* och *in-service*, denna term har översatts med "lärarutbildning". Då det gäller benämning av *in-service projects* har uttrycken "fortbildningsprojekt" eller "kompetensutvecklingsprojekt" använts. Termen *mathematics education* har översatts med "matematikdidaktik". Dessa terminologiska frågor är inte helt oproblematiska eftersom valet av terminologi har teoretiska övertoner.

I övrigt så är termen *curriculum* notoriskt svåröversatt. Beroende på sammanhang har här ibland använts "kursen i vid mening" eller bara "kursen". Termen *systemic* har översatts till "systemisk", med innebörden att se till helheten som ett interagerande system. Termen *föredömlig tillämpning* har använts för att beskriva lärarutbildare som själva undervisar på ett sätt som motsvarar hur de vill att lärarna ifråga ska undervisa sina elever. Termen *beforska* används i meningen bedriva forskning inriktat mot ett specifikt område.

---

## 2. Analys

### 2.1. Inledning

Det inledande avsnittet i analysdelen ger en översiktlig bild vad gäller *forskning* kring lärarutbildning, speciellt kompetensutveckling. Detta kunskapsområde är relativt lite beforskat vilket också i viss mån sätter sin prägel på övriga avsnitt. En kort analys av vad forskning kan ge och inte ge i sammanhanget ingår här. Därpå följer *ett exempel på historik* i form av en "berättelse" som kan ha ett visst vidare intresse.

Följande avsnitt ägnas åt relevanta delar av NCTMs Standards and Principles och John Glenn kommissionens Before It's Too Late. Båda dessa dokument kan uppfattas som väsentliga kondensationspunkter för aktuell matematikdidaktisk forskning, och de kommer båda sannolikt att utöva stort inflytande på skolutvecklingen direkt resp. indirekt i USA och övriga världen. Därefter följer tre avsnitt som översiktligt beskriver *det praktiska och teoretiska* kunnande som sammanfattats av matematikdidaktisk spetskompetens.

Så följer en presentation av aktuella teorier och principer gällande *vad en matematiklärare behöver kunna* för att undervisa i skolämnet matematik, vilket kan sägas vara själva kärnan i utformningen av ett kompetensutvecklingsprojekt.

För att exemplifiera erfarenheter och principer i analyskapitlet åtföljs detta av ett särskilt kapitel med "berättelser", vilka visar hur kunnandet kan omsättas i praktiken. Dessa projektbeskrivningar bör uppfattas som *illustrationer* till analyskapitlets mer teoretiska och övergripande framställning. Rapporten avslutas i diskussionskapitlet med ett antal *operativa förhållningssätt* för anordnare och andra inblandade. Dessa förhållningssätt har extraherats ur det teoretiska och praktiska kunnande som tidigare presenterats i analyskapitlet, och syftet är att de på ett operativt sätt ska visa på möjliga principer för ett kommande svenskt projekt.

### 2.2. Forskning om lärarutbildning

#### 2.2.1. En utmaning för matematikdidaktisk forskning

Forskningen om lärarutbildning är relativt outvecklad till skillnad från tex forskning om elevers lärande och lärares kunnande och föreställningar, se Krainer och Goffree (1999a). Denna forskning påverkar givetvis lärarutbildningens form och innehåll, men relativt lite är utvecklat i form av teorier och metoder med direkt fokus på grundutbildning och

kompetensutveckling av lärare. För en översikt över matematikdidaktisk forskning om lärarutbildning, se även Cooney och Krainer (1996).

Gällande forskning om lärarutbildning i allmänhet sammanfattar TNTEEs Green Paper (2000):

Research and development is absent in several programmes of teacher education both as an integral curricular component and as a guiding principle.

Additionally, contents of curricula of teacher education frequently seem to correlate with a learning environment characterised by "knowledge transmission teaching" which seems to be counterproductive to aims defined for professional teacher education.

(s 23)

Delvis beror bristen på forskning på områdets komplexa natur. Lärarutbildning inkluderar mycket mer än att studera undervisningspraktik. Exempel på andra relevanta områden för studier är lärares föreställningar och kunskap, elevers förmåga och motivation, skolans kultur, yrkesmässig kommunikation mellan kollegor och allmänna organisatoriska förhållanden i skolan. Dessa studier måste också relateras till kursplaner, bedömningar, skolsystemets struktur och politiska orientering samt olika interna och externa understödjande system för kompetensutveckling. Man kan också studera lärares "inkultivering" med startpunkt från lärarnas egna klassrumserfarenheter, via grundutbildning och skolpraktik fram till ett fullt ansvarigt yrkesutövande vid en speciell skola. Elmore och Burney (1999) formulerar situationen så här:

Although we know a good deal about the characteristics of good professional development, we know a good deal less about how to organize successful professional development so as to influence practice in large number of schools and classrooms.

(s 263)

En annan omständighet som gör forskning om lärarutbildning komplex är att denna är självrefererande, dvs lärarutbildare måste kunna applicera sin kunskap om undervisning och lärande också på sin egen verksamhet. Krainer och Goffree (1999a) skriver:

We are not only trying to understand better teachers' practice (in order to give advice on how teachers, their practice, the curriculum etc. could improve) but also have the duty to understand our interventions into teachers' practice (e.g. through in-service education) or the implications of our preservice education practice on student teachers' development (in order to improve our teacher education practice).

(s 7)

Diskussioner kring lärarutbildning världen över brukar ha huvudsakligen två disparata ansatser, menar Krainer och Goffree vidare:

1. Fokus sätts på läraren, utan undervisningskontext i övrigt, för att analysera dennes praktik, föreställningar, kunskaper med mera. Denna typ av forskning har oftast inte något tydligt samband med *förbättring* av lärares eller lärarutbildares praktik, dvs den ger inte några förslag på *hur* grundutbildning ska gå till eller *hur* man ska "intervenera" i utövande lärares verksamhet.
2. Fokus sätts på "lyckade projekt", ofta beskrivna av lärarutbildarna själva. Här finns förbättring av lärarens praktik i förgrunden, liksom mer eller mindre genomförda reflektioner kring lärarutbildarnas erfarenheter från projektet. De svaga punkterna i dessa beskrivningar av "lyckade projekt" är avsaknaden av forskningsaspekt, avsaknaden av kriterier för framgång och kvalitet och bristen på presentation av data som skulle möjliggöra att projektet skulle kunna upprepas av andra. Det sistnämnda hänger samman med att man inte analyserat vilka huvudsakliga faktorer som avgjort projektets framgång, och isolerat dessa från andra influenser. En lärarutbildare lämnas därför att på egen hand försöka avgöra huruvida ett "lyckat projekt" skulle kunna upprepas på annan tid och plats.

En stor utmaning för framtida forskning om lärarutbildning är därför att kunna förena dessa ansatser från två håll:

1. Utvecklande av forskning för en teoretisk förståelse som fokuserar på lärarutbildning och som kan omsättas i praktik för lärarutbildning.
2. Utvecklande av forskning kring de konkreta "interventioner" som görs för att förbättra lärarutbildningspraktik, inte minst kompetensutvecklingsprojekt, och utveckla instrument för kvalitetsvärdering av projekten.

Lärarutbildning är ett komplext forskningsfält även ur andra aspekter: regionala omständigheter, deltagarnas behov och kunnande, anordnarnas teorier och föreställningar, programmets innehåll och de organiserande institutionernas struktur gör att varje projekt får en specifik utformning, vilket kan försvåra generalisering av gjorda erfarenheter.

Situationen verkar alltså vara den att det inte finns någon omfattande forskning att tillgå som ger vetenskapligt stöd för *hur* ett större kompetensutvecklingsprojekt explicit bör utformas. Detta innebär dock inte att de teorier och erfarenheter som är för handen ej kan vara vägledande. De väl forskningsstödda teorier och metoder som finns om lärande i klassrummet kan vid *föredömlig tillämpning* av lärarutbildare leda till en rad implikationer om hur ett projekt troligen bör se ut om lärare ska lära. Dessutom kan de omfattande praktiska erfarenheterna från genomförda projekt innehålla värdefull kunskap om än inte vetenskapligt strukturerad och formulerad.

### 2.2.2. *Forskningens möjligheter och begränsningar*

Hiebert (1999) ställer den relevanta frågan vad man egentligen kan förvänta sig av forskning angående matematikundervisning. Detta görs i samband med diskussionen kring NCTMs Standards och i vilken grad de är relevanta, samt hur de ska implementeras. Under delrubriken *Some Things We Should Not Expect From Research* hävdar han:

Standards are not determined by research. Standards in mathematics education, like those in other fields, are statements about priorities and goals. In education, they are value judgments about what our students should know and be able to do. They are chosen through a complex process that is fed by societal expectations, past practice, research information, and visions of the professionals in the field. The process is similar to the one that operates in selecting standards in other professional fields. Research can influence the nature of standards that are adopted, but, in the end, research is not the sole basis for selection of the standards. Standards, ultimately, are statements about what is most valued.

.....

In complex environments, such as our bodies and school classrooms, there is a special relationship between research and decision-making. Decisions often are based on probability estimates, and research data help us estimate the likelihood of success. The clearer the results, the more confident we are that we are making good decisions. We make decisions with levels of confidence, not with certainty.

(s 6)

Vad vi kan förvänta oss av forskning, enligt Hiebert, är att den kan påverka utformningen av standards, tex via forskningen om undervisning och elevers lärande. Forskning kan också dokumentera den nuvarande situationen, och ge förklaringar till varför olika större projekt har lyckats resp. misslyckats. Dessutom kan forskningen dokumentera vilken effektivitet nya idéer om undervisningens former och innehåll har då de omsätts i klassrumspraktik.

Det resonemang som Hiebert för kan rimligen också tillämpas vad gäller målsättningar för lärarutbildning och kompetensutveckling av lärare. Intressant är i detta sammanhang den kategorisering av aktuella forskningstrender som görs av Krainer och Goffree (1999b):

- *Research in the perspective of teacher education*: denna forskning har inte lärarutbildning som objekt, men får konsekvenser för lärarutbildningen, tex forskning om lärares föreställningar om ämnet och hur detta påverkar undervisningspraktiken.
- *Research on teacher education*: här är lärarutbildning det explicit uttryckta objektet tex hur lärarutbildare kan initiera och understödja en förändring av lärares arbetsätt.

- *Research as teacher education*: här syftas på forskande lärare som undersöker och utvecklar sin egen praktik.
- *Meta-research on teacher education*: hit hör tex analyser av olika forskningsaktiviteter gällande lärarutbildning.

Dessa forskningsinriktningar är givetvis av stort intresse för utformningen av framtida kompetensutvecklingsprojekt och väl underbyggda forskningsresultat måste utgöra grundstenar för en projektplanering. Samtidigt måste man här uppmärksamma och tillämpa Hieberts argumentation: ett kompetensutvecklingsprojekt måste alltid influeras av visioner, värderingar och politiska mål som ligger utanför vetenskapens arbetsfält och syfte. En projektplanering innehåller ett beslutsfattande som kan vara mer eller mindre underbyggt av teorier och fakta, men planeringen måste även inriktas mot vissa mål och värden, vilka inte enbart kan vara härledda ur fakta.

Utformningen av ett kompetensutvecklingsprogram måste därför omsorgsfullt relateras till övergripande mål i styrdokumentet, i skolans värdegrund samt till samhällets grundläggande politiska målsättningar. En grannlaga uppgift är här att definiera och hävda det område där forskning och beprövad erfarenhet måste få prioritet i förhållande till mer politiskt bestämda önskemål på kort och på lång sikt.

### 2.2.3. *Från teknisk till reflexiv rationalitet*

Under 90-talet har "top-down"-föreställningen om en teknisk rationalitet i lärarutbildningen kraftigt kritiserats. Istället betonas en reflexiv rationalitet där lärarens egen reflektion och kunskapsutveckling sätts i centrum. En bra sammanfattning av denna perspektivförskjutning görs av Eisner (1992):

Educational research does not yield prescriptions teachers get from an educational pharmacy which they then implement in their classrooms. What they can get are ideas, suggestions, possibilities. These important contributions are clues, not prescriptions. Nor are they hypothesis to be validated like those used in drug trials. In the classroom, nothing can replace the teachers judgment, including the decision to alter the aims of the lesson. Looked at this way, educational researchers are not engaged in discovering mechanistic universal truths sought by positivists or tidy prescriptions about "what works"... Educational researchers rather provide guidelines and interpretive material intended to liberate the teachers intelligence...

(s 8)

Några alternativa ansatser som kännetecknar denna perspektivförskjutning är *action research*, *situated learning* och *narratives*.

*Action research*, aktionsforskning, kopplas vanligen till olika former av fortbildning av verksamma lärare, men kan också användas i grundutbildningen, där lärarstudenter kan tillämpa liknande metoder på sin egen praktik. I action research pekas på det singulära och unika i varje utbildningsprocess, liksom på undervisning som en reflexiv aktivitet: *praktik – reflektion – nya hypoteser om praktik – ny praktik*. Lärarens professionella tillväxt sker genom fortlöpande självvärdering utifrån praktiken, med olika former av stöd och samarbete med kollegor och forskare. Läraren är central i denna verksamhet, inte lärarutbildaren. Utan lärarutbildarens och forskarens stöd riskerar dock läraren att fastna i det singulära och unika.

*Situated learning* lägger till ytterligare en aspekt: undervisning innebär deltagande i en praktiksamhörighet med sin egen historia, sin egen utvecklingsdynamik och förmåga att reproducera sig själv. Nybörjare utvecklas till erfarna lärare i en sådan praktiksamhörighet. En sådan praktiksamhörighet kan utgöras av lärare och forskare som tillsammans engageras i aktiviteter i en lärande gemenskap. Lärande är dessutom något som sker i alla situationer, inte enbart i formella undervisningskontexter.

*Narratives*, "berättelser", har presenterats som ett speciellt sätt att tänka och få kunskap om lärares kunnande. En utgångspunkt är att lärarens kunnande är inbäddat i praktiken i form av tyst kunskap med djupt liggande oreflekterade föreställningar och antaganden, vilka är svåra att uttrycka explicit språkligt. Genom reflektion, samtal och dokumentation kan dessa göras medvetna och offentliga. Narratives är också en uttrycksform som ligger närmare lärarens vardagliga sätt att kommunicera med kollegor, dessutom avspeglar narratives den komplexitet som finns i undervisningspraktiken. Lärares beskrivningar om hur de undervisar liknar mer berättelser än teorier. Gudmundsdottir (1991) framhåller att lärares kunnande snarast är organiserat i narrativa strukturer:

their excellence as teachers is mostly due to the storied nature of their pedagogical content knowledge and the interesting stories they tell their students.

(s 207)

Narratives används för att ge ordning, koherens och signifikans åt praktik och *lived experience*, dvs personliga livserfarenheter. Att reflektera över och diskutera "berättelser" med kollegor kan utgöra ett väsentligt inslag i olika former av professionellt växande.

Om vi tillämpar dessa alternativa ansatser på tidigare kompetensutvecklingsprogram, så kan vi dra slutsatsen att på detta område finns redan en mängd "berättelser" att berätta, reflektera över, diskutera och lära av. Ett väl genomfört framtida program kan dessutom innehålla *action research* där anordnare och övriga inblandade parter fortlöpande kan lära under projektets gång. Speciella organisationer skulle kunna

skapas som har ett kontinuerligt ansvar för kompetensutvecklingsinsatser, där erfarenheter och reflektioner lever vidare i *lärande gemenskaper* för fortlöpande professionellt växande.

#### 2.2.4. *Trender i lärarutbildningsprogram*

Under sextio och sjuttioalet fanns i stort sett ingen dokumentation om lärarutbildning, se Cooney (1994), men speciellt under nittiotalet har en mängd litteratur och konferensprogram ägnats detta kunskapsområde. Trots att själva forskningsfältet är problematiskt och relativt lite beforskat kan man urskilja vissa typiska trender i 90-talets lärarutbildningsprogram, hävdar Krainer och Goffree (1999b). Dessa trender ligger väl i linje med den *föredömliga tillämpning* av lärarutbildarnas budskap om undervisning och lärande som diskuterats ovan:

1. Olika försök att förena teori och praktik, t ex lärarstudenter i lärandemiljö tillsammans med lärarutbildare och erfarna lärare, där inblandade parter reflekterar över sin interaktion med lärandemiljön.
2. Ett bredare synsätt på forskning om lärarutbildning. Fokus ligger inte bara på lärare utan också på interaktionen lärare och lärarutbildare. Det är inte heller bara lärarutbildarna som gör undersökningar utan även lärarstudenterna.
3. Fokus sätts på klassrummet och reflektion och undersökning av klassrumspraktik. Detta understöds också av multimedias möjligheter att skapa "virtuella klassrum".
4. En ökad betydelse för "berättelser" av olika slag, t ex typfall, situationsbeskrivningar och levnadsbeskrivningar. Mycket tyder på att detta är ett bra sätt att få kunskap om, eller representera, undervisnings- och lärandesituationer och professionellt växande.
5. Ökad betydelse för *action research* som systematisk reflektion för praktiker gällande den egna praktiken. Detta gäller både grundutbildning och fortbildning.
6. Större uppmärksamhet på kulturella, situerade och organisatoriska aspekter av klassrumsprocesser och lärarutbildningskurser.
7. Större vikt läggs på att integrera istället för att separera. Detta sammanfattas väl av Cooney (1994) som menar att man nu förkastar klassiska "falska dikotomier" som teori-praktik, innehåll-pedagogik, forskare-lärare.

Undantag från denna utveckling finns dock, t ex i England, där "top-down"-tendensen förstärkts under nittiotalet så att de lokala och regionala nätverk som växte fram under åttiotalet avvecklats och ersatts med

mer detaljerade centralt utformade träningsprogram, se t ex Comiti & Loewenberg Ball (1996), Hyde (2000) och Woodrow (2000). Denna top-down ansats är dock (för tillfället) inte speciellt relevant för svensk skola, som ju genomgått en omfattande decentralisering med lokala initiativ, implementeringar och beslutsfattande.

## 2.3. Några historiska perspektiv

### 2.3.1. *Inledning*

Det är inte möjligt att ge en sammanfattande historisk överblick av grundutbildningen och kompetensutvecklingen gällande en mångfald olika länder beroende på varje lands kulturella, strukturella och politiska särart. Många västländer, och även vissa utvecklingsländer, har emellertid påverkats starkt av den pedagogiska och didaktiska teoribildning som skett i USA. Därför kan en kartläggning av utvecklingen i USA vara av ett visst allmänt intresse. En sådan kartläggning görs av Dawson (1999) i form av en personligt färgad "berättelse". Dawson motiverar sin berättelse på följande sätt:

In order to understand these changes better, let us sketch a history of how we got to where we are today. Although these reflections are about inservice education in North America over the past 30 years, the underlying issues identified are universal.

(s 7)

En liknande historieskrivning finns också i TNTEEs Green Paper (2000) angående lärarfortbildning i Europa de senaste decennierna, vilket stärker bilden av att utvecklingen är en trend med viss internationell omfattning. Ett visst stöd vad gäller utvecklingen av matematikdidaktik som forskningsfält ges också av Niss (2000). I andra delar av världen, tex Japan och Kina, har dock en längre tid funnits andra skolbaserade fortbildningstraditioner, t ex *lesson studies*, se Yoshida (1999). För en närmare historik över fortbildningsinsatser i Sverige, se Emanuelsson (2001).

### 2.3.2. *Fortbildning av matematiklärare i USA och Canada*

Betecknande för sextioalet var enligt Dawson (1999) introduktionen av "the New Math" och budskapet var att lärarna kunde för lite matematik. Om de bara kunde lära sig denna nya matematik, så skulle alla undervisningssvårigheter minska eller försvinna. Om tomrummet i det matematiska kunnandet fylldes igen så skulle allt falla på plats. Detta var också i överensstämmelse med bilden av vad som var god undervisning i matematik. Läraren skulle behärska sitt ämne och göra en klar och koncis presentation för eleverna. Eleverna fick sedan öva på likartade exempel som de läraren presenterat. Därefter skulle eleverna i test

visa att de kunde lösa just sådana exempel, kapitel för kapitel. Om eleven misslyckades berodde detta enbart på någon form av oförmåga hos eleven. Denna slutsats var odiskutabel, eftersom materialet hade presenterats klart och koncist av en kunnig och väl förberedd lärare. Dawson fortsätter:

The view at that time was one which said if teachers were given more mathematics, this was sufficient to guarantee changes to the teaching and learning of mathematics in school. The view today, as will be seen from the analysis presented later in this book, is that improved mathematical knowledge is a necessary but far from sufficient condition to foster change in the teaching and learning of mathematics.

(s 8)

Förhållningsättet var att se lärare och elever som defekta eller bristfälliga, som i medicinens sjukdomsbegrepp. Fortbildning innebar därför enbart att försöka avskaffa defekter i lärarens matematikkunskaper. Samma tidsanda gav upphov till idén om *programmed learning*, eventuellt med hjälp av undervisningsmaskiner, där det matematiska innehållet skulle kunna presenteras korrekt, precist och koncist.

Protester mot detta undervisningsparadigm förekom dock, liksom ifrågasättande av själva matematikens filosofiska underbyggnad. Dawson minns också sina funderingar kring hur lärare kunde uthärda talare efter talare, som talade om vad som var fel med undervisningen på ett tvådagars seminarium, och att lärarna ifråga bara behövde köpa det senaste "magiska elixiret" för att lösa problemen.

Många olika läror och riktningar började frodas under sjuttioalet, bland annat flyttades fokus från det förmedlade materialet till läraren som en aktiv och beslutande person i en svår och komplex miljö. Ett sätt att hantera denna insikt var att försöka konstruera "lärarsäkra" kursplaner i mistro mot lärarnas förmåga att klara av situationen. På motsvarande sätt vidtog ett omfattande testande av eleverna för att ständigt kontrollera att lärarna klarade av sina uppgifter. Olika rörelser som baserades på back-to-basics och definitioner av specifika lärarkompetenser växte sig starka för att "eliminera lärarvariabeln från utbildningsekvationen". Utvecklingsprogram för lärare skapades som skulle säkra att lärare undervisade på det sätt som var bestämt av utomstående experter.

Dawson menar att dessa projekt var dömda att misslyckas eftersom de inte hanterade de frågeställningar, uppgifter och omsorger som var centrala för lärarnas arbete i klassrummet. De framstod också som "omoderna" ju mer de konstruktivistiska idéerna fick fäste även vad gäller lärarnas sätt att konstruera sin egen matematiska kunskap.

Forskare började lägga märke till att effektiva lärare fokuserade på elevens lärande, och idéer om lärarinstruktioner och lektionsplanering fick en underordnad betydelse. Fortbildningsprogram gällande kunskaper

i matematik minskade också i antal och ersattes av program som fokuserade på elevens lärandeprocess. Lärarna fick lära om att lära, istället för att lära mer matematik. Även denna ansats var dock något ensidig och så småningom insåg man att båda aspekterna var viktiga. Dawson sammanfattar:

A more global view of the teaching and learning environment was emerging, one where the total context in which mathematics, teachers and students interacted needed to be accounted for in teacher development programs.

(s 11)

Det nuvarande läget beskriver Dawson som en insikt i att klassrummet är den oerhört komplexa kontext där matematik, kursplaner, lärare och elever interagerar. Av detta skäl är det svårt att identifiera enstaka variabler som avgörande och därmed också att göra förutsägelser. Lärare reflekterar också mer över sitt klassrumsarbete, de experimenterar mer med olika strategier, de utvecklar mer material som kan ta tag i elevernas intresse och motivation. Lärare och forskare har även börjat ifrågasätta klassiska dikotomier (se 2.2.4.) Dawson sammanfattar:

And it is into this situation that teacher educators are finding themselves immersed. What this means is that inservice leaders cannot just "deliver" a course, or a workshop, or a session as they might once have done. Now the pressure is for inservice providers to become part of the learning community, to live with the teachers and the learners and the realities of their situation. In doing so, inservice providers will necessarily influence and be influenced by that situation, and be an intimate part of any research the inservice providers might be engaged in as part of the development work.

(s 12)

Det är inte bara klassrummet som måste betraktas som ett komplext samspel med ömsesidigt lärande, utan även ett kompetensutvecklingsprojekt. De teorier och metoder som lärarutbildare lär lärare om klassrumspraktik, måste också tillämpas på lärarutbildarnas egen praktik, både i grundutbildning och annan utbildning av lärare.

Som jämförelse kan tas TNTEEs Green Paper (2000) där sextioalet beskrivs som en tid av *knowledge transmission* med inriktning på att avskaffa brister hos enskilda lärare, en *deficit model*. Senare har lärares *professionella autonomi* betonats, tex genom introduktion av lärarcenter som drivs av lärare själva. I nutid betonas också systemiska ansatser som fokuserar utveckling av hela skolan och hur skolorganisationen ska kunna utvecklas för att uppnå högre kvalitet i undervisningen. Inför framtiden framhäver Green Paper att mer *skolbaserade och skolfokuserade aktiviteter* måste utvecklas, där lärarutbildare och all skolpersonal under längre tid samarbetar för att förbättra skolans kvalitet.

Trots de förenklingar och generaliseringar som görs, ger dessa två beskrivningar sannolikt en hyfsad bild av dominerande trender inom grundutbildning och fortbildningsverksamhet i Europa och USA de senaste decennierna.

## 2.4. En undervisningsvision

Som vi har sett av ovanstående historik har fokus flyttats från *läraren* till *lärandet*. Det finns inte längre en ensidig betoning av lärarens undervisning, eller elevens lärande, istället har en mer *systemisk* ansats utvecklats, där hela klassrummet och klassrummets beroende av omgivande kontext betonas.

En sådan fokusering på klassrummet med sin komplexa kontext kan man se i NCTMs nya *Principles and Standards for School Mathematics* (2000). Där målas följande klassrumsvision upp som ett övergripande mål för alla strävanden att förbättra undervisningen i matematik:

Imagine a classroom, a school, or a schooldistrict where all students have access to high-quality, engaging mathematics instruction. There are ambitious expectations for all, with accomodation for those who need it. Knowledgeable teachers have adequate resources to support their work and are continually growing as professionals. The curriculum is mathematically rich, offering students opportunities to learn important mathematical concepts and procedureds with understanding. Technology is an essential component of the environment. Students confidently engage in complex mathematical tasks chosen carefully by teachers. They draw on knowledge from a wide variety of mathematical topics, sometimes approaching the same problem from different mathematical perspectives or representing the mathematics in different ways until they find methods that enable them to make progress. Teachers helps students make, refine, and explore conjectures on the basis of evidence and use a variety of reasoning and proof techniques to confirm or to disprove those conjectures. Students are flexible and resourceful problem solvers. Alone or in groups and with access to technology, they work productively and reflectively, with the skilled guidance of their teachers. Orally and in writing, students communicate their ideas and results effectively. They value mathematics and engage actively in learning it.

(s 3)

Visionen är ett mycket ambitiöst "mål att sträva mot", som i sig skulle kunna vara en rimlig klassrumsimplementering av svenska läroplaner och kursplaner i matematik. En liknande vision skulle därför kunna vara ett överordnat mål för svenska kompetensutvecklingsinsatser och andra insatser för att främja matematikundervisningen. Fokuseringen på

*classroom*, som kanske inte passar så väl med målen i svenska läroplaner, kan lätt utvidgas till att gälla alla undervisningssituationer, i och utanför skolan, som på något sätt sker under lärares ledning eller mentorskap.

En viktig poäng med NCTMs vision är att förutom innehåll och lärares och elevers förhållningssätt i klassrummet så fokuseras på klassrummet som helhet i vid mening, dvs visionen har den systemiska ansats som tidigare diskuterats. Denna fokusering innebär att NCTM också lyfter fram andra faktorer som måste tas i beaktande, tex skolorganisation, tid för samtal och reflektion, lärares yrkes- och lönestatus, samhällets utbildningspolicy och allmänhetens syn på matematikämnet. En fördel med detta betraktelsesätt är att lärare och andra inblandade kan finna många vägar att närma sig det visionära målet, och att inte fokus sätts på att lärare ska erövra en given uppsättning uppfifrån bestämda "kompetenser".

En annan poäng är *high expectations*; att ha höga förväntningar på vad lärare och elever kan förmå är avsevärt mer fruktbart än att medverka till att befästa uppfattningar om att elevers och lärares brister och oförmågor idag är här för att stanna. Även själva visionen uppfattas ur detta dynamiska perspektiv: visionen bör enligt NCTM fortlöpande förfinas utifrån nyvunnen praktisk och teoretisk kunskap.

## 2.5. En planerad totalsatsning

### 2.5.1. Inledning

Ett intressant exempel på en planerad totalsatsning med systemisk ansats, är den så kallade John Glenn kommissionens slutrapport från september år 2000. Kommissionens rapport kan ses som ett första försök att i stor skala implementera NCTMs *Principles and Standards* i en nationell lärarutbildningsatsning. Intressant är att NCTM ger John Glenn kommissionens rapport sitt fulla stöd. NCTMs ordförande Lee V. Stiff sammanfattar:

We are very pleased with the goals of the report and to see that programs we have recently put in place are consistent with the reports recommendations for improving the mathematics education of our nations students.

Stiff hänvisar här till NCTMs *Principles and Standards for School Mathematics* (2000) och även till NCTMs redan existerande *Academy for Professional Development*. Också i övrigt finns samstämmighet mellan John Glenn kommissionens rapport och NCTMs *Principles and Standards*, särskilt den breda ansatsen där även administratörer, distrikt, familjer och policyskapare ingår som givna element i en satsning för att förbättra matematikundervisningen i landet.

### 2.5.2. Rapportens bakgrund och motiv

I rapporten, *Before It's Too Late* (2000), beskrivs dels varför matematik och naturvetenskap är betydelsefulla skolämnen, dels det aktuella läget på undervisningsfronten, och till sist anges också ett antal övergripande mål och hur man ska nå dem. Även om vissa delar av rapporten behandlar specifikt amerikanska förhållanden, så är den centrala problematik som beskrivs gemensam för de flesta industriländer, inklusive Sverige. De förslag som ges i rapporten är inte enbart av typ fortbildningskurser, utan inbegriper även tex lärarlöner, arbetsmiljö, rekrytering och lärarutbildning. Denna breda ansats och totalsatsning bör ha sitt intresse även för svenska kompetensutvecklingsprogram. Kostnaden för genomförandet av programmet i USA beräknas till över 5 miljarder dollar per år. Ett omfattande lagförslag som konkretiserar organisationsutveckling och finansiering har tillställts kongressen, se *To Improve the Quality and Scope of Science and Mathematics Education*, H.R. 5504 (2000).

Matematik och naturvetenskap beskrivs i rapporten som särskilt betydelsefulla utifrån fyra motiv:

1. den snabba globaliseringen och behovet av utbildad arbetskraft
2. medborgarnas behov av matematik och naturvetenskap för vardagslivets beslutsfattande
3. kopplingen till landets säkerhetsintressen
4. det djupare värdet av matematik och naturvetenskap, eftersom dessa skapar och definierar vardagsliv, historia och kultur, de är primära källor för ett livslångt lärande och för civilisationens framsteg.

Situationen i USA att ungdomar inte lyckas i matematik och naturvetenskap beskrivs som "störande nyheter", men samtidigt pekas på ett antal gynnsamma faktorer för en större satsning. Hit hör allmänhetens medvetenhet om att utbildning är en samhällselig angelägenhet, och att landet just nu har ett resursöverskott som kan satsas. Dessutom kommer två tredjedelar av lärarkåren att ha bytts ut inom ett årtionde, så fokus kan sättas på att utbilda en ny lärarkader. Skolorna har också nu möjlighet att bruka all den kunskap som vuxit fram om skolämnen, hög standard, effektiv undervisning, bedömning och barns lärande. Angående dessa kunskapsområden framhåller rapporten:

In several states, school districts and schools innovative approaches are being attempted. Many are promising. We need to build on these approaches and extend them with new research. We now have the chance to bring this knowledge together in a mathematics and science education effort that will serve as a powerful tool for change. Ignored research is worthless; unused tools can only rust.

(s 13)

Till sist lyfter rapporten också fram att flera undersökningar visat att dagens ungdomar har ett ökat intresse för läraryrket i allmänhet som profession, jämfört med på åttiotalet.

### 2.5.3. *Action strategies*

Det övergripande målet är enligt rapporten att åstadkomma *high-quality teaching*. För att nå detta övergripande mål anges *tre delmål* med tillhörande *action strategies*:

1. Etablera ett *fortlöpande system* för förbättring av undervisningen i matematik och naturvetenskap för K–12. Varje delstat måste göra en heltäckande *behovsinventering* angående vad lärarna behöver. *Sommarinstitut* måste skapas för att möta dessa utvecklingsbehov. *Inquiry groups* kan erbjuda mötesplatser för lärare så att de engagerar sig i gemensamma studier för att förbättra ämneskunskaper och undervisningsskicklighet. Till detta behövs *ledarskapsträning* för de som ska leda dessa verksamheter. En *Internetportal* ska byggas upp så att lärarna får tillgång till en ständigt växande kunskapsbank. Ett *koordinerande råd* ska inrättas som harmoniserar alla aktiviteter. Till sist ska alla delstater initiera *belönings- och prestationslöneprogram*, detta både för att stödja kompetensutveckling hos lärare och göra läraryrket mer attraktivt.
2. Öka antalet lärare i matematik och naturvetenskap markant och förbättra kvaliteten i deras grundutbildning. En direkt strategi för att identifiera *exemplariska modeller för grundutbildning* som kan få en vidare spridning måste utvecklas. Andra *kvalificerade grupper* ska lockas att välja läraryrket och *Mathematics and Science Teaching Academies* ska skapas, vilka ger intensivkurser i effektiva undervisningsmetoder i matematik eller naturvetenskap.
3. Förbättra *arbetsmiljön* och gör läraryrket mer attraktivt för K–12 lärare i matematik och naturvetenskap. Speciella *introduktionsprogram* behövs som stödjer nya lärare på sin första tjänst, och som skapar formella mentorrelationer och introducerar till *inquiry groups*. Samarbete med *näringslivet* betonas för att skapa en professionell miljö, där material, utrustning och hjälpmedel kan erbjudas. Olika slag av *belöningar och uppmuntran* behövs, tex i form av priser, lönehöjning, stöd för vidare utbildning eller allmänt erkännande, för att lärare ska stanna kvar i yrket och förbättra sin kompetens. Dessutom behöver *lönen höjas* för alla lärare, speciellt för matematik och naturvetenskapslärare, så att den blir konkurrenskraftig i förhållande till näringslivet.

I dessa *action strategies* blir den systemiska ansatsen mycket tydlig; att utveckla en undervisning av god kvalitet innebär inte bara att stärka lärarnas kompetenser, det handlar även om tid, utrustning, löner, rekrytering, stöd från administration och skolpolitiker, uppmuntran, belöning och allmän förstärkning av lärares status. Rapporten avslutas dessutom med att *alla* amerikanska medborgare uppmanas att ta ett direkt ansvar i att uttrycka sina synpunkter på utbildning i matematik och naturvetenskap, och att ta initiativ för att implementera strategierna i sin egen samhällsmiljö, bland annat med hjälp av listor över vad man kan förvänta sig av inblandade parter.

#### 2.5.4. Professionell utveckling

Ett viktigt begrepp i rapporten är *professionell utveckling*. Detta innefattar en planerad utbildningsprocess i samarbetande former med sikte på fortlöpande professionell utveckling för läraren ur följande aspekter:

- fördjupade ämneskunskaper
- förbättrad undervisningskicklighet i klassrummet
- möjligheter att följa utvecklingen vad gäller ämnet och undervisningskicklighet, och på utbildningsområdet i allmänhet
- möjligheter att själv utveckla ny kunskap om lärarprofessionen och delge andra dessa kunskaper
- ökad förmåga att leda elevens arbete, så att undervisningen ger en konstruktiv feedback från elever i syfte att utveckla undervisningen.

Här ligger fokus på *lärarens* utveckling, men som framgått tidigare finns också ett helhetsperspektiv: det är till sist *elevernas* utveckling som avgör i vilken grad läraren har utvecklats professionellt och den övriga miljön i vid mening varit gynnsam för lärande.

#### 2.5.5. Högre studier för undervisning i matematik

Både John Glenn kommissionens rapport och NCTM ägnar intresse åt hur högre studier för undervisning i skolmatematik bör utformas. Följande framhävs i *Principles and Standards*:

The in-service education and professional development of teachers, especially in content knowledge, are not the exclusive mission of any single type of institution, so a significant leadership role is available for higher education. Teachers need in-service and graduate education that helps them grow mathematically and as practitioners.

Faculty members in institutions of higher education should be partners in the development of school-based mathematics communities. Teacher educators, mathematicians, and practising teachers working together can create a rich intellectual environment that will promote veteran teachers' growth and demonstrate to new teachers the value of learning communities.

(s 377–378)

Här finns tydliga paralleller med John Glenn kommissionens förslag om *Inquiry Groups och Teaching Academies*. Den matematik som behövs för att undervisa i skolämnet matematik bör vara utvald på så sätt att läraren får *a profound knowledge of fundamental mathematics* och professionell utveckling bör ske under former som påminner om *lesson studies*. Den systemiska ansats vad gäller att utveckla *professional cultures* med olika samverkande parter, som finns i NCTMs *Principles and Standards* och John Glenn kommissionens rapport, är en internationell trend och omfattar också grundutbildning och kompetensutveckling i stort. TNTEEs *Green Paper* ger en sammanfattande kommentar i frågan:

Active systemic relations and mutual partnerships between institutions of teacher education, teachers and schools are extremely important in all forms of teacher education. Close cooperation in areas such as

- the teaching practice component of programmes of initial teacher education
- research and development, and
- school improvement activities

between institutions of teacher education, teachers and schools are important in establishing and maintaining professional cultures of learning and development of "partnerships" is taking place in most countries of the European Union, although progress is by no means uniform.

(s 52)

Ett större kompetensutvecklingsprojekt bör i detta perspektiv inte vara en tidsbegränsad "intervention" i ett system som sedan återgår till det vanliga. Istället måste projektet skapa nya professionella organisationer och kulturer som består och utvecklas av egen kraft efter det att själva projektet avslutats. Utvecklandet av *inquiry groups och teaching academies* som föreslås i John Glenn kommissionens rapport skulle även kunna vara en viktig beståndsdel i ett svenskt projekt. För en närmare principanalys av vilka kunskaper en lärare som undervisar i matematik behöver, se avsnitt 2.9 i denna rapport.

## 2.6. Praktiska råd till anordnare

Även om forskningen kring kompetensutvecklingsprojekt inte är särskilt utvecklad, så finns en omfattande samlad erfarenhet om vad som visat sig fungera. En intressant sammanställning med betoning på praktisk erfarenhet görs av Clarke (1994). Clarke har i sin tur extraherat erfarenheterna från omfattande studier av olika kompetensutvecklingsprogram, se Clarke (1991). De tio råden som syftar till att *förvandla principer till handling* är:

1. Låt de frågeställningar som är angelägna formuleras (huvudsakligen, men inte enbart) av lärarna själva, och lägg in möjligheter till olika val från deltagarna.
2. Involvera grupper av lärare snarare än enstaka individer från ett antal skolor, och engagera skol- och distriktadministration samt elever, föräldrar och en bredare skolsamfällighet.
3. Uppmärksamma och ta itu med de många hinder för lärares utveckling som finns på individ-, skol- och distriktsnivå.
4. Använd lärare som deltagare i klassrumsaktiviteter eller elever i verkliga situationer. Modellera de önskvärda klassrumsansatserna under skolbaserade sessioner för att ge klarare bilder av de önskade förändringarna.
5. Se till att lärare medvetet och aktivt engagerar sig i de professionella utvecklingssessionerna och genomför erforderliga studier och klassrumsuppgifter anpassade till deras egna klassrum.
6. Uppmärksamma att förändringar i lärares föreställningar om undervisning och lärande härleds huvudsakligen från klassrumspraktik. Det är först när det är möjligt att utvärdera projektverksamheten och det visar sig att elever faktiskt lär bättre, som man kan förvänta sig att lärare förändrar sina föreställningar.
7. Ge tid och möjlighet för planering, reflektion och feedback för att kunna rapportera framgång och misslyckanden till gruppen, för att kunna dela "praktikens visdomar", och för att kunna diskutera problem och lösningar med avseende på enskilda elever och nya undervisningsansatser.
8. Möjliggör för deltagande lärare att få ett avsevärt inflytande genom att de involveras i beslutsfattande och ses som sanna partners i förändringsprocessen.
9. Uppmärksamma att förändring sker gradvis och att den är en svår och ofta smärtsam process, och ta i beräkningen möjligheter för fortlöpande stöd från kollegor och kritiska vänner.
10. Uppmuntra deltagarna att sätta upp ytterligare mål för sin professionella tillväxt.

Särskild uppmärksamhet ger Clarke punkt 3 gällande hinder för lärares utveckling. Ett kompetensutvecklingsprojekt som inte tar itu med dessa hinder har små möjligheter att lyckas. Hindren indelar Clarke i fyra kategorier:

1. Hinder utanför skolan: en inadekvat teori för implementering, brist på stöd från central ledning, brist på pengar och uppföljning, oförmåga att förstå enskilda skolors specifika situation.
2. Hinder relaterade till skolorganisation och skolsamfällighet: brist på tid för enskilt läsande och reflektion, brist på gemensam planering med andra lärare, brist på gemensamt arbete i klassrum, bedömningar av elever och lärare som inte är i harmoni med de föreslagna förändringarna, avvikande föreställningar hos elever, föräldrar, rektor, skolstyrelse vad gäller väsentligt innehåll, passande pedagogik och bedömning.
3. Hinder relaterat till lärarnas föreställningar, kunskap och praktik: brist på engagemang och delaktighet vad gäller föreslagna förändringar, lärares krav på omedelbar "praktiserbarhet" för att något ska bejakas, lärares inadekvata kunnande i matematik och pedagogik.
4. Hinder relaterat till anordnarnas genomförande: brist på samband mellan teori och praktik, att sätta fokus på att korrigera brister istället för att uppmuntra professionell tillväxt, oförmåga att inkorporera kunnande om undervisning och lärande i utvecklingsprogrammets innehåll.

Flera av punkterna gäller att lärare tidigt engageras och får delaktighet i projektet, så att det inte får karaktären av förmedling. Av särskilt intresse är också att det yttersta kvalitetskravet för läraren då det gäller en förändring, är att eleverna faktiskt lyckas bättre, och att detta låter sig utvärderas. Möjligheten att arbeta i grupp och få tid för reflektion tillsammans med kollegor är också en viktig punkt.

Vi kan också se en *systemisk* betoning av skolan som helhet, och att denna helhet i sin tur påverkas av en mängd övriga externa faktorer, vilka måste uppmärksammas och hanteras. Clarkes sammanställning av praktiska erfarenheter verkar vara konsistent med aktuell teoribildning och den ansats som finns i *Principles and Standards and Before It's Too Late*.

I den mån som aktuell teoribildning vad gäller undervisning och lärande är relevant, så är inte denna överensstämmelse särskilt överraskande, men ett exempel på ett lyckat möte mellan samlad beprövad erfarenhet och aktuell forskning.

## 2.7. Gemensamma förändringssträvanden

Trots stora skillnader vad gäller kulturell och organisatorisk kontext så kan man hitta många gemensamma drag i större kompetensutvecklingsprojekt under nittio-talet. Detta kan dels bero på att aktuell forskning har ett internationellt genomslag, men kan också bero på att praktisk beprövad erfarenhet från olika länder och miljöer uppvisar vissa generella drag, som vi sett exempel på ovan.

Att många förändringssträvanden har generella drag beskrivs av Jaworski och Wood (1999) med utgångspunkt från projekt under nittio-talet i USA, Sydafrika, Libanon, Portugal, Israel, Canada och Nya Zeeland. Gemensamt för dessa länders situation är en förhärskande tradition av "kunskapstransmission" som upplevs som föråldrad och ineffektiv, och ett starkt behov av förändring mot ett mer konstruktivistiskt och kommunikativt förhållningssätt. Försöken att genomföra denna förändring sammanfattar Jaworski och Wood under fem huvudpunkter:

### 1. *Lärare som arbetar med matematik i fortbildningsprogrammet*

Lärare inviteras att själva lösa icke-standardproblem och att modellera verkliga situationer. De kan arbeta med problem som de sedan kan erbjuda sina elever och lärarna engageras i matematiska processer och strategier som de vill att eleverna ska använda. Lärare kan också engageras i elevliknande situationer för att öka känsligheten för elevens tänkande och uppmärksamma elevers behov i lärandet. Lärarna ges möjlighet att känna igen och värdesätta högre former av matematiskt tänkande och hur detta kan förstärkas i klassrumspraktiken, samt uppmärksamma och utveckla abstraktionsprocesser i matematiken. Jaworski och Wood sammanfattar angående ovanstående former av utbildning i matematik:

It raised exciting possibilities for mathematical learning of which teachers had previously been unaware. However, the promise of such euphoria is lost if teachers are not supported in translating their new visions into classroom practice.

(s 131)

Här formuleras behovet av fortlöpande stöd för matematikfortbildade lärare som återvänder till en skola med traditionell undervisningskultur. Kollegor, läromedel och elever får ofta tolkningsföreträde vad gäller synen på vad "matematik" ska vara i skolmiljö.

### 2. *Lärare som fortbildas i miljöer utanför skolan eller i skolan*

Jaworski och Wood menar att mycket tyder på att kurser utanför skolan för enstaka lärare är problematiska, även de kurser som har längre varaktighet. Även om lärarna blir entusiastiska under kursen så blir mötet

med kollegor och vardagen i det egna klassrummet ofta svårt. Att åstadkomma en verklig förändring i klassrummet ter sig omöjligt.

Det finns en kraftfull potential i att introducera lärare till alternativa ansatser i matematik och dess lärande, det ger visioner och en stark vilja till förändring. Å andra sidan finns det en risk att visionerna förblir orealiserade om lärarna inte förmår implementera dem i det egna klassrummet och i skolkulturen. En sådan implementering är snårig och skapar dilemman för läraren, som därför behöver *fortlöpande stöd*. En skolbaserad fortbildning som omfattar en hel grupp med matematiklärare har betydligt större genomslag.

### 3. Korta program som fokuserar på alternativ undervisning

Olika kurser och program kan göra lärarna medvetna om alternativa undervisningssätt, men erfarenheten visar alltså att det är svårt för lärarna att sedan översätta detta till sina egna klassrum, speciellt om programmen är korta:

The implications are that, however good short programs are at developing an awareness for teachers, ongoing forms of inservice education are necessary for any lasting or effective change to be realized in classrooms.

(s 135)

I program som fokuserar alternativa undervisningsmetoder kan man se tre olika ansatser att hjälpa lärare utveckla sin undervisning:

- anordnare utformar konkret klassrumsmaterial som sedan i workshops tillsammans med lärare demonstrerar hur materialet kan användas i klassrummet.
- beskrivningar av klassrumssituationer som en utgångspunkt för lärardiskussioner och analys, vilket uppmuntrar lärarna att senare göra liknande analyser av sin egen klassrumssituation.
- modelleringar av aktiviteter där lärarutbildaren gör en direkt insats genom att demonstrera den teknik och de strategier som lärare sedan kan använda i klassrummet.

Slutsatsen blir här att *fortlöpande*, eller i alla fall fleråriga, program är de enda som har möjlighet att bli framgångsrika.

### 4. Lärare-som-forskare

Denna typ av program brukar vara över en längre tid och omfatta ett mindre antal lärare. Det som kan göra ett sådant program effektivt kan sammanfattas i följande punkter:

- en *utsträckt tid* då lärare arbetar med specifik inriktning mot att utveckla undervisningen.
- uttryckligen önskade *reflekterande aktiviteter* som härstammar från klassrumsundersökningar.
- *gemensamma* aktiviteter med andra lärare och kursledare
- utrustning och tid att *föra journaler* över aktiviteter och reflektioner, och att beskriva erfarenheter av lärande.

Jaworski och Wood menar att denna typ av program verkar ge en lyckad kompetensutveckling för vissa lärare, på grund av programmets mångdimensionella karaktär och deras utsträckthet i tiden.

### 5. Lärarutbildarens lärande och utveckling i ett politiskt perspektiv

Att utforma utvecklingsprogram är problematiskt ur många aspekter. Erfarenheten från många projekt visar att även lärarutbildarna måste reflektera över sin verksamhet för att lära och utvecklas. Förutom en mängd praktiska problem med organisation, tid, omfattning och resurser så finns också en mer övergripande problematik med både teoretiska och politiska dimensioner.

Många kompetensutvecklingsprogram har en explicit formulerad konstruktivistisk utgångspunkt. Synen på matematiklärande i klassrummet har förändrats under åttio- och nittiotalet i konstruktivistisk riktning och så även synen på hur lärare lär. Tidigare former av projekt där kunskap skulle förmedlas från lärarutbildare till lärare har ersatts av nya former där lärare konstruerar kunskap utifrån sin egen praktik i samarbete och diskussion med lärarutbildare och forskare. Hur detta ska gå till är emellertid inte självklart, konstruktivism är ett sätt att *se på kunskap och lärande* och leder inte direkt till en bestämd praktik i klassrum eller i kompetensutveckling.

Vanligen har kompetensutvecklingsprojekt också en social eller politisk bakgrund. Jaworski och Wood kommenterar:

Across the EU countries, the Middle East, South Africa, Australia and North America, top-level reports have been issued which indicate that, globally, education is in a state of flux. Several significant reports have been written detailing the shift from traditional approaches to those who emphasise the changing nature of student roles, knowledge, and concomitantly teachers roles... These documents chart a call for a shift from traditional teacher-as-authoritarian to those which reflect the responsibility for learning back to students – a goal which seems compatible with constructivist principles. The underlying assumption is that in order to for these nations to accomodate the dimensions of economic

and socio-political shifts taking place, students must be adaptable and flexible in their thinking.

(s141)

Förutom det politiska målet att skolan bör fostra ungdomar så att de kan verka i och driva på en snabbt föränderlig samhällsekonomi, så finns även demokratiska grundvärderingar ofta inbäddade i utvecklingsprojekten. Så betraktar tex Adler (1995):

(Constructivism ) as driven by democratizing intent, with the twin goals of moving away from authoritarian approaches to teaching, learning and knowledge, and improving socially distributed access and success rates.

(s208)

Hon menar också att det kan finnas en spänning mellan dessa demokratimål och målet att utveckla matematisk kunskap, *the democracy-development tension*. Speciellt kan detta bli tydligt om politiska krav ställs på en snabb utbildning av en matematikkunnig kader.

Intressant är här NCTMs *Principles and Standards* betoning av att det inte finns någon motsättning mellan *equity och excellence* i klassrumsvisionen och vägen att nå dit. Utgångspunkten är att alla elever kan lära matematik, avgörande är höga förväntningar och möjlighet till extra stöd och resurser till elever med olika svårigheter. På motsvarande sätt behöver speciellt intresserade eller begåvade elever *enrichment programs* för att utmanas och engageras.

Den klassrumsvision och den miljö som presenteras i *Principles and Standards* är i sig ett exempel på klassrumsdemokrati, där alla får göra sig hörda och argument värderas utifrån sakligt innehåll istället för position och auktoritet. Frågan om hur mycket av samhällets resurser som ska satsas på att uppnå denna vision i förhållande till rekrytering för matematikintensiva utbildningar besvaras av NCTM på följande sätt:

All students should have a common foundation of challenging mathematics, whether those students will enter the workplace after high school or pursue further study in mathematics and science.

(s 368)

Man kan här se ett dubbelt demokratimål, dels den demokratiska miljön i själva klassrummet, dels att *alla* elever ska få möta denna rika matematiska miljö.

## 2.8. Utmaningar för framtida projekt

En intressant fråga är hur *föredömlig tillämpning* av aktuell forskning skulle kunna implementeras av anordnare i ett framtida kompetensutvecklingsprojekt. Ett exempel på en sådan möjlig implementering

ger Krainer (1999a) som uppmärksammar ett antal "utmaningar" för framtida kompetensutvecklingsprogram. Krainers utmaningar är alltså i högre grad än Clarkes "teoribemängda" i den meningen att de explicit kopplas till anordnares *föredömliga tillämpning*. Konstruktivistiska idéer, samarbete och reflektion finns explicit uttryckta. Ett annat påtagligt inslag är olika former av *action research*. De områden som måste beaktas sammanfattar Krainer i tolv punkter:

1. Initiera och stödja lärares reflektion och nätverksarbete (*networking*), speciellt utveckla lärares undersökningar av sitt eget arbete. Ta särskild hänsyn till att involvera så många matematiklärare som möjligt på skolan och regionalt, liksom beslutsfattare, föräldrar och inte minst elever som ofta är utmärkta experter på att utvärdera lärares undervisning. Bygg nätverk av "kritiska vänner".
2. Göra goda arbeten av elever och lärare synliga på olika sätt, tex genom utställningar på skolan, dokumentation i skolrapporter, fallstudier till tidskrifter med mera. Detta för att skapa lärandemiljöer för andra lärare så att de genomför sina egna idéer. Bygga på styrka, inte på svaghet.
3. Motivera och stödja lärare att skriva ned sina erfarenheter. Detta har minst två förtjänster, dels innebär själva skrivandet reflektion och berikande av kunskap, dels kan resultaten läsas och användas av andra i ett steg mot nätarbete.
4. Initiera och stödja skolbaserad professionell utveckling genom att arbeta med grupper av lärare i en skola eller en region och också innefatta beslutsfattare, lärarutbildare, föräldrar och elever.
5. Stödja ämnesrelaterade skolutvecklingsprojekt, tex att stödja grupper som utvecklar skolans "matematiska profil", och på så sätt stödja klassrumsutveckling.
6. Initiera diskussioner bland lärare angående utveckling av organisationer och utbildningssystem. Diskutera vad som kännetecknar en "god" skola, kursplaner, utvärderingssystem, vilken roll lärande, utbildning och vetenskap har i samhället, kvaliteten hos matematikundervisning i landet jämfört med andra länder och andra frågor av intresse.
7. Nya vägar för att mediera mellan teori och praktik, speciellt att skapa en kultur av samarbete där man tar hänsyn till teoretikers och praktikers olika styrka och intresse innefattande ömsesidig respekt och hög grad av öppenhet. Att bygga upp goda förbindelser med skolor som centrum för professionell utveckling och samarbetsplatser för forskning i matematikdidaktik.
8. Initiera professionella utvecklingsprogram för ämnesansvariga i matematik, rektorer med flera i blandade grupper.

9. Initiera och stödja skolbaserade, regionala och nationella nätverk av matematiklärare och forskare, åtföljt av intern värdering via lärarna själva och extern värdering via matematikdidaktiker. Detta genererar ny kunskap om professionell tillväxt hos lärarna och är till hjälp i nätarbetet.
10. Initiera och delta i offentliga diskussioner med betydelse för matematiken i samhället, i skolan och dess relevans för kulturell och ekonomisk tillväxt i landet.
11. Initiera diskussioner på skolorna, som involverar lärare, elever och föräldrar, och offentliga diskussioner om värdet av jämförande studier av resultat, utvärderingskultur i skolor och i olika regioner och länder, speciellt betydelsen av självutvärdering.
12. Konsekvent självtillämpa våra principer vid utbildning av matematiklärare: Om vi ser läraren som en guide och facilitator i den process som utgör elevens konstruktion av kunskap, så måste vi organisera miljöer för lärande vid kompetensutvecklingsprogram som har samma karaktär. Vi måste dessutom kritiskt undersöka och utvärdera hur vi lyckas med att skapa sådana miljöer.

Som synes finns en genomgående systemisk ansats, där förutom administratörer och politiker även föräldrar och elever finns med som aktörer i ett projekt. Dessutom måste matematikens roll och värde tydliggöras i offentliga debatter och massmedia. En grannliga uppgift är som tidigare nämnts att beforska ett framtida kompetensutvecklingsprogram. Detta kräver att mål och kvalitetskrav uttrycks explicit och att instrument utvecklas för att avgöra i vilken mån målen har uppnåtts. Ett omfattande program kan innebära att anordnare beforskar sin egen verksamhet och också att extern forskning utifrån en uppsättning bedömningsgrunder fortlöpande utvärderar projektet och kopplar detta till elevers kunskande på längre sikt.

Jämfört med Clarkes praktiska råd, så finns hos Krainer en starkare betoning av nätverk och att offentliggöra matematiken i media och debatter. Dessutom betonar Krainer vikten av elevmedverkan, det goda exemplet makt, läraren som en forskande praktiker och mediering mellan praktik och teori.

## 2.9. Kunnande för undervisning i matematik

### 2.9.1. *Inledning*

Som vi sett i Dawsons historik så var det vanligt att matematiklärare under sextioalet ansåg att kunskap om matematik som vetenskap medförde att man också "kunde" skolmatematiken. Detta förhållningssätt ytttrade sig även metodiskt på så sätt att det mest vetenskapligt stringenta

framställningssättet också ansågs vara det mest pedagogiska för barn i alla åldrar. Denna föreställning, driven till sin spets, fick sitt uttryck i "The New Math", som även spred sig till Sverige bland annat i form av mängdläran. Sedan dess har mycket hänt, i alla fall i ungdomsskolan, vad gäller synen på undervisning, lärande och lärarens ansvar i undervisningssituationen. Frågan blir då: *Vad ska en lärare kunna för att undervisa effektivt i skolämnet matematik?*

Svaret på denna fråga är naturligtvis central för ett kompetensutvecklingsprojekt, men även för grundutbildning av lärare. I detta avsnitt ges en översikt av några svar på frågan, men ett uttömmande svar med vetenskapliga anspråk ligger utanför denna rapports syfte och utgångspunkter. De exempel på svar som nedan presenteras från NCTMs *Principles and Standards*, John Glenn kommissionens *Before It's Too Late* och kommittén Mathematics Learning Study's *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*, Kilpatrick et al (2001), representerar dock omfattande internationella erfarenheter både från praktik och forskning, och har därmed en avsevärd tyngd.

### 2.9.2. *Principles and Standards om effektiv undervisning*

I NCTMs *Principles and Standards* (2000) betonas att matematikundervisning är ett komplext företag, och att inga enkla recept finns för att uppnå en effektiv undervisning. Det finns inte *ett enda bästa sätt att undervisa*. För att vara effektiv måste man på ett djupt sätt förstå den matematik man undervisar om och kunna utnyttja denna kunskap på ett flexibelt sätt. Läraren måste också förstå och bry sig om sina elever som både matematiklärande och som mänskliga individer, och läraren måste på ett skickligt sätt kunna välja mellan olika strategier vad gäller pedagogik och bedömning. Effektiv undervisning innebär också reflektion och fortlöpande ansträngningar att söka förbättra undervisningen. Lärare måste ha återkommande och rika möjligheter och resurser för att utveckla och fräscha upp sina kunskaper. NCTMs beskrivning av vad läraren måste kunna är både holistisk och dynamisk:

Teachers need to know and use "mathematics for teaching" that combines mathematical knowledge and pedagogical knowledge. They must be information providers, planners, consultants, and explorers of uncharted mathematical territory. They must adjust their practices and extend their knowledge to reflect changing curricula and technologies and to incorporate new knowledge about how students learn mathematics. They also must be able to describe and explain why they are aiming for particular goals.

(s 370)

Det kunnande som en lärare behöver delas in i två huvudtyper, matematisk kunskap och pedagogisk kunskap, vilka i sin tur indelas i olika kategorier:

### *Matematisk kunskap:*

- kunskap om hela matematikområdet
- djup och flexibel kunskap om kursernas mål och om viktiga idéer som är centrala för det aktuella undervisningsstadiet
- kunskap om utmaningar och problematik som elever troligtvis upplever då dessa idéer ska läras
- kunskap om hur dessa idéer kan representeras på ett effektivt sätt för eleverna
- kunskap om hur elevernas kunnande ska kunna bedömas.

Denna typ av kunskap hjälper läraren att fatta beslut gällande kursens utformning, ger möjlighet till att besvara elevernas frågor och planera utifrån utveckling av centrala begrepp.

### *Pedagogisk kunskap:*

- kunskap om hur elever lär
- kunskap om en uppsättning undervisningstekniker och material
- kunskap om hur man kan organisera och leda verksamheten i klassrummet.

Denna kunskapsstyp utvecklas i hög grad genom undervisningspraktik, framhålls i dokumentet.

Lärare måste förstå *the big ideas of mathematics* och framställa matematiken som en koherent och sammanhängande verksamhet, se Schifter (1999) och Ma (1999). Läraren måste också veta vilka olika representationer en idé kan ha, och styrkan och svagheten med dessa, samt hur representationerna är relaterade till varandra, se Wilson, Shulman och Richert (1987). Dessutom måste läraren känna till vilka idéer elever brukar ha svårigheter med och olika vägar att överbrygga vanliga begrepsliga missförstånd.

Eftersom elever lär genom att anknyta nya idéer till tidigare kunskap måste läraren förstå vad eleven redan kan. Effektiva lärare vet hur man ställer frågor och planerar lektioner som uppenbarar elevernas tidigare kunskaper, och de kan sedan utforma lektioner och metoder som svarar mot och bygger vidare på sådan kunskap. Läraren måste också ha förmåga att improvisera, fatta beslut om och hantera de oplanerade svårigheter och problem som kan uppstå under lektionen så att undervisningen medvetet inriktas på de avsedda målen.

Effektiv undervisning innebär också att läraren har förmåga att skapa en *miljö*, i vid mening, som uppmuntrar matematiska aktiviteter och sätter fokus på väsentligheter:

The teacher is responsible for creating an intellectual environment where serious mathematical thinking is the norm. More than just a physical setting with desks, bulletin boards, and posters, the classroom environment communicates subtle messages about what is valued in learning and doing mathematics. Are students discussion and collaboration encouraged? Are students expected to justify their thinking? If the students are to learn to make conjectures, experiment with various approaches to solving problems, construct mathematical arguments and respond to others arguments, then creating an environment that fosters these kind of activities is essential.

(s 18)

Effektiv undervisning innebär även en ständig vilja till förbättring och professionellt växande. NCTM lyfter här fram samarbete med kollegor för reflektion, analys och diskussion som en väsentlig väg, liksom så kallade *lesson studies*, se Stigler och Hiebert (1999) samt Yoshida (1999). Intressant i detta sammanhang är att det verkar råda stor överensstämmelse bland matematikdidaktiker, vad gäller beskrivningen av den effektive matematikläraren. Som exempel kan tas Ivanov (2000) som konstaterar att trots kulturella skillnader så är synen på den "ideale matematikläraren" likartad bland didaktiker världen över, det som gäller i New York gäller också i St. Petersburg. Detta förhållande, menar Ivanov, bör göra det möjligt att utforma ett gemensamt program vad gäller principer för utbildning av matematiklärare.

Trots att kursplaner i skolmatematik och läroplaner är kulturellt och politiskt–nationellt färgade, så finns sannolikt mycket att hämta även vad gäller matematiskt och pedagogiskt innehåll i de olika projekt som det senaste decenniet utvecklas runt om i världen.

### 2.9.3. John Glenn-kommissionen om *high-quality teaching*

I John Glenn-kommissionens rapport *Before It's Too Late* (2000) diskuteras innebörden av *high-quality teaching*. Först görs en jämförelse med japansk undervisning via *TIMSS videostudies* och man drar slutsatsen att amerikansk undervisning är ytlig och traditionell, den bygger enbart på osammanhängande instruktion och ytlig inläring. Mot detta ställs idealet *high-quality teaching* (HQT), som diskuteras i tio punkter:

1. En huvudfråga är att HQT är *något som kan läras*, det är inte en medfödd förmåga som somliga har och andra saknar. Skickligheten uppnås genom träning, mentorskap, samarbete med kollegor och praktik.

2. HQT kräver att lärarna har *djup ämneskunskap*, här finns inga möjliga substitut.
3. I HQT så är *undersökning* själva kärnan i lärarens arbete. Undersökningar innebär användande av hands-on material, elevaktivt lärande, övningar och vardagssituationer. Den lär inte bara eleven vad som ska läras utan hur man ska lära.
4. HQT uppmuntrar inte bara elever till att lära, det *insisterar* att de ska lära.
5. HQT uppmuntrar elever att försöka *nya möjligheter*, att våga sig på nya möjliga förklaringar och att utreda dessas *logiska konsekvenser*.
6. HQT fostrar till en hälsosam *skepticism*. Den uppmuntrar elever att utsätta sina arbeten för kamraternas ifrågasättande, att analysera och sätta samman, och att reflektera över hur man nått fram till sina slutsatser.
7. HQT beaktar, lyfter fram och utgår från *skillnader i lärandestilar och förmågor* hos eleverna. Den har den djupaste respekt för eleven som person, och den tar fasta på styrka istället för att peka ut svagheter.
8. HQT grundas på ett *omsorgsfullt och grundligt* anordnande av kursen, av bedömning och höga kvalitetskrav på elevers lärande.
9. För att behålla sin skärpa måste HQT *ständigt omskapas* av de institutionella strukturer som stöder den genom kompetensutveckling, fortsatt utbildning, effektivt användande av teknologi samt uppmärksammande och belöningar.
10. Till sist så har HQT den karaktären att dess grad av effektivitet utvärderas via de färdigheter och det kunnande som de *elever* har som mottar undervisningen.

Som vi ser så finns här tydliga paralleller med NCTMs *effektiv undervisning*. Särskilt värt att notera är kanske den första punkten, som gör upp med föreställningen att god undervisningsförmåga är något vissa lärare fått "av naturen" medan andra saknar den och inte heller kan utveckla den. Punkterna 6 och 7 anknyter till den demokratiska klassrumsmiljö, som finns i NCTMs vision. Värt att notera är också den sista punkten som pekar på att till sist är det elevens resultat som avgör graden av *high quality teaching*, inte att läraren uppfört sig "korrekt". Huruvida ett kompetensutvecklingsprojekt varit lyckosamt måste ytterst relateras till om elevernas kunnande ökat, inte till att särskilda institutioner förverkligats eller att lärarna uppnått vissa kompetenser. Som framgår av punkt 9, så betraktas HQT dynamiskt; innebörden av begreppet undervisningskvalitet kan fortlöpande utvecklas och förfinas, och punkterna bör inte uppfattas som statiskt givna.

#### 2.9.4. *Mathematics Learning Study Committee om professionalism*

Rapporten *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*, Kilpatrick et al (2001), är en omfattande kritisk sammanställning av kunskan- det inom *mathematics education*. Dess yttersta syfte är att bidra till för- bättrade matematikkunskaper med fokus på *pre-kindergarten* till *eightth grade*.

Kommittén bakom rapporten, *Mathematics Learning Study Commit- tee*, hade uppdraget att syntetisera forskningen kring matematiklärande, erbjuda forskningsbaserade rekommendationer för undervisning, lärar- utbildning och kursutformning samt ge råd och vägledning till utbildare, forskare, förläggare, opinionsbildare och föräldrar.

Enligt rapporten är tre typer av kunskap avgörande för undervisning i skolmatematik:

*Matematisk kunskap*: att ha kunskap om matematiska fakta, begrepp, procedurer och relationerna mellan dem; att ha kunskap om hur matematiska idéer kan representeras; att ha kunskap om matematik som disciplin, hur kunskap produceras och kunskap om normer och standard för argumentation och bevisföring; att ha kunskap om de begreppsliga grunder som bygger upp skolmatematiken så att man kan utveckla idéer som ligger bortom vardagslivet; att ha matematisk känslighet så att man kan vägleda och tolka elevernas matematiska ansträngningar.

*Kunskap om eleverna*: att ha kunskap om hur olika matematiska idéer utvecklas över tid hos barn; att ha kunskap om hur man bestämmer barns utvecklingsnivå; att ha kunskap om de vanliga svårigheter som elever har med olika matematiska begrepp och procedurer; att ha kunskap om hur elevers tänkande och lärande påverkas av erfarenheter, material och olika ansatser i undervisningen.

*Kunskap om undervisningspraktik*: att ha kunskap om kursen i vid mening; att ha kunskap om uppgifter och verktyg för att lära viktiga matematiska idéer; att ha kunskap om klassrumsnormer som stöder utveckling av matematisk förmåga; dessutom behövs den praktiska förmågan att i handling kunna använda uppgifter i klassrummet och att kunna använda normer konstruktivt i olikartade klasser.

Rapporten beskriver *effective teaching* på följande sätt:

The effectiveness of mathematics teaching and learning is a function of teachers' knowledge and use of mathematics content, of teachers attention to and work with students, and of students' engagement in and use of mathematical tasks. Effectiveness depends on enactment, on the mutual and interdependent interaction of the three elements – mathematical content,

teacher, students – as instruction unfolds. The quality of instruction depends, for example, on whether teachers select cognitively demanding tasks, plan the lesson by elaborating the mathematics that the students are to learn through the tasks, and allocate sufficient time for the students to engage in and spend time on the tasks. Effective teachers have high expectations for their students, motivate them to value learning activities, can interact with students with different abilities and backgrounds, and can establish communities of learners.

(s 9)

Vidare framhålls betydelsen av att man knyter samman elevens informella kunskaper och erfarenheter med matematiska abstraktioner, tex genom att använda olika manipulativa material. Användande av miniräknare kan här förstärka elevens begreppsförståelse och övning i att använda detta hjälpmedel hjälper eleven att automatisera sådana procedurer som de redan förstått.

Att utveckla *proficiency in teaching mathematics* innebär enligt rapporten att man stärker följande samverkande komponenter:

*Conceptual understanding*: att ha genuin kunskap om den matematik, de elever och den undervisningspraktik som behövs för undervisningen.

*Procedural fluency*: att kunna genomföra grundläggande undervisningsrutiner.

*Strategic competence*: att kunna planera effektiv undervisning och lösa de problem som uppstår under undervisningens gång.

*Adaptive reasoning*: att kunna berättiga och förklara ens praktik och att kunna reflektera över den.

*Productive disposition*: att uppfatta matematik, undervisning, lärande och förbättring av praktiken som meningsfulla och värdefulla samt att ha tilltro till ens egen uthållighet och effektivitet i arbetet.

De fem sammanlänkade kunskapskomponenter som nämns ovan används också tidigare i rapporten för att beskriva *mathematical proficiency*, dvs den matematiska förmåga som det är önskvärt att eleverna uppnår. Det holistiska och dynamiska synsätt som finns vad gäller att beskriva elevens kunnande återkommer alltså vid beskrivning av lärarens kunnande. Vad gäller grundutbildning och kompetensutveckling ger rapporten följande sammanfattning:

Effective programs of teacher preparation and professional development help teachers to understand the mathematics they teach, how their students learn that mathematics, and how to facilitate that learning. In these programs, teachers are not given prescriptions

for practice or readymade solutions to teaching problems. Instead, they adapt what they are learning to deal with problems that arise in their own teaching.

(s 10)

Som synes finns många paralleller med NCTMs och John Glenn kommissionens analys. Vikten av djupa och relevanta matematikkunskaper betonas, liksom breda pedagogiska kunskaper. Dessutom fokuseras klassrummet, där kunskap om eleverna och praktisk förmåga att genomföra undervisningen och hantera olika situationer lyfts fram. Alla tre dokumenten genomsyras också av ett holistiskt och dynamiskt synsätt: kunnande i matematikundervisning är ett komplext samspel mellan ämnet, eleven och ett pedagogiskt kunnande, dessutom inbegripes en vilja och potential till anpassning, förändring och utveckling av metoder och idéer.

### 2.9.5. Vilken kunskap behöver matematikläraren?

Bakom NCTMs, John Glenn kommissionens och Mathematics Learning Study kommitténs analyser finns en omfattande forskning i *mathematics education* som stöder framställningarna. Så kan tex den uppdelning som görs i matematikkunnande och pedagogiskt kunnande återfinnas hos flera välkända matematikdidaktiker. Av stor betydelse är här Shulman (1987) som identifierar ett minimum av kunskapskategorier:

*Content knowledge*, dvs matematisk kunskap. Detta inbegriper inte bara matematikämnet i sig utan också de filosofier och paradig som påverkar matematisk praktik. Cooney och Shealy (1997) fäster dessutom uppmärksamhet på vilken betydelse nya paradig har för utvecklingen av matematisk kunskap och praktik. Dessa paradig påverkar inte bara vilken matematik som lärs ut, utan också vår bild av hur människor lär matematik.

*Pedagogical content knowledge*, dvs kunnande i matematik för undervisning. Shulman avser här det speciella ämneskunnande som är angeläget för ämnets teachability. Effektiv undervisning fordrar förståelse för vilket matematikinnehåll som bäst gör matematikkursen tillgänglig för de lärande. Denna form av kunnande analyseras ytterligare i avsnitt 2.9.6.

*General pedagogical knowledge*, dvs allmän pedagogisk kunskap om lärande.

*Curriculum knowledge*, dvs kunnande om kursen i vid mening.

*Knowledge of learners*, dvs kunskap om de lärande, och deras speciella svårigheter och möjligheter.

*Knowledge of educational contexts*, dvs kunskap om arbetsplaner, kursplaner, läroplaner och övriga utbildningskontexter.

*Knowledge of educational ends, purposes and values*, dvs kunskap om skolämnets syfte och övergripande mål och värderingar i kursplaner och läroplaner.

En vidareutveckling av Shulmans analys finns hos Borko & Livingston (1989) som lyfter fram fyra typer av *cognitive skills* en lärare behöver ha:

*Pedagogical reasoning*: den process som transformerar ämneskunnande till former som är pedagogiskt kraftfulla och också anpassningsbara till många olika typer av elever.

*Pedagogical content knowledge*: består av föreningen av ämnesinnehåll och pedagogik som ger förståelse för vilket matematikinnehåll som är pedagogiskt effektivt, se Shulmans definition ovan.

*Schema*: abstrakta kunskapsstrukturer som summerar många enskilda fall och sambandet mellan dem. Här återfinns alltså aktuell teoribildning om undervisning och lärande.

*Improvvisational performance*: förmågan att improvisera utifrån en generell och inte detaljstyrd plan.

Den sista formen av kunnande är väsentlig då undervisningen bedrivs utifrån ett konstruktivistiskt perspektiv och med utgångspunkt från ett undersökande arbetssätt, där man inte säkert kan förutsäga vad som kan komma att hända i klassrummet.

Cooney (1994) relaterar effektiv undervisning till *förmågan att lösa problem*. Läraren måste dels ha *mathematical power*, dvs förmågan att utnyttja alla slags matematisk kunskap för att lösa problem, dels ha *pedagogical power*, dvs förmåga att utnyttja all slags pedagogisk kunskap för att lösa problem i matematikundervisningen. Han föreslår vidare olika sätt att stärka denna pedagogiska förmåga:

- utveckla kunskap om matematik som möjliggör undervisning från ett konstruktivistiskt perspektiv.
- möjliggöra för lärare att reflektera över sina egna erfarenheter då de lärt matematik.
- erbjuda kontexter som visar på hinder i undervisningen och hur dessa kan identifieras, analyseras och hanteras.
- skapa kontexter där lärare får större erfarenhet i att utvärdera elevers förståelse i matematik.
- erbjuda möjligheter för lärare att översätta sin kunskap i matematik till genomförbara undervisningsstrategier.

Själva kunskapsbegreppet är i sig problematiskt, och någon generell definition finns varken hos filosofer eller didaktiker. Det ligger utanför denna rapports syfte och tidsram att mer i detalj försöka utreda kunskapsbegreppet som sådant. Det man emellertid tydligt kan urskilja både bland teoretiska överväganden och konkreta handlingsplaner är urskiljandet av två huvudtyper av kunskap, nämligen vad gäller matematikinnehåll och pedagogik. Dessutom återkommer hänvisningar till en särskild form av matematikkunnande som är pedagogiskt effektiv i den aktuella undervisningssituationen. Identifikation och hävdande av denna form av ämneskunnande har stor relevans både för framtida grundutbildning och för kompetensutveckling av matematiklärare.

### 2.9.6. *Ämneskunskaper i matematik*

Det finns en stor enighet bland matematikdidaktiker gällande behovet av *ämneskunskaper i matematik* för effektiv undervisning i skolmatematik. Då undervisningen byggs på ett undersökande arbetssätt som ska leda till förståelse och förtrogenhet ställs snarare *större krav* på lärarens ämneskunnande än vid en mer traditionell undervisningsstil. Bristen på ett sådant kunnande kan omöjliggöra en förändring av arbetssätt och hindra professionellt växande. Som exempel på argumentation för ämneskunskaper kan tas Irwin och Britt (1999) vilka hävdar, i det att de också citerar Paul Ernest (1991):

We argue that teachers who have a broad and integrated knowledge of mathematics in advance of the mathematics that they teach are also more likely to have a perception of the nature of mathematics as "fallible, changing, and like any other body of knowledge, the product of human invention" (Ernest, 1991, p. xi). We argue further that such teachers are more likely to be able to use teaching approaches that emphasize problem-solving so that students can construct appropriate knowledge...

(s 95)

Bakgrunden är ett utvecklingsprojekt i Nya Zeeland där ett antal lärare fick en tvåårig didaktisk utbildning. Projektet var lyckosamt på så sätt att de flesta lärare fick en ökad säkerhet i klassrummet och att de förändrade sina arbetsmetoder. Några lärare visade dock fortfarande stor osäkerhet och fortsatte med traditionella metoder. Vid en närmare undersökning visade sig att dessa hade bristande ämneskunskaper, speciellt vad gäller *pedagogical content knowledge*. Lärarna kunde inte utveckla ett undersökande och problemlösande arbetssätt på grund av att de själva saknade djupare kunskap om de matematiska områden som skulle behandlas.

En lärare med bristande ämneskunskaper förmedlar också en felaktig bild av matematikämnet och hur man bör förhålla sig till det. En

målande och obarmhärtig beskrivning av en sådan lärare från ett elevperspektiv finns hos King (1992):

But we saw unmistakable signs of his ignorance even as he taught us. Mostly they showed through his fumbling and fearful responses to elementary questions that he could not answer. Why is it really that the product of two negative numbers is positive? How do you know these two bisectors intersect inside the triangle? What is the next number after  $1/2$ ?

His reaction to each exposure of his ignorance was always the same. First came the fumbling stage where he tried to talk the question away by saying whatever popped up into his head....When that failed, as it invariably did, and he saw that it had failed, he became fearful. And when we saw the fright flash in his eyes we knew that this subject – mathematics– terrified our teacher deep down exactly as it terrified us.

(s 17)

Hur ska våra elever kunna undvika matematikångest om läraren själv har matematikångest?

Vad detta ämneskunnande i matematik ska innebära är dock långt ifrån självklart. Så säger tex Wittman (2000) följande angående kurser i matematik för lärarstudenter:

It is a simple matter of fact that around the world mathematical courses or even whole programmes often make only little or no sense for student teachers, for various reasons: either the relevant subject matter is not covered at all, or the mathematical substance is stifled by a formalistic stile of presentation or, even worse, there is no substance: mathematics is reduced to conceptual or procedural skeletons. Nevertheless, it would be wrong to conclude from meaningless courses that mathematical courses proper are of no use for student teachers in principle and that the necessary mathematics should be better integrated into courses in mathematics education. On the contrary, a specific understanding of subject matter is of a paramount importance for teachers...

(s 20)

Wittman hävdar att kurser i ren matematik är av största betydelse, men att de måste organiseras utifrån en specifik undervisningskontext:

To postulate a specific conception of mathematics in the educational context has implications for both contents and methods. Elementary topics which are closely related to the curriculum are far more important for teachers than advanced topics, and above all student teachers must experience mathematics as an activity.

(s 21)

Den undervisningskontext som Wittman förespråkar är så kallade SLEs, *substantial learning environments*. Dessa är fruktbara problemställningar som berör centralt matematiskt innehåll såväl inom skolkursen som bortom kursen. Wittman har påverkats av bl.a. japanska undervisningsmetoder via Jerry Becker. Som tidigare nämnts har även Deborah Schifter och Liping Ma spelat stor roll för diskussionen kring frågan vilket slags matematikkunnande som är väsentligt att ha för undervisning i skolmatematik. En liknande diskussion finns också hos Cheng (1999) som framhäver betydelsen av *pedagogical content knowledge* för att en lärare ska kunna erbjuda *generic examples*, dvs motiverande, representativa och utvecklingsbara uppgifter, i undervisningssituationen.

Även Kilpatrick et al (2001) problematiserar frågan om *vilket* matematikkunnande som är relevant för undervisning i skolmatematik:

The kinds of knowledge that make a difference in teaching practices and in students' learning are an elaborated, integrated knowledge of mathematics, knowledge of how students mathematical understanding develops, and a repertoire of pedagogical practices that take into account the mathematics being taught and how students learn it.... Unfortunately, most university teacher preparation programs offer separate courses in mathematics, psychology, and methods of teaching that are taught in different departments.

...

Teachers may know mathematics, and they may know their students and how they learn. But they also have to know how to use both kinds of knowledge effectively in the context of their work if they are to help their students develop mathematical proficiency.

Similarly, many inservice workshops, presentations at professional meetings, publications for teachers, and other opportunities for teacher learning focus almost entirely on activities or methods of teaching and less often attempt to help teachers develop their own conceptual understanding of the underlying mathematical ideas, what students understand about those ideas, or how they learn them.

(kap 10 s 13)

Det är inte svårt att lära sig grundläggande matematik, det är inte heller svårt att lära sig grunderna om lärande. Att integrera dessa kunskaper och förvandla dem till framgångsrik undervisning i klasrummet är dock en svår konst. Följande citat från en kinesisk lärare hämtat från Ma (1999) beskriver detta väl:

One thing is to study whom you are teaching, the other thing is to study the knowledge you are teaching. If you can interweave the two things together nicely, you will succeed...

Believe me, it seems to be simple when I talk about it, but when you really do it, it is very complicated, subtle, and takes a lot of time. It is easy to be an elementary school teacher, but it is difficult to be a good elementary school teacher.

(s 136)

### 2.9.7. *Kompetenser i det engelska systemet*

Som nämnts tidigare så har det engelska skolsystemet snarast centraliserats det senaste decenniet. En konsekvens av detta har blivit en omfattande detaljreglering vad gäller vad lärare och elever ska kunna. Som exempel kan tas de 26 kompetenser som angivits som grundläggande för den professionelle läraren. Kompetenserna är indelade i fem huvudrubriker:

*Subject Knowledge:* att förstå ämnesinnehållet, att ha kunskap om och förståelse av National Curriculum och att ha kunskaper utöver själva kursens innehåll.

*Subject Application:* kunskap om lektionsplanering, kontinuitet och progression i undervisningen, förväntningar på elever, att använda en uppsättning undervisningsstrategier, en klar och stimulerande presentation, stödja språkutveckling och kommunikation, att använda passande resurser inklusive IT.

*Class Management:* elevgruppering, passande miljö, användande av belöningar och sanktioner, att upprätthålla elevers intresse och motivation.

*Assessment and Recording of Pupils' Progress:* bedöma utifrån National Curriculum, bedöma i förhållande till åldersrelaterade framsteg, bedöma enskilda elever, använda bedömning i undervisningen, betygsätta arbete och rapportera om framsteg.

*Further Professional Development:* skolan som institution, lärarens ansvar, professionella relationer, elever som individer, begåvade elever, speciella behov och inlärningssvårigheter, betydelsen av lärarens förväntningar.

Det centraliserade systemet med fokus på ett antal givna lärarkompetenser har kritiserats av vissa engelska didaktiker. Miller och Glover (2000) kommenterar på följande sätt:

It has been argued that too great an emphasis on the definition and achievement of pedagogic competences could lead to simplistic constructs of professional worth; the loss of critical and evaluative approaches to the assessment of professional capabilities; concentration on pass–fail outcomes rather than the process of professional development. It also raised questions about the source of

---

the information and knowledge of subject and pedagogy required for competence analysis.

(s 2)

Även om många av de fastslagna kompetenserna i sig är eftersträvansvärda så kan en alltför snäv fokusering på lärarkompetenser hamna i motsättning till en kontextuell helhetssyn och till en dynamisk utveckling av kompetensbegreppet, speciellt i en centraliserad struktur. Intressant är här NCTMs betoning av klassrumsvisionen som ett övergripande mål, medan lärarkompetenser snarast uppfattas som föreslagna underordnade medel att nå målet. NCTMs systemiska ansats lyfter också fram ett antal andra faktorer som påverkar situationen i klassrummet förutom själva lärarkompetensen. Här finns en väsentlig problematik att ta ställning till:

I vilken grad ska ett projekt fokusera på lärarkompetenser och i vilken grad på mer systemiskt relaterade mål?



---

## 3. Exempel på projekt

### 3.1. Inledning

I detta kapitel ges några exempel på genomförda eller pågående projekt. Syftet är inte att ge en internationell översikt över alla typer av projekt som förekommer. Istället bör de projekt som valts ses som exempel på konkretiseringar av de dominerande trender, som tidigare beskrivits. Kulturella, organisatoriska och politiska omständigheter gör att ett projekt inte automatiskt kan "översättas" och kopieras för svensk kompetensutveckling. Ändå kan vissa övergripande organisationsformer och målsättningar vara relevanta. Det konkreta ämnesinnehållet i projektens kurser och aktiviteter har ej fokuserats här, en mer utförlig beskrivning följer i slutrapporten. Projektbeskrivningarna har sitt värde som berättelser, narratives, där omdöme och erfarenhet får avgöra i vilken mån olika modeller kan användas för svenska förhållanden.

### 3.2. En modell för utbildning av "förändringsagenter"

Krainer (1999b) redogör för ett projekt lett av PFL, *Pädagogik und Fachdidaktik für Lehrer*, Österrike. Kurser har i flera omgångar getts till ett trettio-tal lärare åt gången och omfattar fyra terminer bestående av veckoseminarier och andra aktiviteter. Viktiga utgångspunkter har varit att fånga lärarnas intresse genom att betona lärarnas praktiska erfarenheter och genom att betona styrka istället för svaghet i existerande undervisning. En annan nyckelfaktor är att uppvärdera lärarnas arbete så att de kan utföra forskning relaterat till sin egen praktik. En tredje faktor är öppenhet på så sätt att man frågar vad som kan läras av de lärande, antingen det är elever eller andra lärare på kursen. Den lärande uppfattas som en aktiv producent av kunskap och inte en mottagare.

Läraraktiviteterna under kursen kan sammanfattas med:

*Aktion och reflektion:* Lärarna lär sig genom att reflektera över sin egen verksamhet. Läraren kan lära av den lärande och man ser mer till möjligheter än till brister.

*Autonomi och nätverksarbete (networking):* Lärare organiserar själva den fortsatta kompetensutvecklingen. Lärarna får inte uppfatta kompetensutvecklingen som att de konsumerar kunskap, istället producerar de kunskap som kan spridas till andra genom olika slag av nätverk.

De lärare som deltagit i kurserna fungerar som "agenter för förändring" i skolorna, och ger i sin tur kurser för andra lärare. De lärare som bedriver forskning uppmanas att skriva fallstudier och Krainer pekar här på en del problem. Lärarna måste samla data och reflektera systematiskt över dem, inte bara agera. De måste också formulera sig skriftligt, och inte bara muntligt. Dessutom måste de formulera sig offentligt, inte bara genom klasrumspraktik. Här finns en skillnad mellan lärarkulturen och lärarutbildarkulturen, där den senare i hög grad är en "publiceringskultur".

Krainer menar också att de utbildade lärarna tyvärr ofta möts av ointresse eller visst motstånd mot förändring ute på skolorna. Därför har man skapat ett pilotprojekt med en mer skolbaserad kompetensutveckling. Fördelarna med detta är bland annat att det blir möjligt att ta hänsyn till skolkulturen, att kollegorna kan bli en fungerande grupp, att lärare på samma skola uppmanar varandra och att matematiken som ämne uppmärksammas mer på skolan.

### 3.3. En modell för en skolbaserad approach i fyra steg

Goldstein, Mnisi, Rodwell (1999) redogör för ett alternativt skolbaserat utvecklingsprojekt i Sydafrika. Projektet organiserades av MCPT, Math Center for Primary Teachers, och baseras på *action research*. MCPT hade tio års erfarenhet av utvecklingsprojekt och den modell som här presenteras är ett resultat av dessa erfarenheter. Projektets inriktning var att få en direkt förändring av klassrumspraktiken med hjälp av workshops, små samarbetande grupper, lärare som arbetar med problemlösning och undersökande matematik, hjälpmedel och praktiska metoder och att kunna hantera detta i klassrummet. Erfarenheten visade att anordnarna själva måste delta i klassrummen och tillsammans med lärarna möta problemen och finna lokala lösningar för att en förändring skulle komma till stånd. En modell i fyra steg utvecklades:

#### Steg 1: *Informationsfas (två till fyra veckor)*

Syftet är här att göra lärarna känsliga för behovet av förändring i lärande och undervisningsstil och att visa på mer undersökande metoder än de traditionella. Dessutom initieras strukturer i skolan som ska underhålla den nya praktiken när projektet dragits tillbaka.

Metoden är att ha demonstrationslektioner för grupper av lärare innehållande frågetekniker, grupparbete, användande av enkel utrustning och problemlösningstrategier. Reflekterande praktik initieras med gemensam reflektion över klassrumserfarenheter och dagboksskrivande. Samarbete mellan lärare initieras genom att dela erfarenheter och kunskande under diskussioner och video workshops.

*Steg 2: Klassrumspraktik (omkring tre månader)*

Syftet är här att erbjuda lärarna specifika, intensiva och praktiska erfarenheter av undersökande arbete i sina egna klasser. Detta för att skapa en klassrumskultur så att barnen kan konstruera kunskap och för att stödja lärarna att utvärdera hur klassen undersöker och utvecklar ett speciellt matematiskt begrepp eller område. Detta möjliggör också för lärarna att själva ta över "ägandet" av klassrumsförändringen.

Metoden bygger på att man utvecklar metoderna under steg 1, så att lärarna själva successivt tar över initiativ och ansvar i klassrumsaktiviteterna. Samarbete mellan lärarna understöds kraftfullt.

*Steg 3: Gradvis tillbakadragande (tidsåtgången varierar)*

Syftet är att lämna över projektet till skolan, som har tillgång till MCPT för frågor och stöd.

Metoden är ett gradvis tillbakadragande med hjälp av överenskommelser. Gemensamma beslut tas av lärarna och MCPT om naturen och omfattningen av framtida stöd. Syftet är också här att ytterligare stärka de interna skolstrukturerna med fortsatta workshops, men nu under ledning av skolans egna lärare.

*Steg 4: Bygga en lokal utbildningsgemenskap*

Syftet är att sammanföra lokala skolor till en utbildningsgemenskap som självständigt underhåller och utvecklar verksamheten inom sitt område. MCPT erbjuder också sin expertis till gemenskapen när lärarna känner att de vill utveckla sina kunskaper i matematik och undervisning. Metoden i detta steg är ett fullständigt tillbakadragande från klassrummen, om man inte direkt inbjuds vid särskilt behov. MCPT initierar och stöder fortsatta kontakter mellan lokala skolor. Gemensam organisation mellan utbildningsgemenskaperna och MCPT för att hantera matematiskt innehåll och utvärderingsfrågor utvecklas, och MCPT finns även att tillgå för att hjälpa till vid speciella matematikdagar, tävlingar med mera.

Ett viktigt redskap i projektet var videoinspelningar. Dessa gjordes gemensamt av MCPT medlemmar och frivilliga lärare och innehöll serier av aktiviteter och enkelt understödande material. Aktiviteterna testades i klassrummen och utvecklades och till sist genomfördes själva inspelningen. En kommenterande röst och separata broschyrer användes som stöd för frågor och problematisering. Författarna sammanfattar:

The videos provide teacher – viewers with a window into the actual implementation experiences of a colleague and her pupils within the complex environment of an authentic class. This means that the teachers can be led to interact with the videos on many different levels and to consider the complex interrelationships and dependencies. The richness of such an exposure stands in stark contrast

to those instructional programmes which attempt to develop concepts by focusing on critical features and break learning material into small component parts which are then systematically presented to the learner.

(s 87)

Förutom videospelningar producerade också MCPT en serie av broschyrer med lärare och eleverfarenheter och ett nyhetsbrev med stor spridning. Dessutom kunde material, utprovat av MCPT och lärare, inköpas till billiga priser.

### 3.4. MARS-projektet

Campbell (2000) beskriver ett större projekt i USA med över 100 deltagande *elementary schools* i ett fattigt stadsdistrikt med stor dominans av afroamerikanska barn. Hon ger också en principiell bakgrund och visar hur projektets utformning bygger på såväl praktiska som teoretiska erfarenheter. Syftet med projektet var att åstadkomma en förändring på "systemnivå", dvs omfattande alla nivåer och inblandade parter i distriktet, i riktning mot NCTMs Standards. Projektet som startades 1996 hade följande huvudmål:

1. Utveckla och stödja berikande av lärares kunnande både vad gäller *mathematical content knowledge* och *pedagogical content knowledge*, såväl som att arbeta med lärare för att fördjupa deras förståelse vad gäller forskning om barns matematiklärande.
2. Identifiera och utveckla *teacher leaders for mathematics* i skolorna och stärka administrationens medverkan med avseende på matematik.
3. Erbjud *on-site support* i skolorna via *teacher leaders* för att reformera undervisningen och få en fortlöpande professionell utveckling av klassrumslärarna.
4. Utveckla ett systemomfattande *curriculum* som implementerar de förväntningar som finns för olika stadier vad gäller matematik.
5. Utveckla och implementera en systemomfattande bedömningsmodell för *elementary mathematics*.

MARS-projektet innehåller en *skolbaserad modell*, där man söker engagera alla matematiklärare på en skola i ett professionellt växande. Det finns två skäl till detta, dels måste matematikkursen framstå som ett enhetligt genomtänkt system för eleverna, dels är det svårt för enstaka lärare att förändra sin undervisningspraktik, inte minst i en skolmiljö med svåra sociala och miljömässiga omständigheter.

Under det första året arbetade lärarna med en *curriculum guide*, vilket så småningom ledde till att tidigare kursplan helt skrevs om så att väsentliga

idéer lyfts fram. En vägledande modell för undervisning arbetades också fram.

De första två åren deltog ett antal skolor frivilligt, och ytterligare skolor tillkom av olika skäl. Rektorer i de deltagande skolorna inbjöds till speciella heldagar för information och diskussion angående projektets gång, tex med hjälp av videofilmer.

Ett speciellt kännetecken för MARS-projektet är IST, *Instructional Support Teachers*, som varje skola kan ansöka om att få placerad på skolan som ledare. En IST är en *excellent classroom teacher* från skolsystemet vars uppgift är att understödja förändring, stödja implementering och reflektion, berömma ansträngningar, och utmana för ytterligare tillväxt. IST är det *human capital* som behövs för ett lyckat projekt menar Campbell med hänvisning till Spillane och Thompson (1997). IST träffas också en heldag var tredje till fjärde vecka för att utveckla sina egna kunskaper på en mängd sätt, ibland tillsammans med experter.

Projektet innehåller även ett två veckors *sommarinstitut* för intresserade lärare, vilka dessutom får extra betalt för sitt deltagande. Sommaren 1999 deltog över 1600 lärare i sådana institut. MARS-projektet pågår fortfarande (år 2000) och ställs inför nya utmaningar, bland annat ska man nu ägna mer tid åt att utveckla bedömningsinstrument.

### 3.5. En interaktiv multimediamodell

Hatfield och Bitter (1994) beskriver projektet *Teaching Mathematics Methods Using Interactive Videodisc* som bygger på multimedia och på NCTMs *Professional Standards for Teaching Mathematics* (1991). Projektet utvecklades vid Arizona State University och dess syfte var att träna blivande *primary school*-lärare att använda manipulativa material, tex geobräde och klossar med basen tio. Projektet hade tre undervisningskomponenter:

- En videodatabas som gav möjlighet att välja ut lämpliga videosekvenser från ett videobibliotek indelat i olika områden. Videodatabasen kan karakteriseras som ett virtuellt klassrum.
- En instruktionsdel som ger möjlighet för en utbildare att använda material, aktiviteter och videosekvenser relaterade till dessa. Denna del innehåller program för utbildaren, så att denne kan illustrera sin undervisning fortlöpande med klassrumssituationer, olika videofilmade aktiviteter och diskussionsfrågor.
- Ett självinstruerande system där den lärande kan utvecklas genom ett individualiserat inlärningsprogram. Denna del är som ett laboratorium där den lärande kan analysera olika metoder, få en bild av olika teorier om undervisning och upptäcka hur elever tolkar information och hur olika typer av feltolkningar kan se ut.

Den grupp som använt multimediapaketet visade sig ha en avsevärt bättre förmåga att hantera manipulativa material än en kontrollgrupp som fått sedvanlig utbildning, och Hatfield och Bitter sammanfattar:

One of the most powerful contributions the interactive multimedia experience can make to the training of prospective teachers is the enhanced observational power that usually appears after years of teaching.

(s 112)

De visade också att dessa studenters kunskaper om klassrumssituationer var avsevärt bättre än kontrollgruppens och att de var bättre på att analysera konkreta klassrumssituationer.

### 3.6. En integrerad modell

Ett projekt som integrerar olika typer av verksamheter initierades av matematikinstitutionen vid Illinois State University och hämtade bland annat inspiration från NCTMs *Professional Teaching Standards* (1991). Projektet integrerar flera typer av aktiviteter och innehåll, som träning i workshops med mera, individuellt guidad utveckling, observation och bedömning, involverande i en längre utvecklingsprocess samt undersökningar och forskning. Jones, Lubinski, Swafford och Thornton (1994) sammanfattar sina erfarenheter i följande sex punkter:

1. *Lärare måste involveras i planerandet och genomförandet av kompetensutvecklingsprogrammet.* Lärare och annan personal från de skolor som deltog i projektet var med och utformade programmet tillsammans med anordnarna.
2. *Program måste pågå i flera år och inkludera både sommar- och läsårsaktiviteter, samt fokusera både på ämnesinnehåll och metoder.* Erfarenheten var att treåriga program var de mest effektiva.
3. *För att försäkra sig om att ny kunskap integreras med undervisningspraktik, måste delar av programmet vara skolbaserat.* Projektet innehöll bland annat att lärare deltog i varandras lektioner, videofilmning, journalskrivande och tid att reflektera med kollegor.
4. *En verklig förändring måste bygga på att lärarna reflekterar och utvärderar sig själva.* Detta skedde bland annat med hjälp av journaler och videoinspelningar, som analyserades vid flera tillfällen under projektets gång.
5. *Erfarna lärare med potential att bli bra ledare bör få speciella ledarskapsuppgifter.* Lärare engagerades på olika sätt i ledaruppgifter, tex vid utformandet av lokala kursplaner både på den egna skolan och grannskolor. Dessutom deltog de i utformandet av olika seminarier som ingick i programmet och flera skrev artiklar som publicerades i NCTMs tidskrifter.

6. *Effektiva program måste fortlöpande värderas och också få en avslutande djupgående evaluering.* En mängd data har samlats in under projektets gång och fallstudier har gjorts av vissa utvalda deltagare.

### 3.7. Ett K-12 projekt

House (1994) beskriver ett K-12 integrerat projekt i Minnesota 1991-1992. De två ledande principerna för projektet var:

- Lärare måste vara centralt involverade i identifikation och planering av önskade förändringar. Detta kräver gott om tid och möjlighet till kommunikation mellan stadierna, och det kräver en miljö med ömsesidig tillit och respekt som understödjer lärares risktagande under projektets gång.
- Projektet måste vara ett enat K-12 projekt som söker samla till gemensamma mål, gemensamma uppfattningar om matematik och gemensamma strävanden i programmet. NCTMs *Standards* togs som utgångspunkt.

Projektet indelades i fem steg:

1. *Medvetenhet och familjäritet:* Fyra heldagar med workshops organiserades under en tre veckors period med presentation och hands-on aktiviteter. Förutom lärare deltog också matematikdidaktiker och matematiker. Diskussioner om enheten K-12 och styrka och svagheter i nuvarande undervisning.
2. *Experiment:* Denna period fokuserade på implementation av önskade förändringar i klassrummen, och lärare arbetade tillsammans för att planera och diskutera lektioner.
3. *Integration:* Lärare fortsätter att genomföra de diskuterade målen i klassrummen och träffas i stadiövergripande diskussionsgrupper, där man bland annat diskuterar de videoinspelningar som lärare gjort i klassrummen. Dessa videoinspelningar samlas och redigeras för att kunna användas som demonstrationslektioner i kommande kompetensutvecklingsprogram.
4. *Utvärdering:* Data insamlade av ledarteamet behandlas över sommaruppehållet och projektets utfall hittills utvärderas, för att planera nästa steg. Försök görs att koordinera med initiativ i andra distrikt och lärobokstillämpningar.
5. *Implementation:* Lärargruppen utökas och ledarna genomför nya workshops och seminarier.

Aktiviteter under det andra året kan sammanfattas under följande punkter:

- en serie av månatliga fortbildningsmöten
- planering för att utvidga aktiviteterna till att omfatta skolledare, föräldrar med flera
- samordning av projekt i distriktet och läroboksurval med aktiviteter
- redigering av en uppsättning demonstrationslektioner
- skapande av modellektioner
- förberedande av presentationer för NCTMs årliga delstatsmöte.

Detta projekt har ett särskilt intresse på grund av att det fokuserar kontinuitet och progression i undervisningen från förskola fram till högskola.

### 3.8. MILE: lärarstudenter utforskar erfarna lärares praktik

De olika inflytelserika publikationer som gavs ut av NCTM i slutet av 80-talet och början av 90-talet inspirerade den holländska organisationen för utbildning av *primary teachers*, NVORWO, att ge ut en liknande publikation speciellt gällande lärarutbildning av *primary teachers*. Resultatet blev en rapport av Goffree och Dolk (1995) som kan ses som en holländsk "handbook" för lärarutbildare. I denna rapport framhålls att lärarutbildningen i Holland vilar på tre grundprinciper; den är *konstruktiv*, den är *reflekterande* och den är *narrativ*, dvs berättande. Med andra ord så ska lärarstudenterna konstruera sin egen kunskap utifrån reflektion över praktiska situationer, och vidare att den kunskap de på så sätt förvärvar vanligen har berättande karaktär. Kunskapskonstruktionen sker framförallt i rika lärandemiljöer där studenterna uppmuntras att arbeta tillsammans. Aktuella forskningsresultat visar att sådana *collaborative learning environments* ger mycket goda resultat, se tex Bereiter och Scalambia (1997). Detta är utgångspunkten för MILE-projektet, *Multimedial Learning Environment*.

En viktig distinktion är i detta sammanhang den mellan *praktisk kunskap* och *kunskap om praktik*. Praktisk kunskap innebär en ofta implicit kunskap som lärare använder för att i klassrummet genomföra olika uppgifter och projekt. Denna kunskap kan vara "tyst" och inkluderar också kunnande i vardagliga situationer, tex gårdagens erfarenheter i klassrummet eller av enskilda elevers framsteg och problem. Praktisk kunskap är kontextberoende och består av *situated cognition*.

Att ha kunskap om praktik är dock något helt annat, det innebär att man utvecklar och formulerar ett kunnande utifrån studier och reflektion av en mängd olika praktiska situationer, där man själv inte behöver vara medagent. Distinktionen motiveras på följande sätt av Goffree och Onk (1999):

In general, it is assumed that practical knowledge and 'knowing about practice' can be acquired in real life situations. However, teacher educators and their student teachers know better. Fieldwork (practical training) is often more a case of trial-and-error and survival than learning about how to teach. Learning about teaching, made possible by a digital representation of real life situations in classrooms provides greater opportunities to learn the practicalities of the profession constructively and reflectively.

(s 191)

För att kunna lära från praktiska situationer krävs att lärarstudenterna har ett undersökande och utforskande förhållningssätt. Detta kräver en speciell omgivning, vilket MILE-projektet erbjuder. Projektet ger med understöd av bland annat videoinspelningar av klassrumssituationer lärarstudenterna en rad möjligheter att konstruera kunskap om praktik utifrån:

- specifika händelser som lockar fram associationer, t ex igenkännande, beundran och ifrågasättande
- information om tidigare händelser
- lärarens motiv för sitt handlande
- lärarens egen planering
- direkt stöd från forskare och lärarutbildare
- möjlighet att studera elevernas skriftliga arbeten från lektionen
- möjligheten att "stanna upp" lektionen vid kritiska ögonblick för diskussion
- intressanta sekvenser, som kan studeras flera gånger
- möjlighet till reflekterande anteckningar under lektionens gång
- möjlighet att direkt utbyta idéer med andra lärarstudenter
- möjlighet att referera till relevant litteratur.

Som ett första steg har ett antal lektionsbitar av någon minuts omfattning videofilmats och lagrats på ett sökbart sätt, petit-MILE. Ännu har inte projektet i sin helhet utvärderats men hittills beskrivs det som framgångsrikt. Dolk (2000) sammanfattar MILE-projektets fördelar och potential:

Traditionally, in college or university, students learn the content of education; they learn what to teach. In practice schools they can learn how to teach. MILE opens a new perspective for teacher education. It helps to break down the distinction between knowing what and knowing how. After all, it is hard to differentiate between

theory and practice in MILE. Both are interwoven in the personal experience of the student in MILE, with the narratives functioning as the basis of this. In each fragment practical knowledge of the teacher is visible and theoretical interpretations are possible. Furthermore, a number of similar situations can form the start of a process of theorizing by the students. So, in MILE students can learn from teaching.

(s 17)

Av särskilt intresse är här analysen av de möjligheter som finns vid videoinspelade klassrumssituationer, samt distinktionen mellan praktisk kunskap och kunskap om praktik.

### 3.9. En modell med aktivitetshistoria

Dawson (1999b) beskriver ett projekt i Vancouver, Canada som utgår från ett *enactivist perspective*. Den bakomliggande kunskapssynen är att meningsskapande är en aktivitet och en dynamisk process där innebörden av begrepp ständigt förändras. Det som händer i en lärandeprocess är "förhandlingar om mening" och ett "stigfinnande" för varje individ som deltar. Projektet engagerade 85 lärare, företrädesvis från tidigare stadier, och sträcker sig över två år. Efter genomgången program var lärarna berättigade till ett *Post Baccaulaureate Diploma*, vilket även innebar att de fick lönehöjning.

Deltagarna uppmantrades inledningsvis att betrakta sin praktik utan att värdera den. Därefter fick var och en formulera sina personliga behov och de delar av praktiken som de skulle vilja förändra. I dialog med lärarutbildarna fick sedan lärarna skriva aktionsplaner som skulle implementeras i klassrummet. Lärarutbildarna gjorde här inga försök till bedömning, utan varje lärare fick utforma sin plan med utgångspunkt från just sin situation. Dessa planer ändras och utvecklas sedan under resans gång, a *path laid down while walking*, och slutprodukten är en portfölj som beskriver den enskilde lärarens "resa" med utveckling och bakslag, framgångar och besvikelser. Den enskilde lärarens växande kunnande beskrivs på detta sätt som en *aktivitetshistoria*, och inte som en begreppsstruktur.

Projektet beskriver en intressant kombination av *action research* och *narratives*, där lärarens växande kunnande beskrivs med en självbiografisk berättelse, istället för med en sedvanlig "akademisk" presentation.

### 3.10. TBI-modellen

TBI, *Teaching the Big Ideas*, har sitt ursprung i *Learning Mathematics for Teaching*, en approach utvecklad bland annat av Deborah Schifter. I Schifter (1997) beskriver hon projektets syfte:

... developing a successful practice grounded in the principles of the current mathematics education reform effort requires qualitatively different and significant richer understanding of mathematics than most teachers currently possesses.

(s 2)

Fokus ligger på att lärare ska komma att förstå, genom eget tänkande, de stora idéerna i den matematik som deras elever möter i *elementary school*. Lärare möts i tvåveckors sommarkurser med omfattande och intensiva uppföljningar av lärarutbildarna i klassrummen under skolarbetet. Dessa uppföljningar gör det möjligt att identifiera nya spörsmål som dyker upp under praktiken.

Frageställningarna användes och diskuterades sedan i nya tvåveckors seminarier. Modellen innebär ett växelspel mellan kurser och klassrumsaktiviteter där lärare gradvis utvecklar sin förståelse och sitt arbetssätt. Verksamheten utvärderades i form av att lärarna fick skriva berättelser om sin utveckling och hur deras arbetssätt förändrats. Inte minst vad gäller *innehållet* i de kurser som ges finns sannolikt mycket att hämta som kan vara relevant för svenska projekt. Som tidigare nämnts har också Schifters idéer och arbete uppmärksammats i NCTMs *Principles and Standards*.

### 3.11. Lesson studies

En möjlig förklaring till japanska elevers framgångar vid internationella jämförelser är de så kallade *lesson studies* (Jugyokenkyu) som är en del av den japanska undervisningskulturen, se Stigler och Hiebert (1999). *Lesson studies* har också uppmärksammats i NCTMs *Principles and Standards* som en värdefull form av skolbaserat professionellt växande för lärare. Kännetecknande för *lesson studies* är att lärare tillsammans på en skola omsorgsfullt planerar och reflekterar över lektioner, med det direkta syftet att förbättra undervisningen i en konkret kontext. Fokus i *lesson studies* är elevens tänkande och förståelse, och lärarna har en klar bild av vad en god lektion och god undervisning är. Verksamheten är organiserad och en självklar integrerad del i skolkulturen.

En populär form av *lesson study* är *Konaikenshu* (skolbaserad fortbildning) som nästan alla *elementary schools* i Japan är engagerade i. Ett exempel på hur omsorgsfull och genomarbetad en sådan fortbildning är finns i Yoshida (1999):

During my observations of lesson study in a Konaikenshu setting, first and second grade teachers at a school came together to plan a lesson on a first grade simple subtraction (two digit numbers minus one digit numbers) lesson that involved borrowing. They met several times as a group to draft a plan for this lesson and ultimately one of the teachers in the group taught the lesson with

all other group members present in the classroom. The teachers then reflected on the implementation and tried out improvements by having a second group member teach a revised version of the lesson. Often all teachers from the school are invited to come see this revised version of the lesson and the teachers once again reflect on the lesson. Moreover, at the end of the school year a booklet containing the results of the lesson study is often printed by the school.

(Abstract s xx)

Ett vanligt tema det senaste decenniet i *mathematics education* är att mikrokulturen i asiatiska länder vad gäller matematikundervisning är överlägsen motsvarande "västerländska" kultur, tex den i USA. Huruvida det är just *lesson studies* som är orsaken till japanska elevers goda resultat har dock ifrågasatts av bland andra Clements (2000), som påpekar att många andra kulturella skillnader finns, tex att nästan alla japanska elever deltar i så kallade *juku*, en kvälls- och weekendskola som är examensförberedande. *Juku*-skolan bildar ett sekundärt skolsystem som kan ha avsevärd effekt på elevers kunskapsutveckling. *Juku*-skolans karaktär av "pluggskola", med inriktning på förmedling av teorier och verktyg, kan också vara en förklaring till varför det är möjligt att ha en mer problembaserad undervisning i den vanliga skolan.

Även om *lesson studies* kanske inte kan förklara, eller bara delvis kan förklara, japanska elevers framgångar, så finns även andra motiv för att *lesson studies* bör uppmärksammas. Varianter av *lesson studies* kan utgöra just sådana skolbaserade lärandegemenskaper som efterfrågas både av forskning och beprövad erfarenhet. NCTMs *Principles and Standards* (2000) formulerar detta och hänvisar till Brown och Smith (1997) samt Putnam och Borko (2000):

Most mathematics teachers work in relative isolation, with little support for innovation and few incentives to improve their practice. Yet much of teachers best learning occurs when they examine their teaching practices with colleagues. Research indicates that teachers are better able to help their students learn mathematics when they have opportunities to work together to improve their practice, time for personal reflection, and strong support from colleagues and other qualified professionals.

(s 370)

Den beskrivning ovan som ges av matematiklärarens situation torde ha hög signifikans också för svenska förhållanden. Det är inte bara eleven som är ensam i den traditionella undervisningskulturen, utan också läraren.

### 3.12. Sammanfattande kommentar

Gemensamt för de olika presenterade projekten är att *lärarna engageras* vad gäller projektens utformning och innehåll, och att lärarna också påverkar projektets utveckling. Det är lärarna, och inte anordnarna, som "äger" projektet. En naturlig följd av detta är att *skolbaserade organisationer* byggs upp, vilka ansvarar för en *fortlöpande professionell tillväxt* för hela lärargruppen. En annan genomgående tendens är att lärare *får tid och möjlighet att reflektera över och uttrycka* den omfattande kunskap de redan har från sin klassrumspraktik. Behovet av *fortlöpande stöd* och ledning både från speciellt utbildade lärare och från lärarutbildare och från forskare betonas också i många projekt. Några projekt har en uttalat *systemisk ansats*, antingen stadieövergripande eller så att hela skolan och övriga parter som påverkar skolan involveras. I de flesta projekten betonas *narratives*, dels som ett sätt för lärare att formulera sitt kunnande, dels som komplexa klassrumssituationer, återgivna t ex med *videoinspelningar*, avsedda för studier och reflektion.

Som tidigare nämnts är de valda projekten tänkta att *illustrera* hur samlade kunskaper om kompetensutveckling kan implementeras i en specifik miljö. De organisatoriska modellerna kan troligen inte kopieras direkt och överföras till svenska förhållanden, istället måste modellerna bearbetas med både eftertanke och omdöme.



---

## 4. Diskussion och överväganden

### 4.1. Inledning

Ett kompetensutvecklingsprojekt är inte bara ett ämnesinnehåll och en organisation. Minst lika viktigt är de övergripande förhållningssätt som utbildningsanordnarna och andra inblandade har. Dessa förhållningssätt genererar dels implicita ramar och principer för inriktning och organisation av projektet, dels ger de konkret personlig vägledning för anordnarna i själva lärandesituationen. Det levande mötet och växelspelet mellan människor som lär av varandra är till sist avgörande för projektets dynamik och framgång över tiden.

De förhållningssätt som kommer att diskuteras här är i många avseenden typiska för de nya former av kompetensutvecklingsprojekt som genomförts runt om i världen under nittioalet. Även om inte organisationsmodeller för kompetensutvecklingsprojekt direkt kan kopieras, så bör dessa operativa förhållningssätt vara av så pass generell natur att de kan vara vägledande för modellering av ett svenskt projekt. Anordnarnas *operativa förhållningssätt* kan också fungera som vägledande principer under själva projektets genomförande både på makro- och mikronivå. Även vid utvärderingen av projektet kan det vara av intresse att studera hur och i vilken grad dessa principer omvandlats till handling.

Varje avsnitt avslutas med en kursiverad sammanfattning som representerar ett operativt förhållningssätt. Listan av operativa förhållningssätt som bildas på detta sätt är inte konsistent i den meningen att alla förhållningssätten kan tillämpas samtidigt. Istället måste situation och omdöme avgöra vilka förhållningssätt som är lämpliga att låta vara överordnade respektive underordnade. Förhållningssätten är också komplementära och delvis överlappande, och syftet är snarare att inspirera till en *operativ helhetsattityd* än att göra en lista för avprickning.

### 4.2. Från förmedling till växelspel

Under det senaste decenniet har ett antal större kompetensutvecklingsprojekt genomförts i olika delar av världen. Många av dessa har en inriktning och organisation som skiljer sig från tidigare satsningar, vilka ofta haft en förmedlande karaktär där anordnaren ansetts vara experten och den mottagande läraren en mer eller mindre okunnig konsument. Redan på åttioalet fanns kritik mot denna utformning av kompetensutvecklingsprojekt, tex Kilpatrick (1982):

... the inservice programs seem more like medical training clinics in developing countries, where native practitioners are brought in for intensive instruction in new techniques and sent back home to spread the good word.

(s 87)

Synen på undervisning och lärande har de senaste decennierna förändrats från ett förmedlingspedagogiskt synsätt till en mer komplex uppfattning där den lärande aktivt skapar sin kunskap i växelspel med läraren. Den ofta oformulerade kunskap som ligger inbäddad i en praktisk verksamhet har också lyfts fram som en väsentlig del av ett allsidigt kunnande. Dessa nya didaktiska synsätt har funnit viss tillämpning i relationen mellan lärare och elev i vår skolmiljö, men de bör rimligen också tillämpas i ett kompetensutvecklingsprojekt av lärare. Anordnarna måste alltså vara lyhörda och känsliga för lärarnas praktiska kunnande och olika former av "paradigmimperialism" bör undvikas. Olika trender avlöser varandra inom pedagogik och didaktik, men mycket liten forskning finns om den goda lärarens praktik i klassrummet, se Jaworski (1999a). Att utveckla innehåll i ett kompetensutvecklingsprojekt utan en dialog med de goda lärarna och deras kunnande är sannolikt dömt att misslyckas.

*En kompetensutveckling får inte ha karaktären av "förmedling" av givna teoretiska sanningar, istället måste den vara ett komplext samspel där alla parter lär av varandra och där både teori och praktik berikas.*

### 4.3. Praktiker och forskare

Niss (2000) menar att gapet mellan praktiker och forskare vidgas, men för att matematikdidaktiken som forskningsfält ska blomstra så måste detta gap reduceras:

If we are unsuccessful in this, research on mathematics education runs the risk of becoming barren dry swimming, while the practice of teaching runs the risk of becoming more naive, narrowminded, and inefficient than necessary and desirable.

(s 5)

Dolk (2000) beskriver situationen på följande sätt:

Some researchers have pointed out the gulf between research and practice. Teachers feel researchers do not acknowledge their situation. In their opinion researchers do not fully understand classroom situations, and, therefore, researchers are not able to help the teachers in their situation. Researchers on the other hand, believe teachers are not willing or able to understand their approaches or implement their materials correctly. For long, researchers have accepted the existence of these two gaps and have tried to bridge them. Recently, the researchers' approaches

to bridging these gaps have been critiqued (Stigler & Hiebert, 1999). Stigler and Hiebert attack the distinction between researcher and practitioner. Inspired by Dewey's laboratory school, they propose to blur the lines between teachers and researchers. With this, they try to eliminate the distinction between researching and teaching. By redefining the gap between researching and teaching and the gap between theory and practice, new approaches arise on the horizon.

(s 6)

Klyftan mellan teoretiker och praktiker måste minskas utifrån en ömsesidig respekt för båda parterers kunskande. Risken är stor att forskare annars bedriver "torrsim" med analyser utan relevans för klassrumspraktik, och att deras forskningsresultat förblir skrivbordsprodukter eller diskussionsunderlag för akademiska tvister. På motsvarande sätt kan de goda lärarnas omfattande kunskande förbli outtalat och begränsat till den egna praktiken. Till sist försvinner detta kunskande från arbetsplatsen samtidigt som läraren. En möjlig väg kan här vara de *lärande gemenskaper* som vi sett exempel på både i planer och i genomförda projekt. I sådana gemenskaper kan lärare, lärarstudenter, lärarutbildare och forskare tillsammans berika sitt kunskande. Här finns troligen stora möjligheter till samordning mellan kompetensutveckling och lärarutbildning i den nya lärarutbildningens organisation.

*Utveckla olika former av lärande gemenskaper mellan forskare och praktiker för en fortlöpande dynamisk utveckling och ett ömsesidigt lärande.*

#### 4.4. Styrka och potential

Det är viktigt att sätta fokus på lärarnas styrka och potential. Vad är lärarna bra på idag och hur kan denna praktik bli ännu bättre? Vilka visioner har lärarna och hur kan de få hjälp att förverkliga dem? Hur kan lärarnas dagliga praktik anknytas och berikas i relation till läro- och kursplanernas mål? Det stora flertalet lärare har drömmar och visioner, men av olika skäl kan de ej realiseras. Detta kan bero på yttre omständigheter som brist på tid, resurser och skolledares stöd, men också på bristande kunskap om metoder, hjälpmedel och spännande ingångar till ämnet. Ändå kan det finnas en vardaglig strävan att "i det tysta" i klassrummet försöka utveckla arbetssätt och metoder.

Den traditionella, och ofta dolda kultur, som finns bakom de flesta kompetensutvecklingsprogram är att det är något "fel" på nuvarande undervisning och att lärarutbildaren ska "fixa" felet. Tämligen lite uppmärksamhet ägnas åt vad läraren faktiskt gör i klassrummet som är bra och utvecklingsbart, istället presenteras alternativa metoder som får representera det "rätta". Vi får inte beröva lärarna deras tilltro till sina egna förmågor genom att förespråka alternativa mönsterlektioner som

genast ska kopieras, istället bör vi hjälpa dem att "expandera sina möjligheter" (Breen 1999) utifrån de skolresurser och den praktik som är för handen.

*Anknyt kompetensutvecklingen till den praktik hos lärarna som är bra och utvecklingsbar. Visa hur praktiken kan berikas utifrån teori och i relation till läro- och kursplanemål och hur lärarnas egna visioner kan förverkligas.*

### 4.5. Höga förväntningar

Forskning har visat att *high expectations* ofta är avgörande vad gäller elevers utveckling. Rimligen bör detta också gälla lärares professionella tillväxt. Om samhället i allmänhet och anordnare av kompetensutvecklingsprojekt har låga förväntningar lär resultatet av projektet bli därefter. NCTMs klassrumsvision kan här tas som ett exempel på mycket höga förväntningar riktade mot både lärare och elever. Det är lika förödande att ha låga förväntningar på lärare som att lärare har det på elever. De höga förväntningarna är också kopplade till att professionell tillväxt är *kontinuerlig och långsiktig*, samt *tid- och resurskrävande*. Det finns inga "snabba lösningar" i detta sammanhang, och de höga förväntningarna måste åtföljas av resurser, tid och långsiktig planering.

*Ha höga förväntningar på lärarnas professionella tillväxt gällande vad som kan uppnås på lång sikt i ett omfattande och fortlöpande kompetensutvecklingsprojekt.*

### 4.6. Professionell autonomi

Autonomi innebär självständighet och yrkesstolthet, och att läraren har en professionell inställning till sitt arbete och sitt kunnande. Autonomi innebär också att läraren kan bidra med konstruktiv kritik och utveckling av kursplaner och andra styrdokument. Man kan dock inte lära ut autonomi, istället måste kompetensutvecklingsprogram vara så utformade att det *inspirerar* till autonomi. Att ha *valmöjligheter* i ett utbildningsprogram är en metod att göra aktiviteter meningsfulla och anpassade till lärarnas personliga mål, se Castle och Aichele (1994) :

When teachers are told what to do, they do not think, they just respond. Since the activity was not of their choice, they do not find it personally meaningful...

(s. 5)

Det är inte ovanligt att lärare deltar i fortbildningskurser som de inte själva valt, eller vars syfte de inte förstår. Ibland fylls tiden för fortbildning med kurser som är gratis eller har låga kostnader, oberoende av om kursen ifråga har något värde för verksamheten. För ett kompetensut-

vecklingsprojekt är öppenhet, rikedom på utbud och möjlighet till medveten behovsanalys av lärarna själva av största betydelse.

Ett andra sätt att stärka lärarnas autonomi, och dessutom lägga grunden för en behovsanalys, är att delar av programmet ger tid och möjlighet till *reflektion över det egna arbetet*. Castle och Aichele säger i detta sammanhang:

Reflective insights provide a deeper and richer understanding of what it means to teach, thus contributing to professional knowledge used to make autonomous decisions.

(s 5)

Ett tredje sätt att stärka autonomi är att lärare får möjlighet att *delge sina synpunkter till andra*, och få kollegors synpunkter i diskussioner och seminarier. Genom att delge sina synpunkter blir lärare bättre på att klargöra tankar och resonera kring olika frågor. Diskussionerna kan tex utgå från fallstudier. Att skriva personliga berättelser, *narratives*, som sedan diskuteras är en annan metod, liksom deltagande i gemensamma projekt. Kravet på ett teoretiskt och akademiskt framställningssätt kan i många fall avhålla lärare från att formulera och offentliggöra sitt kunnande, vilket försvårar för dem att få sin professionalism uppmärksammad och erkänd.

*Ett projekt bör utformas så att det finns rika valmöjligheter, många tillfällen till reflektion och diskussion med andra lärare samt möjlighet för lärare att skriftligt dokumentera sitt kunnande i syfte att stärka lärarnas autonomi.*

#### 4.7. Utbildarnas reflektion och utvärdering

Ett övergripande budskap i utvärderingarna från de senaste årens projekt är att det inte bara är läraren som självkritiskt behöver reflektera över sitt arbete utan i hög grad också lärarutbildarna och anordnarna av kompetensutveckling. Ett sådant reflekterande och utvärderande arbete har också sin givna plats dels vad gäller genomförandets kvalitet, dels vad gäller utvärdering av projektet som helhet. Även lärare, elever och skoladministration bör ingå i en sådan utvärderingsprocess. För ett omfattande projekt som pågår en längre tid är organiserade perioder för reflektion en nödvändighet för att anordnare och andra parter ska kunna inrikta och kvalitetssäkra projektet till övergripande mål. Dessa reflektioner måste också dokumenteras och kan sedan utgöra en väsentlig del av utvärdering och olika forskningsbemödanden. Vad gäller utvärdering och forskning bör även externa grupper följa processen.

*Ett projekt bör utformas så att anordnare, lärare och andra parter fort löpande får möjlighet att reflektera över och utvärdera själva projektet på kort och lång sikt.*

#### 4.8. Skolkultur och självstyrande grupper

Ett projekt får inte ha karaktären av ett mer eller mindre kortvarigt "jippo" med stora och braskande slagord som snabbt glöms bort eller visar sig omöjliga att förverkliga i klassrummet. Det långsiktiga målet bör vara att skapa en *skolkultur som är dynamisk och självgående*. En sådan skolkultur kan lägga grunden till lärares fortlöpande professionella växande. En viktig del i detta är att lärarna fortlöpande tillsammans reflekterar över sin praktik och formulerar sina kompetensutvecklingsbehov även när det aktuella projektet avslutats. NCTM (2000) sammanfattar:

Research indicates that teachers are better able to help their students learn mathematics when they have opportunities to work together to improve their practice, time for personal reflection, and strong support from colleagues and other qualified professionals.

(s 370)

Den forskning som explicit hänvisas till här är Brown och Smith (1997), Putnam och Borko (2000) samt Margaret Smiths kommande arbete.

Ett omfattande kompetensprojekt får inte ha karaktären av en "intervention" i ett skolsystem utan anspråk på att genomföra varaktiga organisatoriska förändringar. I annat fall kommer systemet att sträva efter att återgå till det traditionella, och resurser och bemödanden har förspillts.

*Ett projekt måste initiera och understödja självgående grupper som fortlöpande formulerar sina kompetensutvecklingsbehov, så att inte insatsen blir tillfällig och undergrävs av en dominerande traditionell skol- och undervisningskultur. Målet måste vara att hela skolkulturen involveras.*

#### 4.9. Ensamma entusiaster eller kritiska vänner?

I utvärderingen av många projekt framkommer vilka svårigheter det innebär att "lyfta ut" lärare från skolsituationen och ge dem extern fortbildning, speciellt i didaktiska frågor. Många gånger möts dessa lärare av missstro eller aktivt motstånd då de försöker sprida sina kunskaper till övriga kollegor. Ett alternativt upplägg är här att göra *skolbaserade* insatser där hela arbetsgruppen av matematiklärare gemensamt prövar olika alternativa undervisnings- och bedömningsätt. Då lärare av olika skäl utbildas utanför skolan, tex för att uppnå behörighet eller för en forskningsinsats, är det av stor vikt att de har tillgång till *kritiska vänner* som både kan understödja och ge konstruktiv kritik under och efter utbildningen. En liknande situation har nyutbildade lärare som går in i skolsystemet. Här kan fortlöpande kontakter med kamrater, lärarutbildare och forskare vara av stor betydelse.

*Ett projekt bör uppmärksamma och inbegripa idén med "kritiska vänner" i olika former, tex skolbaserade projekt, mentorer, välvilliga kollegor och forskare.*

#### 4.10. Komplexitet och typfall

Klassrumspraktik är komplext och svårt att beskriva generellt. Ett sätt att beskriva god praktik är därför att använda berättelser med särskilt värde för lärarutbildning, så kallade *paradigms of good practice*. Flera sådana exempel ges av Goffree, Oliviera, de Lurdes Serrazina och Szendrei (1999):

Paradigms of good practice in the context of teacher education are examples, cases or just observations with a high degree of pedagogical and didactical, practical, and theoretical wisdom. Analysing and discussing paradigms are essential elements of discourse in teacher education.

Paradigms can be presented as stories, either as live oral accounts or recorded on audio or videotape. They can also be discovered by student teachers themselves when investigating good practice.

(s 157)

Som påpekas av Niss (2000) så är det angeläget att undvika *unjustified reduction of complexity*. Å andra sidan menar Niss att vi inte får glömma vetenskapens yttersta uppgift:

While this is always of crucial importance in any field of research, including ours, we should not forget that the ultimate goal of any scientific endeavour is to achieve justified reduction of complexity.

(s 5)

Både teoretiker och praktiker har betonat betydelsen av *narratives* för att återge komplexiteten i en lärares arbete. Sådana berättelser kan vara många slag och redovisade på olika sätt, t ex i form av skrivna berättelser eller videoinspelningar. Samtidigt får inte berättelserna vara tillfälligt utvalda, istället bör de exemplifiera problemområden av generell karaktär eller *big ideas* inom matematikundervisningen, vilka utvalts med stor omsorg och som har generella implikationer.

*Ett projekt bör på olika sätt utnyttja väl utvalda "berättelser" som ett sätt att exemplifiera och ge diskussionsunderlag för viktiga idéer och speciell problematik. Det är också fruktbart att låta lärare uttrycka sitt kunnande och sin utveckling i form av berättelser.*

#### 4.11. Kompetensutveckling i matematikämnet

Som vi sett tidigare är det inte oproblematiskt att avgöra *vilka* matematikkunskaper som är mest relevanta för att undervisa i skolmatematik. Detta poängteras både i aktuella projekt och övergripande målbeskrivningar. Den traditionella fortbildningen med ett urval av allmänna

universitetskurser i matematik har ifrågasatts och nya idéer om organisation och innehåll har växt fram. Av stort värde för både grundutbildning och kompetensutveckling är att lärare får *djupare kunskap om grundläggande matematik* och att de därmed blir så förtrogna med skolmatematiken att de kan och vågar utveckla och variera arbetsätt och metoder. En sådan kunskap kräver insikt både i matematiken som vetenskap och som skolämne. Här är det av stort värde om matematiker och matematikdidaktiker kan samarbeta för att utveckla kurser som är effektiva för undervisning i skolmatematik.

*Ett projekt bör noga utvälja och även utforma matematikkurser som i praktiken stärker lärarens förmåga att utveckla en effektiv undervisning, och inte bara hänvisa till ett allmänt redan existerande kursutbud på olika institutioner.*

### 4.12. Det goda exemplet

Många projekt tillväxer dynamiskt på så sätt att enskilda lärare, skolor eller kommuner engagerar sig då de sett goda exempel, som i praktiken alltså visat sig genomförbara. MARS-projektet som tidigare beskrivits är ett sådant växande projekt, där det goda exemplet övertygat allt fler skolor att engagera sig. Ett annat exempel är NCTMs uppmärksammade av *promising* och *excellent schools* för att sprida och troliggöra sina visioner och mål.

En kompetensutvecklingsinsats som enbart bygger på visioner och teorier kan förefalla orealistisk och flummig. Det är därför väsentligt att *redan i förväg* identifiera och lyfta fram goda exempel från tidigare lokala initiativ. Här finns rika källor att ösa ur, t.ex. tidskriften *Nämnamnaren* och dokumentation från matematikbiennaler och biennetter, samt en mängd olika internationella dokumentationer av goda exempel. Det är också väsentligt att lyfta fram de lyckade exempel och framgångar som uppstår under projektets gång så att dessa kan inspirera samt troliggöra olika insatsers värde.

*Projektet bör använda sig av redan existerande goda exempel på olika nivåer, från enskilda lärare till hela kommuner, och också satsa på att engagera fler genom "marknadsföring" av lyckade konkreta insatser och resultat under projektets gång.*

### 4.13. Den forskande praktikern

Många projekt under nittioalet har innehållit delar där läraren beforskar sin egen praktik. Olika former av *action research* utgör den teoretiska bakgrunden. *Action research* kan kortfattat beskrivas som praktikers systematiska reflektion över sin egen verksamhet i syfte att förbättra den. Lärarens praktik och specifika problematik är mycket komplexa och

kan inte lösas "utanför" denna praktik, i den meningen att färdig kunskap skulle kunna levereras till läraren från utanförstående forskare. Tyngdpunkten har förskjutits från *teknisk rationalitet* till en *reflexiv rationalitet*, med innebörden att praktiska problem enbart kan få specifika lösningar utifrån den kontext där de uppträder, inklusive läraren som aktör i kontexten.

Denna reflekterande verksamhet kan utföras individuellt eller i mindre grupper men kan även omfatta alla som undervisar i matematik på en skola. I det senare fallet betonas skolutveckling istället för professionell utveckling av enskilda lärare.

Jaworski (1999b) menar att lärare knappast startar en sådan verksamhet utan att den *initieras* av forskare och att lärarnas förhållningssätt successivt utvecklas. Först arbetar de med enkla och grova redskap vilka så småningom kan förfinas i samspel med forskare.

Krainer (1999a) pekar på vissa svagheter med action research: dels är det risk att läraren okritiskt arbetar på att konfirmera sina redan färdiga teser och idéer, dels kan förståelsen stanna vid det unika och partikulära och inga försök till generalisering görs. Dessa svagheter kan dock undanröjas med hjälp av stödjande mekanismer från externa forskare. Det gäller t ex att arbetet måste dokumenteras och öppnas för offentligheten för kritik, diskussion och feedback. Forskande lärare kan också bygga upp kommunicerande nätverk som delar erfarenheter och gör försök till generalisering av resultat. Ett sådant nätverk är CARN, the Collaborative Action Research Network. Under sådana omständigheter menar Krainer att *action research* inte bara är möjlig, utan dessutom den mest effektiva formen för att utveckla matematikundervisning.

*Ett projekt bör innehålla möjligheter för lärare att beforska sin egen praktik. Därvid är det av stor vikt att lärarna får stöd och vägledning från forskare och olika nätverk.*

#### 4.14. Multimedia och IT

Som visats i de olika projektbeskrivningarna används videoinspelningar i hög grad dels som instruerande material, dels som exempel på klassrumspraktik, vilket kan ligga till grund för diskussioner och fokusering på viktiga idéer och principer, se MILE-projektet i 3.8. Ett intressant försök att använda multimedia i grundutbildning finns också i Lampert och Loevenberg Ball (1998). De formulerar sitt syfte på följande sätt:

Rather, we said we would document an entire years worth of teaching and learning by collecting a variety of records that could be studied by ourselves and others. Because we were convinced that extensive records of practice were crucial to the development of a practice-based approach to teacher education, we were prepared

to turn the camera on ourselves and our students to produce a "shared text" for the study of teaching and learning.

(s 47)

Videoinspelningar kan vara av många olika slag, det kan vara demonstration av goda exempel men även högst "vardagliga" lektioner, där lärare kan känna igen sig och diskutera vad som kan göras. Lärare i en lokal ämnesgrupp kan också videofilma varandra i syfte att reflektera över och utveckla sin undervisning.

När det gäller att bygga upp *networking* och olika *kunskapsbanker* är IT ett nödvändigt och effektivt hjälpmedel för att nå övergripande mål, se tex 2.5.3. och 3.4. Diskussionsgrupper och arbetsgrupper kan arbeta över nätet och kurser kan ges på distans. Här är det av stor vikt vid planeringen att undersöka vilken reell kompetens och vilka reella resurser som finns på våra skolor vad gäller IT- användning. Det är också av stor vikt att inte tekniken i sig blir överordnad, så att de mål för undervisningen som finns i våra styrdokument inte uppmärksammas.

*Ett projekt bör utnyttja multimedia och IT på ett kraftfullt och effektivt sätt, och sättas i relation till projektets övergripande mål och styrdokumentens mål för undervisningen vad gäller form och innehåll.*

#### 4.15. Lärares föreställningar

Under de senaste decennierna har mycket forskning fokuserats på lärares *beliefs*, föreställningar, om matematikämnet, matematikkunnande och matematikundervisning, se översikter i Thompson (1992) och Pehkonen (1994). En lärare kan tex föredra en elev som uppfattar ämnet som ett system av formler framför en mer kreativ elev, beroende på lärarens egna föreställningarna om ämnets natur och vad det är att kunna matematik. Vissa föreställningar är centrala i lärarens föreställningsvärld och svåra att ändra, andra är mer perifera. Åter andra kan vara omedvetna. Vissa föreställningar har också karaktären av tyst kunskap, de är inbäddade i lärarens praktik och är inte medvetandegjorda eller formulerade av lärarna själva.

Da Ponte, Berger, Canizzaro, Contreras och Safuanov (1999) visar på ett antal empiriska studier med konstruktivistiska eller kognitivpsykologiska utgångspunkter som bland annat påvisar att många lärarstudenter har matematikångest, vilket i hög grad påverkar deras möjlighet att lära och att undervisa. Erfarna lärare har ibland också föreställningar om sin undervisning som skiljer sig från vad de *faktiskt gör*. Undersökningar visar att lärares föreställningar om ämnet i hög grad påverkar deras undervisningsstil och hur de närmar sig sina elever.

Flera empiriska studier visar att ett framgångsrikt sätt att förändra lärares föreställningar är att låta dem byta till en *elevroll i lärandesituationer* och att i denna roll reflektera över sina egna och elevers föreställningar.

Reformeringen av våra läroplaner och kursplaner 1994 innebar bland annat en problematisering av synen på matematikämnet och matematikkunnskap. I vilken grad lärarkåren tagit till sig och tillämpar nya föreställningar om ämnet och ämneskunnskapet är ännu svårt att säga. Det bör dock ses som en del av matematiklärares professionalism att de har väl genomtänkta föreställningar om ämnets natur och vad det innebär att kunna matematik.

*Ett projekt måste inrikta sig på att identifiera och fokusera lärares olika föreställningar om ämnet, ämneskunnskapet och undervisning, både reflekterade och mer omedvetna föreställningar och antaganden.*

#### 4.16. Vilja till förändring

Att lära sig något nytt och verkligen förändra sin praktik är inte bara en fråga om kunskapsförmedling, helt avgörande är de attityder som läraren har till kompetensutvecklingens innehåll. Hord et al. (1987) identifierar sju *stages of concern* som en vuxen lärare kan genomgå i tillägnandet av ny kunskap:

1. Jag bryr mig inte om någon förändring
2. Jag skulle vilja veta mer
3. Hur kommer det att påverka mig om jag använder dessa idéer?
4. Jag är överväldigad, hur ska jag organisera detta?
5. Hur kommer denna förändring att påverka mina elever?
6. Jag skulle vilja diskutera dessa idéer med andra
7. Jag känner tillförsikt och vet att jag kommer att utvecklas med hjälp av dessa idéer.

Att förändra sitt arbetssätt och utvecklas professionellt är inte bara en fråga om kunnskap utan till sist en fråga om *vilja*. En lärare kan mycket väl ha goda kunskaper om alternativa arbetssätt men sakna vilja till förändring. Som Hord visar så är det en lång process som fordrar stöd, diskussion och genomtänkt organisation. En lärare måste t ex få relatera nya idéer till sin klassrumspraktik och arbetssituation samt hur eleverna påverkas. Det yttersta målet för en lärare, liksom för ett kompetensutvecklingsprojekt, är att eleverna ska lära sig bättre, och att detta kan ske utan orimliga extra arbetsinsatser för läraren i den vardagliga undervisningen.

*Ett projekt får inte stanna vid att på ena eller andra sättet överföra kunskap och visioner, istället måste projektets organisation anpassas så att lärare också vill förändras och utvecklas efter nya mål och principer.*

#### 4.17. Lärarroll och livssyn

Att förändra sin lärarroll i grunden innebär också att man måste ändra sin *självbild* och sina föreställningar om sitt ämne och kanske även om världen i stort. Breen (1999) uttrycker denna problematik på följande vis:

What is viewed solely as a movement to improve the teaching of mathematics in school has a hidden demand that teachers get involved in personal change.

(s 118)

Vilka risker finns att nya metoder bara imiteras utan att lärarna vill, eller förmår, ändra sin lärarroll? Vet vi vilka konsekvenserna blir om vi ifrågasätter traditionell undervisning och frambesvärjer en helt ny lärarroll? Kravet på förändring innebär mer eller mindre uttalat att man rör sig från något dåligt till något bra. Det är anordnarna som bestämt detta och som målar upp en visionär bild att sträva mot. Lärarnas erfarenhet av andra metoder än de som föreslås förnekas och deras säkerhet vad gäller undervisning och klassrumsorganisation tas ifrån dem.

Weissglass (1994) betonar vikten av att ta hänsyn till föreställningar och känslor i samband med kompetensutveckling:

Although new information is important, furnishing it is not sufficient to overcome personal resistance to change, the tenacity of the existing culture, and the working conditions of educators. Providing opportunities for reflection and planning and for expressing and working through feelings about mathematics learning and teaching will increase the likelihood of teachers developing new understandings, challenging beliefs and assumptions, and changing rigid and unproductive practices.

(s 75)

Liknande beskrivningar finns tex i Thompson (1992) som beskriver att om lärare vill förändra sin undervisningsstil från *calculational* till *conceptual* så förlorar de allt det stöd de haft i givna läroböcker och hela sin repertoar av stabila och i viss mån fungerande praktiker. Detta är en problematik inte minst för äldre lärare som under många år utvecklat en fungerande klassrumspraktik. Ett kompetensutvecklingsprojekt måste uppmärksamma denna problematik och på olika sätt designa kurser och förändringssträvanden i förhållande till vad som är möjligt och lämpligt.

*Ett projekt måste genomsyras av stor respekt för lärare som har en traditionell undervisningsstil, och som har svårigheter eller ovilja till förändring. Att enbart utmana dessa lärare med långtgående krav på förändring kan snarast leda till att deras undervisning försämras.*

#### 4.18. Vetenskap och politik

Vem är det som vill ha förändring och på vilket sätt? Är det vetenskapligt befogat eller är det ett politiskt påbud? Ett krav på kompetensutveckling har ofta politiska eller samhällsekonomiska förtecken. Dessutom kan politiker vilja ha snabba resultat genom att aktivt försöka styra både innehåll och genomförande. Ju starkare forskning om matematikundervisning, och speciellt kunnande om kompetensutveckling, är desto mer bör dock vetenskapliga och erfarenhetsmässiga bevekelsegrunder ligga bakom design, varaktighet och genomförande i ett kompetensutvecklingsprojekt. Som tidigare nämnts är inte detta område väl beforskat, men en mängd erfarenhet samt välgrundade teorier om lärande och undervisning finns tillhanda. Det finns ändå uppenbara risker med den relativt outvecklade forskningssituation som råder. Krainer (1999a) formulerar situationen på följande sätt:

We need not only stories about students, teachers, teacher education programs, but increasingly also stories about the further development of mathematics teaching at whole schools, in school networks, in regions, in nations, on continents, etc. which take into account organisational and societal issues. Otherwise we run the danger of creating a lot of knowledge which has no real impact on practice and educational policy.

(s 17)

Om inte sådan kunskap skapas kommer man att få arbeta inom de ramar som bestämts av politiker, ekonomer, pedagoger, testutvecklare med flera. Värdet av forskning och praktisk erfarenhet måste därför explicitgöras för allmänhet och beslutsfattare. Vid utformningen av projektet måste också uppmärksammas att projektet ska kunna bli föremål för forskning, som kan berika framtida kunnande om kompetensutveckling.

*Ett projekt måste identifiera och hävda ett område där forskning och beprövad erfarenhet prioriteras. Projektet måste också utformas så att vetenskapligt underbyggda resultat kan utvinnas, till förmån för framtida projekt.*

#### 4.19. En systemisk ansats

Det är svårt, och missvisande, att låta ett kompetensutvecklingsprojekt enbart fokusera på utveckling av lärarnas kunnande. En mängd andra faktorer såsom tid och möjlighet för samtal, lönesituation, skolans organisation, rekrytering, skolpolitikens kunskaper och föreställningar har stort inflytande på huruvida ett projekt kommer att lyckas eller inte. Nödvändigheten av en *systemisk* ansats betonas ständigt i de dokument och rapporter som redovisas under nittioalet. Många lärare upplever det som orättvist att det ställs krav på att de ska utvecklas när tid och resurser saknas och oförståelse och brist på uppmuntran från skolledning är det vanliga. Även skolledare måste inbegripas, så att de tex inser

det olämplig i att de tvingar anställda att undervisa i matematik, trots att de saknar ämnesmässig och/eller pedagogisk kompetens.

Det är också svårt att tänka sig ett lyckat kompetensutvecklingsprojekt, om man inte tar tag i rekryteringsproblematiken i lärarutbildningen och flykten av välutbildade lärare till näringslivet. Den strategiska plan som finns i *Before It's Too Late* kan här ses som ett föredöme.

*Ett projekt måste inbegripa en systemisk ansats så att inte fokus enbart sätts på lärarens kunskande, som den enda faktorn för utveckling av matematikundervisningen.*

### 4.20. Mål och värden

Planering och genomförande av ett kompetensutvecklingsprojekt kan inte enbart härledas från vetenskapliga överväganden, se avsnitt 2.2.2. Både form och innehåll måste relateras till de mål och den värdegrund som finns uttryckt i våra läroplaner och kursplaner. Även vissa samhällsliga och politiska överväganden måste sannolikt av olika skäl vävas in i projektet, men här är det då av stor vikt att dessa inte strider mot vetenskapligt kunskande och beprövad erfarenhet. De politiska målen får inte heller komma i konflikt med de övergripande målen i styrdokumentet. Ett exempel på en markering gentemot kortsiktiga politiska mål finns i *Before It's Too Late* (2000):

Short-term solution creates long-term problem.

Ogenomtänkta "brandkärsutryckningar" utan långsiktiga mål slösar med resurser och minskar förtroendet för kompetensutveckling som fenomen. En långsiktig planering med mål som är väl relaterade till skolans övergripande mål och värdegrund är av största vikt vid utformningen av projektet. Samtidigt måste också ett långsiktigt projekt stärka lärares autonomi och vilja att delta aktivt i framtida kursplanediskussioner.

*Utformningen av ett projekt måste relateras till övergripande mål och värdegrund och samtidigt också stärka lärares autonomi. Om nödvändigt måste vetenskapliga krav hävdas gentemot mer tillfälliga politiska mål.*

### 4.21. Vision och strategier

Den undervisningsvision som inleder NCTMs *Principles and Standards for School Mathematics* skulle mycket väl kunna vara härledd från svenska läro- och kursplaner. En viktig poäng med visionen är att den kan ge ett gemensamt "mål att sträva mot", men att den ändå lämnar öppet hur målet ska kunna nås. Dessutom ger en "berättelse" av denna typ en bild som lärare lättare kan ta till sig än ett antal punktade delmål.

Det är också viktigt att poängtera att den beskrivna miljön är *demokratisk* i den meningen att det finns en tro på det förnuftiga samtalets

möjlighet, där saklighet och argumentation har företräde framför position och auktoritet. Här är det inte den talträngdaste eller den mest populära eleven som "vinner debatten", utan den som har det matematiska kunnandet och de bästa argumenten. På motsvarande sätt kan inte läraren enbart utifrån sin position trumfa igenom sitt budskap, utan detta kan istället utsättas för elevers granskning och ifrågasättande. Som tidigare nämnts ställer en sådan vision *högre krav* på lärarens kunskande, men leder också till att eleverna kommer att uppleva matematiken som ett spännande och utmanande ämne, och till att deras matematiska mognad fortlöpande förstärks.

John Glenn kommissionens rapport kan på analogt sätt peka på lämpliga strategier för ett omfattande projekt i Sverige. Den bakgrundsanalys som görs i rapporten pekar på problem, som i många avseenden påminner om svenska förhållanden. Hit hör tex problemet med att rekrytera ungdomar till matematikintensiva högskoleutbildningar, problemet med att rekrytera ungdomar till matematik- och naturvetenskapslärare, problemet med det stora antalet lärare som undervisar i matematik utan formell kompetens i matematik och/eller pedagogik, problemet med de låga lärarlönerna som bl a leder till att lärare byter yrke, samt problemet med många ungdomars negativa attityder och svårigheter med matematikämnet. Det finns all anledning att omsorgsfullt studera rapportens strategier och hur de omvandlas till handling.

*Det är av stor vikt att beskriva en samlande vision om en god undervisnings-situation i matematik, och att formulera övergripande långsiktiga strategier för dess genomförande.*

#### 4.22. Slutord

De operativa förhållningssätten som här presenterats är inte uttömmande i den meningen att alla aspekter uppmärksammas. Det finns också mycket inspiration att hämta från tidigare avsnitt, tex i de listor som gjorts av Clarke och Krainer, se 2.6. resp. 2.8., speciellt då det gäller konkret organisation och modeller. Vad som är överförbart till svenska förhållanden vad gäller organisation bör omsorgsfullt analyseras, i vissa sammanhang kan existerande organisationer användas, i andra bör helt nya initieras och utvecklas. Det är dock författarens förhoppning att de ovan presenterade operativa förhållningssätten kan inspirera anordnare och andra inblandade parter inför den kommande nationella kompetensutvecklingsstrategin för lärare som undervisar i matematik.



---

## Referenser

- Adler, J. (1995). Participatory, inquiry pedagogy, communicative competence and mathematical knowledge in a multilingual classroom: A vignette, in *Proceedings of the Seventeenth International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Vol. 3*. Tsukuta, Japan.
- Adler, J. (1996). Lave and Wengers social practice theory and teaching and learning school mathematics, in Puig, L. & Gutierrez, A. (eds) *Proceedings of the Twentieth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol 2*. University of Valencia, Spain.
- Before It's Too Late: A Report to the Nation from The National Commission on Mathematics and Science Teaching for the 21st Century* (2000). The John Glenn Commission, USA.
- Bereiter, C. & Scardamalia, M. (1997). *Knowledge Forum*. Toronto.
- Borko, H. & Livingston, C. (1989). Cognition and Improvisation: Differences in Mathematics Instruction by Expert and Novice Teachers, in *American Educational Research Journal*, 26 (4) s. 473-498.
- Breen, C. (1999). Circling the Square: Issues and Dilemmas Concerning Teacher Transformation, in *Mathematics Teacher Education: Critical International Perspectives*. Jaworski, B., Wood, T., & Dawson, S. (eds), Studies in Mathematics Teacher Education Series No 12, Palmer Press, US.
- Brown, C.A. & Smith, M.S. (1997). Supporting the Development of Mathematical Pedagogy, in *Mathematics Teacher 90* : 138-143.
- Castle, K. & Aichele, D.B. (1994). Professional Development and Teacher Autonomy, in Aichele, D.B. & Coxford, A.F. (eds) *Professional Development for Teachers of Mathematics*. 1994 Yearbook, NCTM, USA.
- Campbell, P.F. (2000). Teacher Enhancement and Education Reform: High Stakes in the United States. *Paper for Working Group for Action nr 7, ICME9*, Tokyo/Makuhari, Japan.
- Cheng, Y-H. (1999). Student Teachers Learning Process of Pedagogical concept: The case of generic example in learning mathematics. *Paper for International Conference on Mathematics Teacher Education (ICMTE)*, Taipei, Taiwan.
- Clarke, D. M. (1994). Ten Key Principles from Research for the Professional Development of Mathematics Teacher, in Aichele, D.B. & Coxford, A.F. (eds) *Professional Development for Teachers of Mathematics*. 1994 Yearbook, NCTM, USA.

- Clements, M.A. (2000). Colonialism, Culture, Education and Progress: Historical and Comparative Perspectives on School Mathematics. *Regular lecture at ICME9, Tokyo/Makuhari, Japan 2000.*
- Comiti, C. & Loewenberg Ball, D. (1996). Preparing Teachers to Teach Mathematics: A Comparative Perspective, in Bishop, A. et al (eds). *International Handbook of Teacher Education*. Dordrecht: Kluwer.
- Cooney, T.J. (1994). Research and Teacher Education: In Search of Common Ground, in *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, s 608-636.
- Cooney, T.J. & Krainer, K. (1996). Inservice Mathematics Teacher Education: The Importance of Listening, in Bishop, A. et al (eds) *International Handbook of Teacher Education*. Dordrecht: Kluwer.
- Cooney, T.J. & Shealy, B. (1997). On understanding the structure of teachers beliefs and their relationship to change, in Fennema, E. & Scott-Nelson, B (eds) *Mathematics Teachers in Transition*, Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Da Ponte, J.P., Berger, P., Canizzario, L., Contreras, L.C. & Safuanov, I. (1999). Research on Teachers Beliefs: Empirical Work and Methodological Challenges, in Krainer, K. & Goffree, F. (eds) *On Research in Mathematics Teacher Education*. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrück.
- Dawson, S.(1999a). Charting a Historical Perspective, in Jaworski, B., Wood, T & Dawson, S. (eds) *Mathematics Teacher Education: Critical International Perspectives*, Studies in Mathematics Teacher Education Series No 12, Palmer Press, US.
- Dawson, S. (1999b). The Enactive Perspective on Teacher Development : "A Path Laid by Walking", in Jaworski, B., Wood, T. & Dawson, S. (eds). *Mathematics Teacher Education: Critical International Perspectives*. Studies in Mathematics Teacher Education Series No 12, Palmer Press, US.
- Dolk, M. (2000). Between Theory and Practice. Students in The Netherlands Developing Practical Knowledge by Investigating Primary School Mathematics. *Paper for Working Group for Action nr 7, ICME9, Tokyo/Makuhari, Japan.*
- Elmore, R.F. & Burney, D. (1999). Investing in Teacher Learning: Staff Development and Instructional Improvement, in Darling-Hammond & Sykes (eds). *Teaching as a learning profession: Handbook of policy and practice*. San Fransisco: Jossey Bass.
- Eisner, E.W. (1992). Are All Casual Claims Positivistic? A Reply to Francis Schrag.

- Emanuelsson, G. (2001). *Svårt att lära – lätt att undervisa?*, NCM.
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics*, London: Falmer Press.
- Goffree, F. & Dolk, M. (eds) (1995). *Standards for primary mathematics teacher education*. Enschede, Utrecht: SLO/NVORWO.
- Goffree, F. & Oonk, W. (1999). A Digital Representation of "Full Practice" in Teacher Education: The MILE-project, in Krainer, K. & Goffree, F. (eds) *On Research in Mathematics Teacher Education*. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrück.
- Goffree, F., Oliveira, H., de Lurdes Serrazina, M. & Szendrei, J. (1999). Good Practice, in Krainer, K. & Goffree, F. (eds) *On Research in Mathematics Teacher Education*. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrück.
- Goldstein, C., Mnisi, P. & Rodwell, P. (1999). Changing Teaching in a Changing Society. *Mathematics Teacher Education: Critical International Perspectives*, in Jaworski, B., Wood, T. & Dawson, S. (eds) Studies in Mathematics Teacher Education Series No 12, Palmer Press, US.
- Green Paper on Teacher Education in Europe* (2000). Thematic Network on Teacher Education in Europe (TNTEE). Umeå, Sweden.
- Gudmundsdottir, S. (1991). Story-Maker, Story-Teller: Narrative Structures in Curriculum, in *Journal of Curriculum Studies*, 23, s 207-218.
- Hatford, M.M. & Bitter, G.G. (1994). A Multimedia Approach to the Professional Development of Teachers: A Virtual Classroom, in Aichele D.B. & Coxford A.F. (eds) *Professional Development for Teachers of Mathematics*, 1994 Yearbook, NCTM, US.
- Hiebert, J. (1999). Relationships Between Research and the NCTM Standards, in *Journal for Research in Mathematics Education*, 30 -1, (s 3-19).
- Hord, S.M. et al (1987). Taking Charge of Change. Va: *Association for Supervision and Curriculum Development*, Alexandria.
- House, P. A. (1994). Empowering K-12 Teachers for Leadership: A District-wide Strategy for Change, in Aichele D.B. & Coxford A.F. (eds) *Professional Development for Teachers of Mathematics*, 1994 Yearbook, NCTM, US.
- Hyde, R. (2000). Training Teachers: Whose Job Is It? An Overview of In-service Training for Mathematics Teacher in the U.K. *Paper for Working Group for Action nr 7, ICME9*, Tokyo/Makuhari, Japan.

- Irwing, K.C. & Britt, M.S. (1999). Teachers Knowledge of Mathematics and Reflective Professional Development, in Jaworski, B., Wood, T. & Dawson, S. (eds) *Mathematics Teacher Education: Critical International Perspectives*. Studies in Mathematics Teacher Education Series No 12, Palmer Press, US.
- Ivanov, O.A. (2000). Special Mathematical and Methodical Training in Mathematics Teacher Education. *Paper for Working Group for Action nr 7, ICME9*, Tokyo/Makuhari, Japan.
- Jaworski, B. (1999a). The Plurality of Knowledge Growth in Mathematics Teaching, in Jaworski, B., Wood, T. & Dawson, S. (eds) *Mathematics Teacher Education: Critical International Perspectives*. Studies in Mathematics Teacher Education Series No 12, Palmer Press, US.
- Jaworski, B. (1999b). Teacher Education Through Teachers Investigations into Their Own Practice, in Krainer, K. & Goffree, F. (eds) *On Research in Mathematics Teacher Education*. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrück.
- Jaworski, B. & Wood, T. (1999). Themes and Issues in Inservice Programmes, in Jaworski, B., Wood, T. & Dawson, S. (eds) *Mathematics Teacher Education: Critical International Perspectives*. Studies in Mathematics Teacher Education Series No 12, Palmer Press, US.
- Jones, G.A., Lubinski, C.A., Swafford, J.O. & Thornton, C.A. (1994). A Framework for the Professional Development of K-12 Mathematics Teachers, in Aichele D.B. & Coxford A.F. (eds) *Professional Development for Teachers of Mathematics*. 1994 Yearbook, NCTM, US.
- Kilpatrick, J. (1982). Casing the Case Studies: Concluding Remarks, in *Journal of Research and Development in Education*, 15, 4, s 87-88.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell B. (eds) (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Prepublication copy. National Academy Press, Washington DC.
- King, J.P. (1992). *The Art of Mathematics*. New York, NY: Plenum Press.
- Krainer, K. (1999a). Learning from Gisela - or: Finding a bridge between classroom development, school development, and the development of educational systems. *Plenary speech at International Conference on Mathematics Teacher Education (ICMTE)*, Taipei, Taiwan.

- Krainer, K (1999b). PFL-Mathematics: Improving Professional Practice in Mathematics Teaching, in Jaworski, B., Wood, T. & Dawson, S. (eds) *Mathematics Teacher Education: Critical International Perspectives*. Studies in Mathematics Teacher Education Series No 12, Palmer Press, US.
- Krainer K. & Goffree F. (1999a). Preface, in Krainer, K. & Goffree, F. (eds) *On Research in Mathematics Teacher Education*. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrück.
- Krainer K. & Goffree F. (1999b). Investigations into Teacher Education: Trends Future Research, and Collaboration, in Krainer, K. & Goffree, F. (eds) *On Research in Mathematics Teacher Education*. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrück.
- Lampert, M. & Loevenberg Ball, D. (1998). *Teaching, Multimedia, and Mathematics. Investigations of Real Practice*. Teachers College Press, Columbia University, New York and London.
- Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Mahwa, N.J: Lawrence Erlbaum Associates.
- Miller, D. & Glover, D. (2000). The Completion, Content and Continuing Use of the Career Entry Profile in Teacher Education; Mathematics. *Paper for Working Group for Action nr 7, ICME9*, Tokyo/Makuhari, Japan.
- Millet A. (1998). Expectations of the Primary Mathematics Coordinator - demands and tensions within the role, in *Teacher Development, Vol. 2, No 2*, UK.
- Niss, M. (2000). Key Issues and Trends in Research on Mathematical Education. *Abstract of Plenary Lectures and Regular Lectures, ICME9*, Tokyo/Makuhari, Japan.
- Pehkonen, E. (1994) On teachers beliefs and changing mathematics teaching, in *Journal für Mathematik-Didaktik*, 15, s 177-209.
- Principles and Standards for School Mathematics* (2000)., NCTM, USA.
- Professional Standards for Teaching Mathematics* (1991)., NCTM, USA.
- Putnam, R.T. & Borko, H. (2000). What Do New Views of Knowledge and Thinking Have to Say about Research on Teacher Learning?, in *Educational Researcher* 29, s 4-15.

- Schifter, D. (1997). *Learning Mathematics for Teaching*, Newton, MA: Center for the Development of Teaching.
- Schifter, D. (1999). Reasoning about Operations: Early Algebraic Thinking in Grades K-6. *Yearbook of National Council of Teachers of Mathematics*, Stiff L.V. ed, Reston, NCTM.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform, in *Harvard Educational Review*, 57, s 1-22.
- Spillane, J.P. & Thompson, C.L. (1997). Reconstructing conceptions of local capacity: The local education agency's capacity for ambitious instructional reform, in *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 19. USA.
- Stigler J.W. & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap*, The Free Press, USA.
- To Improve the Quality and Scope of Science and Mathematics Education*, H.R. 5504. (2000). A Bill introduced to the 106th Congress.
- Thompson, A.G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research, in Grouws, D.A. (ed) *Handbook of Research in mathematics teaching and learning*, New York, Macmillan, s 127-146.
- Weissglass, J. (1994). Changing Mathematics Teaching Means Changing Ourselves: Implications for Professional Development, in Aichele D.B. & Cox-ford A.F. (eds) *Professional Development for Teachers of Mathematics*, 1994 Yearbook, NCTM, USA.
- Wilson, S.M., Shulman, L.S. & Richert, A. (1987). One Hundred Fifty Ways of Knowing, in Calderhed, J. (ed) *Explore Teachers Thinking*, Cassel, London.
- Wittman E. (2000). Developing Mathematics in a systemic Process. *Abstracts of Plenary Lectures and Regular Lectures, ICME9*, Tokyo/Makuhari, Japan.
- Woodrow, D. (2000). Redefining the Teachers Role: Developments in Teacher Education and Training in England. *Paper for Working Group for Action nr 7, ICME9*, Tokyo/Makuhari, Japan.
- Yoshida M. (1999). *Lesson study: A Case of Japanese Approach to Improving Instruction through School-based Teacher Development*, University of Chicago, USA.

---

**Rapporter från**  
**Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM**  
Göteborgs universitet

- 2001:1 **Hög tid för matematik**  
Nationellt Centrum för matematikutbildning, NCM
- 2001:2 **Hur kan lärare lära?**  
Lars Mouwitz
- 2001:3 **Svårt att lära – lätt att undervisa?**  
Göran Emanuelsson
- 2001:4 **Kompetensutveckling med IT-stöd**  
Günther Dippe

ISSN 1650-335X

Beställes från

NCM  
Göteborgs universitet  
Vera Sandbergs allé 5A  
412 96 Göteborg

E-post: *ncm@ncm.gu.se*  
Fax: 031-773 22 00  
Tel: 031-773 22 03