
Hög tid för matematik

Inledning

Denna rapport sammanfattar resultatet av ett uppdrag från utbildningsdepartementet till NCM om kompetensutvecklingsprogram och forskningsbaserade utvecklingsstudier med fokus på matematikutbildning.

Rapporten är samtidigt den första i NCM:s nya rapportserie. Den inleds med en beskrivning av vår tolkning av uppdraget och följs av en kortfattad beskrivning av ansvaret för kompetensutveckling uppdelat på kommun, rektor, lärare och staten.

I förslagsdelen ges först en kort analyserande lägesbeskrivning av svensk matematikutbildning utifrån NCM:s samlade rapportering. Denna ska läsas som en kondenserad bakgrund till avsnittet med åtgärdsförslag som vi avpassat med tanke på olika nivåers nuvarande ansvar för kompetensutveckling. Sammanställningen av förslagen till kompetensutvecklingsprogram ges i tre avdelningar:

1. Utvecklingsinsatser
2. Speciella informations- och utbildningsinsatser
3. Långsiktigt utvecklingsarbete vid NCM

Rapportens förslagsdel avslutas med en vision som beskriver möjliga kvalitativa resultat av de föreslagna insatserna.

De presenterade förslagen grundar sig på en omfattande rapportering med analyser och synteser av olika delprojekts resultat. Resultaten redovisas i externa rapporter och sammanfattningar i huvudrapportens bilagor 1-11. En preliminär delrapport ifrån arbetet med uppdraget, *Tid för matematik*, lämnades 1 november 2000. Ytterligare delrapporter är under färdigställande och publiceras senare i denna rapportserie. Rapporterna ger tillsammans med bilagorna en bild av svårigheter och möjligheter i utvecklingen av vår matematikutbildning.

Huvudrapportens titel *Hög tid för matematik* är en sammanfattning i sig.

HÖG TID FÖR MATEMATIK

Ett varmt tack till alla som medverkat i genomförandet av detta uppdrag. Vi inom NCM som arbetet med denna stimulerande och utmanande uppgift har en optimistisk syn på utsikterna att åstadkomma ett lyft för svensk matematikutbildning. Att det verkligen behövs och är möjligt hoppas vi tydligt framgår av rapportens innehåll och ton.

Bengt Johansson
Föreståndare, NCM

Peter Brandt
Göran Emanuelsson
Barbro Grevholm
Elisabeth Rystedt
Anders Wallby

Marianne Dalemar
Lillemor Emanuelsson
Lars Mouwitz
Görel Sterner
Karin Wallby

Günther Dippe
Birgit Eriksson
Ronnie Ryding
Lena Trygg

Innehåll

Inledning

| | |
|---|-----|
| Uppdraget | 1 |
| Bakgrund | 1 |
| Kompetensutvecklingsprogram | 2 |
| Angelägna utvecklingsstudier | 5 |
| Lärares kompetensutveckling – var ligger ansvaret? | 7 |
| Kommunens ansvar | 7 |
| Rektors ansvar | 7 |
| Lärares ansvar | 8 |
| Statens ansvar | 8 |
| Avreglering | 9 |
| Åtgärder | 11 |
| Bakgrund | 11 |
| Förslag | 17 |
| I Utvecklingsinsatser | 17 |
| II Speciella informations- och utbildningsinsatser | 29 |
| III Långsiktigt utvecklingsarbete vid NCM | 32 |
| Kompetensutveckling för matematikundervisning | 43 |
| Mål och visioner | 43 |
| Innehåll och organisation | 47 |
| Strategier och förhållningssätt | 48 |
| Referenser | 50 |
| Bilagor | 52 |
| Externa rapporter | 53 |
| Bilaga 1: Hur klarar våra elever matematiken? | 55 |
| Bilaga 2: Räcker kunskaperna i matematik? | 65 |
| Bilaga 3: Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik | 71 |
| Bilaga 4: Minoritets elever och matematikutbildning | 87 |
| Bilaga 5: Undervisningsmiljö och andraspråkselevers begreppsbildning i matematik | 91 |
| Bilaga 6: Elevers olikheter – organisationsproblem eller undervisningsutmaning? | 97 |
| Bilaga 7: Svårt att lära – lätt att undervisa? | 107 |
| Bilaga 8: Hur kan lärare lära? | 121 |
| Bilaga 9: Kompetensutveckling för lärare i matematik ur ett utvärderingsperspektiv | 129 |
| Bilaga 10: Lärarutbildning – utbud, utbildare och anordnare | 141 |
| Bilaga 11: Kompetensutveckling med IT-stöd | 145 |

HÖGTID FÖR MATEMATIK

Hög tid för matematik

Uppdraget

Bakgrund

Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, fick i november 1999 i uppdrag av utbildningsdepartementet att utarbeta förslag till innehåll i kompetensutvecklingsprogram i matematik och matematikdidaktik för lärare, genomföra forskningsbaserade utvecklingsstudier inom vissa prioriterade områden (U1999/3992/S) samt ge förslag till åtgärder. En delrapport lämnades 1 november 2000 (NCM, 2000). Slutrapport skulle lämnas senast 1 maj 2001, men efter kontakter med utbildningsdepartementet framflyttades detta till 1 juni 2001.

Uppdraget har genomförts i samverkan med Statens skolverk, Högskoleverket, högskolor, kommuner och verksamma lärare. Kontakter har också tagits med nätverk, miljöer, organisationer, föreningar och kommittéer som på olika sätt verkar för en förbättrad matematikutbildning. Efter en paneldiskussion vid Matematikbiennalen 2000 fick deltagarna en enkät om kompetensutveckling. Nämnarens läsare har också inbjudits att lämna reaktioner och kommentera presenterad delrapportering. Lämnade erfarenheter, enkätsvar och synpunkter har varit mycket värdefulla i arbetet med detta uppdrag.

Delar av de utvecklingsstudier som genomförts inom ramen för regeringsuppdraget sammanfaller med tidigare uppdrag från Skolverket till NCM rörande minoritets elever och matematikundervisning samt studier om differentiering i matematikundervisningen (Dnr 98:3022). Efter samråd med utbildningsdepartementet redovisas dessa delar av vårt regeringsuppdrag i två rapporter i Skolverkets monografserie.

Regeringsuppdraget bör ses mot bakgrund av pågående och planerade nationella satsningar på kompetensutveckling av lärare, särskilda utvecklingsinsatser inom skolan och uppdrag till Skolverket att utveckla bättre former för riktat stöd till skolutveckling. Här är matematikutbildning ett av de områden som har hög prioritet. Senast gäller det en omfattande satsning på utveckling av elevernas baskunskaper i matematik, ett särskilt anslag till Skolverket för att utveckla undervisningen i matematik, utvecklingsstöd till rekryteringsåtgärder inom lärarutbild-

ningen i matematik, naturvetenskap och teknik, samt en generell satsning för att få fler lärare och annan personal i skolan (Prop. 2000/01:1; Dnr 2000:3499; U2000/3873/S; U2000/4731/DK).

I detta sammanhang kan nämnas att Skolverket för närvarande genomför en kvalitetsgranskning av svensk matematikundervisning under temat "Lusten att lära matematik" och att Högskoleverket samtidigt granskar grundutbildningen i matematik vid landets universitet och högskolor.

Nyligen har utbildningsdepartementet och Skolverket presenterat flera utredningar av intresse för satsningen på baskunskaper och för vårt uppdrag. Det gäller "Elevens framgång – skolans ansvar" (Ds 2001:19), "Framgångsrikt på skolor i utanförskapspräglade områden" (Skolverket, Dnr 2000:2381) och "Utan fullständiga betyg" (Skolverket, Dnr 2000:1838). I förslagen har vi sökt beakta även dessa rapporter.

Regeringsuppdraget till NCM skall också ses i ljuset av fattade beslut om en förnyad lärarutbildning och de möjligheter som öppnar sig för yrkesverksamma lärare att delta i kurser inom det allmänna utbildningsområdet och inom ramen för den nya lärarutbildningens inriktningar och specialiseringar samt möjlighet att bedriva utvecklingsprojekt eller forskarutbildning under handledning av forskare knutna till universitet och högskolor (Prop. 1999/2000:135; 2000/01:UbU3).

NCM har också på regeringens uppdrag, tagit fram en särskild *Verksamhetsredovisning* för centrumets två första år. Redovisningen är ett viktigt underlag för många av de förslag som ges i denna rapport (NCM, 2001a).

Kompetensutvecklingsprogram

Målgrupper

Förslaget till kompetensutvecklingsprogram skall enligt regeringsuppdraget omfatta lärare som undervisar i förskolan, förskoleklassen, grundskolan och gymnasieskolan. Lärare som undervisar i matematik i särskolan, specialskolan, sameskolan och vuxenutbildningen nämns inte explicit men vi hoppas och räknar med att även lärare vid dessa skolformer får möjlighet att delta i den aktuella kompetensutvecklingen.

Det finns stort behov och intresse bland lärare som undervisar i matematik att förbättra både sitt ämneskunnande och sina ämnesdidaktiska kunskaper. En särskild målgrupp är alla de lärare som tvingas undervisa i matematik trots att de saknar adekvat grundutbildning i ämnet och dess didaktik. En annan specifik målgrupp är förskollärare, vilka i och med Lpfö 98 har till uppgift att stimulera barns nyfikenhet och utveckla deras förmåga att upptäcka och använda matematik i meningsfulla sammanhang.

I ett vidare perspektiv är även andra målgrupper än lärare viktiga. Attityder och förhållningssätt till matematikämnet hos föräldrar, skolledare och beslutsfattare har stor betydelse för hur läraren kommer att lyckas med sin matematikundervisning. Ett kompetensutvecklingsprojekt som inte beaktar den arbetsmiljö och det system som den enskilde läraren verkar i har små möjligheter att bli framgångsrikt.

Positiva samhälleliga föreställningar är viktiga förutsättningar för elevers lärande i skolan. Ett kompetensutvecklingsprogram bör därför inbegripa information via olika massmedia om matematikens roll och värde i kultur och vetenskap samt i samhälls- och yrkesliv.

Utmaningar

I uppdraget uppmärksammas att svensk matematikutbildning står inför ett antal utmaningar. Hit hör den generella frågan om hur matematiken kan göras mer spännande och engagerande för elever i alla åldrar. Elever måste i högre grad få uppleva värdet av och glädjen med att kunna matematik samt få en ökad tilltro till sin förmåga att lära matematik och tillämpa den i vardagsliv och samhälle, i yrkesliv och i framtida studier.

Intresset för matematik grundläggs mycket tidigt. Små barns positiva attityd till matematiken måste bibehållas och utvecklas under hela studietiden. Barns nyfikna frågor utgår ofta från frågeställningar som kan utvecklas till matematiskt tänkande. Förskolans läroplan syftar till att öka intresset för matematik för de yngsta, då grunderna läggs vad gäller innehåll, inriktning, förhållningssätt, förståelse och attityder. Regeringen anser det därför viktigt med utvecklingsinsatser av olika slag och med nya pedagogiska metoder, t ex försöksverksamhet med lek och matematik i skolans vardag. Se också (Skolverket 2001a).

I uppdraget betonas vikten av kontinuitet och ansvar vid övergångar mellan olika skolformer, mellan förskola och skola och mellan skola och högskola behöver särskilt fokuseras. Högskoleverkets rapport "Räcker kunskaperna i matematik?" (Högskoleverket, 1999) har varit en viktig utgångspunkt för uppdraget, (se även Johansson, 1998). Utredningen pekade på ökade behov av förkunskaper till olika högskoleutbildningar, inte bara inom den naturvetenskapliga/tekniska sektorn. Elevernas positiva attityder till och föreställningar om matematik och matematikstudier behöver stärkas. Kontakterna mellan skola och högskola behöver stimuleras och utvecklas och undervisningen anpassas bättre till elevernas förkunskaper och möjligheter. Rapporten uppmärksammar ett antal problemområden i ungdomsskolans och högskolans matematikundervisning, t ex frågan om gemensamma kunskapsmål.

Alltför många elever lämnar grundskolan utan att ha nått upp till betyget godkänd i matematik vilket medför att de inte får tillträde till gymnasieskolans nationella program (se t ex Skolverket, 2001b). Samtidigt rapporteras om stora rekryteringsproblem till högskolans matematik-

intensiva utbildningar – inte minst lärarutbildningar – och bristande förkunskaper hos gymnasieelever och studenter vid de tekniska högskolorna.

Uppdraget till NCM poängterar matematikämnets mångfasetterade karaktär och att detta skall göras synligt för studerande på alla nivåer i skolan och därmed öka intresset för matematik. Det gäller att lyfta fram vardagliga tillämpningar, ämnets speciella karaktär och struktur samt verka för en bättre balans mellan matematikens olika kunskapsområden. Undervisningen bör bättre än idag svara mot läro- och kursplanernas intentioner och innehåll för respektive skolform. Olika arbetssätt och metoder för utvärdering behöver uppmärksammas, liksom frågor kring pojkars och flickors intressen, behov och resultat. Särskilt nämns att innehållet i ämnesstudierna för gymnasielärare i matematik bör utvecklas så att de tydligare än i dag svarar mot kursplanerna för gymnasieskolan. Lärare behöver också stimulans och stöd för att kunna ta aktiv del i kvalitetsgranskning av läromedlens innehåll och uppläggning samt för att aktivt kunna delta i utvecklingsarbetet med läroplaner och kursplaner.

Utvecklingsarbeten

Ansökningar om medel till utvecklingsarbeten som inkommit till Utbildningsdepartementet och Skolverket visar på stort engagemang men samtidigt ett omfattande behov av handledning och stöd till kompetensutveckling. Materialet bör kunna utnyttjas som underlag vid utformningen av såväl förslaget till kompetensutvecklingsprogram som vid de prioriterade utvecklingsstudier som skall genomföras. Speciellt nämns utvecklingsarbeten som lyckas skapa balans och integration mellan matematikens kreativa, problemlösande aktiviteter och inslag som stödjer begreppsbyggnad och förtrogenhet med matematikens symbolspråk. Det stora antalet utvecklingsarbeten som finns beskrivna i tidskriften *Nämnan* och i dokumentationer från matematikbiennalerna är naturligtvis värdefulla underlag för det aktuella uppdraget.

Form och omfattning

Den kommande kompetensutvecklingsinsatsen skall alltså vända sig till utbildade matematiklärare men också till lärare som tvingas undervisa i matematik utan att ha en adekvat grundutbildning i ämnet. Vilken omfattning – både på kort och lång sikt – som dessa insatser kommer att kunna få för olika målgrupper blir en fråga för regeringen att ta ställning till.

Möjligheter till deltidstudier och distansundervisning skall vara betydelsefulla delar i föreslagna utbildningsinsatser. Skolans och förskolans

lärare bör t ex via Internet få tillgång till goda exempel på utvecklingsarbeten som genomförts såväl i vårt land som utomlands. Olika medium bör användas och forum skapas för att få till stånd diskussioner och erfarenhetsutbyte om hur matematikutbildningen kan utvecklas. I detta utvecklingsarbete kan också de lärare i högskolan som undervisar i matematik och matematikdidaktik bidra med kunskande och erfarenheter och därmed fungera som samtalspartners och handledare.

Andelen lärare med magister- eller forskarutbildning är låg såväl inom lärarutbildningen som i förskola och skola. Detta gäller särskilt i matematikdidaktik och matematik. Det finns därför starka skäl att bygga ut forskarutbildning i anknytning till lärarutbildningen. De resurser som satsas på forskning inom utbildningsvetenskap skall därför i stor utsträckning användas till att bygga ut forskarutbildningen i anslutning till lärarutbildningen (Prop. 1999/2000 :135; Prop. 2000/01:3; 2000/01: UbU3). Det kan nämnas att Riksbankens Jubileumsfond nyligen gett bidrag till en forskarskola i matematik med ämnesdidaktisk inriktning (Riksbankens Jubileumsfond, 2000).

Angelägna utvecklingsstudier

Grupperingar för lärande i matematik

Matematikundervisningens organisation och differentiering i förskola och skola skall vara föremål för forskningsbaserade utvecklingsstudier. Erfarenheter som finns både nationellt och internationellt av att organisera för lärande i matematik behöver summeras. Utvecklingsstudierna bör genomföras mot bakgrund av bl a de senaste årens forskning om inläring och undervisning i matematik och om kopplingen mellan studiesocial miljö, studieval och studieresultat. Denna del av regeringsuppdraget sammanfaller till stora delar med ett tidigare uppdrag till NCM från Skolverket (Dnr 98:3022/2).

Läs- och skrivförmåga och begreppsbildning i matematik

Det finns behov av att studera undervisningsmiljöers påverkan på begreppsbildningen i matematik hos barn som har en sämre läs- och skrivförmåga på undervisningsspråket än sina studiekamrater. Ett särskilt viktigt delprojekt i denna studie gäller situationen i matematik för minoritetselever med annat modersmål än svenska. Denna del av regeringsuppdraget sammanfaller också till stora delar med ett tidigare uppdrag till NCM från Skolverket (Dnr 98:3022/1).

Sambandet mellan kvalificerad kompetensutveckling och utbildningsresultat

På längre sikt bör sambandet mellan kvalificerad kompetensutveckling i matematik och matematikdidaktik och elevers utbildningsresultat bli föremål för fördjupade studier. Av stort intresse är att utveckla instrument för utvärdering, kvalitetssäkring och dokumentation av de planerade kompetensutvecklingsinsatserna.

Lärares kompetensutveckling – var ligger ansvaret?

Kommunens ansvar

Ansvaret för lärares fortbildning finns beskrivet i skollagens andra kapitel. I propositionen om den nya lärarutbildningen föreslås att begreppet fortbildning ersätts med kompetensutveckling. Efter beslut i riksdagen kommer förändringen att träda i kraft 1 juli 2001 (2000/01:UbU3).

Varje kommun och landsting skall se till att kompetensutveckling anordnas för den personal som har hand om utbildningen. Kommuner och landsting skall vinnlägga sig om en planering av personalens kompetensutveckling.

(Skollagen, 2. kap. 7§) (Prop. 1999/2000:135)

Kompetensutvecklingsbegreppet är bredare än fortbildningsbegreppet och omfattar enligt propositionen såväl ämnesbreddning som ämnesför djupning, metodutveckling, arbetslagsutveckling, forskning och utvecklingsarbete samt annan verksamhetsutveckling av betydelse för förskolan, skolan och vuxenutbildningen.

Bestämmelsen om kommunens skyldighet gäller inte förskoleverksamheten eller skolbarnsomsorgen. Det finns skäl att tro att denna obalans kommer att rättas till av den statliga kommitté som arbetar med en översyn av skollagen (2000/01:UbU3; Dir. 1999:15).

Utvärderingar visar att lärarnas möjligheter till kompetensutveckling varierar kraftigt mellan kommunerna. Likvärdigheten i undervisningen riskerar att undergrävas om vissa lärare saknar kontinuerliga möjligheter att utveckla och komplettera sina kunskaper.

Rektors ansvar

I Lpo 94 och Lpf 94 läggs ett särskilt ansvar för lärares kompetensutveckling på rektor:

Rektorn har ... inom givna ramar, ett särskilt ansvar för att ... personalen får den kompetensutveckling som krävs för att de professionellt skall kunna utföra sin uppgifter.

(Lpo 94)

Rektorn har ... inom givna ramar, ett särskilt ansvar för att ... lärare och annan personal får möjligheter till den kompetensutveckling som krävs för att de professionellt skall kunna utföra sina uppgifter.

(Lpf 94)

Motsvarande text saknas i Lpfö 98. Dock skrivs i ett inledande avsnitt till läroplanen "Om förskolans läroplan":

För att läroplanens mål skall uppfyllas krävs en väl utbildad personal som får möjlighet till den kompetensutveckling och det stöd som krävs för att de professionellt skall kunna utföra sitt arbete. Förskolans uppdrag ställer också höga krav på ledarskapet för verksamheten. Det är kommunen som huvudman för verksamheten som har ansvaret för detta.

(Lpfö 98)

Lärarens ansvar

Läraren har ett personligt ansvar för sin egen kompetensutveckling. Kompetensutveckling är både en rättighet och en skyldighet. Lärare skall reflektera över sitt arbete och över vilka krav på kunskaper och kompetens som olika ämnen och kunskapsområden eller situationer i skolan ställer samt vara beredd att komplettera sin utbildning.

Statens ansvar

En förnyad lärarutbildning

Staten har ett övergripande ansvar att skapa förutsättningar för kompetensutveckling och ställa utbildning till förfogande. Beslutet om en förnyad lärarutbildning öppnar nya möjligheter för verksamma lärare att delta i kurser inom det allmänna utbildningsområdet och inom ramen för den nya lärarutbildningens inriktningar och specialiseringar (Prop. 1999/2000:135; 2000/01:UbU3). En lärare kan komplettera sin grundutbildning med en inriktning och därigenom vidga sin kompetens med ett nytt ämnesområde eller för att undervisa en ny ålderskategori av elever inom sitt tidigare ämnesområde. En lärare kan också fördjupa sitt ämneskunnande genom specialisering.

I propositionen och tillhörande utskottsbetänkande om den nya lärarutbildningen är flera områden utpekade som inriktningar eller specialiseringar som också borde erbjudas redan yrkesverksamma lärare. Särskilt angelägna är utbildningar med inriktning mot matematik, naturvetenskap och teknik samt vissa moderna språk. Enligt regeringen

krävs kraftfulla åtgärder på alla nivåer inom utbildningssystemet för att öka intresset för lärarutbildningar inom dessa områden.

Kompetensutveckling av personal är ett mycket viktigt led i personalförsörjningen. Variationer i årskullarnas storlek kan vara stora och lärarna bör genom t ex vidareutbildning kunna medverka till en viss utjämnning av lärarbehovet för olika åldrar. Nyexaminerade lärare utgör en mycket liten del av det totala antalet lärare i förskolan, skolan och vuxenutbildningen. Den stora merparten av lärarna har en lärarutbildning som ligger några år tillbaka i tiden. Omfattande pensionsavgångar förutses under de närmaste åren. För att underlätta personalförsörjningen och klara behovet av förnyelse i skolan och vuxenutbildningen kan kompetensutveckling ses som en möjlighet att tillföra den kompetens som behövs.

Även forskarutbildning kan enligt regeringen vara ett led i den kompetensutveckling som skolväsendet och kommunerna erbjuder sina lärare. Andelen forskarutbildade lärare i skolan är låg. Inom vissa områden som t ex matematik kan man sannolikt räkna antalet i vårt land på ena handens fingrar. Samtidigt är medelåldern genomgående mycket hög. Det finns många orsaker till detta. Tydligt är att vi är långt ifrån det antal forskarutbildade lärare som behövs.

Varje kommun och landsting skall vidare sträva efter att för undervisning i gymnasieskolan, gymnasial vuxenutbildning och påbyggnadsutbildning anställa lärare som har forskarutbildning.

(Skollagen 2 kap. 3 §)

Med de ökade resurser till forskning inom utbildningsvetenskap som följer med den reformerade lärarutbildningen och med de krav som finns på berörda lärosäten att inom sina ramar vidta åtgärder för att förstärka sådan verksamhet bör antalet forskarstuderande inom det aktuella vetenskapsområdet kunna öka väsentligt.

Riktade insatser

Som vi berättat om i vårt bakgrundsavsnitt så ställer också staten särskilda medel till förfogande för insatser inom bristområden där t ex forskning, utredningsverksamhet eller nationell utvärdering och kvalitetsgranskning visat på behov.

Avreglering

Med anledning av de nya formerna för och möjligheter till kompetensutveckling på skolans område samt överenskommelser om kompetensutveckling som uttrycks i fackliga avtal inom lärarområdet har bestämmelserna om högst fem studiedagar i grundskole- och gym-

HÖG TID FÖR MATEMATIK

nasieförordningarna nyligen upphört. Det finns förhoppningar om att den pågående diskussionen om utbildnings- och kompetenskonton kan komma att leda till bättre system som innebär tid till och finansiering av lärares kompetensutveckling.

Åtgärder

Bakgrund

Utifrån NCM:s samlade rapportering ges först en kort analyserande lägesbeskrivning som bakgrund till åtgärdsförslagen.

Självförtroende, demokrati, tillväxt och livslångt lärande

Skillnader i matematikbetygen har visat sig vara en väsentlig orsak till den sociala snedrekryteringen till högre utbildning. Företrädare för utbildning, näringsliv och samhälle ger kraftfullt och enstämmigt uttryck för att matematikkunnskap är viktigt och att goda, meningsfulla kunskaper är en förutsättning för självförtroende, demokrati, tillväxt och livslångt lärande. Samlade insatser för en långsiktig, hållbar utveckling av matematikundervisningen i skolan både krävs och välkomnas i alla samhällsgrupper och på alla utbildningsnivåer.

De utredningar som gjorts och de initiativ som tagits de senaste åren gällande vår matematikutbildning, t ex Basfärdighetssatsningen, är viktiga att följa upp. Det bör ske med omedelbara, riktade åtgärder som kan leda till snabba förbättringar, men ännu viktigare är mer långsiktiga åtgärder, där forskning och utvecklingsarbete i samverkan på sikt kan lyfta svensk matematikutbildning så att potential och outnyttjad kompetens som finns i systemet kommer till sin rätt.

Utomordentligt viktigt är att föreslagna åtgärder görs i samklang med övrig reformverksamhet inom skolan som t ex kvalitetsarbete, riktade insatser för lokal skolutveckling, storstadssatsningar och fler vuxna i skolan.

En matematiksatsning bör innebära en konkretisering av skolans inre arbete med värdegrund och övergripande mål. Satsningen skall svara mot lärares dokumenterade behov av att offensivt och förebyggande arbeta med innehåll och motiv i elevernas lärande. Detta skall vara i fokus i stället för organisationsfrågor som lätt leder till cementering av problem och symptombehandling av kända misslyckanden.

Satsningen måste vara planmässig, flerårig och uthållig. Kontinuerligt stöd och uppföljning med konkreta åtgärder på alla nivåer i skolsystemet är nödvändigt. Satsningen skall engagera elever, lärare, ämnesansvariga på skolor och i skolområden, resurspersoner, skolledare, lärarutbildare, forskare i matematik och matematikdidaktik samt föräldrar och allmänhet.

En ond cirkel

Det finns många bevis på att matematikens betydelse har underskattats under perioden 1965–2000. Bristerna märks särskilt tydligt i samtliga lärarutbildningar – framförallt i utbildningen av lärare för förskola, förskoleklass och tidiga skolår samt när det gäller specialpedagogik.

Miljardbelopp har satsats centralt på utveckling av undervisningen i naturvetenskap och teknik under 90-talet och än mer på svenska, svenska som andraspråk och svenska för invandrare.

Trots rapporter om dålig måluppfyllelse i basämnet matematik, trots kännedom om ämnets betydelse som kritiskt filter i naturvetenskapliga, tekniska utbildningar och dokumentation av elevernas med ålder avtagande intresse, har endast små belopp satsats från centralt håll på utveckling av vår matematikutbildning. Inte heller på lokal nivå har behoven av skolutveckling och kompetensutveckling uppmärksammats tillräckligt. NCM menar inte att genomförda satsningar varit felaktiga eller dåligt motiverade men vill tydligt markera att det nu är hög tid för matematik.

Delar av det underlag som NCM tagit fram ger vid ett första påseende en dyster bild av situationen för svensk matematikutbildning. Ett antal samverkande händelser och skeenden har lett till att våra lärare under en följd av år inte fått det stöd för sin matematikundervisning som de har rätt att vänta sig t ex i relation till läroplansförändringar och utveckling av tekniska hjälpmedel – och därmed har inte heller våra elever fått det stöd de har rätt att kräva för sin matematikinlärning i en skola för alla.

Skolämnet matematik har framstått som färdigutvecklat, regelstyrt och stressande för lärarna – problematiskt och tråkigt för eleverna. Många elever har utvecklat en negativ syn på matematikämnet, något som blivit allt mer påtagligt i de senare skolåren. Detta har medverkat till att många elever saknar tilltro till sin förmåga att lära matematik och att de inte når de uppsatta målen. Matematiklärarna har inte fått stöd och resurser att utveckla en intresseväckande och stimulerande undervisning som möter dagens elever och konkretiserar aktuella kursplaner, utan har fått förlita sig på traditionella arbetssätt och hjälpmedel.

Skolan har därmed oavsiktligt bidragit till konserverande och massmediala föreställningar om att matematik visserligen är viktigt, men framförallt tråkigt och obegripligt för de flesta. Tillsammans med andra trender i samhället bidrar dessa föreställningar till att samhällsviktiga högskoleutbildningar får alltför få sökande. Flickor och ungdomar från ej studiemotiverade hem söker matematikintensiva utbildningar i mindre utsträckning än andra ungdomar. En del utbildningar riskerar att få studenter med negativa förväntningar och sämre möjligheter att fullfölja sina studier. I synnerhet när det gäller lärarutbildningarna är vi inne i en ond cirkel med alltför få sökande och många avhopp. Dessutom lämnar många lärare yrket i förtid.

Ett utvecklingsperspektiv

I ett utvecklingsperspektiv är bilden allt annat än dystert. Det finns hos lärare och elever en avsevärd outnyttjad potential som en kraftfull satsning på matematikundervisningen kan ta i bruk. Trots bristen på stöd och resurser klarar sig svenska elever ganska bra vid internationella jämförelser, även om resultaten i matematik är sämre än i andra ämnen. Resultaten för våra 13-åringar vid TIMSS 1995 var bättre än vid SIMS 1980 – trots att matematiksatsningen avbröts.

Viktigt på alla nivåer är därför att höja förväntningarna och öka stödet och att göra goda och stimulerande exempel bättre tillgängliga för flera. I själva verket så kan alla våra elever lära sig mer matematik på ett intressantare och mer levande sätt än som varit fallet. Lärare och lärarutbildare i Sverige kan med säkerhet vända den negativa trenden och åstadkomma en utveckling av undervisningen i matematik om de ges tid, stimulans och stöd. Men det krävs samverkande åtgärder på kort och lång sikt med användning av tillgängliga och nyutvecklade resurser, vunna nationella och internationella erfarenheter samt en långsiktig klok uppbyggnad och användning av nya distributions- och kommunikationsformer. Att det finns fog för optimism visar t ex de rapporter vi bifogar vårt förslag samt de många goda exemplen i dokumentationer av de elva matematikbiennalerna, i Nämnarens 27 utgivna årgångar och NämnarenTEMA-seriens olika böcker.

Samordnad och uthållig skolutveckling krävs

Mycket stora förändringar har ägt rum i skolan de senaste decennierna. Vi har gått från central regelstyrning till decentraliserad mål- och resultatstyrning. Det kan konstateras att en kontinuerlig, systematisk och uthållig uppföljning vad gäller kursplaner i matematik med kommentar- och referensmaterial samt åtföljande kompetensutveckling för lärare inte har ägt rum i grund- eller gymnasieskolan de senaste 35 åren vare sig på nationell eller lokal nivå (Emanuelsson, 2001). Centrala insatser för utveckling och uppföljning av nya läroplaner har kommit för sent för att på allvar kunna påverka implementering av nya kursplaner – eller avbrutits innan de slutförts. Det projekt för stöd till lärare och skolor med referensmaterial i matematik som Skolverket startade 1993 avbröts således pga verkets syn på den nya styrningen. Detta innebar att inget riktat matematikstöd gavs vid implementeringen av Lpo 94 eller Lpf 94. Den nedskärning i skolan som blev följden av den ekonomiska krisen drabbade matematikundervisningen mycket hårt. Skolor och lärare förmodade inte svara mot de nya kursplanernas mål och en stor andel "enskild räkning" har lett till allt fler utslagna elever. Det finns en trend att lärare inte skall undervisa utan handleda och det har drabbat matematiken särskilt hårt på grund av det starka läromedelsberoendet och att många lärare saknar relevant utbildning.

Skolverkets nya roll och inrättandet av NCM skapar förutsättningar för att undvika misstag av den typ som begåtts och för att lärare och skolor ska få stöd i den lokala skolutvecklingen. Genom samordnade insatser med statliga verk, utvärderingsinstitutioner, högskolor, nätverk, föreningar, kommuner, skolor och lärare kan relevant stöd för skolutveckling och lokal kompetensutveckling tas fram.

Kompetensutveckling

Nationell kompetensutveckling av lärare i matematik har under en följd av år varit sporadisk, kortvarig och utan genomtänkt behovsanalys och aktivering av goda lokala krafter. Bara undantagsvis har kommunerna fullföljt intentionerna för Kompletteringsfortbildningen i matematik som planerades äga rum 1989–1999 med anledning av den nya lärarutbildning som startade i slutet av 80-talet. Många kommuner har underlåtit att ta ansvar för kompetensutveckling av lärare som saknar relevant utbildning för undervisningen i matematik enligt de nya kursplanerna från 1994. Bristande förståelse och samarbete mellan olika skolstadier vad gäller matematikämnets innehåll och olika verksamhetsformer försvårar progression och kontinuitet i elevens kunskapsutveckling. Ofta undervisar skolpersonal i matematik utan att ha erforderliga kunskaper och behörighet i ämnet och dess didaktik, vilket förstärker traditionella föreställningar och undervisningsmetoder. Tydligt lever många kvar i föreställningen att det är lätt att undervisa i matematik, en märklig uppfattning i ljuset av de stora svårigheter som många elever har att nå målen. I elevers beskrivningar av avgörande faktorer för egna studiemisslyckanden eller framgångar i matematik nämns lärarnas betydelse främst.

Omfattande insatser görs i nätverk och föreningar. Intresserade och engagerade personers arbete och dokumentation tas dock inte tillvara i skolutvecklingen. Detta innebär t ex att matematikbiennialernas kraftsamlingar kring god undervisning, relevant forskning och engagerade lärares utvecklingsarbete i en del kommuner endast når biennialdeltagarna och de egna eleverna. Det har inte varit vanligt att skaffa sig kunskap om och i matematikundervisning på annat sätt än genom egen praktik, att gå på kurs eller lyssna på föredrag. Modeller för stöd till lokalt utvecklingsarbete bör tas fram, som ger lärare inspiration och tid att ägna sig åt studier, reflektion och utveckling av skolans matematikutbildning.

*Tid till lokalt utvecklingsarbete och diskussion med kolleger om innehåll i elevers lärande och i undervisningen är ett ständigt återkommande önskemål från verksamma lärare i enkäter och diskussioner. Lärare ger också uttryck för att det verkligen är *Hög tid att satsa på utveckling av matematikundervisningen.**

Forskning och utvecklingsarbete

En uppbyggnad av forskning kring svensk matematikutbildning, som i jämförbara länder, har länge efterfrågats i utredningar och av lärare samt lärarutbildare. Ett lovande initiativ är forskarskolan i matematik med ämnesdidaktisk inriktning som startar 1 juli 2001 med anslag från Riksbankens jubileumsfond. Intresse och förväntningar är mycket stora. Bristerna på forskarutbildade lärarutbildare och lärare i matematik är dock omfattande. Det är därför lång väg att gå för att nå upp till en acceptabel internationell nivå gällande matematikdidaktik som vetenskapsområde med tanke på de ambitioner som finns i skolan och i samhället. I dagsläget är det ett stort avstånd mellan det kunnande om matematikutbildning som dokumenteras i internationella forskningsrapporter och tidskrifter och det kunnande som tillämpas i svenska klassrum. Ett exempel är användningen av tekniska hjälpmedel som räknare och datorer. Uppföljning och konkretisering av svenska och internationella FoU-projekt kring användning av dessa har varit sporadisk och mest inriktad på matematikintensiva gymnasieutbildningar.

Det är vår förhoppning att forskarskolan i matematik med ämnesdidaktisk inriktning kommer att bli permanent.

Ett brett nationellt utvecklingsprogram

Det är av stor vikt att initiera ett brett nationellt och lokalt utvecklingsarbete kring aktuella läroplaner och kursplaner i matematik där lärarens professionalism förstärks genom förbättrad grundutbildning, fortloppande kompetenshöjande skolbaserade verksamheter och genom dialog mellan lärare och forskare för ett gemensamt lärande. Det kan ske genom utnyttjande av tillgängliga infrastrukturer samt nationella och internationella nätverk. Insatser bör omedelbart göras för att uppmärksamma relevant kunnande och visa på goda exempel. Exempel på åtgärder för att få Nämnarenutgivning med databas mer kända och använda samt konkreta förslag till hur matematikbiennalernas kraftsamlingar kan omsättas i lokal skol- och kompetensutveckling bör ges. Det är av stor vikt att lärare ges tid och möjlighet att studera och reflektera, utveckla sin egen verksamhet, utbyta idéer med kolleger och resurspersoner. Goda exempel på utveckling skall lyftas fram och dokumenteras för erkännande, publicitet och tillgänglighet för flera.

Det kommer naturligtvis att ta tid att åstadkomma förbättringar som svarar mot den potential som finns bland elever och lärare och de ambitioner och förväntningar vi ger uttryck för i våra rapporter. Det kräver insatser, uppslutning och resurser då mycket legat i träda. Å andra sidan finns enligt NCM:s erfarenheter en medvetenhet om problemen, en entusiasm och en samarbetsvilja mellan nivåer och nätverk som om de används samordnat kan underlätta en snabb uppryckning. NCM har i den efterfrågade verksamhetsredovisningen till regeringen för

1999–2000 gett ett antal exempel från pågående och planerat arbete, som byggs in i nedanstående förslag till åtgärder (NCM, 2001a).

Som vi nämnt i Verksamhetsredovisningen pågår diskussioner mellan Skolverket och NCM om hur den påbörjade satsningen på baskunskaper i matematik skall utformas för att blir så framgångsrik som möjligt. Utöver medel till Basfärdighetsatsningen har Skolverket fått ett anslag på 15 miljoner kronor att användas för att utveckla undervisningen i matematik. Enligt regeringsbeslutet bör insatserna samordnas med pågående utvecklingsarbete inom NCM. Även här pågår diskussioner om hur anslaget skall kunna utnyttjas på bästa sätt.

Förslag

I. Utvecklingsinsatser

1. En likvärdig matematikutbildning för alla

I svensk utbildningspolitik finns ett uttalat likvärdighetsmål. Alla elever skall ges förutsättningar att klara av de mål som finns uppställda, oberoende av elevens kön, etniska bakgrund samt föräldrarnas utbildningsnivå och bostadsort. Det är skolans uppgift att ge sådant stöd så att detta likvärdighetsmål uppnås.

Matematikens ställning som kärnämne samt dess roll som "kritiskt filter" för högre utbildning gör att skillnader i förutsättningar får särskilt stort genomslag vad gäller elevens möjligheter till framtida studier och yrkesval. Det är därför av stor vikt att samla kunskaper och erfarenheter från forskning och utvecklingsarbeten relaterade till likvärdighetsproblematiken. Aktuella frågor är t ex flickors och pojkars matematiklärande, samband mellan språk och matematik, och mellan olika kulturella och etniska kontexter och matematiklärande, multikulturalitet som möjlighet samt föräldrars föreställningar om matematik, matematikkunnande och matematikundervisning.

Förslag: Medel avsätts för att studera i vilken utsträckning som svensk matematikundervisning lever upp till likvärdighetsmålet: Vad behöver göras för att förbättra situationen?

2. Lusten att lära matematik

Skolverket har i uppgift att granska kvaliteten i förskola, skola och vuxenutbildning. Granskningen ska bidra till att utveckla utbildningen genom att både ge förslag till förbättringar och fånga upp goda exempel på hur man arbetar. Under 2001 och våren 2002 är ett av de områden som undersöks *Lusten att lära matematik*. Skolverket skriver i sin motivering:

Det är inte minst i perspektivet ett livslångt lärande, angeläget att uppmärksamma hur förskolor och skolor väcker och håller vid liv en lust att lära. Motivationens betydelse för att lära är väl känd och sedan länge dokumenterad även i forskning om hur vi lär. Kunskaperna om varför barn, ungdomar och vuxna känner lust att lära är omfattande. Många olika faktorer påverkar lusten att lära, posi-

tivt och negativt. Arbetssätten och vilken trygghet man känner i skolan, vilka uppgifter man arbetar med, läromedlen liksom hur man använder tiden är exempel på sådana faktorer. Kartläggningar som gjorts av ungdomars intresse för att gå i skolan har visat att det för många avtar med tiden. I läroplanen för förskolan framgår också att verksamheten där ska vara rolig, trygg och lärorik för alla barn som deltar. I övriga läroplaner och i olika kursplaner finns också mål med denna inriktning. För att göra granskningen tydligare koncentreras den till ämnet matematik. Förskolebarnens förståelse av och lek med siffror och tal ställs i fokus för de yngsta barnen liksom de äldre barnens och de studerandes förhållande till matematiken relateras till deras lust att lära.

(<http://www.skolverket.se/tillsyn/kval/index.shtml>)

NCM har medverkat i Skolverkets planeringsarbete genom att knyta ledande internationella forskare inom det aktuella området till projektet och genom att förse projektledningen med aktuell forskningslitteratur av särskild värde för planering och genomförande av projektet.

Förslag: Det är angeläget att granskningen av lusten att lära matematik inte bara resulterar i rapporter från genomförandet utan att resurser också skapas för att ta fram kunskapsöversikter och klassrumsnära material och aktiviteter för det behov av kompetensutveckling och lokal skolutveckling som har aktualiserats och kommer att aktualiseras i den pågående kvalitetsgranskningen.

3. Baskunskaper i matematik

Ett samarbete har inletts mellan Skolverket och NCM kring en kunskapsöversikt om baskunskapsbegreppet. Detta görs inom ramen för de riktade insatser för att stärka baskunskaperna i matematik i barnomsorg och skola som Skolverket ansvarar för (U2000/4731/DK). Diskussion pågår om ytterligare insatser med hjälp av de centrala medel som finns avsatta för utveckling av matematikundervisningen. Skolverket skriver i ett Pressmeddelande 2001-03-23:

Rapporter om svårigheter att nå målen har kommit tätare de senaste åren. Regeringen har till Skolverket avsatt 170 miljoner för att tillsammans med kommunerna inleda en satsning för förbättring. Hela Skolverkets organisation ska tas i bruk för att klara uppdraget. Uppdraget innebär att representanter för Skolverket ska träffa 60 kommuner under 2001 för att göra upp planer och börja förbättringarna. Inom fem år ska Skolverket ha gått igenom alla landets kommuner. Det Skolverket gör är att tillsammans med kommunen komma fram till vad som behöver göras för att

utveckla skolor och barnomsorg. Meningen är att det ska bli bättre resultat i skolor och barnomsorg och den viktigaste utmaningen är därför att satsningen kommer de skolor och barnomsorgsenheter till del som har störst behov av stöd.

Skolverket har redan börjat att med olika team besöka årets aktuella kommuner. Besöken kallas för utvecklingsdialoger. Med utgångspunkt från kommunernas egna beskrivningar av läget, kvalitetsredovisningarna, diskuterar Skolverket med kommunen vad som behöver göras för att kvaliteten och måluppfyllelsen ska öka. Kommunen och de berörda enheterna inom barnomsorg och skola arbetar tillsammans med Skolverkets medarbetare fram ett förbättringsprogram. Skolverkets roll är att vara en aktiv stödjande samtalspartner. Ansvar för verksamheten ligger hos kommunen. Förbättringsprogrammen kommer att se olika ut beroende på lokala förutsättningar men ett inslag som kommer att vara genomgående är förmåga att granska de egna insatserna för att elevernas resultat ska bli bättre. Aktuell forskning i Sverige och utomlands kommer att ligga till grund för programmen.

Läsa, skriva, räkna

Förbättringsarbetet ska särskilt inriktas på det som kallas basfärdigheter, dvs att läsa, skriva och räkna. Men Skolverket kommer att betona att alla skolans ämnen har del i elevernas utveckling när det gäller basfärdigheterna och att insatser för basfärdigheter bör sättas in tidigt. Skolverkets nya uppdrag betyder att det tidigare sättet där kommuner och skolor fick ansöka om att få pengar till olika projekt för att förbättra kvaliteten nu tonas ner. Istället kommer resurserna alltså att fördelas efter dialoger mellan kommunerna och Skolverket.

Förslag: Här ber vi att få återkomma med förslag till kompletterande insatser när projektplanen för den aktuella satsningen i matematik är klar. Särskilt viktigt är det att få fram klassrumsnära material och aktiviteter inklusive webbstöd för de kartlagda behoven av lokal skol- och kompetensutveckling som gäller baskunskaper och basfärdigheter kring olika former av räkning, se bilaga 7 och sambandet mellan lärande i matematik och läs- och skrivsvårigheter, se bilaga 3.

4. Kommentarer till kursplaner och betygskriterier i matematik F-12

Nuvarande kursplaner ger inte direkt vägledning för hur undervisningen i matematik kan läggas upp och ger inte tillräckligt bra underlag för diskussioner vid textstadiövergångar förskola–skola, grundskola–gymnasium och gymnasium–högskola. För att lokalt utvecklingsarbete skall kunna ske på ett professionellt sätt krävs kompletterande underlag till kursplanerna.

Läroplaner och kursplaner i matematik har föregåtts av ett omfattande utvecklingsarbete. Diskussioner har förts kring matematik som ämne i förskolan, grundskolan samt i gymnasieskolans olika kurser och program. Den historiska utvecklingen av matematikämnet i relation till samhällsutveckling och tekniska hjälpmedel har varit en bakgrund, så också överväganden kring ämnets natur och karaktär, relationer mellan olika kunskapsområden, och olika målformuleringar. Det har t ex diskuterats hur vi skapar balans och integration mellan matematikens kreativa, problemlösande aktiviteter och inslag som stödjer elevers begreppsbildning och förtrogenhet med matematikens symbolspråk. För att ge stöd till det lokala utvecklingsarbetet bör bakgrund och motiv för kursplanens skrivningar lyftas fram och problematiseras, jfr bilaga 7.

För grundskolan utgavs en kommentar i matematik till Lpo 94 (Skolverket, 1997). Erfarenheter av användningen av denna kan ligga till grund för en kommentar för förskola, förskoleklass, grundskola, särskola, gymnasieskola och vuxenutbildning. Denna skall klargöra bakgrund och motiv för matematikämnet i nuvarande läroplaner och kursplaner. En sådan kommentar är också värdefull för överbryggande kontaktverksamhet mellan olika stadier och skolformer.

Förslag: En *Kommentar* med bakgrund och motiv till aktuella kursplaner och betygskriterier i matematik bör tas fram. Den skall omfatta förskola, förskoleklass, grundskola, särskola, gymnasieskola och vuxenutbildning. Den skall finnas i både webb-format och pappersutgåva. Särskilt bör motiven för matematikämnet belysas med tanke på elevers olika åldrar. Matematik i andra ämnen och andra ämnen i matematik bör diskuteras, liksom att lära i och om matematik i och utanför skolan.

5. Kursplaneutveckling i matematik för förskola, skola och vuxenutbildning

När vi betraktar svensk kursplaneutveckling i backspegeln tonar det fram en bild av punkt- och brandkårsinsatser utan tydliga relationer till långsiktigt utvecklingsarbete, utvärdering eller uppföljning. Även om ett omfattande arbete ligger bakom, så har själva kursplaneskrivandet ofta gjorts under stark tidspress och utan samordning mellan olika berörda instanser. Politiska maktskiften och interventioner har inte modererats av matematikdidaktisk forskning och beprövad erfarenhet. Insatser för att underlätta tolkning av nya kursplaner och för att ge bättre underlag för läromedel och undervisning har vid kursplaneförändringar kommit för sent för att på allvar kunna påverka implementeringen av kursplanerna i våra skolor. Lärarkåren har inte engagerats i ett långsiktigt utvecklingsarbete utan ställts inför fullbordade förslag, i bästa fall med möjlighet till synpunkter under en kort remissperiod, bilaga 7.

Det är anmärkningsvärt att det fortfarande saknas samlade insatser för en långsiktig hållbar kursplaneutveckling av matematikämnet trots att det under många decennier rått stor enighet om att matematik är ett av skolans viktigaste ämnen.

Förslag: Resurser bör skapas för att permanent och långsiktigt följa och delta i internationell kursplaneutveckling i matematik. Kopplat till resultat från uppföljning och utvärdering av svensk matematikutbildning – både i ett nationellt och internationellt perspektiv – skall detta arbete kunna ge förslag till förbättringar av våra kursplaner och samtidigt ge hög beredskap för förändringar initierade från både politiker och professionella. Projektledningen bör finna lämpliga former för löpande rapportering via relevanta tidskrifter och webbplatser.

6. Utvärdering i matematik

I en mål- och resultatorienterad styrning blir utvärderingsfrågor kritiska – inte minst i matematik. Traditionen är att ha skriftliga, summativa prov. Nationellt och internationellt har de senaste åren andra former för bedömning och uppföljning än individuella skriftliga prov lyfts fram. Diagnostiskt arbetssätt, muntlig utvärdering, utvärdering i grupp, breddningsuppgifter, analysinstrument, självvärdering, portfolio och utvecklingssamtal provas och diskuteras. Det är viktigt att stimulera elevers lärande också i prov- och testsituationer. Det föreslagna arbetet kan ses som en naturlig fortsättning i matematik på det av Skolverket nyligen redovisade regeringsuppdraget "Kommentarmaterial om bedömning och betygsättning" (Skolverket, 2001c).

Förslag: PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm (se bilaga 9) bör i samarbete med Enheten för pedagogiska mätningar vid Umeå universitet få i uppdrag att ta fram en kunskapsöversikt kring bedömning och betygsättning i matematik. Denna kan användas i resurspersons- och lärarutbildning och i högskolans utbud av kompetensutvecklingskurser. Den bör också följas upp med informationskonferenser, klassrumsnära material och aktiviteter inklusive webbstöd för de behov av kompetensutveckling och lokal skolutveckling som aktualiseras genom kunskapsöversikten.

De båda miljöerna borde också få i uppdrag att fördjupa och bredda sina studier av svenska elevers matematikkunskande till samtliga elevgrupper – från förskola till vuxenutbildning – och även omfatta kvalitativa studier av elevernas kunskaper och lärande i matematik. Särskilt värdefullt vore det om de fick möjlighet att komplettera det nationella provsystemet med inslag som kan ge bättre information om förändringar av elevprestationer i matematik över tid.

7. Samband mellan elevers lärande och kompetensutveckling

I uppdraget till NCM skriver regeringen att sambandet mellan kvalificerad kompetensutveckling i matematik och matematikdidaktik för lärare och elevers utbildningsresultat bör bli föremål för fördjupade studier på längre sikt. I flera av de studier vi genomfört inom ramen för vårt uppdrag diskuteras också sambandet mellan elevers lärande och kompetensutveckling.

Effekten av större kompetensutvecklingsinsatser i matematik och matematikdidaktik med avseende på elevers studieresultat är ett föga utforskat område. Historiskt sett har många insatser både i Sverige och internationellt varit "brandkårsutryckningar" utan genomtänkt målsättning och utan formulerade kriterier på framgång och kvalitet. Insamlande av relevanta data som bas för framtida studier och forskning tillhör undantagen. Projekten har haft karaktär av "interventioner" som avbrutits utan analys och utvärdering när pengarna tagit slut eller det politiska klimatet ändrats, (se bilaga 7). Ofta har inga påtagliga förändringar kunnat märkas vad gäller elevers studieresultat, och i de fall då större insatser faktiskt korrelerat med förbättrade studieresultat har bristen på forskning gjort att framgången inte kunnat beläggas vetenskapligt, se Emanuelsson (2001) och Mouwitz (2001).

När det gäller lokala satsningar är det ofta lättare att se samband mellan gjorda insatser och resultat. Som ett svenskt exempel kan nämnas erfarenheter från ett matematikprojektet i Fittja skolor där man under tre år har samarbetat med resurspersoner med matematikdidaktisk, etnologisk och lingvistisk kompetens (se bilaga 5). I Fittjas skolor har 97 procent av eleverna ett annat modersmål än svenska. Detta läsår var det 23 procent av eleverna som inte nådde godkänt på nationella provet i årskurs 9. När projektet startade 1998 var motsvarande andel 61 procent. Det kan nämnas att resultaten på riksplanet gått i rakt motsatt riktning från 10 procent ej godkända 1998 till 16 procent 2000 (se bilaga 1).

Det är av stor vikt att nationella satsningar utformas och genomförs på ett sådant sätt att de kan bli föremål för vetenskapliga studier. Parallellt med planering, genomförande och utvärdering bör därför forskare anlitas för insamling och behandling av data samt för studier av långsiktiga effekter på elevers studieresultat.

Förslag: Medel avsätts till ett forskningsprojekt för att parallellt med pågående och planerade nationella satsningar på kompetensutveckling av lärare som undervisar i matematik studera sambandet mellan kvalificerad kompetensutveckling i matematik och matematikdidaktik för lärare och elevers utbildningsresultat.

8. *Matematik från början: övergången förskola – skola*

Förskolan har fått sin första läroplan (Lpfö 98) vilket innebär att denna utgör det första steget i barns och ungdomars utbildning i matematik. Utbildningssystemet omfattar därmed tre läroplaner. Avsikten är att dessa skall länka i varandra utifrån en gemensam syn på kunskap, utveckling och lärande.

Det är mot denna bakgrund viktigt att lärare som är verksamma inom förskola/fritidshem, förskoleklass och bland nybörjarna i skolan gemensamt tar ansvar för att barn utvecklar förståelse, nyfikenhet och lust att lära matematik. För att kunna ta detta ansvar krävs kompetensutveckling i matematik och matematikdidaktik (se t ex bilaga 9 och 10). Efter en förfrågan från utbildningsdepartementet utvecklade NCM hösten 2000 ett förslag till kompetensutvecklingsprogram kring *Matematik från början*. Med bl a detta förslag som utgångspunkt förs fn diskussioner med Skolverket om motsvarande satsning – inom ramen för de medel som verket tilldelats i regleringsbrev från regeringen (U2999/4731/DK).

Förslag: Här ber vi att få återkomma med ev förslag till kompletterande insatser när projektplanen för Skolverkets särskilda satsning är klar. I övrigt hänvisar vi till det program som vi skickade till Utbildningsdepartementet i december 2000.

9. *Övergången grundskola – gymnasieskola*

Ett problemområde i svensk matematikutbildning är övergången mellan grundskola och gymnasium och A-kursen i matematik på de yrkesförberedande programmen. Många elever i åk 9 når ej målen i matematikämnet. Bakom den glädjande uppgiften att 98% av våra ungdomar går vidare till gymnasiet döljer sig ett alarmerande faktum att individuella programmet blivit det tredje största gymnasieprogrammet, inte minst beroende på just elevernas svårigheter i matematik. Dessutom får 60–70% av eleverna på vissa nationella yrkesprogram icke godkänt på A-kursens nationella prov. Många av dessa inledde sina gymnasiestudier med ofullständiga matematikkunskaper och en uttalad aversion mot ämnet. Detta är en tragedi såväl på det utbildningspolitiska som på det personliga planet. Oberoende av vilket regelsystem som råder kvarstår den didaktiska frågan:

Hur ska vi kunna göra matematikundervisningen så intresseväckande och utmanande att dessa ungdomsgrupper når målen och lär sig grundläggande matematik för medborgarskap och yrkesliv?

Förslag: En uppföljning och utveckling föreslås av det Skolverksprojekt från 1994 som resulterade i Nämnaren_{TEMA}, *Matematik ett kärnämne*.

Medel bör avsättas för att ta fram handledningar utifrån bla Wallby mfl (2001), klassrumsnära material kring diagnostiskt arbetssätt och konkreta förslag till lokal skolutveckling med samverkan matematik-karaktärsämnen. Viktigt är att ge underlag för lokala diskussioner mellan lärare på högstadiet och på gymnasiets A-kurs.

10. Begreppsbildning och matematisk mognad med fokus på övergången gymnasieskola – högskola

Det finns ett stort behov av en kunskapsöversikt med fokus på begrepps-bildning, representationer, kommunikation, argumentation i matema-tik, samt hur detta bör relateras till användningen av tekniska hjälp-medel som datorer samt grafitande och symbolhanterande räknare. Översikten bör vara ett samarbetsprojekt mellan matematiker och mate-matikdidaktiker och ge en helhetssyn på vad matematikkunnande kan innebära och hur detta kan stimuleras, utvecklas och utmanas i under-visningen. Högskoleverkets rapport "Räcker kunskaperna i matematik?" (1999) betonar i detta sammanhang även vikten av en helhetssyn över tiden:

Utvecklingen av en persons matematikkunskaper är en lång pro-cess som börjar långt före skolstarten, och där de olika stegen hänger ihop och har mycket gemensamt. Denna process bör ses som en helhet, från det lilla barnets första upplevelser av antalsbe-greppet och enkla operationer med de naturliga talen till de sista matematikkurserna i en civilingenjörsutbildning eller vid univer-sitetens ämnesstudier i matematik.

(s 26)

I rapporten diskuteras sju aspekter av matematikkunnande och det sam-lande begreppet *matematisk mognad* introduceras som ett primärt mål för *all* matematikundervisning oberoende av nivå. Matematisk mognad är inte en egenskap som man har eller inte har. Istället är det en egen-skap som har anknytning till en utvecklingsprocess där strävan är att fortlöpande öka studerandes mognad. Liknande beskrivningar görs av matematiker och matematikdidaktiker runt om i världen och en översikt nationellt och internationellt inom detta kunskapsområde är kritiskt i grundutbildning, kompetensutveckling och kursplaneutveckling.

Kunskapsöversikten bör också omfatta problematiken kring hur olika tekniska hjälpmedel kan användas för att främja de studerandes mate-matikkunnande både på gymnasie- och högskolenivå, jfr t ex Dahland (manus, 2001) och proceedings från *TIME 2000, An international Con-ference on Technology in Mathematics Education*, se Thomas (2000).

Användning av de tekniska hjälpmedlen skall stärka och stimulera de studerandes matematikkunnande i vid mening. Fördjupade kunska-

per inom detta kunskapsområde har därför också stort värde för utveckling av undervisning och kursplaner, samt för harmoniseringssträvanden och diskussioner mellan matematiklärare vid övergången gymnasium–högskola.

Förslag: Inom området *Begreppsbildning och matematisk mognad* föreslås en kunskapsöversikt. Denna kan användas i resurspersons- och lärarutbildning och högskolans utbud av kompetensutvecklingskurser. Vidare föreslås uppföljning i form av informationskonferenser, klassrumsnära material och utvärderingsinstrument samt aktiviteter inklusive webbstöd för de behov av kompetensutveckling och lokal skolutveckling som aktualiseras genom kunskapsöversikten och som tagits upp i olika rapporter.

11. Kompetensutveckling för undervisning av vuxna

Vuxnas matematiklärande är ett område som av många anses försummat. På senare år har förhållandet mellan vuxnas informella lärande och det organiserade lärandet, "skolmatematiken", blivit föremål för forskning och kunskaperna har därmed ökat. Samtidigt har behoven av matematisk kompetensen på arbetsmarknaden ökat.

Under Biennalen 2000 bildades en diskussionsgrupp för att uppmärksamma frågor relaterade till vuxnas matematiklärande. Förhållandena och problem inom Komvux respektive folkbildningens organisationer, folkhögskolor och studieförbund är mycket olika. Inom folkbildningen diskuteras innehållet i matematikutbildningen. Hur skall ett matematikinnehåll se ut som utgår från vuxnas erfarenheter och behov och som bygger på folkbildningens idéer och traditioner? Kanske kan denna skillnad mellan traditioner beskrivas med begreppen "bildning" respektive "utbildning"? Är "folkhöskolematematik" annan än "Komvux-matematik"? Ambitionen att matematikinnehållet skall vara meningsfullt och allmänbildande kolliderar ofta med behörighetsregler. En fråga som diskuteras och som bör utredas är om och i så fall på vilket sätt kursplaner för vuxenutbildningen och ungdomsskolan kan skilja sig åt.

En annan angelägen fråga för vuxenutbildningen gäller lärarnas behörighet. Många lärare inom folkhögskolan har otillräcklig utbildning. En konsekvens av lärarnas bristande kompetens blir att läroböckerna blir alltför styrande. På många håll finns dessutom bara en matematiklärare per skola. Då saknas möjligheter att diskutera ämnet med kollegor och att tillsammans utveckla undervisningen.

Förslag: Diskussioner har förts under hösten och våren med företrädare för utbildningsdepartementets vuxenenhet om behovet av särskilda satsningar inom detta område. Vi hänvisar till resultat från dessa samtal när det gäller förslag till konkreta åtgärder.

12. Specialpedagogik i matematik

I specialpedagogutbildningen har matematikinslagen på många utbildningsorter en mycket ringa omfattning. Trots detta arbetar många lärare med denna utbildning med elever som har matematiksvårigheter. Det gäller också lärare inom särskolan, (grund-, gymnasiesärskola och sär-vux), se bilaga 7, 9 och 10.

Förslag: Medel avsätts för utveckling av en ramkursplan för utbildning och kompetensutveckling av speciallärare/specialpedagoger, lärare som arbetar med matematik i särskolan och lärare med särskilt ansvar för elever i behov av särskilt stöd i matematik. Utbildningen bör omfatta minst tio veckors heltidsstudier i matematik och matematikdidaktik och organiseras och finansieras på motsvarande sätt som nu sker i kompetensutvecklingen i naturvetenskap och teknik och i diskret matematik.

13. Kompetensutveckling med hjälp av universitet och högskolor

Vi har tidigare i denna rapport berättat om nya möjligheter för yrkesverksamma lärare att delta i kurser inom den nya lärarutbildningen och att bedriva utvecklingsprojekt eller delta i forskarutbildning under handledning av forskare knutna till universitet och högskolor. En lärare kan komplettera sin grundutbildning för att vidga sin kompetens med ett nytt ämnesområde eller för att undervisa en ny ålderskategori av elever inom sitt tidigare ämnesområde. En lärare kan också välja att fördjupa sitt ämneskunnande inom ett eller flera områden.

För att kunna utnyttja de nya möjligheterna för kompetensutveckling i matematik behövs aktuell och lättåtkomlig information om vilka kurser som universitet och högskolor har att erbjuda. Sådan information skall samtidigt ge en bild av vad som saknas relativt identifierade behov och önskemål, t ex kurser lämpade för att göra yrkeslärare behöriga att undervisa elever i kurs A i matematik, matematikkurser med specialpedagogisk inriktning eller kurser i matematikdidaktik för lärare som undervisar vuxna. Detta gäller också områden som är föremål för riktade insatser som *Baskunskaper i matematik*, *Lusten att lära matematik* och andra områden som särskilt uppmärksammats i det aktuella regeringsuppdraget och i de förslag till åtgärder som vi lämnar i denna rapport. NCM har inlett samtal med ett nätverk av representanter från samtliga universitet och högskolor med lärarutbildning om hur ett sådant utvecklingsarbete på bästa sätt skall kunna utformas och realiseras.

För att studera på distans vid högskolan krävs (oftast) explicit att deltagarna har tillgång till Internetuppkopplad dator. Det är därmed den enskildes uppgift att säkerställa så att de har det. Detta krav kan inte högskolan ställa vid distansstudier inom denna satsning. Högskolan skall säkerställa så att det innehållsrika utbudet av olika slags resurser, som kan nås via Internetbaserade tjänster, också i rimlig utsträckning finns

att tillgå på annat sätt, för de som inte har tillgång till en Internetuppkopplad dator.

Det finns tyvärr ingen tillgänglig statistik över vilken utbildning de lärare har som idag undervisar i matematik. Kontakter med Skolverket och SCB har gett beskedet att det i dagsläget heller inte finns några konkreta planer på att ta fram denna typ av uppgifter. Den statistik som finns använder t ex genomgången lärarutbildning/pedagogisk utbildning som kriterium för behörighet vilket innebär att en utbildad fritidspedagog som skulle undervisa i gymnasiets E-kurs i matematik registreras som behörig oavsett utbildning i matematik. Om vi ska leva upp till kravet att alla lärare som undervisar i matematik i förskola, skola och vuxenutbildning skall ha en adekvat utbildning handlar det med all säkerhet om mycket stora insatser under en lång följd av år.

Förslag: Medel avsätts för att ta fram statistik över vilken utbildning de lärare har som idag undervisar i matematik.

Medel avsätts vidare för att ta fram och förvalta en aktuell sammanfattande webb-baserad beskrivning av de kurser i matematik och matematikdidaktik som ges vid landets universitet och högskolor och som är avsedda för lärarutbildning och kompetensutveckling. Detta projekt bör också få i uppgift att ge förslag och stöd till utveckling av nya kurser och kursplaner som till innehåll och form svarar mot kända behov, önskemål och intresse från lärare och skolledare och från stat och kommun.

Högskolan skall vid planering av kurser säkerställa så att studierna kan bedrivas på distans med tillgång till innehållsrika informations- och kommunikationsresurser som nås via Internet.

Vi föreslår att det på motsvarande sätt som gäller för den pågående satsningen på kompetensutvecklingen inom naturvetenskap, teknik och miljö – och nyligen för kompetensutveckling av lärares kunskaper i diskret matematik – avsätts medel för utveckling av ramkursplaner inom angelägna områden i matematik och matematikdidaktik som inte redan finns representerade i högskolornas kursutbud.

Vi föreslår också att det – på samma sätt som för kursen i diskret matematik – avsätts medel så att prioriterade kurser i matematik och matematikdidaktik som ges vid landets universitet och högskolor och som är avsedda för kompetensutveckling kan erbjudas kostnadsfritt och att ersättning utgår till aktuella utbildningsanordnare. Dessutom bör på motsvarande sätt viss ersättning utgå i syfte att underlätta för lärare i skolor och kommuner möjlighet att delta.

Detta förslag gränsar till frågan om behovet av läromedel i matematik i lärarutbildning och kompetensutveckling, se förslag 14. Det berör också den svåra frågan om lärarutbildarnas utbildning och kompetensutveckling, se bilaga 10.

14. Läromedel i matematik för lärarutbildning och kompetensutveckling

Kontakter med lärarutbildare i matematik vid landets högskolor visar på stort behov av bättre läromedel i matematik för lärarutbildning. Det är svårt att rekrytera studenter till inriktningar med matematik. Många har bristande förkunskaper och många avbryter sina matematikstudier (se bilaga 10). En stor och viktig målgrupp är också alla de lärare som idag undervisar i matematik utan relevant ämnesutbildning i matematik. Utvecklingsarbetet bör bygga på en analys och problematisering av ämnesbegreppets innebörd i lärarutbildning och kompetensutveckling. Det bör vidare samordnas med det utvecklingsarbete som pågår vid våra högskolor i samband med införandet av den nya lärarutbildningen.

I ett samarbetsprojekt – ”Matematikens rikedomar” – mellan Svenska Nationalkommittén för Matematik vid KVA och NCM pågår ett arbete med att ta fram en eller flera böcker om matematiken som vetenskap, kultur, verktyg och glädjeämne. Målgrupp är lärare som undervisar i matematik, men också gymnasieelever och en intresserad allmänhet. Ett första delprojekt pågår där svenska matematiker skriver om olika områden inom matematik. En författarkonferens kommer att hållas i oktober. Det är angeläget att initiativ av detta slag för stöd och möjlighet att realiseras.

Förslag: Medel avsätts för att utveckla läromedel för utbildning i matematik och matematikdidaktik motsvarande ett års ämnesstudier heltid i grundläggande lärarutbildning, med väl inhämtad C-kurs i matematik som förkunskap.

II. Speciella informations- och utbildningsinsatser

1. Matematikundervisningens dag. Resursguide

För att engagera alla skolhuvudmän / kommuner, skolor och lärare i Sverige i utvecklingen av vår matematikutbildning föreslås *Matematikundervisningens dag*. Ett informations-/studiepaket bör tas fram som underlag för en studiedag. Skolor och kommuner skall på detta sätt uppmärksammas på matematikämnets betydelse och få kännedom om olika resurser för det lokala arbetet. Information skall ges om tillgängligt underlag för planering av innehåll och former i lokal skol- och kompetensutveckling med hjälp av det omfattande stöd som finns, som planeras eller håller på att tas fram. Vid denna studiedag kan också diskuteras hur skolan kan utveckla sin matematikundervisning.

Grunden är en *Resursguide* som vänder sig till utbildningsanordnare, skolledare och lärare i matematik i förskola, skola och vuxenutbildning och är tänkt att vara ett stöd för lokal skol- och kompetensutveckling och ska innehålla information om alla pågående insatser för att utveckla matematikundervisningen. Den bör förses med webbstöd och videosekvenser innehållande konkreta elev-lärarsituationer, lektioner och elevaktiviteter som kan diskuteras i samband med studiedagen. Paketet med handledning bör kostnadsfritt ställas till skolornas förfogande.

Guiden skall:

- ge bakgrund och motiv till läroplaner och kursplaner
- beskriva skolmatematikens historiska utveckling
- lyfta fram matematikämnets roll, natur och karaktär i anknytning till samhällsutveckling och utbildningsbehov
- beskriva och utmana undervisningstraditioner och syn på kunskap och lärande
- ta upp grundläggande frågor bl a utifrån NCM:s rapporter och Nämnarens omfattande tidskriftsdatabas.

Förslag: Ett program tas fram för *Matematikundervisningens dag*. Medel bör avsättas för planering, genomförande, uppföljning inklusive framtagning, kontinuerlig förvaltning och uppgradering av *Resursguiden* med stödmateriel.

2. Handbok för lokalt utvecklingsarbete i matematik

Behoven av stöd till lokala och regionala kompetensutvecklingsprojekt är omfattande, jfr bilaga 7 och 8. Därför bör en *Handbok* för lokalt utvecklingsarbete tillhandahållas. Den kan innehålla en allmän del om hur man kan planera ett projekt utifrån analys av behov och möjligheter och hur detta kan kopplas till mål och kvalitetsutveckling på kort

och lång sikt. *Matematikundervisningens dag* och *Resursguiden* är viktiga förutsättningar för en sådan inventering och planering.

Förslag: En *Handbok* för lokalt utvecklingsarbete i matematik tas fram. Den bör diskutera principer och förhållningsätt som visat sig vara effektiva för lokala skol-/kompetensutvecklingsprojekt i matematik och ge exempel på lyckade projekt. Information om olika typer av nätverk, kursutbud, seminarier, resurspersoner och kompetensutvecklingsmaterial för genomförande balanseras mot *Resursguiden*. Boken bör ingå i ett större programpaket och kan finnas tillgänglig på NCM:s hemsida där innehållet fortlöpande kan granskas och utvecklas av alla inblandade parter. Erfarenheter från pågående lokala projekt kan presenteras så att "handboken på nätet" får en dynamisk karaktär där deltagare på alla nivåer i det nationella programmet kan samverka, reflektera och utveckla verksamheten.

3. Resurspersonsutbildning för kompetensutveckling

En nödvändig och kritisk länk mellan anordnare, forskare och lärare är så kallade resurspersoner, se bilaga 7 och 8. Resurspersoner kan vara erfarna och framgångsrika lärare i skolsystemet. Sådana personer skall ha till uppgift att understödja förändring, ge råd och handledning vid implementering samt uppmuntra till och stödja genomförande av projekt på lokal nivå. En särskilt viktig position har de matematikansvariga som bör finnas på varje skola. Resurspersonerna får ofta stor auktoritet i egenskap av goda exempel och erfarna kollegor. De kan t ex handleda/ vara mentorer för nyutexaminerade lärare. Dessa personer behöver speciell utbildning som inkluderar ledarskap, utvecklingsarbete samt matematik och matematikdidaktik.

Utbildningen ska syfta till att få fram ett nätverk av engagerade och kunniga personer som kan leda och stödja praktiskt utvecklingsarbete och lärarnas kompetensutveckling utifrån kartlagda behov och med hjälp av allt det stöd som erbjuds nationellt. Detta nätverk skall ha en inriktning mot ett långsiktigt utvecklingsarbete och resurspersonerna kan också tänkas bygga lokala och regionala nätverk över stadie- och ämnesgränser. Samtidigt skall de odla kontakten med lärarutbildning och forskning. Viktiga arbetsredskap är *Resursguiden* och *Handboken för lokalt utvecklingsarbete*.

Detta utvecklingsarbete skall samplaneras med pågående satsningar på basfärdigheter, kvalitetsgranskningen av lusten att lära matematik och de behov och möjligheter vi identifierat och beskrivit i våra rapporter.

Förslag: Medel bör avsättas för uppbyggnad och utbildning av ett nätverk av resurspersoner på nationell, regional och lokal nivå. En ramkursplan med olika nivåer 5–20 poäng för utbildning av resurspersoner bör tas fram.

4. Informationsmaterial till föräldrar. Föräldraguide

Den syn på matematik och matematikutbildning som signaleras av föräldrar har stor betydelse för hur barn och ungdomar tar till sig ämnet och bibehåller intresset genom skolorna. I en satsning på matematikämnet är det därför viktigt, för såväl elever som för lärare och skollärovervakning, att få föräldrarnas stöd och engagemang och söka undanröja negativa erfarenheter och attityder till matematik och matematikundervisning.

I en föräldrasatsning bör ett kostnadsfritt material, en *Föräldraguide*, tas fram som kan användas på olika sätt i föräldragrupper, och i träffar där både föräldrar och barn medverkar på såväl enstaka föräldramöten som under längre satsningar. Hänsyn skall tas till att föräldragruppen inte på något sätt är homogen, variationerna i utbildning och erfarenheter är stora. Speciellt bör uppmärksammas föräldrar med annan studiebakgrund än den svenska skolan och materialet bör översättas till språk som förekommer som modersmål bland våra elever. Föräldraguiden skall också ge förslag till webbplatser, litteratur och material utifrån *Resursguiden*.

Syftet med Föräldraguiden är att diskutera

- matematikundervisningens mål, innehåll och uppläggning
- fördelar och nackdelar med olika arbetssätt
- olika utvärderingsformer och betyg.

Materialet skall även

- visa hur föräldrar kan bidra till att elever får stöd och erfarenheter i användning av matematik och erfarenheter av miljöer som är viktiga för barns matematiklärande
- ge förslag på aktiviteter t ex spel, lekar och problem som kan stimulera barns tänkande kring och i matematik.

Materialet kan bestå av tryckta texter och webbstöd. Det finns idag goda exempel på lärare och skolor som engagerar föräldrarna. Ett sätt att sprida dessa erfarenheter, förutom genom Nämndaren, kan vara genom videodokumentation. Även i ett internationellt perspektiv finns goda exempel. Nämnas kan Family Math-projekt i USA, olika förebilder i England och Australien.

Ett arbete med denna inriktning påbörjades vid Matematikbiennalen 2000 under Allmänhetens dag. Diskussioner pågår med Skolverket om att realisera detta projekt inom ramen för de medel för att utveckla undervisningen i matematik som Skolverket tilldelats i Regleringsbrev från regeringen (U2999/4731/DK).

Förslag: Medel avsätts för att ta fram ett informations- och studiematerial om matematikutbildning för föräldrar. Satsningen bör också omfatta långsiktig förvaltning och uppgradering av *Föräldraguiden*.

III. Långsiktigt utvecklingsarbete vid NCM

I NCM:s Verksamhetsredovisning 1999–2000 (NCM, 2001a) finns en sammanfattning av det arbete som pågår och som planeras vid centrumet. För att kunna leva upp till målsättningen och för att kunna genomföra långsiktiga satsningar på t ex basorganisation, nätbaserat utvecklingsstöd till skolor och lärare med nationella referensbibliotek krävs ett större permanent driftsbidrag till NCM:s verksamhet än det som ges idag. Ett sådant tillskott skulle också öka NCM:s möjligheter till rådgivning och beredskap för olika typer av expertuppdrag. NCM verkar aktivt för att utveckla samarbetet med Statens skolverk, Högskoleverket, universitet, högskolor, kommuner och skolor. NCM arbetar också med att stärka samverkan med och mellan resurscentra, nätverk, organisationer, föreningar, kommittéer, projekt och miljöer som på olika sätt kan bidra till utvecklingen av svensk matematikutbildning. NCM är berett att söka svara upp mot förväntningar och tilltro från nationella och lokala nivåer. Obalansen mellan det fasta anslaget och tidsbegränsade projektmedel försvårar dock nödvändig långsiktig planering och verksamhetsutveckling genom intern kompetensutveckling och rekrytering av ytterligare kompetenta medarbetare.

1. Nämnaren

Nämnarens verksamhet riktar sig till lärare, lärarutbildare, forskare, lärarstudier och personal med ansvar för grundutbildning, kompetensutveckling och utvecklingsarbete. Redaktionen strävar efter goda kontakter med användare och läsare. I lärarutbildning används olika Nämnarenmaterial som kurslitteratur.

Nämnaren, tidskrift för matematikundervisning, utges med fyra nummer per år sedan 1974. Upplagan var i mars 2001 ca 4 300. Beslut har fattats att så snart det är möjligt utge ett femte nummer på engelska varje årgång. Nämnaren skall stödja och medverka till en förbättrad matematikutbildning i förskolan, grundskolan, gymnasieskolan och vuxenutbildningen. Tidskriftsartiklarna innehåller erfarenheter och dokumentation av klassrumspraktik, utvecklingsarbete och forskning i och om matematikutbildning. En viktig målsättning är att stödja lärares dokumentation och utveckling av klassrumspraktiken samt att möjliggöra spridning av densamma. Läsarna deltar ett ständigt pågående seminarium för erfarenhetsutbyte mellan verksamma lärare.

Nämnaren på nätet inkl Nämnarens databas kan nås via NCM:s webbplats. Databasen innehåller sammanfattningar av 2 300 artiklar, mer än 12 000 sidor publicerade sedan starten 1974. Förutom att vara en resurs i lärares dagliga arbete kan man skaffa sig överblick över artiklar inom olika områden. Detta ger möjlighet att ta fram kurs- eller referenslitteratur för t ex kompetensutveckling, projektarbete och lärarutbildning samt att komma vidare i svensk och utländsk litteratur. Arbetet

pågår med att lägga in fler artiklar i fulltext i databasen. I samarbete med Skolverket pågår dessutom arbete med att ta i funktion en databas som skall användas för att möjliggöra sökning efter artiklar, problem och andra aktiviteter utgående från strävansmålen i kursplanerna för grundskolan och gymnasieskolans kurs A. Under Nämnaren på nätet finns också andra aktiviteter samt möjlighet att diskutera undervisning och inläring.

NämnarenTEMA började utkomma som uppföljning av ett Skolverketsprojekt för stöd- och stimulansmaterial (1993–95). Ansvaret för detta arbete överfördes 1995 till Nämnarens redaktionsgrupp. Syftet var att analysera nyheter och underlätta tolkning av kursplaner och utvärdering samt att behandla områden med dokumenterade svagheter i svensk matematikutbildning i grund- och gymnasieskolan utifrån svenska och internationella studier. Fyra böcker har hittills utkommit i serien: *Matematik – ett kärnämne*, *Matematik – ett kommunikationsämne*, *Algebra för alla* och *Matematik från början*. Under 2001 utkommer en femte bok, *Uppslagsboken*, med valda aktiviteter utifrån "Mål att sträva mot" i kursplanerna.

Som underlag för reflektion och erfarenhetsutbyte finns uppgifter att pröva tillsammans med elever och studieuppgifter att diskutera med kolleger. Böckerna innehåller litteraturreferenser till Nämnarenartiklar, annan svensk litteratur och utländsk litteratur. Med denna uppläggning erbjuder dessa studiematerial olika "ingångar" och ger genom referenserna möjlighet till fördjupade studier.

Av de som använder Nämnaren får vi talrika uttryck för dess värde och kvaliteter. Det kan dessvärre konstateras att den kostnadseffektiva resurs som Nämnaren, NämnarenTEMA och Nämnaren på nätet utgör, i dag inte används i tillräckligt stor grad för utveckling av vår matematikundervisning. Vår erfarenhet är att det på varje skola behöver finnas en kontaktperson som initierar och stödjer användningen av Nämnaren.

Ett viktigt arbete är att redan från studietidens början bygga upp en vana hos lärarstuderande att följa diskussion och utveckling av vår matematikutbildning i Nämnaren, på motsvarande sätt som andra yrkesgrupper följer sina respektive ämnesområden via facktidskrifter.

Arbetet med nya delprojekt samt utveckling av tillhörande webb-stöd och möjligheter till nät- och multimediebaserade distanskurser och konferensverksamhet har påbörjats eller är i ett utredningsskede. I NCM:s Verksamhetsredovisning till regeringen för de första åren 1999–2000 finns ett antal förslag till angelägna satsningar som bygger på framgångsrikt utvecklingsarbete kring Nämnarens olika produkter (se NCM, 2001a).

Förslag: Resurser behövs för att trygga kontinuitet och långsiktighet i Nämnarens produktion och utvecklingsarbete, både beträffande material och användning. Målet bör vara att alla lärare i matematik från för-

skola till högskola har tillgång till, använder sig av och bidrar till den samlade erfarenhet som Nämnaren innebär. Viktiga nyckelpersoner i detta arbete finns inom lärarutbildning och nätverk. Resurser behövs också för att kunna utveckla nya nätaktiviteter enligt behov inom valda områden, t ex baskunskaper, problemlösning och samverkan med andra ämnen, samt för att utveckla Nämnarens databas till att omfatta publicerade artiklar i fulltext.

2. Biennalrörelsen

I NCM:s verksamhetsredovisning för åren 1999–2000 till regeringen (NCM, 2001a) och i bilaga 7 ges en beskrivning av matematikbiennalerna, tillhörande biennetter och deras betydelse och potential för kompetensutveckling av lärare som undervisar i matematik, från förskola till högskola. NCM anser att dessa manifestationer av det bästa av utvecklingsarbete och forskning som vårt land kan erbjuda skall utnyttjas betydligt bättre än hittills. Visserligen deltog rekordmånga i Matematikbiennalen 2000 i Göteborg men fortfarande finns kommuner som endast skickar ett fåtal lärare till konferensen – i flera fall inga lärare alls. Lärare beskriver också svalt intresse från skolledare att ta vara på de erfarenheter som deltagande lärare har med sig från en matematikbiennial. Det står i skarp kontrast till deltagande lärares entusiasm över innehåll och kvalitet.

Därför föreslås permanenta åtgärder för att säkerställa att innehåll och uppläggning får hög kvalitet svarande mot syften, målsättning och beskrivna erfarenheter, se t ex (Emanuelsson, 2001). Insatser bör göras för att via biennalrörelsen sprida framgångsrikt lokalt utvecklingsarbete. För att biennalernas och biennetternas innehåll och utvecklingsarbeten skall ges bättre spridning bör biennalrörelsen ha en egen webbplats. Personer med ansvar för lokal skolutveckling bör delta och diskutera olika modeller för hur de i sin tur kan sprida forskning, goda undervisnings-exempel samt information kring läromedel till skolor och kommuner. Att säkra biennalrörelsens kvalitet och överlevnad är viktigt. Vidare att hitta former för hur kraftsamlingarna bättre skall omsättas i skolverkligheten.

Förslag: Medel bör avsättas för insatser som säkerställer biennalernas kvalitet, underlättar spridning till och omsättning av innehåll i lokal skolutveckling. Dessutom bör resurser anslås för nödvändigt arbete inom biennalrörelsen, t ex kanslifunktion, webbplats, kvalitetssäkring.

3. Uppföljning av studier i anslutning till regeringsuppdraget

Inom ramen för eller i anslutning till regeringsuppdraget har NCM genomfört forskningsbaserade utvecklingsstudier samt kartläggningar och kunskapsöversikter som bedömts angelägna som underlag för denna

rapport. Två av rapporterna ges ut av Skolverket, övriga inom ramen för NCM:s rapportserie. Vi räknar med att rapporterna skall komma till glädje i planering och genomförande av föreslagen kompetensutveckling och inte bara som underlag till denna rapport. Samtidigt tror vi att värdet och spridningen av studierna ökar om de följs upp med olika insatser. Vi ger först en kort sammanfattning av genomförda och pågående studier och därefter förslag till uppföljande insatser.

Hur kan lärare lära? Internationella erfarenheter med fokus på matematikutbildning

Lars Mowwitz (Sammanfattning i bilaga 8)

Utvecklingen av matematikundervisningen internationellt är intensiv. En del av vårt uppdrag presenteras därför som en kunskapsöversikt kring FoU-arbete om lärarutbildning och kompetensutveckling i matematik och matematikdidaktik från olika delar av världen. Tanken är att denna skall ge stöd och stimulans vid planering av kompetensutveckling. Delrapporten innehåller ett antal, ur erfarenhet och forskning framsprungna, operativa förhållningssätt. Dessa skall fungera som ledstjärnor vid planering av kompetensutveckling både i stort och på den enskilda skolan. Några exempel på sådana förhållningssätt:

Styrka och potential

Anknyt till den praktik som är bra och utvecklingsbar. Visa hur denna kan berikas utifrån teori i relation till läro- och kursplanemål och hur lärarens egna visioner och bemödanen kan förverkligas.

Höga förväntningar

Vi skall ha höga förväntningar på lärares professionella tillväxt och vad som kan uppnås på lång sikt i ett omfattande och fortlöpanne kompetensutvecklingsprojekt.

Professionell autonomi

Utforma verksamheten så att det finns rika valmöjligheter för lärare och många tillfällen till reflektion och diskussion med kollegor i syfte att stärka lärares autonomi.

En systemisk ansats

Planering och genomförande bör inbegripa en systemisk ansats så att inte fokus enbart sätts på t ex lärares kunnande, som enda faktor för utveckling av matematikundervisningen. Det kan innebära att man också ser till lärares arbetstid, status och lön samt vilket stöd man får från skolledning, föräldrar och allmänhet.

Svårt att lära – lätt att undervisa. Om kompetensutvecklingsinsatser för lärare i matematik 1965–2000

Göran Emanuelsson (Sammanfattning i bilaga 7)

Inför nya kompetensutvecklingsinsatser är det viktigt att ta vara på erfarenheter av de senaste årens utveckling av vår matematikutbildning. I denna del görs en genomgång av några nationella satsningar på matematikämnet. Fortbildning i samband med kursplaneförändringar, internationella utvärderingar, forskning och utvecklingsprojekt som t ex matematikbiennaler och Nämnaren behandlas.

”Matematikkrisen” på 80-talet analyseras. Internationellt sett dåliga resultat i SIMS 1980 ledde till en omfattande satsning på vår matematikutbildning som gav tydliga förbättringar i en ny internationell studie, TIMSS 1995. Dessvärre fick Matematiksatsningen 1986–1991 karaktär av ”brandkårsutryckning”. Den fullföljdes ej heller som avsetts och den ledde inte till långsiktiga åtgärder för att följa utvecklingen av matematikutbildningen i Sverige och internationellt. Nu ser vi att många elever inte når kursplanernas mål och att vi behöver stimulera fler elever att läsa vidare i matematikintensiva utbildningar. Samtidigt får vi från kommuner och skolor glädjande rapporter om långsiktiga satsningar. Det finns erfarenheter av både möjligheter och svårigheter i de gångna årens utveckling att ta vara på. Det är hög tid att lyfta fram den spännande och roliga men också nyttiga och nödvändiga matematiken.

Minoritets elever och matematikutbildning

Irene Rönnberg och Lennart Rönnberg (Sammanfattning i bilaga 4)

Utgångspunkt för detta arbete är att avsevärt färre minoritets elever, elever med annat modersmål än svenska, når nationellt uppsatta mål i matematik jämfört med andra elever. Det är också betydligt större andel av elever med svenska som modersmål som får betygen VG och MVG. En genomgång av forskning och utvecklingsarbeten visar att det finns många faktorer i undervisningssituationen som har betydelse för möjligheterna att lära matematik. Undervisningsspråket har t ex avgörande betydelse. Att elever får använda sitt eget språk när de studerar matematik är angeläget. Internationell forskning visar samstämmigt att tvåspråkig undervisning är effektivare än undervisning enbart på elevens andraspråk, svenska i vårt fall. Detta gäller inte bara för framgång i det aktuella ämnet utan också för att eleven skall utveckla andraspråket.

När det gäller undervisning av denna grupp elever finns stor potential till förbättringar. De förändringar av matematikundervisningen som krävs är bl a att undervisningens fokus förskjuts,

från procedurer som skall läras in till förståelse av begrepp, där aktiviteter som kommunikation och reflektion är nödvändiga. Undervisningen behöver också förändras så att elevers olikheter ses som en tillgång i stället för ett hinder. En sådan utveckling av undervisningen står också i samklang med resultaten från det andra Skolverksuppdraget, en kunskapsöversikt rörande organisatorisk och pedagogisk differentiering (Bilaga 6).

Elevers olikheter – organisationsproblem eller undervisningsutmaning? Om grupperingar i matematik – motiv, problem och möjligheter

Karin Wallby, Synnöve Carlsson och Peter Nyström
(Sammanfattning i bilaga 6)

Utgångspunkt för det arbetet har bl a varit den situation som uppstod i samband med införandet av Lpo 94, då allmän och särskild kurs definitivt försvann. Mycket tyder på att nivågrupperingar numer är vanliga även på låg- och mellanstadiet. Många ställer sig nu – som under de senaste 100 åren – frågan: Är det en effektiv organisation? Från forskningsresultat är det svårt att dra generella slutsatser. En orsak är att undervisningens innehåll och utformning endast diskuteras i ett fåtal fall. Det är inte organisationen i sig som ger resultat utan den undervisning eleverna får. En annan rör det faktum att det är svårt att ge ett entydigt svar då "effekter" kan avse olika områden som t ex elevernas ämnesmässiga kunskande, elevernas sociala och känslomässiga utveckling, lärarnas arbetssituation och samhällets politiska strävanden.

En tredje orsak är att resultaten från andra länders forskning med annan skolkultur än vår, inte omedelbart kan överföras till vårt land. Forskning kan dock ge oss exempel på risker och möjligheter med olika former av grupperingar och även få oss att uppmärksamma olika aspekter i vår egen undervisning.

Kompetensutveckling med IT-stöd

Günther Dippe (Sammanfattning i bilaga 11)

Denna delrapport innehåller en lägesbeskrivning av tillgång, användning och kunskande vad gäller IT och kompetensutveckling. I ett land med stora avstånd och glest befolkade landsdelar, är det naturligt att hysa stora förhoppningar till IT som medel. Att kunna delta i t ex seminarier och aktiviteter hemifrån är också ett sätt att utnyttja tiden på ett effektivt sätt och arbeta vid tider som passar. Distansinslag varvat med närutbildning kan vara en attraktiv utbildningsform för många lärare. Det har därför känts angeläget att försöka kartlägga vilka förutsättningar som finns.

Lärarytelse – utbildning, utbildare och anordnare

Barbro Grevholm (Sammanfattning i bilaga 10)

Här ges en bild av den utbildning matematiklärare för närvarande får. Studenternas förkunskaper, rekryteringssituationen och genomströmningen diskuteras. Ett särskilt avsnitt ägnas åt förskollärares utbildning.

Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik

Görel Sterner och Ingvar Lundberg (Sammanfattning i bilaga 3)

Många lärare har erfarenhet av elever som både har svårigheter i matematik och läs- och skrivsvårigheter. En genomgång av forskning kring dessa samband har därför gjorts. Dessa samband är av olika slag. Faktorer som kan förklara vissa elevers svårigheter med matematik kan också förklara deras svårigheter med läsning och skrivning. Problem med läsning kan i sin tur medföra svårigheter att klara matematikundervisningen i skolan.

Med en strukturerad och för dessa elever anpassad undervisning skulle dessa svårigheter kunna förebyggas eller delvis avhjälpas. Detta långsiktiga och viktiga arbete måste börja redan när barnen går i förskola eller förskoleklass och det skall fortgå under hela skoltiden. Konkreta exempel på förebyggande och stödjande arbete ges i sammanfattningen och ytterligare exempel kommer att finnas i den slutliga rapporten.

En viktig del i sådan undervisning är t ex att inte se svenska och matematik som två skilda skolämnen. Det finns starka kopplingar mellan detta arbete och den pågående satsningen på basfärdigheter i läsa, skriva och matematik. Det är angeläget att dessa satsningar samordnas och leder till samarbete mellan lärare i svenska och matematik och mellan lärare för barn i olika åldrar.

Den slutliga rapporten var planerad att redovisas i detta sammanhang. Under arbetet har dock nya perspektiv öppnats och omfattningen och bredden på arbetet visat sig vara större än förutsetts inledningsvis. För att rapporten skall kunna ge en bättre och bredare belysning av området presenteras den inte i sin helhet förrän under hösten. Nu föreligger ett preliminärt men ofullständigt manus.

Följande arbeten har också varit underlag för förslagen i denna rapport :

- En sammanfattande beskrivning av hur våra elever klarar matematiken.
Bengt Johansson (Bilaga 1)
- En sammanfattning av Högskolverkets rapport *Räcker kunskaperna i matematik?* som var ett viktigt underlag för det aktuella regeringsuppdraget till NCM.
Lars Brandell (Bilaga 2)
- Ett förslag till kompetensutveckling för lärare i matematik från PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm, med fokus på utvärdering i matematik.
Astrid Pettersson, Katarina Kjellström och Lisa Björklund (Bilaga 9)

Kompletterande studier har nyligen genomförts som kommer att redovisas i sin helhet senare i höst. Sammanfattningar av resultaten från hittillsvarande arbete finns i bilagor till denna rapport eller integrerade i våra externa rapporter och har varit underlag för förslagen i huvudrapporten:

- Lärarutbildning – utbud, utbildare och anordnare
Barbro Grevholm (Bilaga 10)
- En kompletterande studie om nivågruppering i gymnasieskolans matematikundervisning.
Peter Nyström
- Undervisningsmiljö och andraspråkslevers begreppsbildning i matematik.
Irene Rönnberg och Lennart Rönnberg (Bilaga 4)
- IT i skolan och kompetensutveckling av lärare. En sammanställning av forskning och utvecklingsarbeten, reflektioner kring ett kunskapsfält
Göte Dahland

Förslag: För att informera om dessa studier och för att förbättra möjligheterna till användning och omsättning i undervisningen krävs insatser som informationskonferenser samt klassrumsnära material och aktiviteter inklusive webbstöd för de behov av kompetensutveckling och lokal skolutveckling som aktualiseras genom kunskapsöversikterna. Ytterligare konkreta förslag finns i bilagorna.

4. Webbportal

NCM:s webbplats byggs upp i nära samarbete med Nämnamnaren, NämnamnarenTEMA samt Nämnamnaren på nätet och kan bli ett kraftfullt redskap för utveckling av svensk matematikutbildning. Syftet är att göra denna webbplats till en rik och värdefull resurs för lärare, lärarutbildare, forskare och studerande så att den kan ge konkret och kontinuerligt stöd och kan vara ett verktyg såväl i det dagliga arbetet som i kompetensutveckling och lokal skolutveckling.

Exempel på resurser som nyligen utvecklats på webbplatsen är en litteratursöknings tjänst – en samlad resurssida för sökning bland det mesta och bästa av tidskrifter, databaser och bibliotekskataloger om matematikutbildning. En annan ny informationstjänst omfattar kommande konferenser om matematikutbildning i Sverige och runt om i världen. Idag finns ett kommunikationsstöd i form av fasta och tillfälliga diskussionsgrupper och andra fora där aktuella frågeställningar kan debatteras för enskilda målgrupper men det kan även tjäna som en övergripande mötesplats för lärare, lärarutbildare, forskarstuderande och forskare m fl.

I förlängningen avser NCM att bygga upp en mer heltäckande webbportal med bla länkbibliotek, dokumentresurser, examens- och doktorandarbeten och ett generellt utökat stöd för kommunikation, interaktivitet och information. Ett utbyggt stöd bör också omfatta olika informations- och kommunikationstjänster för föräldrar och intresserad allmänhet.

Att utveckla och förvalta en stimulerande och väl fungerande webbplats med de krav som ställs på en tjänst som vänder sig till alla lärare som undervisar i matematik är ett mycket omfattande och tidskrävande arbete. Ett exempel på detta är den amerikanska Math Forum, den kanske bästa webbplatsen om matematikutbildning i världen. Math Forum "hålls levande" av 25 heltidsanställda personer – med stöd av ca 200 volontärer.

Förslag: Permanenta medel bör avsättas för arbete med utveckling och förvaltning av NCM:s webbplats, såväl innehållsmässigt som tekniskt, inklusive interna kommunikations- och informationstjänster.

5. Nationellt referensbibliotek

Vid NCM pågår ett arbete med att bygga upp ett på webben sökbart referensbibliotek för svensk och utländsk matematikdidaktisk litteratur samt matematiklitteratur för lärarutbildning. Ett förstklassigt referensbibliotek är en tillgång för verksamma matematiklärare och kan också bli ett informationscentrum för kolleger vid universitet och högskolor som arbetar med lärarutbildning, kompetensutveckling och forskning

inom det aktuella området. Biblioteket är ett referensbibliotek och böckerna skall alltid finnas tillgängliga för studier i biblioteket.

Biblioteket skall erbjuda personlig vägledning i litteratursökning för lärare och forskare. På NCM:s webbplats finnas redan nu information om hur man går till väga och vart man skall vända sig vid litteratursökning när det gäller matematikdidaktisk litteratur. Biblioteket öppnas för besökare under hösten 2001.

Förslag: Förvärv, katalogisering, tidskriftshantering, informationsarbete och den dagliga skötseln av samlingarna kräver en bibliotekarie på heltid. Medel bör därför avsättas för arbete med utveckling och förvaltning av NCM:s referensbibliotek. Därutöver behövs ett permanent anslag för inköp av såväl ny som äldre litteratur.

6. Nationellt läromedelsbibliotek

Det är känt att undervisningen i matematik – som i inget annat skolämne – styrs av lärobokens innehåll och uppläggning, en tradition som ses som ett hinder för en nödvändig utveckling av undervisningen. Kontakter med förlagsbranschen visar dock att det finns ett stort intresse för hur läromedlen kan utvecklas och bidra till en förnyad utbildning som bättre än idag kan svara mot läroplaner och kursplaner, elevernas potential samt internationella forskningsrön kring inlärning och undervisning i matematik. Under våren 2001 har ett möte genomförts med svenska förlag som ger ut matematikläromedel och kontakter etablerats med representanter för de författare som skriver läromedel i matematik.

Det finns ett stort antal förlag och läromedelsproducenter på marknaden, vilket gör det svårt för enskilda skolor och lärare att upprätthålla god överblick. NCM skall i en läromedelsutställning samla alla matematikläroböcker och tillhörande kringmateriel, ett urval av det växande utbudet av konkret, praktiskt och laborativt materiel samt webb- och IT-baserade läromedel. Utställningen skall också visa att matematikundervisning kan vara mycket annat än tyst räkning i läroböcker.

Läromedelsutställningen skall vara tillgänglig för lärare, studenter, forskare, förlag och författare till matematikläromedel. Det skall finnas möjlighet att boka besök och fast öppethållandetid planeras. Läromedelsutställningen beräknas vara klar för besökare i slutet av 2001. Seminarier, temautställningar och nätaktiviteter planeras kring läromedel, dess användning och utveckling. Läromedelsförfattare och redaktörer, såväl svenska som utländska, kommer att bjudas in.

En naturlig förlängning av läromedelsutställningen är samarbete med Science centers som har möjlighet att visa på praktisk, konkret och laborativ matematik i stort format.Handledningar och materiel

som underlättar lärarnas förberedelser och besökens efterföljande matematikundervisning bör tas fram.

Förslag: Medel ställs till förfogande som möjliggör för NCM

- att i dialog med förlag och läromedelsförfattare initiera ett samarbete med syfte att utveckla nya former av läromedel och läromedia i matematik
- att utveckla en handledning för lärare till stöd vid kritisk granskning av läromedel
- att ge förutsättningar för lärares aktiva medverkan vid utveckling av laborativ och vardagsnära matematikundervisning och nya sätt att använda hands on-materiel som underlättar och stödjer elevers lärande av matematik
- att fördjupa samarbetet med *Science centers* för att där, i mycket högre grad än vad som är vanligt idag, lyfta fram matematiken.

Kompetensutveckling för matematikundervisning

Mål och visioner

Elevers matematiska kunnande

Det yttersta långsiktiga målet med all kompetensutveckling för undervisning i matematik är att stödja elevers lärande så att vi utvecklar intresse, nyfikenhet och förmåga hos alla våra elever och att de därigenom lär sig väsentlig matematik.

Vad är det att kunna väsentlig matematik? Följande aspekter ger en föreställning om ett mångfasetterat kunnande:

Produktivt förhållningssätt: att se matematik som meningsfull, användbar och värdefull, parat med stark tilltro till den egna förmågan att utöva matematik i vardagsliv, samhällsliv, kommande studier och yrkesliv.

Helhetsperspektiv: att se matematikens roll, värde och egenvärde i ett historiskt, kulturellt och samhälleligt perspektiv.

Begreppslig förståelse: att begripa innebörden av matematiska begrepp och operationer och hur dessa bildar sammanhängande nätverk.

Behärskande av procedurer: att på ett flexibelt, precist och effektivt sätt tillämpa olika slags procedurer och algoritmer.

Kommunikationsförmåga: att i tal och skrift kunna diskutera och argumentera kring frågeställningar i matematik.

Strategisk kompetens: att formulera, representera och lösa matematiska problem – såväl inommatematiska som från vardag och tillämpningar.

Argumentationsförmåga: att tänka logiskt och reflektera, samt förklara, troliggöra och berättiga matematiska påståenden.

Kunskapsaspekterna är sammanvävda och beror av varandra. De samspelar med affektiva aspekter som t ex upptäckarglädje och upplevelse

av matematisk skönhet och harmoni. Dessa samband mellan del och helhet får i sin tur konsekvenser för hur våra elever bör lära sig matematik, hur våra lärare bör undervisa och vara utbildade för att målen ska nås.

Mål för kompetensutveckling

Lärare som undervisar i matematik är en nyckelgrupp och behöver ha ett kunnande i matematik av samma mångfasetterade karaktär som vi vill att våra elever ska få. Därtill skall lärares ämneskunnande vara avsevärt djupare än själva skolämnet. En förutsättning är därför att alla lärare som undervisar i matematik har en adekvat och gedigen grundutbildning relaterad till skolämnet matematik. Det räcker dock inte att lärare kan sitt ämne ur alla dessa aspekter. Lärare måste också kunna *undervisa* på ett intresseväckande, engagerande och effektivt sätt så att eleverna kan utveckla sitt matematiska kunnande. Många lärare behöver av detta skäl också kompetensutveckling i *matematikdidaktik*. Häri ingår även fördjupade kunskaper om kursernas mål och utbildningens syfte i stort samt fördjupade kunskaper om bedömning och betygsättning.

Lärare verkar i ett utbildningssystem. Ett aktivt stöd med tid och resurser från skolledning och samhälle blir till sist avgörande för hur man lyckas med sin undervisning. Stöd från föräldrar, allmänhet och opinionsbildare är av stor betydelse, liksom stöd och intresse från högskolor och universitet. Även om lärares kunskaper och undervisning är avgörande för om eleven ska utveckla matematiskt kunnande, så är hela det system som lärare verkar i till sist avgörande för framgång. Ett långsiktigt utvecklingsarbete skall därför inte enbart inrikta sig på lärarna, utan på utbildningssystemet i sin helhet.

Matematik i en föränderlig värld

Att kunna matematik är både tillfredsställande och personligen berikande. Vardagslivet genomsyras allt mer av matematik och teknologi. De som har kunskaper i ämnet får på ett markant sätt ökade möjligheter att aktivt delta som medborgare i det demokratiska samhället. Matematiken har blivit allt mer oundgänglig i yrkesliv och för vidare studier. Att stärka medborgarnas matematiska kompetens har det dubbla syftet att stärka demokrati och bidra till att trygga ekonomiskt välstånd.

Matematik är också en av våra främsta kulturella landvinningar och alla skall ha möjlighet att förstå och tillägna sig matematik, även ur rent estetiska och bildande aspekter.

Matematikutbildning är således inte till för en utvald elit utan en självklar rättighet för alla, och alla elever skall ha möjlighet att lära sig väsentlig matematik.

Matematik – ett ämne för alla

En matematikutbildning som är till för alla ställer höga krav både vad gäller förväntningar och stöd. Alla elever, oberoende av personlighet, social och kulturell bakgrund skall få möjlighet och stöd att lära matematik. Denna likvärdighet innebär inte att alla elever ska få samma undervisning, tvärtom förutsätter den en undervisning där hänsyn tas till varje elevs särskilda möjligheter eller svårigheter. Detta i sin tur ställer höga krav på lärare och skola, liksom krav på ett kraftfullare stöd i form av kompetensutveckling och resurser.

Innehållet i skolmatematiken skall fokusera på väsentlig matematik och på matematikens stora idéer. Det är av vikt att kursplanerna är sammanhängande och konsistenta över stadier och mellan matematikens olika områden. Kursplaner skall inte betraktas som statiska dokument. Lärare skall göra en professionell tolkning av dokumenten och vara drivande i fortlöpande kritisk granskning och kontinuerlig kursplaneutveckling.

Att undervisa och att lära

Att undervisa i matematik är en komplex verksamhet och det finns inga enkla recept för framgång. Ändå vet vi en hel del om effektiv matematikundervisning. Lärare måste till exempel ha en djup insikt i det område de undervisar om och ha förmåga att på ett flexibelt sätt använda denna kunskap i olika undervisningssituationer. En viktig aspekt är att lärare utvecklar och understödjer en klassrumskultur som gynnar nyfikenhet, undersökande arbete och problemlösning. Lärare skall på ett skickligt sätt använda olika didaktiska strategier och metoder för undervisning och bedömning och vara engagerade i elevernas arbete och lärande. Lärare behöver dessutom få stimulans att reflektera över det egna arbetet och få möjlighet att utveckla sitt kunnande. Därför måste alla lärare erbjudas återkommande möjligheter att berika sina kunskaper.

Vi vet att det är överlägset att lära sig matematik genom förståelse. Kombinationen av baskunskaper, skicklighet vad gäller procedurer, begriplig förståelse och förmåga att se sammanhang och möjligheter leder till ett flexibelt och kraftfullt matematikkunnande som kan tillämpas på såväl problemlösning och argumentation som på modellering utifrån faktiska situationer. Nya matematikmoment blir mer begripliga och de blir lättare att ta till sig om de på ett meningsfullt sätt kan kopplas till existerande kunskaper.

Idéer som är väl integrerade med hjälp av förståelse och sammanhang kan lättare användas i nya situationer. Små barn har många informella matematiska idéer redan i förskolan och som genomgående princip bör lärare bygga på elevers existerande idéer vid introduktion av nya.

Bedömningar och test skall framförallt berika elevens lärande och inte enbart mäta vad eleven redan kan. Att värdera arbetet skall eleven lära sig att göra själv med lärares stöd och vägledning. Bedömningar kan göras gemensamt eller i grupp. Lärare bör vid sin bedömning fokusera på väsentligheter i kursen och många varierade bedömningskällor ger den bästa bilden av elevers kunskaper. En viktig del av lärares professionella utveckling ligger i kunskaper vad gäller bedömning, utvärdering och uppföljning.

En vision om undervisning

Historien är full av exempel på att människor och organisationer med visioner förmått förändra världen. Även om en vision verkar ouppnåelig, så pekar den ut en riktning som kan förena och entusiasmera. Med hjälp av visionen kan en lärare, en grupp eller en skola formulera strategiska, gemensamma, långsiktiga mål att sträva mot.

Här tecknas en vision som vi tror att alla lärare i matematik kan se som eftersträvansvärd. Framställningen skall uppfattas som ett förslag, vilket i sin tur bör granskas, förfinas och utvecklas. Visionen är inspirerad av en motsvarande skrivning i NCTM:s Principles and Standards (2000).

Alla elever har tillgång till engagerande och kunniga lärare som erbjuder matematikundervisning av hög kvalitet. Undervisningen genomförs av höga förväntningar underbyggda med ett starkt och genomtänkt stöd. Lärare har tillräckliga resurser för sitt arbete och de utvecklas fortlöpande i sitt yrke. De arbetar systematiskt och långsiktigt över ämnes- och stadiegränser i projekt. De samarbetar och besöker ofta varandras lektioner för att lära av och diskutera elevernas lärande och kollegornas undervisning. På varje skola finns en ämnesansvarig som hjälper sina kollegor och som håller sig informerad om läromedel, goda exempel, matnyttiga webbsidor, konferenser, forskning, kursutbud genom att delta i biennaler och följa tidskrifter. Genom återkommande träffar mellan ämnesansvariga på olika skolor och högskolor stimuleras erfarenhetsutbyte.

Eleverna förväntas engagera sig i komplicerade matematikuppgifter som noga utvalts av lärarna. Problemen kan angripas från olika perspektiv, med olika hjälpmedel och representationsformer. Eleverna får hjälp att förfinas och utforska sina antaganden och de använder en rik uppsättning metoder för argumentation och bevisföring. I grupp eller ensamma arbetar de på ett reflekterande sätt. Muntligt eller skriftligt kommunicerar eleverna sina idéer och resultat. Verksamheten präglas av nyfikenhet, upptäckarglädje och känsla för ämnets mångfasetterade karaktär. Teknologi i form av miniräknare och datorer används för undersökande verksamhet som

ökar begreppsförståelsen och underlättar behandlingen av stora datamängder samt för grafiska representationer eller tidsödande beräkningar. Eleverna utvecklar god förståelse för matematikens betydelse i samhälls- och yrkesliv och har insikt i vilket nödvändigt och kraftfullt hjälpmedel den är för många vetenskaper. De får god förståelse av hur matematiken har utvecklats och utvecklas i ett historiskt perspektiv. De värderar matematiken högt och engagerar sig aktivt för att lära sig ämnet och pröva sitt kunnande.

Skolledare och skolpolitiker förstår innebörden och vikten av matematiskt tänkande och lärande. De hjälper till att skapa lämpliga miljöer och erbjuder erforderlig tid och resurser för att stimulera undervisning och lärande.

Skolor samarbetar med institutioner på högskolenivå för att berika varandras professionella utveckling. Matematiker intresserar sig för, och bidrar konstruktivt till, att bestämma och tydliggöra innehållsliga mål i skolmatematiken och för att utveckla lärares matematikkunnande. Nätverken spelar en aktiv roll och engagerar många lärare i diskussioner, kompetensutveckling och utvecklingsarbeten.

Från allmänhet, media, näringsliv och övriga samhället finns stöd för utbildningsfrågor och utveckling av matematikundervisning. Betydelsen av god stimulerande matematikutbildning för alla är allmänt accepterad.

Svensk skola befinner sig en bit ifrån denna visionära bild – i en del avseende långt ifrån. Mycket vore vunnet om vi kan uppnå en bred enighet om vart vi egentligen vill nå. En diskussion med visionära förtecken har därför en given plats i ett kompetensutvecklingsprogram. Att förvandla visioner till verklighet kräver kraftfulla åtgärder på lokal, regional och nationell nivå. Det kräver engagerat arbete, resurser och inte minst – tid.

Innehåll och organisation

Det föreslagna kompetensutvecklingsprogrammet tar upp innehåll och organisation. Alla som undervisar i matematik skall ha relevant utbildning i ämnet. Ett givet mål är att de som saknar grundutbildning skall få sådan. Dessutom skall lärare med utbildning få ett fördjupat och breddat ämneskunnande med inriktning mot matematik som skolämne för att få intresseväckande och stimulerande ämnesinnehåll att bygga upp undervisningen kring. Därutöver skall ges kunskaper i matematikdidaktik i form av forskningsresultat med konsekvenser för undervisning och lärande med framgångsrika exempel från erfarna och kunniga kolleger.

Innehållsdelen skall relateras till styrdokument men vara bredare och djupare för att gynna lärarkårens professionella autonomi. Vi vill se en välutbildad lärarkår som är drivande vad gäller kritisk granskning och utveckling av kursplaner och läromedel och inte enbart en mottagande part.

Innehåll och uppläggning i en matematiksatsning skall relateras till behov och möjligheter. En beskrivning av möjligheter som t ex ekonomiska resurser, resurspersoner och olika former av stöd som finns och kan påräknas måste därför också göras på lokal och regional nivå. Inte bara organisationen bör beskrivas utan framförallt vad man faktiskt gör för att utveckla matematikundervisningen och vilka motiv och tankar som finns för detta. En gemensam studiedag bör kunna ge information och inspiration. Sedan kan en målsättning för arbetet på t ex en enskild skola växa fram utifrån en syntes av behov och möjligheter.

Kompetensutvecklingsatsningen skall ses som en del i en fortlöpande dynamisk utveckling. Därför behövs mål både på kort sikt och på lång sikt. De mål som formuleras bör vara utvärderingsbara, för avstämning och korrigerande under arbetets gång. Att ett mål är utvärderingsbart betyder inte att det måste vara kvantitativt mätbart, i många fall har väsentliga mål en kvalitativ karaktär. Ytterst skall allt professionellt utvecklingsarbete relateras till det övergripande målet att våra elever skall få ett förbättrat kunnande i vid mening.

Strategier och förhållningssätt

Studier av svenska och internationella satsningar visar att det är av största vikt att strategier och förhållningssätt är tydliga för alla som deltar i utvecklingsarbetet. Hit hör att se till lärarkårens styrka och potential och att uppfatta svåra och kritiska områden som utmaningar istället för att se till "brister" och skolans "problem".

Skol- och kompetensutveckling skall både frigöra och tillföra energi. Lärare, skolledare, resurspersoner, nätverk, politiker, ja alla inblandade parter skall förenas i en gemensam vision om vart vi vill sträva. Denna kan inspirera till långsiktiga inriktningsmål på varje nivå. Höga förväntningar på skola, lärare och elever i kombination med starkt stöd vad gäller tid och resurser skall ge arbetsglädje, framåtanda och ökat självförtroende.

Ett projekt eller en satsning skall absolut inte ha karaktären av förmedling av "sanningar" som pådyvlas "uppifrån". Istället skall alla sträva efter att utveckla lärande gemenskaper där forskare, lärare och lärarutbildare lär av varandra. Goda exempel från aktiva lärare, lärarlag och skolor är oundgängliga som inspirations- och kunskapskälla – så även resultat från forskning och utvecklingsarbete. Erfarna och framgångsrika lärare skall få stöd och vidare utbildning för att fungera som resurspersoner och föredömen.

En satsning skall initiera och understödja självstyrande grupper som fortlöpande formulerar sina kompetensutvecklingsbehov, så att insatsen inte blir tillfällig. Skolbaserad verksamhet där hela lärargruppen involveras i ett utvecklingsarbete som varvar teori med praktik i klassrummet har störst effekt på längre sikt. De framsteg som görs skall tas till vara

och byggas på. Tid och utrymme för reflektion och studier på alla nivåer från lärargrupper till anordnare har avgörande betydelse för kvalitetsutveckling och långsiktighet. Insatserna skall inte ha karaktären av tillfälliga åtgärder. *Kortsiktiga lösningar bidrar till att skapa och befästa långsiktiga problem!*

Effektiv användning av IT och media har stor betydelse för utveckling av horisontella och vertikala nätverk. Välutvecklade webbportaler och även andra tjänster på Internet är viktiga resurser liksom multimedia och videobaserat stöd. Videoinspelningar av lektioner kan t ex fungera som underlag för kritisk diskussion eller information kring goda exempel.

Kompetensutveckling skall tolkas i vid mening. Hela den arbetsmiljö och det system som lärare verkar i skall beaktas. I en långsiktig nationell målsättning skall därför även skolläring, föräldrar och politiker vara målgrupper och förändringsarbetet bör involvera en bredare informationskampanj om matematikens roll och värde inom kultur och vetenskap samt inom samhälls- och yrkesliv.

Referenser

- Dahland, G. (2001). *IT i skolan och kompetensutveckling av lärare. En sammanställning av forskning och utvecklingsarbeten, reflektioner kring ett kunskapsfält.* (manus)
- Dir. 1999:15. *Översyn av skollagstiftningen.* Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Dnr 98:3022/1. *Studie om minoritets elever och matematikundervisning.* Stockholm: Skolverket.
- Dnr 98:3022/2. *Studie om differentiering i matematikundervisning.* Stockholm: Skolverket.
- Dnr 2000:1838. *Utan fullständiga betyg.* Stockholm: Skolverket.
- Dnr 2000:2381. *Framgångsrikt på skolor i utanförskapspräglade områden.* Stockholm: Skolverket.
- Dnr 2000:3499. *Uppdrag avseende stöd till utveckling av förskola, skola och vuxenutbildning m.m.* Stockholm: Skolverket.
- Ds 2001:19. *Elevens framgång – skolans ansvar.* Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Emanuelsson, G. (2001). *Svårt att lära – lätt att undervisa? Om kompetensutvecklingsinsatser för lärare i matematik 1965 – 2000.* Göteborg: NCM (manus).
- Högskoleverket (1999). *Räcker kunskaperna i matematik?* Stockholm: Högskoleverket.
- Johansson, B. (1998). *Förkunskapsproblem i matematik?* Stockholm: Skolverket.
- Mowitz, L. (2001) *Hur kan lärare lära? – Internationella erfarenheter med fokus på matematikutbildning* Göteborg: NCM (manus).
- Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM (2000). *Tid för matematik – rapport 1 november 2000.* Göteborg: NCM.
- Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM (2001a). *Verksamhetsredovisning 1999–2000.* Göteborg: NCM.
- Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM (2001b). *Hög tid för matematik.* Göteborg: NCM.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA:NCTM.
- Prop. 1999/2000:135. *En förnyad lärarutbildning* Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- 2000/01:UbU3 *En förnyad lärarutbildning* Stockholm: Riksdagen.
- Prop. 2000/01:1. *Budgetpropositionen för 2001.* Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Prop. 2000/01:3. *Forskning och förnyelse.* Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Riksbankens Jubileumsfond (2000). *Forskarskola i matematik med ämnesdidaktisk inriktning.* Stockholm: Riksbankens Jubileumsfond.

-
- Skolverket (1997). *Kommentar till grundskolans kursplaner och betygskriterier i matematik*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2001a). *Integrationen förskoleklass, grundskola och fritidshem*. Dnr 98:2144. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2001b). *Den hägrande framtid ...?* Dnr 2000:1491. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2001c). *Kommetarmaterial om betygsättning och bedömning*. Stockholm: Skolverket.
- Thomas, M. O. J. (Ed). *TIME 2000. An international Conference on Technology in Mathematics Education*. The University of Auckland and Auckland University of Technology. New Zealand.
- U1999/3992/S. *Uppdrag till Göteborgs universitet om utvecklingsinsatser rörande undervisningen i matematik*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- U2000/3873/S. *Uppdrag till Statens skolverk avseende stöd till utveckling av förskola, skola och vuxenutbildning m.m.* Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- U2000/4731/DK. *Regleringsbrev för budgetåret 2001 avseende anslag till Statens skolverk m m* Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Wallby, K., Carlsson, S. & Nyström, P. (2001). *Elevers olikheter – organisationsproblem eller undervisningsutmaning? – Om grupperingar i matematik – motiv, problem och möjligheter*. Stockholm: Skolverket. (Under tryckning).

Bilagor

- Bilaga 1: Hur klarar våra elever matematiken?
Bengt Johansson
- Bilaga 2: Räcker kunskaperna i matematik?
Lars Brandell
- Bilaga 3: Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik.
Görel Sterner och Ingvar Lundberg
- Bilaga 4: Minoritets elever och matematikutbildning.
Irene Rönnberg och Lennart Rönnberg
- Bilaga 5: Undervisningsmiljö och andraspråkselevs begreppsbyggnad i matematik.
Irene Rönnberg och Lennart Rönnberg
- Bilaga 6: Elevers olikheter – organisationsproblem eller undervisningsutmaning? Om grupperingar i matematik – motiv, problem och möjligheter.
Karin Wallby, Synnöve Carlsson och Peter Nyström
- Bilaga 7: Svårt att lära – lätt att undervisa? Om kompetensutvecklingsinsatser för lärare i matematik 1965 – 2000.
Göran Emanuelsson
- Bilaga 8: Hur kan lärare lära? Internationella erfarenheter med fokus på matematikutbildning.
Lars Mouwitz
- Bilaga 9: Kompetensutveckling för lärare i matematik ur ett utvärderingsperspektiv.
Astrid Pettersson, Katarina Kjellström och Lisa Björklund
- Bilaga 10: Lärarutbildning – utbud, utbildare och anordnare.
Barbro Grevholm
- Bilaga 11: Kompetensutveckling med IT-stöd.
Günther Dippe

Externa rapporter

- Dippe, G. (2001). *Kompetensutveckling med IT stöd*. Utges av NCM.
- Emanuelsson, G. (2001) *Svårt att lära – lätt att undervisa? Om kompetensutvecklingsinsatser för lärare i matematik 1965–2000*. Utges av NCM.
- Grevholm, B. (2001) *Lärarytelse – utbud, utbildare och anordnare*. Utges av NCM.
- Mouwitz, L. (2001) *Hur kan lärare lära? – Internationella erfarenheter med fokus på matematikutbildning* Utges av NCM.
- Rönnerberg, I. & Rönnerberg, L. (2001). *Minoritets elever och matematikutbildning*. Stockholm: Skolverket.
- Sterner, G. & Lundberg, I. (2001). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik*. Utges av NCM.
- Wallby, K., Carlsson, S. & Nyström, P. (2001). *Elevers olikheter – organisationsproblem eller undervisningsutmaning? – Grupperingar i matematik – motiv, problem och möjligheter*. Utges av Skolverket.

