

Matematiken vid de svenska gymnasierna

av Dr Edvard Göransson
lektor i Stockholm

I. Organisation och mål för gymnasierna

a) Gymnasiernas tillkomst. Gustav II Adolf, som ivrigt bemödade sig om den högre bildningen, är de svenska gymnasiernas upphovsman. Det äldsta gymnasiet grundades nämligen år 1620, men undervisningen reglerades först år 1649 genom en skolförordning. E.G. Geijer, Sveriges förnämste historieskrivare, betecknade den som en "tillgång som är en ära för sin samtid, manlig, överallt närvarande i sak, fri från varje pedanteri och samtidigt vittnande om statsmannens och lärarens blick". Gymnasiet intog en mellanställning mellan skolan och universitetet och dess huvudsyfte var att utbilda tjänstemän, speciellt kyrkliga. Fastän huvudvikten därmed lades på teologi och klassiska språk, fanns det bland de sju lektorerna en lector mathematicus, som hade att undervisa om Euklides' Elementa samt vanlig aritmetik, "Computus ecclesiasticus", läran om globen samt geografi.

Gymnasieinstitutionen upphävdes år 1849 genom en kunglig förordning, vars föreskrifter innebar att skola och gymnasium skulle utgöra en undervisningsanstalt, senare kallad högre allmänt läroverk, som med sina olika bildningsriktningar motsvarar de skolorganisationer, som i Tyskland utgör såväl gymnasier och realgymnasier som överrealskolor. Genom läroverksstadgan från 1905 har benämningen *gymnasium* delvis återfått sin ursprungliga innebörd, såtillvida som den betecknar de fyra högsta årskurserna i de forna högre läroanstalterna. I stället för klasser talar man nu om "ringar" i gymnasiet. Namnet allmänt läroverk betecknar samtidigt real- och samskolor såväl som gymnasier och används för att skilja dessa från privata läroanstalter.

b) *Gymnasiernas mål*. § 3 i läroverksstadgan från år 1905 säger: "Gymnasiet utgår från det i de fem lägre klasserna av realskolan förvärvade kunskapsmåttet och har, utöver realskolans allmänbildande uppgift, till särskilt ändamål att grundlägga de vetenskapliga insikter, som vid universitet eller högre tillämpningsskola vidare utbildas." Denna skolförordning är resultatet av åtskilliga grundliga utredningar, vilken genom en omorganisation av de högre läroanstalterna vill göra slut på den dualism som den hittillsvarande skolförordningen förgäves försökte undanröja, nämligen att samtidigt meddela medborgarbildning utöver folkskolans ram och dessutom lägga grunden för vetenskapliga studier.

c) *Läget före 1905*. Man kan helt säkert påstå att den gamla läroverksstadgan inte förmådde lösa den dubbla uppgiften. Studierna planerades nästan uteslutande med hänsyn till dem som ville avlägga mogenhetsexamen. Skolan bemödade sig föga om bildningsbehovet hos dem som avslutade sina studier i skolan före mogenhetsexamen för att ta sig in i det praktiska förvärvslivet – och det gällde fler än hälften.

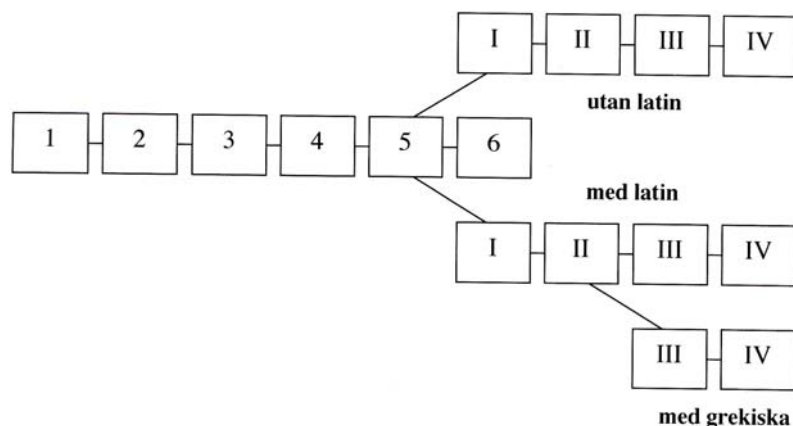
Alldeles särskilt visade sig detta i de matematiska undervisningsuppgifterna. Dessa beaktade endast ämnets formella bildningsvärde. Man riktade inte sin uppmärksamhet mot att man kunde göra den formella sidan rättvisa, fastän man lät hänsyn till det praktiska livet bestämma undervisningens innehåll. Man menade att det var på nybörjarstadiet som liknande formella ting lämpligast lärdes in, innan eleven började tänka över ändamålet med lärostoffet.

Här möter oss alltså ett tänkesätt liknande det som uttalades under första hälften av 1800-talet som bevisgrund för ett tidigt studium av ett språk och speciellt latinet: "av alla abstrakta kunskaper finns det inga som barnet hellre och lättare tar upp än grammatiken".

d) *Den nya skolorganisationen*. Organisationen för de högre läroanstalterna är alltså för närvarande följande: under de fem första åren, då eleven studerar i realskolans fem lägre klasser, är undervisningen gemensam för alla och fri från latin. Därefter kommer ett val mellan klass 6, "avslutningsklassen" i realskolan å ena sidan, och å andra

sidan gymnasiet. I gymnasiet däremot finns det två vägar: realgymnasium och latingymnasium. Slutligen kan eleven, när han kommer till latingymnasiets tredje ring, ansluta sig till den helklassiska sidan, dvs. med grekiska, men utan matematik och teckning. En fördel med detta system är också att det val som eleven har att göra mellan real- och latinklassen, uppskjuts tills han är 15 år gammal.

Följande översikt åskådliggör de högre läroanstalternas organisation:



När den ändrade skolororganisationen än en gång gav de fyra högsta klasserna i de högre läroanstalterna namnet gymnasium, fick de också en från realskolan skild ställning. Utan tvivel blir det väl uppenbart, dels att ynglingarna i gymnasiet förhåller sig annorlunda i disciplinärt avseende än gossarna i de fem lägre klasserna, dels att undervisningsmetoden på grund av elevernas större mognad i viss mån måste vara en annan. Rörande denna skillnad bestämmer läroverksstadgan från år 1905 bl.a. att kroppslig tukt under inga omständigheter skall förekomma i gymnasiet. Beträffande undervisningens allmänna grunder föreskrivs vidare: "Den i frågor och svar fortgående muntliga undervisningen vare det viktigaste medlet att utvidga och befästa lärjungarnas insikter. Därvid bör dock tillses, att lärjungarna i gymnasiets högre

ringar, där så finnes lämpligt, även få göra förberedande bekantskap med en vetenskaplig forsknings- och framställningsmetod.”

Den reform som mest karakteriserar undervisningen i gymnasiet är beviljandet av ett frivilligt val. Det fria valet, så som det gällde före 1905, var *alternativt*, så att en elev som bestämde sig för undervisning i ett friställt ämne gick miste om undervisningen i ett annat. År 1905 gavs *rätten att utesluta ett ämne*. Eleverna i samma klassföljd har tillfälle att studera *alla* i denna följd förekommande ämnen men kan efter eget val befrias från ett eller två ämnen.

Huvuddragen i motiveringen av beviljandet av uteslutningsrätten må anföras i korthet, så som de framgår av kommissionsrapporten av den 8 dec. 1902.

Med den grundliga omsorgen om alla ämnen i ungefär samma grad genom att alla lärare ådagalade framstående förmåga och strävan och eftersom undervisningen fordrade alltmer kraft, ökade trycket på eleverna i deras arbete, nästan likformigt fördelat över alla delar av undervisningen. Detta hade till följd att elevernas krafter och intresse i hög grad splittrades. Därför hände ofta att en duktig elev väl skötte sina studier klanderfritt, men att lärarna alltmer sällan såg att någon ägnade sig åt sitt speciella ämne med särskild lust och iver. I lärarkretsar blev det alltmer uppenbart att en ändring av skolorganisationen vore det enda medlet för att sätta stopp för olägenheten att alla som lämnar skolan är som *gjutna i ett block*. Tydligen stod det vare sig i elevernas eller lärarnas makt att finna hjälpmedel mot att skolan skulle få en stereotyp karaktär.

Den kinkiga frågan om koncentration av undervisningsämnena eller begränsning av kunskapsmångfalden får en naturlig lösning om man kan avlasta eleverna en del av undervisningen för att de skall kunna ägna sig åt den övriga delen med samlade krafter. På detta sätt hoppas man att varje ämne får en kärna av intresserade elever och att läraren slipper det ofta mödosamma arbetet med vissa föga intresserade elever som drar ner undervisningen. Gymnasiestudierna får utan tvivel en friare och mer självständig prägel om individuella anlag kommer mer till sin rätt. Gymnasiets sätt att undervisa kan då också

utformas så att det bildar en mer passande övergång till det sätt som är vanligt vid högskolorna. (Jfr s. 88)

Slutligen må en annan synpunkt anföras, som är avgörande vid införandet av valfriheten, nämligen det berömvärda ändamålet att bereda de i andligt eller kroppsligt avseende mindre begåvade eleverna en lättnad i deras skolarbete. Hittills har det utan tvivel funnits en verklig fara att för överbelastning av medelmåttigt begåvade elever, särskilt i de två högsta klasserna, och naturligtvis har de kroppsligt svaga befunnit sig i denna fara. Som erfarenheten visat har många av dem utvecklat sig till framstående vetenskapsmän. Ur denna synpunkt framkommer alltså att valfriheten blir ett av hjälpmedlen mot ett missförhållande, *överansträngningen*, som man ofta klagat på.

Den sistnämnda bevekelsegrunden har också varit avgörande för avvísning av önskemål från vissa håll, att befrielseätten endast skulle ges genom kvalitativ eller kvantitativ utjämning, så att den som ville välja bort ett ämne skulle behöva ett högre betyg eller skulle genomföra en självständig tilläggsuppgift. De erfarenheter som man gjorde år 1856 med försöket att införa en med kompensation förbunden valfrihet har också bidragit till att man inte ansåg sig kunna genomföra föreliggande yrkanden med sådan inriktning.

Kommissionen säger vidare att den begränsar det fria valet till de två sista åren för att inte sätta den framtida studentens allmänbildning på spel eller nedsätta hans bildningsgrad. Genom den omständigheten att skolans hela lägre stadium i avsaknad av tillfälle till val mellan olika bildningsvägar eller ämnen har gjorts enhetligt, har man fått en garanti för att ett accepterande av det fria valet på det högre stadiet kan förenas med kravet på en tillräckligt mångsidig bildning.

Erfarenheten har lärt oss att eleverna efter uppflyttning till gymnasiets tredje ring präglas av en ökad mognad. På ett tidigare stadium är de knappast tillräckligt mogna för att få del av valfriheten som ansvarsfull gåva. Den svenska läroverksstadgan åsyftar kort sagt att ungdomen småningom blir fostrad till allt större frihet i sitt val: under de fem första åren studerar alla gemensamt, därefter får de välja mellan de av skolan angivna bildningsinriktningarna: 1^o klass 6 i real-

skolan 2° studier i realämnen 3° studier i latin. Sedan eleverna under ett par år befast den valda inriktningen får de slutligen den största frihet som skolan kan ge dem, friheten att välja mellan olika ämnen.

Antalet bortvalda ämnen kan högst vara två. Då emellertid ämnena matematik och fysik i realklasserna tillsammans disponerar 10 veckotimmar och ämnena latin och matematik i latingymnasiet kräver 11 veckotimmar och bortval av så många timmar kunde fresta den mindre ambitiösa till lättja, så har man föreskrivit, att eleven, väl upptagen i tredje ring, har rätt att i början av skollåret genom val utesluta ett av de fastställda ämnena eller teckning eller två av dessa ämnen, förutsatt att dessa inte omfattar fler än 6 veckotimmar i högsta ringen. Den elev som fullt ut utnyttjar uteslutningsrätten har i varje fall i högsta klassen 27 veckotimmar på schemat, bortsett från gymnastik, sång, morgonandakt och frivilliga laborationsövningar i biologi, fysik eller kemi.

Av lätt insedda skäl har man angivit ämnena kristendomskunskap och modersmålet som obligatoriska. Starka röster har yrkat på att man inte skall få välja bort matematiken på realgymnasiet. Med god motivering påstod man att matematiken är så karakteristisk för denna bildningsinriktning att tillåtelse till befrielse från detta ämne skulle riva upp hela det svenska undervisningssystemet med påföljd att dess utveckling äventyrades.

I motsats till detta hävdade kommissionen att beviljandet av fritt val beträffande matematik i de högsta ringarna inte skulle störa sammanhanget i utvecklingen, ty under de tidigare 15 åren hade en real-elev kunnat godkännas, även om han inte hade godkänt betyg i matematik och steget från detta medgivande till beviljande av frivilligt uteslutande av ämnet vore inte särskilt stort. Detta införande av en nyspråklig bildningsinriktning, som alltså fanns redan i den äldre skolordningen, enligt vilken ett otillräckligt betyg i matematik kompensades med större språkkunskaper, har genom läroverksstadgan från 1905 utvecklats ännu längre. Man måste också medge att berättigandet att välja bort matematiken är ett lämpligare sätt att främja en liknande inriktning av studierna än att tillåta uppflyttning till högsta klassen

med ej godkänt matematikbetyg, eller att förklara honom för mogen, fastän han endast kan uppvisa otillräckligt betyg i matematik.

Kommissionen förklarade att den inte ville rangordna läroämnena, ett faktum som visar sig även i bedömningen av mognadsexamen, där alla ämnen med blott en begränsning står likaberättigade. Detta praktiska synsätt fann man heller inte så väsentligt avgörande, eftersom ett läroämne, som i framtiden kan vara viktigt för en elev, kan vara oviktigt för en annan och omvänt.

Emellertid måste man notera att grundsatsen ovan inte har kunnat upprätthållas. På grund av den nära förbindelsen mellan matematik och fysik har man tvingats formulera följande föreskrift: "Den elev i realgymnasiet som fritt valt bort matematiken, är berättigad att i samråd med vederbörande lärare utnyttja de delar av undervisningen i detta ämne som han behöver lära sig för att kunna tillgodogöra sig fysikundervisningen." Trots den goda avsikten torde väl detta endast föra med sig en illusorisk fördel. Uppenbarligen har man sett det som en väsentlig lättnad för eleven, om han inte är tvungen att delta så regelbundet och fullständigt att han kunde göra anspråk på ett nöjaktigt betyg. Denna uppfattning tycks härröra ur den motivering som man ansåg sig ha anledning att ge: tar man bort elevens rätt att frivilligt utesluta matematiken, så måste han kanske utesluta ett eller två andra ämnen som är av större betydelse för hans framtida yrke. Som senare skall tas upp har det hittills knappast förekommit att en elev valt att bli befriad från matematik.

Till sist vill jag med några ord beröra dem som vid uppflyttning till tredje ring väljer att studera grekiska. Dessa elever måste försaka undervisningen i matematik och teckning; dessutom reduceras deras undervisning i engelska med en veckotimme.

Under den tid som den förra läroverksstadgan från år 1878 gällde, kom latin in i klass 4 för dem som valde latinstudiet. Från dessa studier utgick två år senare en sidogren, den halvklassiska utan grekiska. Antalet elever som valde att studera grekiska, således under de fyra sista skolåren, var stort i början men avtog alltmer och med införandet av läroverksstadgan från år 1905 kommer grekiskan sannolikt att stu-

deras endast av de elever som behöver detta ämne för sina framtida universitetsstudier, alltså företrädesvis teologer och filologer. För närvarande tycks antalet åter växa.

Enligt läroverksstadgan från år 1878 hade de som studerade grekiska ett mindre matematikpensum än de övriga, men de studerade matematik under hela skoltiden. Dock måste de försaka biologiundervisningen.

Det faktum att man haft åsikten att undervisning i grekiska nästan uteslutande skall erhållas på bekostnad av matematiken, beror på följande yttrande. I den samtida kulturen bildar kunskap om naturfenomen och naturlagar ett särskilt värdefullt moment. Speciellt ger de biologiska forskningsresultaten tillfälle att ställa frågor av betydelse för den enskildes livsåskådning, med vilka präster såväl som alla vetenskapligt bildade måste vara förtrogna. Då därvid tillkommer att uppsikten över folkbildningen är anförtrodd åt prästerna, har man sett det som viktigt att dessa förvärvar alla de biologiska kunskaper som läroanstalten kan meddela, även om det måste ske på bekostnad av matematikkunskaperna.

Ett faktum är att det matematikkunskaper som i dag bibringas eleverna i gymnasiet två lägre ringar inte behöver vara så mycket mindre än det som eleverna lärde sig i de klasser där man studerade både grekiska och latin på den tid då läroverksstadgan från år 1878 gällde.

c) *Undervisningstid.* Skolåret, som skall omfatta 38 veckor, bortsett från den tid som behövs för intagnings- och uppflyttningsprov, varar från ungefär 20 augusti till början av juni. Julferierna varar något mer än 2 veckor. I de 38 veckorna inkluderas påskferierna (en vecka), ledig pingst från lördag t.o.m. tisdag samt övriga lediga dagar, som skall vara 4 till 6. Pingstferierna kan förläggas till en annan del av vårterminen, vilket ibland tolkas så att om pingsten infaller efter vårterminens slut kan ändå lov ges i motsvarande mån. Frånräknat detta förekommer lov för skridsko- och skidåkning.

I första och andra ring lämnas varje månad 3 dagar fria, som delvis används till skriftliga övningar i lärosalen. I tredje och fjärde ring är 4

dagarna fria varje månad, av vilka tre delvis utnyttjas för skriftlig övning i lärosalen.

Utöver detta kan rektor efter rådslag med vederbörande lärare befria eleverna i en viss klass eller avdelning från läxor 2 till 3 gånger per termin, så att klassen skall kunna använda en föreskriven tid till sportövningar eller lekar i det fria. Som regel förekommer inga läxor till måndagar. För de övriga dagarna varierar tiden för läxor enligt elevernas egna uppgifter mellan 2 och 3 1/2 timmar per dag.

Den dagliga undervisningen får inte omfatta mer än 6 timmar i läroämnena och teckning. Före den lediga frukostrasten får högst tre timmar och efter den högst fyra förekomma. Av dessa fyra timmar måste minst en ägnas åt ett tekniskt ämne. Lektionerna varar 45 minuter och mellan två lektioner är en 10 minuters rast inlagd.

I allmänhet varar undervisningstiden (inkl. morgonandakt och övningar) 7.45–9.35; 12–14.35 (ev. till 15.30).

Läroverksstadgan uppmanar till en friare utformning av matematikstudierna, liknande den som med samtycke från högre ort gjorts på försök vid de tyska gymnasierna under de senaste åren med goda resultat, inte minst i matematik.¹ Läroplanen säger nämligen följande. För att undervisningen skall vara fullt lönande även för elever, som saknar utpräglad matematikbegåvning, och för att överansträngning skall förebyggas, är det lämpligt att begränsa de olika områdena till det väsentliga. Till de begåvade eleverna kan läraren ge uppgifter som på grund av sin svårighetsgrad och knappheten i lektionstid inte kan tas upp i den gemensamma undervisningen, men som passar för självstudier. Endast undantagsvis används den tid som ökat genom uteslutning av ett ämne av enstaka begåvade elever för mer ingående studier under ledning av vederbörande lärare.

d) Prov. Vid slutet av vårterminen äger prov rum i samband med uppflyttning till högre klass. Detta prov, som varar endast några timmar, är helt enkelt att betrakta som en skolhögtid, då premier och understöd delas ut samtidigt med uppflyttningarna. Eleven flyttas upp om han uppnått åtminstone godkänt betyg i samtliga ämnen. Dock uppflyttas även en elev i realskolans fem klasser och gymnasiets två lägre ringar,

om kunskaperna är otillräckliga i ett eller högst två ämnen, såvida eleven är godkänd i modersmålet och lärarkollegiet finner uppflyttning berättigad på grund av bättre kunskaper i andra ämnen. Denna bestämmelse, vars konsekvens är att en elev kan flyttas upp genom hela skolan med otillräckligt betyg i ett och samma ämne, tolkas inte lika liberalt överallt. För uppflyttning till tredje ring gäller samma föreskrifter som är fastställda för mogenhetsexamen. Den som inte flyttats upp kan komplettera de otillräckliga betygen vid höstterminens början.

Mogenhetsexamen har karaktär av en examen rigorosum och är dels skriftlig, dels muntlig. Uppgifterna till det skriftliga provet sammanställs av "Kungliga överstyrelsen för rikets allmänna läroverk" på förslag av prövningskommissionen (censorer) som sedan har utsetts bland professorerna vid universiteten och den tekniska högskolan. Uppgifterna är lika för hela riket, varför de skriftliga proven utförs vid samma tidpunkt överallt. Före år 1910 hade man två skriftliga prov i matematik, det ena i "geometri", det andra i "algebra". För närvarande förekommer endast ett skriftligt prov i matematik och det tilldelas 6 1/2 timmar. Därvid ger man 8 eller 9 uppgifter, som valts ur kursens olika delar. Det krävs en tillfredsställande behandling av minst 3 uppgifter för att bli godkänd.

Inom reallinjen anordnas ett skriftligt prov i modersmålet, tyska, engelska, matematik och fysik, varvid en elev får byta tyska eller engelska mot franska. Före 1910, då franskans ställning var starkare, hade man ett obligatoriskt skriftligt prov också speciellt i detta språk. På latinlinjen anordnas prov i modersmålet, latin, tyska och matematik, men den som så önskar kan underkasta sig ett prov i franska eller engelska i stället för i tyska.

Före 1910 hade eleverna att delta i alla dessa skriftliga prov. För närvarande måste de delta i minst tre och för att få komma till den muntliga prövningen krävs att provet i modersmål och åtminstone två andra läroämnen har befunnits värdigt betyget "godkänd". Dessa föreskrifter har medfört en beaktansvärd lindring.

Den muntliga prövningen leds av censorerna. Censorn kan själv ta över prövningen, men i regel är det läraren som genomför den efter

censorns anvisningar rörande stoffet. För närvarande behöver eleven bara underkasta sig prövning i 7 eller ev. 8 läroämnen. Såvida inte fler än halva antalet censorer låter eleven falla igenom, skall man godkänna den elev som fått godkänt betyg i 10 av de läroämnen som ingår i fjärde ringens läroplan eller i 9 ämnen, varvid de två övriga ämnena haft högst 6 veckotimmar. Den elev som i full utsträckning utnyttjat rätten att välja bort ämnen måste ha förvärvat godkända kunskaper i alla andra ämnen.

Eftersom resultatet av gymnasieundervisningen, såtillvida som det får sitt uttryck i mogenhetsexamen, bedöms av fackfolk från rikets högsta läroanstalter, har man sedan institutionens införande år 1864 velat se denna som ett slags inspektion av läroanstalterna.

Ett mer ingående inspektionsväsen anförtros sedan 1905 åt fem män ur kretsen av gymnasielärare; de fem personerna utgör "Kungliga överstyrelsen för rikets allmänna läroverk". Denna institution har som plikt att utöva överinseende över de högre läroanstalterna, de statligt understödda flickskolorna, de högre kommunala skolorna och de privata skolor som har rätt att anordna mogenhets- eller realexamen.

g) *Nuvarande reformsträvanden.* Alltså kan man nu nästan säga att utvecklingen i de nordiska länderna nått det mål som vissa åtgärder på kontinenten, särskilt i Tyskland, åsyftar, nämligen "enhetlighet på det lägre stadiet och i görlig mån på mellanstadiet", ett mål som den år 1889 bildade "Verein für Schulreform" ställde upp på sitt program. Det bör därför vara av visst intresse att kasta en blick på utvecklingen i Sverige beträffande organisationsfrågan under de senaste 40 åren.

En skrivelse från riksdagen år 1870 gav impulsen till en av riksdagen 1873 antagen reform, som ledde till läroverksstadgan från 1878. Denna medförde den genomgripande förändringen att det tyska språket infördes som grundläggande språk och latinet sköts upp till klass 4. Avsikten var för övrigt att de tre första åren skulle bilda en i viss mening avslutad lärogång och att de som klarat av femte klassen skulle ha bibringats den grundläggande undervisning som behövdes för att ägna sig åt olika värv, d.v.s. med hänsyn till dem som ville gå

till tekniska elementarskolor, lägre lant- och skogsbruksskolor, lägre handelsskolor o.s.v.

I detta sammanhang inrättades speciella högre realskolor med uppgift att utveckla den reala bildning men deras framgång har inte varit särskilt stor på grund av att de bibehållit formen av en speciell avdelning inom skolor av äldre typ.

Tanken att kraven på allmänbildning skulle vara målet för hela skolan, men särskilt för det lägre stadiet och mellanstadiet, har besjälats reformpartiet sedan 1870. Redan 1880 behandlades frågan ånyo i riksdagen och i en serie överläggningar under de följande åren var det främst två åsikter som stred mot varandra: den ena att man skulle sörja för allmänbildningen genom en speciell avdelning, arrangerad som extraavdelning; den andra att latinstudiet skulle uppskjutas till klass 6 och de fem första årskurserna ordnas så att undervisningen i första hand iakttog allmänbildningskraven. Några delreformer såsom den år 1894 införda rätten för reallinjens elever att avlägga akademiska prov utan komplettering i latin, vissa lättnader i mogenhetsprövningen, åtgärder för undanröjande av överansträngning, som man klagat på åtskilliga år, förmådde knappast under någon längre tid avlänka uppmärksamheten från huvudfrågan.

Det var en artikel i "Svensk Tidskrift" av en ung lärare, numera rektorn *H. Dahlgren*, som gav nya impulser. Dahlgren kunde påvisa att det i läroplanen av år 1878 förutsedda avslutningsstadiet inte tillfredsställde det behov som fanns, därför att avgångsåldern tenderade till att bli högre än som var avsett. Dahlgren visade att skolorganisationen som helhet var anpassad efter dem som ville avlägga mogenhetsexamen, ett förhållande som faktiskt inte från något håll kunde bestridas seriöst. Statistiken visade att 75 % av eleverna lämnade skolan utan mognadsprövning. Man nödgades alltså anse det som ändamålsvidrigt att skolorganisation var speciellt anpassad för en minoritet. Redan i artikeln av år 1894 angavs huvudprincipen: de 5 första klasserna skulle vara gemensamma för alla, följda av en avslutningsklass för dem som ville avgå från skolan.

Emellertid uttalade sig en år 1899 tillsatt kommission av flera skäl för en gemensam 6-årig realskola med realexamen för alla och ett på denna byggt 3-årigt gymnasium. I den ofta omnämnda kommissionen av år 1902 segrade den åsikt som kom till uttryck i skolförordningen av år 1905, men den är resultatet av en utjämning av två motsatta strävanden. Särskilt noterade man svårigheter med att ge de klassiska språken en tillfredsställande undervisning i det nya gymnasiet. Bland opponenter, som förordade en fullständigt genomgången realskola för alla och ett treårigt gymnasium, fanns även Dahlgren och bland de lärarkårer som hade att yttra sig om förslaget från 1902 var meningarna starkt delade. Mycket talar för att flertalet lärare önskade en organisation med treårigt gymnasium och en gemensam realexamen.

På den allmänna lärardagen i Malmö talade 3/5 av de närvarande för Dahlgrens avvikande mening, som bifogats kommissionsrapporten. Av alla tecken att döma dröjer det inte länge förrän organisationsfrågan åter står på dagordningen. Därför må här några synpunkter anföras som framkommit under de senaste åren.

1° Klass 6 i de högre läroanstalterna kommer snart att vara diskrediterad och besökt av en minoritet mindre begåvade elever. På orter med endast en realskola kan man visserligen vänta sig en viss tillströmning, speciellt som övergången till andra ring underlättas för den som genomgått realexamen, detta på grund av en föreskrift att ingen prövning krävs i ämnena modersmål, tyska, engelska, geografi och biologi vid övergången. Att utvecklingen tenderar att gå i denna riktning bekräftas även av följande tabell (se nästa sida):

2° Om det lägre stadiet förut främst var organiserat med hänsyn till den minoritet som ville avlägga mogenhetsexamen, så kan man nu tvärtom säga att studierna planerats med tanke på dem som vill avlägga realexamen.

3° Man kan betvivla att valfriheten i tredje ring skulle medföra en begränsning av ämnen och koncentration i undervisningen, vilket av allt att döma skulle ske om man införde valfrihet redan i början av det

Elevantal i klass 6 i % av hela realskolan höstterminen				Antal ej godkända i provräkningen i realexamen i % av dem som avlade detta prov vid slutet av vårterminen ²⁾								
År	Högre läro- anstalter	Realskolor	Samskolor	H. läroanst.	Realskolor	Samskolor		Privatskolor		Privatister		Totala antalet ej godkända
						Gossar	Flickor	Gossar	Flickor	Gossar	Flickor	
1906	7,09	7,76	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1907	6,98	7,88	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1908	6,42	8,00	9,59 ¹⁾	31,3	26,6	—	—	28,6	22,9	37,7	38,8	31,2
1909	5,55	7,05	11,67 ¹⁾	40,0	27,6	32,4	28,9	35,9	21,5	39,7	36,9	35,6
1910	4,99	7,01	11,81 ¹⁾	36,1	23,9	28,5	50,0	18,2	31,1	37,9	47,0	33,8

1. Endast de skolor är medräknade där 6:e klassen redan var inrättad.

2. För antagning till muntlig prövning är betyget "godkänd" ej erforderligt i provräkningen.

treåriga gymnasiet. I de fem lägre klasserna bestämdes undervisningsuppgifterna främst med hänsyn till dem som vill avlägga realexamen. I gymnasiets båda lägre ringar planeras studierna på en bredare bas för att eventuellt redan i tredje ring avbrytas genom frivilligt val. Sålunda blir framställningen om den westfaliska freden avbruten för dem som utesluter historia, i fysik lär man sig elektrostatik men inte den vida betydelsefullare elektrodynamiken (eller optiken som dock ges i realskoleklass 6), i kemi avslutar man med metalloiderna, men metallernas kemi går förlorad för eleven. Tyska och engelska skjuter man gärna upp tills ett livligt intresse för litteraturstudier växer fram, för att inte tala om franska och latin som avbryts efter ett resp. två år. Inget enda läroämne erbjuder i andra ring en någorlunda avslutad lärogång, som kunde rättfärdiga ett avbrytande.

"Under dessa omständigheter kommer visserligen kommissionen att med det frivilliga valet erbjuda den intellektuellt svaga och överansträngde tillfälle att slippa en del av sin börda och därigenom nå fram till mogenhetsexamen, men inte att ge något stöd åt dem som är begåvade i en viss riktning, ty det finns ingen påminnelse i planen för studieuppgifterna om att dra nytta av det frivilliga valet utan tvärtom, en tydlig uppmaning att fortsätta." Däremot kan man vänta sig att för-

hållandena i ett treårigt gymnasium blir annorlunda, där eleverna genast kan välja bort ett ämne som känns motbjudande. ”Därigenom skulle undervisningen förbättras, man skulle lättare och grundligare lära sig studieuppgifterna och en undervisningsmetod som är anpassad till elevernas ålder skulle främjas.”²

Genom rätten att välja bort ett ämne har en olägenhet beträffande de svagaste eleverna kommit i dagen. Om eleven utnyttjar det fria valet i full utsträckning, måste han bli godkänd i alla ämnen där prov förekommer. Starka röster har ånyo höjts för ett återinförande av den gamla skolförordningens utjämningsprincip, enligt vilken ett icke godkänt betyg i ett ämne kunde kompenseras med ett högre betyg i ett annat.

Fastän valfriheten förekommit endast en kort tid, kan följande siffror vara av intresse. De anger kvoterna av antalet bortval i hela riket och antalet elever i ringen. Tabellen anger procenttal.

	Ring	År	Matematik	Biologi	Fysik	Kemi	Teckning	Latin	Bortval (samtliga)
La<tingymn. . Realgymn.	III	1909	1,1	8,2	3,6	3,6	6,7	–	39,3
	III	1910	0,6	5,2	2,6	2,8	8,9	–	36,7
	IV	1909	1,8	11,7	4,6	4,6	11,1	–	62,1
	IV	1910	2,0	8,7	5,1	4,1	14,2	–	59,9
	III	1909	8,3 ¹⁾	19,0	7,2	–	9,7	11,3	63,7
	III	1910	5,4 ¹⁾	15,1	5,6	–	23,0	4,9	59,9
	IV	1909	10,1 ¹⁾	20,9	8,1	–	11,9	9,4	80,1
	IV	1910	11,2 ¹⁾	23,3	9,5	–	14,8	11,2	79,8

1. Detta tal är för lågt, eftersom antalet elever som studerar grekiska är okänt.

Det må också framhållas att de genom val friställda timmarna inte kan utnyttjas av eleverna för det avsedda ändamålet, då dessa timmar, som

ofta tillbringas i ett för alla gemensamt studierum, inte ger den enskilda eleven tillfälle till ostört studium. ”I bästa fall ägnas sådana timmar vid vackert väder åt sköna promenader.”

4° Det treåriga gymnasiet har redan prövats vid några privata samskolor och flickskolor och de har, såvitt man kunnat se, befunnits fungera bra. Just i dessa dagar har frågan åter ställts i en grupp, där man diskuterade införande på försök av ett års ryska; undervisningen skulle ges under de sista gymnasieåren.

5° Den största svårigheten är naturligtvis att ordna så att man gör rättvisa åt de klassiska språken. Man har tänkt att inrätta ett mindre antal s.k. A-skolor, där studiet i de klassiska språken skulle införas tidigt, men man har dock tänkt sig ett treårigt gymnasiestudium för latin och ett tvåårigt för grekiska (ev. med överflyttning av grekiskan till universitetet).

6° Allt högre röster höjs för en delning av gymnasiet i flera studieinriktningar, anpassade till fortsatta högskolestudier. Det torde vara missnöjet med den nuvarande organisationen som givit anledning till att detta krav, som framkom för ca 10 år sedan utan att vinna något egentligt gehör, nu åter börjar höras. Men *den* åsikten kommer också tydligt i dagen att man avstår från gymnasiets hittills i stort sett icke-utilitaristiska karaktär som *allmänbildande skola*; man strävar efter att införa högskolornas differentiering redan i gymnasiet.

7° Slutligen, angående realskolans organisation tycks utvecklingen sikta mot att dess första klass, ev. två första klasser, senare tas bort. Hittills har realskolans första klass anslutits till folkskolans tredje år och ungefär hälften av dem som togs in i högre läroanstalter har varit elever i folkskolan. För ett par år sedan beslöt riksdagen inrätta en ny skoltyp, kommunala mellanskolor, som skulle bygga på genomgången folkskola av bästa typ (Litt. A), d.v.s. på sjätte skolåret. Det är lämnat åt kommunerna att göra dem tre- eller fyraåriga. Genom åtgärden att med början 1914 endast medge bidrag till de fyra högsta klasserna i de statligt understödda kommunala samskolorna tycks riksdagen vilja

tvinga in dessa skolor i den ovan nämnda typen, d.v.s. ansluta dem som en direkt överbyggnad till folkskolan.

De kommunala mellanskolornas organisation står just på dagordningen. Beträffande utbildningen av deras lärare hänvisas till rektor Dahlgrens rapport om folkskoleseminarierna.

II. Gymnasiets undervisningsuppdrag i matematik

Läget före 1905

För att få en föreställning om i vilka avseenden läroplanen av år 1909 skall verka reformerande på matematikundervisningen är det nödvändigt att granska de hittills bestående förhållandena. I Sverige var det matematiska undervisningsområdet alltid ringa i jämförelse med motsvarande stadier i andra länder. Först genom läroverksstadgan från år 1820 blev algebran införd i sådan utsträckning att eleven kunde lösa andragradsekvationer när han lämnade skolan. I geometri var lärogången i latinskan under hela 1800-talet Euklides sex första böcker eller motsvarande; en kortare tid under århundradets första hälft hörde även en obetydlig stereometriundervisning (Euklides elfte bok) till programmet.

Efter långa diskussioner grundades slutligen skolan för realstudier utan klassiska språk år 1849. Dessförinnan höll de flesta fast vid att de bildningsämnen som kännetecknar denna inriktning snarare tillhör universiteten än skolan. Sålunda säger *J.J. Berzelius*, den ryktbare kemisten, som ingick i skolkommissionen av år 1828, i sitt tvivel på undervisningsreformen: "Helt naturligt är det så, att om de män som ansvarar för kulturfrågorna i ett land, saknar den sorts bildning som vill göra sig gällande, så kan inga huvudsakliga förändringar uppnås, förrän dessa män har avgått och ersatts av andra." År 1849 fick de svenska skolorna de två parallella riktningarna real- och latinskola, mellan vilka skillnader uppträdde med det första skolåret, sedan med det tredje, vidare med det fjärde och slutligen med det sjätte skolåret.

Läroverksstadgan, som skulle ge de år 1849 nyorganiserade läroanstalterna en fast organisation, var av år 1856, men redan år 1859 er-

sattes den av en annan. Enligt denna erhöll realklasserna stora undervisningsupdrag med tanke på svenska förhållanden: som nya moment infördes nämligen rymdgeometri, plan trigonometri och analytisk geometri. Detta föranledde även en framstående dåtida matematiklärare och läroboksförfattare, *E.G. Björling*, att uttala sin tillfredsställelse med den nya förordningens verkningar ungefär på detta sätt:

”Den sakkunnige måste glädja sig över att matematiken kommit till heder även hos oss, att vårt lands ungdomar inte måste stå efter sina jämnåriga på andra sidan havet i ett läroämne som har den dubbla egenskapen att utveckla andliga förmågor och förbereda för näringslivet.”

I detta sammanhang nämner samma sagesman det envisa motstånd som det nya lärostoffet framkallade hos alla som tillhörde den gamla skolan. Följden var också att detta motstånd gjorde sig gällande, varför de nya läroplanerna knappast kunde ha införts, förrän de blev begränsade.

Det var det sedan denna tid ständigt upprepade klagomålet rörande överbelastning som en tid ledde till en reduktion av lärostoffet. Sålunda tog man bort avsnitten om serier och logaritmer ur latinklassernas kurs och realklassernas kurs minskades med den analytiska geometrin. Småningom kom man på det klara med att överbelastningen mer berodde på den otillräckliga metodiska behandlingen än på stoffets omfattning. Därför återinfördes år 1878 nämnda moment i undervisningen och de har sedan dess bibehållits. Under mellantiden har nämligen metodiken utvecklats i heuristisk riktning och dessutom infördes 1864 provåret för den praktiska utbildningen av lärare. Samtidigt som kursstoffet begränsades 1865, fastställde man att elevernas läxor skall förberedas, ett faktum som ännu mer inskräptes genom ett cirkulär av år 1867. Efterlevnaden av bestämmelsen övervakades genom skolinspektioner.

Om alltså matematikkursen i Sverige alltid varit så begränsad att den trots stort timantal i realklasserna inte kommer i nivå med vad man klarar av i den helklassiska skolan i Tyskland eller Frankrike, så är detta förståeligt av den omständigheten att vid realstudiernas

tillkomst och ännu under anseelig tid valdes de av mindre begåvade elever, medan andra elever valde latinstudierna, som av hävd åtnjöt större anseende.³ Under de senare 30 åren har detta ändrats. När nu mer begåvade började gå i realklasserna – antalet elever med denna bildningsinriktning är för närvarande mycket större än latinskolans antal elever – så måste eleverna på de många matematiktimmarna befatta sig med lösning av invecklade uppgifter inom det knappt tilltagna kursområdet. ”Alltså bibehölls ett skrattretande litet undervisningsuppdag i förhållande till timantalet, medan problemen blev alltmer komplicerade.”⁴

Kommissionsrapporten av år 1902, som ovan nämnts byggd på den nya läroverksstadgan, har i sin plan för gymnasiets matematikundervisning av fruktan för det minsta tecken på utökning av kursstoffet och motsvarande klagan på överbelastning inte tagit hänsyn till de nyare impulserna att reformera innehållet i gymnasiets matematikundervisning. Det kursstoff som angavs i planen var i stort sett likadant som det gamla.

Lyckligtvis bestämde man inte läroplanen vid samma tidpunkt som skolförordningen fastställdes. I början föreskrev man en provisorisk indelning av lärostoffet för varje år, allteftersom den nya förordningen tillämpades i skolan. De slutgiltiga läroplanerna formulerades först då den nya förordningen skulle införas i den högsta klassen. På så sätt kom läroplanen för realskolan och gymnasiet att fastställas år 1906 respektive 1909. Under tiden hade man tillfälle att överväga, hur de planerade reformerna skulle fungera, när de omsattes i verklighet.

Förvisso hade röster för reformering av matematikundervisningen i Sverige blivit högljudda tidigare. Sålunda hade *A.T. Bergius* redan 1868 i en artikel i *Pedagogisk Tidskrift* uttalat sig för en förändring av lågstadiets algebraundervisning, som sent nog blev ett faktum genom realskolans läroplan av 1906. Samtidigt framkastade han den förmodan att framställningssättet en dag skulle ha uppnått en sådan enkelhet och gripbarhet att infinitesimalräkningen skulle kunna införas i de högre läroanstalternas högsta klasser. År 1887 utgav *K.P. Nordlund* en reformerad framställning av bokstavsräkning för nybörjare som även

innehöll grafisk framställning av funktioner. Mot nyttan av Euklides Elementa som lärobok i geometri höjdes talrika röster, bland vilka några bör nämnas: Svenska Akademin för Vetenskap, som redan 1744 föranstaltade om en översättning av *Clairauts* bekanta introduktion till geometrin och som varmt rekommenderade det utmärkta, år 1810 utgivna arbetet av dess ledamot *Kjellin*, "Grunder i geometri för nybörjare"; vidare *E.F. Gustrin*, *K.H. Sohlberg*, *T. Brodén*, *G. Cassel*, *E. Phragmén* m.fl.

I ett annat sammanhang⁵ har jag berättat, hur önskemålen om att ersätta Euklides Elementa med en annan lärobok krönts med framgång först i dessa dagar. Kraven på reformer av gymnasiets matematikundervisning hade mycket ringa framgång. Det var inte förrän kommissionsrapporten publicerats 1902 som man i vidare kretsar riktade uppmärksamhet på de strävanden kring matematikundervisningen som gjort sig gällande på kontinenten och där gick i samma riktning som i enstaka fall märkts i Sverige och som man även försökt åtgärda någon gång i slutet av 1800-talet. Intresset att utnyttja det tillfälle som erbjöds genom införandet av de nya läroplanerna kom till uttryck i mången artikel. Sålunda publicerades 1905 följande uppsatser angående dessa diskussioner: *A. Wahlgren*, "Om latingymnasiets matematikuppdrag", *H. Petrini*, "Matematiken i skolan", *O. Josephson*, "Till frågan om gymnasiets matematikuppdrag", alla dessa i *Pedagogisk Tidskrift*, vidare: *V. Bjercknes* "Om skolmatematiken" i tidskriften *Skolan*, samt *E. Göransson*, "Bidrag till kunskapen om undervisningen i Sverige på 1800-talet" i ett skolprogram i Stockholm.

I de anförda uppsatserna förhöll man sig mycket kritisk mot den dittills rådande formalismen i matematikundervisningen. Det visades hur man delvis använde matematiktimmar till saker som var till föga gagn för elevernas utbildning. Exempelvis sysselsatte man sig under de två första gymnasieåren alltför mycket med det som träffande kallats räknegåtor, d.v.s. med benämnda tal som ledde till ekvationer av första eller andra graden. En relativt omfattande tid under tredje och fjärde gymnasieåret ägnades åt exponential- och logaritmekvationer av så invecklat slag att motstycke knappast går att finna i

utländska problemsamlingar. I de nämnda uppsatserna framhölls också att lösning av geometriuppgifter fått orimligt mycket tid, under vart och ett av de två sista gymnasieåren rentav två veckotimmar. Man ställde med fog frågan om inte de moment som bara främjade ett formellt matematiskt bildningsvärde lämpligen kunde ersättas med andra som samtidigt hade ett reellt värde och som svarade mot rådande kultur. Det betonades att tillämpningarna av matematik på olika områden tidigt skulle komma till sin rätt. Särskilt geometrin erbjöd ett rikt fält av beräkningsuppgifter med ett naturligare innehåll än de konstlade ekvationsuppgifterna som sedan länge omhuldots med förkärlek. Om geometrin inte användes tidigare för detta ändamål, så berodde det på att Euklides sjätte bok endast studerades under det sjunde skolåret; först då kom man fram till ytberäkningar. Därefter studerade man under detta år och de följande åren en kurs i tillämpning av algebra på geometri, ett avsnitt som med svensk terminologi kallas "planimetri". Denna försummelse av tillämpningarna kunde fysikläraren ofta iaktta. Ofta kom svårigheter i dagen när man ville vägleda eleverna till användning av sina kunskaper i trigonometri och om logaritmer o.s.v. vid studiet i fysik. Eleven tycktes hysa ett visst tvivel på att hans matematikkunnande kunde vara nyttigt för något annat än till behandling av de konstlade uppgifter som mötte honom i exempelsamlingarna i matematik. Reformvännerna önskade att tillämpningarna tidigt skulle komma till sin rätt.

Nuvarande förhållanden

a) Timplan. Ur timplanen ges följande utdrag, såtillvida som matematik och naturvetenskapliga ämnen berörs (se nästa sida).

I det totala antalet timmar är tiden för gymnastik, sång och morgonandakt eller för fria laborationsövningar icke inräknad, högst två veckotimmar i var och en av avdelningarna i ring I, II, III och IV, i sista ringen dock endast under höstterminen i ett av ämnena biologi, fysik och kemi. Vid beräkningen av tjänstetid för de lärare som på gymnasiestadiet har 18–22 veckotimmar alltefter antalet elevarbeten som skall rättas, medräknas den tid som används för elevövningar. Om

	Realgymnasium				Latingymnasium			
	Ring I	Ring II	Ring III	Ring IV	Ring I	Ring II	Ring III	Ring IV
Matematik	7	6	6	6	5	4	4	5
Fysik	3	2	4	3	2	1	2	2
Kemi	2	2	2	2	—	—	—	—
Biologi	1	2	2	1	1	2	2	1
Teckning	2	2	2	2	2	2	2	2
Totala antalet veckotimmar	30	31	33	33	30	31	33	33

antalet av dem som deltar i en avdelning överstiger 16, kan denna delas upp i två laborationsavdelningar.

b) Stoff. Beträffande omfånget och fördelningen av stoffet ges följande översikt. Efter en sammanfattning och utvidgning av det som eleverna lärt sig i realskolan går man i gymnasiets första ring vidare med kvadratrötter och ekvationer av andra graden. I andra ring tillkommer potenser och logaritmer för realeleverna. Till båda ringarnas stoff hör ”användning av rätvinkliga koordinater för studium av enkla funktioner”. De två första ringarnas geometrikurs omfattar likformighetslära och en repetition av realskolestoffet jämte tillämpningsövningar. För realeleverna tillkommer i andra ring enkla trigonometriska beräkningar rörande plana figurer.

Kurserna i de två högre ringarna omfattar en mer fullständig lärogång beträffande plan trigonometri samt aritmetiska och geometriska serier med tillämpningar främst på sammansatt ränta. Geometristoffet omfattar här stereometri. För realeleverna införs i tredje ring begreppet derivata, varvid även en analytisk-geometrisk behandling av andragradskurvorna tas med; för latineleverna däremot begränsar man sig i alla ringar till studiet av enkla funktioner med hjälp av grafisk framställning i rätvinkliga koordinatsystem. I fjärde ring repeterar man det viktigaste stoffet från de tidigare ringarna.

I samtliga ringar föreskrivs en skriftlig uppsats var tredje vecka som arbete dels i hemmet, dels i skolan.

*Kommentarer kring timplanen*⁶

I allmänhet hävdades åsikten att den gamla timplanen för matematik med 6, 6, 6, 7 timmar för realeleverna och 4, 4, 5, 5 timmar för latineleverna var mer ändamålsenlig och att realskolans femte klass borde få ännu en timme så att eleverna skulle förvärva större färdighet i att förenkla bokstavsuttryck vid intagning i gymnasiet.

Från ett par håll framhålls nästan motsatta önskemål. Man betonar att matematikens timantal är lite för högt, speciellt för latineleverna. För dem vore timfördelningen 5, 4, 3, 3 mer ändamålsenlig. Man motiverar detta dels med det faktum att företrädare för de humanistiska ämnena klagar över att matematiken tar en oproportionerligt stor del av tiden och elevernas intresse i anspråk, dels med uppfattningen att eleverna i de högsta ringarna tillbringar en alltför stor del av sin tid i skolan. För dem som inte valt bort något ämne, uppgår denna tid till 41 veckotimmar om vardera 45 minuter, nämligen 33 obligatoriska timmar, 2 frivilliga laborationer, 4 gymnastiktimmar och 2 timmar sång.⁷

Om timantalet skärs ner, så behöver ingalunda kursomfånget bli väsentligt mindre, anser man. Man betonar nämligen starkt att inte endast schemat och läroplanen bestämmer kraven på eleverna utan i första hand de stora krav som vissa censorer ställer på såväl den skriftliga som den muntliga examen. Som exempel anförs att den föreskrivna delkursen rörande sammansatt ränta kan genomgåås på några få timmar, om man vågade begränsa sig till enkla uppgifter, varemot ca 30 timmar (!) behövs, om man nödgas ta med invecklade uppgifter av den typ som brukar förekomma i mogenhetsexamen. ”Detta är fallet med nästan alla delar av kursinnehållet i matematik.” Eftersom mogenhetsexamen obestridligen vållar åtskilliga olägenheter, som under nu rådande förhållanden knappast kan avhjälpas, har denna mening fått komma fram här, även om min erfarenhet tyder på att censorernas krav är mycket beskedliga, rentav mer beskedliga än lärarnas.⁸

För att förstå begränsningskraven rörande matematikundervisningen för såväl latin- som realelever vill jag erinra om att det i huvudsak är tre riktningar som i detta fall gör sina anspråk gällande:

1° matematiker och naturvetenskapsmän, 2° klassiska filologer, 3° nyfilologer. De senare, bland vilka för närvarande – märk väl att man studerar franska ett eller högst tre år i gymnasiet – de flesta är lärare i engelska eller tyska, önskar se en nyspråklig bildningsinriktning för realskolan växa fram. De önskar sig alltså inte endast en begränsning eller ett åsidosättande av matematikundervisningen utan är benägna att åsidosätta latinet eller åtminstone att förhålla sig likgiltiga mot detta språk. Lärarna i germanska språk behöver idag inte själva studera vare sig latin eller än mindre grekiska. Om nu filologernas önskan skulle uppfyllas, f.ö. med gillande av många matematiker, så att matematiken och med den även fysiken skulle falla bort i latingymnasiet, så skulle följaktligen alla de som vill ägna sig åt studier i matematik och naturvetenskaper nödgas avlägga mogenhetsexamen som realelever. Det vore utan tvivel till nackdel för vår kultur, om alla våra matematiker och naturvetare, för att inte tala om läkare, skulle nödgas avstå från den låt vara obetydliga klassiska bildning som gymnasiet hittills har kunnat ge dem. Det vore också en nackdel för vår kultur, om *alla*, som efter mogenhetsexamen vill ägna sig åt ett yrke, på grund av ett relativt ringa behov av matematisk förberedande bildning skulle tvingas in i realklasserna och därvid gå miste om all kunskap om antik kultur.

Många gånger hör man följande från företrädare för de germanska språken. "Man talade förut om latinets herravälde i gymnasiet, idag kan man på goda grunder påtala matematikens herravälde. Det är något oerhört att matematiken tilldelats 18 veckotimmar. Varken läkare eller jurister drar nytta av den matematik som de lärt sig i skolan" o.s.v. Sådana utsagor vittnar dock om en lättförklarlig okunskap om den förändrade matematikundervisningen, som ofta tas upp i den pedagogiska litteraturen och vars syfte är att den skall ges i överensstämmelse med vår kulturs krav på allmänbildning och särskilt på sådant sätt att den blir nyttig för dem som enligt ett ofta hört påstående inte bör dra nytta av den, d.v.s. läkare, jurister, statistiker bl.a.

Att timantalet inte har ökat framgår av det faktum att matematiken tidigare förfogade över 16 timmar i latingymnasier med grekiska

(4 + 4 + 4 + 4) mot numera 9 (5 + 4 + 0 + 0). På latingymnasier utan grekiska var timantalet förut som nu 18, fastän fördelningen var en annan, då 4 + 4 + 5 + 5, nu 5 + 4 + 4 + 5. I realklasserna har timantalet till och med sjunkit (förut 6 + 6 + 7 + 7, nu 7 + 6 + 6 + 6). Talet om matematikens herravälde från de germanska språkens företrädare förefaller oss en smula egendomligt när man betänker att tyska språket har fått ett fördubblat timantal på latingymnasier utan grekiska och att engelska språket, som förut sattes in i latingymnasiets första ring, nu har 5 veckotimmar under två år före uppflyttning till gymnasiet och oaktat detta endast har lidit av en timmes reduktion i var och en av de lägre ringarna.

Om någon påstår att läkarna inte behöver skolans matematikundervisning, så har däremot denna rapports författare hört klagomål från några läkare som är universitetslärare att deras studium av utländska avhandlingar vållar dem svårigheter, eftersom symbolerna $\int$ och $\frac{dy}{dx}$ är helt främmande för dem; till följd av detta anmodas blivande medicinare direkt att bli realstudenter, eftersom mogenhetsexamen annars måste kompletteras i vissa ämnen, sedan den filosofisk-medicinska examen fallit bort. Det må vara att enstaka advokater i likhet med flertalet läkare i vår generation inte känner behov av matematiska insikter, men i varje fall är det säkert att sådana insikter hade givit de juridiskt bildade tjänstemän som är betrodda analys av statistiska och ekonomiska data av offentligt intresse skulle ha fått en bredare utblick över sina objekt.

Om de nyfilologiska strävandena i syfte att begränsa läroplanens undervisningsuppdrag i matematik, tyvärr understödda av vissa matematiklärare, skulle krönas med framgång, så blir det förhoppningsvis endast en upprepning av det som skedde för 50 år sedan och man kan hoppas att den nya omläggningen efter genomförd utbildning i metodik skall göra sig gällande med förnyad kraft. Beträffande de ivrigaste motståndarna till de nya förhållandena inom området för matematikundervisningen vill jag hänvisa till de redan citerade orden av Berzelius (s. 104).

Om nyfilologerna önskar sig en reformerad språkundervisning, så kan denna förvisso uppnås på annat sätt än på bekostnad av matematiken. Man skulle t. ex. kunna förändra de skriftliga proven i mogenhetsexamen, vilket på tongivande håll anses nödvändigt, speciellt i fråga om språken.

Yttranden rörande stoffets fördelning

Läroplanen tillåter en mindre förskjutning av stoffet mellan de olika ringarna. Speciellt nämns att delar av rymdgeometrin kan brytas ut och ges tidigare i förbindelse med en framställning av de första principerna för stereometrisk ritning. Detta sker lämpligen efter rådslag med teckningsläraren.

Några ämneskonferenser har ofta uttalat sig för att det som berör ren rymdgeometri bör ges i anslutning till de två lägre ringarnas planimetri som utgör en utvidgning av realskolekursen. Det som berör rymd- och ytberäkning skjuts upp för realeleven, tills begreppet differentialkvot (ev. integral) har införts. För latineleven skulle då rymdgeometri utgå som speciellt moment i fjärde ring, samtidigt som timantalet skulle begränsas till 3 veckotimmar. I några skolor är stoffet i rymdgeometri detsamma för realeleven och latineleven med den enda skillnaden i behandlingssätt att integralbegreppet inte får användas på latinlinjen. Även problemlösningen är mindre omfattande där. I andra skolor går man ungefär igenom det stoff som ev. är fastställt för realskolans sjätte klass.

I övrigt må nämnas att man också av andra skäl, men speciellt med tanke på att matematikstudiet vid uppflyttning till tredje ring kan avbrytas frivilligt eller ofrivilligt, yrkar på att vissa moment skall uppskjutas till de högre ringarna, medan andra däremot flyttas ner. Man kan t. ex. uppskjuta tillämpningarna av andragradsekvationer, medan logaritmer och trigonometri med tanke på fysiken borde aktualiseras tidigare. Även praktiska uppgifter avseende ränta på ränta o.s.v. skulle behöva komma in tidigare i undervisningsprogrammet. Särskilt vill jag erinra om det otacksamma eller rentav omöjliga i att ge latineleverna fysikundervisning om t.ex. ljusets brytning, tangentbussolen,

fallagarna o.s.v. när en stor del av klassen saknar de matematiska förutsättningarna.

Omdömena om svårigheterna att bemästra stoffet på den korta tiden, är mycket olika. Några förklarar att man lätt klarar av de två lägre ringarnas stoff, andra hävdar att detta är omöjligt. Orsaken till dessa svårigheter tycks ligga i att matematiklärarna försummar att i tillräcklig grad öva mekanisk räknefärdighet i realskolan. Man yrkar på att matematiken som ersättning för det stora antalet fria timmar skall få ytterligare en timme i ring I eller annars att de skriftliga arbetena i klassrummet begränsas.

Några menar att en tid av två eller högst tre timmar räcker för genomförande av de enkla uppgifter som förekommer i de lägre ringarna och från ett håll betonar man att denna tid även räcker för de två högre ringarna. Man skulle då kunna arbeta tre schematimmar på samma dag de gånger då skriftliga prov ges, i stället för att som nu låta dem pågå mellan 4 och 6 timmar.

Vad som sagts om matematiken är också enligt erfarenheterna riktigt för andra ämnen utom modersmålet, om de skriftliga arbetena kan anordnas på det angivna sättet. Det skall också beaktas att inga svårigheter att klara av stoffet uppkommit i de samskolor som har ett treårigt gymnasium, baserat på 6-årig realskola.

Funktionsbegreppet

Eftersom läroplanen ger tillräckligt utrymme åt funktionsbegreppet, önskar man att matematikundervisningen kunde få ett innehåll av större värde. Samtidigt avser man att koncentrera skolmatematiken, som hittills rört sig med en blandning av fullständigt heterogena element. Fastän det inte uttryckligt nämns i läroplanen, råder det inget tvivel om att man hänger sig åt en förhoppning att funktionsbegreppet förr eller senare skall bli det centrala begreppet i matematikundervisningen.

I början begränsar man sig till tydliga konkreta exempel, i de två första ringarna till uttryck i formen

$$y = 2x, \quad y = 2x+1, \quad y = x^2, \quad y = \sqrt{x} \quad \text{o.s.v.}$$

Först i tredje ring är det lämpligt att övergå till den allmänna linjära funktionen $y = kx + l$ och till den vanliga parabeln, o.s.v. I samma ring tillkommer studiet av funktionerna $y = \sin x$, $y = \tan x$, o.s.v.

I anslutning till studiet av funktioner inför man begreppet differentialkvot i realklasserna och man gör eleverna förtrogna med användningen av denna vid uppsökande av maximi- och minimipunkter, beräkning av ekvationerna för tangenter och normaler o.s.v., varvid man begränsar sig till de enklaste fallen såsom differentiering av $y = x^2$, x^3 , $\sqrt{x}$, $\sqrt[3]{x}$, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$, o.s.v., differentiering av en summa, en kvot samt en funktion av en funktion.

Genom den plats som läroplanen har givit funktionsbegreppet, blir den analytiska geometrin en organisk del av kursstoffet, varför studiet av kurvor av andra graden inte längre framhålls som huvuduppgiften för den analytiska geometrin. I detta sammanhang må sägas att det förefaller vara lämpligare att efter ett analytiskt studium av linjen övergå till parabeln i stället för att enligt föreskriven stoffuppdelning behandla linjen och cirkeln i ring III.

Från flera håll betonas det önskvärda i att begränsa de traditionella övningarna till uppgifter inom det sistnämnda området. Den tid som man vinner genom denna begränsning och genom att utesluta vissa enskildheter kan man bättre använda genom en längre introduktion av infinitesimalräkningen. Fastän läroplanen inte tänkt på det, tror man inte att det finns något hinder för att införa integralbegreppet. Särskilt med hänsyn till mogenhetsexamen tycks det dock lämpligt att man ställt blygsamma krav i läroplanen. Vid flera gymnasier har man med bästa resultat infört integralbegreppet och använt det vid yt- och volymberäkningar, vid uppgifter i dynamik o.s.v. För många förefaller det vara en brist i undervisningsplanen att undervisning om principerna för approximeringsmetoder inte tydligt belyses, t.ex. Simpsons formel, trapetsmetoden och Newtons approximationsmetod för bestämning av rötterna till en ekvation.

I regel tycks man ha erfarit, att dessa moment ingalunda överstiger fattningsförmågan hos genomsnittligt begåvade elever, att eleverna möter dem med stort intresse och att de är av stor nytta.⁹

Speciellt betonar man att de elever som ägnar sig åt tekniska studier lättare kan tillgodogöra sig högskolans undervisning, om de haft tid att smälta de fundamentala begreppen i infinitesimalräkningen.

Syntetisk geometri

I de metodiska anmärkningar som åtföljer fördelningen av kursstoffet, visas å ena sidan att övning i att lösa geometriuppgifter är ett nödvändigt villkor för en klar förståelse och ett självständigt, säkert förvärvande av geometriinnehållet. Å andra sidan betonar man också, att förvärvande av färdighet i lösning av geometriuppgifter inte får ses som ett självständigt mål.

Speciellt behöver man inte kräva någon större färdighet på detta område av elever med ringa anlag för dessa saker. I de två högsta ringarna bör arbetet med att lösa geometriuppgifter vara frivilligt, vilket inte utesluter att syntetisk geometri skulle ingå i kursen för denna ring om man vill ha en mer allmän aspekt på kursen, vilket tidigare förekommit i form av speciella exempel.

Från många håll yttras också att en sammanfattande översiktlig uppgörelse om det geometriska ortbegreppet och den perspektiviska likformigheten måste vara gemensam för alla som deltar i tredje ringens läroång.¹⁰

Åtgärden att avskilja det skriftliga geometriprovet i mogenhetsexamenen genom att begränsa lösningen av geometriproblem, så som skett i stor utsträckning de två senaste åren, har överallt fått ett positivt mottagande.

Olägenheterna med det obligatoriska provet kom mycket tydligt i dagen vid undervisning i syntetisk geometri, där arbetet under de två senaste åren i huvudsak gick ut på att mekaniskt ”drilla” eleverna i problemlösning så att de klarar det skriftliga geometriprovet. Man kan knappast påstå att dessa övningar i syntetisk geometri ger bestående kunskaper. ”Lösningen av uppgifterna hade blivit mål, inte medel, för såväl elever som lärare.”

Från en del håll hade man därför förväntat att gymnasiets nya läroplan skulle uppta en kort framställning om de viktigare lärosatserna, i organisk inre förenig med det förut genomgångna kursstoffet i geometri. Därigenom skulle elevernas allmänbildning höjas väsentligt, de skulle frigöras från misstaget att den syntetiska geometrin slutar med Euklides sjätte bok, de skulle lära sig inse att "bortom denna öppnar sig nya områden av vetenskaplig forskning och inte bara en kaotisk blandning av enstaka mer eller mindre svåra uppgifter utan inre sammanhang, vare sig inbördes eller med matematisk vetenskap i övrigt".

I den inledande projektiva geometrin tycks man äga ett lämpligt område för frivilligt hemarbete av de elever som intresserar sig för geometri. Ett sådant arbete är absolut att föredra framför en massa specialuppgifter i realskolan och de två lägre ringarna. Denna tanke har också kommit till uttryck i "Lärobok för gymnasiet I" av *P.G. Laurin*,¹¹ dels även på ett synnerligen utmärkt sätt i "Introduktion till den projektiva geometrin" i ett skolprogram av år 1906.¹²

Talbegrepp, siffreräkning

Begreppet irrationellt tal införs i första ring i samband med läran om kvadratrötter. Att utförligt bevisa olikartade räknemetoder för sådana tal är överflödigt. "Det räcker att betona att i räkning byter man de irrationella talen mot rationella närmevärden."

Vid repetition i fjärde ring ger man en översiktlig framställning av talsystemets utveckling från positiva heltal till brutna och irrationella tal samt vidare till negativa och imaginära.

Stor vikt bör läggas vid säkerhet i siffreräkning. Räkning skall i enskilda fall utföras på ett ändamålsenligt sätt, så att den någorlunda motsvarar den noggrannhet som kan krävas av svaret med hänsyn till uppgiften och de givna siffervärdena. Vid lämpligt tillfälle skall avkortad räkning komma till användning.

Förekommande logaritmräkning kan i regel genomföras tillräckligt noga med hjälp av de fyrställiga tabellerna. Man tillåter även femställiga, enbart sådana eller i förenig med fyrställiga.

Först år 1910 började man använda fyrställiga tabeller mer allmänt. I regel utnyttjade man femställiga, på en eller annan ort sjuställiga, i någon skola fyrställiga. Förhållandena har redan ändrats. Nyligen har flera fyrställiga tabeller publicerats, nämligen av *Hagström*¹³, *Rendahl-Hedström*¹⁴, *Malmborg & Norén*¹⁵, *Bäckström*¹⁶ och *Heuman*¹⁷. De två senare är så uppställda att interpolation blir onödig. I tabellerna av Rendahl, Hedström och Heuman används decimal indelning av graden, i de andra sexagesimal indelning. De två sistnämnda tabellverken har även ett rikare innehåll än de övriga. Alla indelar den rätta vinkeln i 90 grader.

Läroplanen förordar att man vid introduktion av trigonometrin inledningsvis utnyttjar tabeller över de trigonometriska talen, så att eleven blir förtrogen med talens betydelse och storleksordning. Därefter används förstas tabeller över talens logaritmer.

Några allmänna synpunkter

Läroplanen föreskriver att man på alla områden av matematikstoffet skall eftersträva klarhet och grundlighet. Man skall dock undvika allt för strikt kritik av sådant som åskådningen direkt klargör. Stoffurvalet bestäms såväl av de ingående momentens vetenskapliga värde som av deras betydelse för praktiska tillämpningar.

Uppgifterna skall väljas med omsorg. De skall vara enkla och naturliga. För att uppnå önskad klarhet och säkerhet behöver man inte lägga fram konstlade eller invecklade uppgifter. Antalet uppgifter skall vara tillräckligt stort på varje område för att belysa teorin och ge eleverna räknefärdighet. Därvid bör observeras att antalet uppgifter kan minskas allteftersom man väljer dem med omsorg. "Den förvärvade färdigheten bibehålls och utökas genom en sådan planering av läroämnet att nya kunskaper finner tillämpning på nya områden." Särskilt begåvade elever skall läraren ge lämpliga uppgifter för självstudium.

För att undervisningen skall vara meningsfylld även för elever som saknar utpräglade anlag för matematik och för att de också skall undvika överansträngning, måste kursinnehållet på alla områden be-

gränsas till det väsentliga. Områden på vilka man kan spara tid genom att förenkla uppgifterna är: uppgifter som leder till algebraiska ekvationer, ekvationssystem av högre grad, exponentialekvationer, logaritmiska och trigonometriska ekvationer och som förut nämnts geometriuppgifter samt sannolikt (jfr s. 115) uppgifter rörande serier och sammansatt ränta.

Metoden skall vara övervägande heuristisk, särskilt beträffande områden som är nya för eleverna. Man bör ändå fästa avseende vid att eleverna får en vana att självständigt behandla uppgifter som motsvarar deras utvecklingsgrad.

Det sista tillägget förklaras av den omständigheten att man under vissa perioder har förberett uppgifterna i matematik och naturvetenskap alltför grundligt. Sålunda heter det mången gång: "förberedelsen måste vara sådan att läroboken blir onödig"; eller "på en del skolor behöver eleverna inte arbeta, det är lärarna som arbetar". Vissa läroböcker utgör också schematiska framställningar som man omöjligen kan sätta i händerna på eleverna utan en omsorgsfull förberedelse, åtföljd av anteckningar.

Läroböcker

I de nyutkomna upplagorna av de mest använda läroböckerna i *algebra*, nämligen böckerna av *Haglund*¹⁸ (omarbetad av *Collin*), *Möller*¹⁹ (bearbetad av *Balke*), *C.F. Lindman*²⁰ (omarbetad av *Chr. Lindman*) o.s.v. är så gott som ingen hänsyn tagen till gymnasiestoffets förvandling. De flesta av dem begränsar sig till att vid behandling av maxima och minima teckna ett eller flera diagram. Vid dessa uppgifter använder man i övrigt det vanliga förfarandet. Man studerar den funktion som x är av y och undersöker vilka intervall av y -värden som svarar mot reella x -värden. Collin har dock med undvikande av ordet "differentiering" infört det förfaringssätt som i Tyskland är allmänt känt under namnet "Verfahren nach Schellbach" [Schellbachs förfarande].

Då den grafiska framställningen ingalunda får ses som ett isolerat område, är det uppenbart att avsaknaden av en lärobok i algebra, där

man gör rättvisa åt funktionsbegreppet på så många punkter som möjligt, försvårar genomförandet av en undervisning i läroplanens anda. Detta gäller i synnerhet första ringen. Denna brist på en lärobok slås fast i åtskilliga av de inkomna rapporterna. Detta är även orsaken till att eleverna i första ring "med mycket stora svårigheter har tillägnat sig funktionsbegreppet och kommit så långt att åskådliggörandet av funktionen med en kurva faktiskt underlättar deras förståelse av begreppet funktion".

Emellertid saknas inte vägledningar till grafisk framställning. Bland dem motsvarar första utgåvan av "Funktionslära för gymnasiet" av *Josephson*²¹ undervisningsuppdraget i latinklasserna. Härvid kan ändå, som författaren själv befarar, användning av en speciell bok leda till att funktioner och deras grafiska framställning uppfattas som ett fristående område.

För realgymnasiets två högre ringar lämpar sig del II av samme författare. Här införs begreppet differentialkvot, tillämpningar på tangenter, normaler o.s.v. samt på beräkning av ytor och volymer. Man uppfattar integralen som omvändning till differentialkvoten, men begreppet bestämd integral definieras inte och integraltecknet kommer knappast till användning.

Lite mer ingående är arbetet "De första principerna för läran om funktioner, deras differentialkvoter och integraler" av *E. Hallgren*²². För samma studium är även häftet "Om funktioner och deras derivator" av *J. Åhgren*²³ avsett.

En omarbetning av läroböckerna i analytisk geometri med hänsynstagande till den nya läroplanen har man heller inte företagit. Den mest allmänna läroboken är av *Collin*²⁴. I den nyss utkomna nya upplagan begränsar författaren sig till att i noter hänvisa till att tangenternas vinkelkoefficienter kan erhållas genom derivering, men den gamla omständligheten i framställningen är överallt bibehållen. Författaren tar ingen hänsyn till de kunskaper som eleverna har, då studiet av boken börjar. Den förträffliga skolboken av *Lindelöf*, "Lärobok i analytisk geometri"²⁵, har funnit föga användning i gymnasiet, sannolikt därför att den inte innehåller övningsuppgifter och tar upp

mer än nödvändigt för gymnasiet, särskilt i rymdgeometri. Emellertid är även den senaste upplagan helt lika den första utan hänsyn till begreppen derivata och integral.

I trigonometri använder man arbeten av Phragmén²⁶, Laurin²⁷, Eurenus,²⁸ Rydberg,²⁹ Collin³⁰ och Ericsson.³¹ Skillnaderna är i sak följande: *Phragmén* definierar först de trigonometriska funktionerna för spetsiga vinklar och tillämpar dem på plana figurer, i början med användning av de trigonometriska talen själva. Först i andra avdelningen ger han de generella definitionerna jämte additionsteoremen, varpå boken avslutas med ett kapitel om de inversa trigonometriska funktionerna, ett i skolan sällan behandlat område. *Laurin* inför de generella definitionerna tidigare än *Phragmén*, varvid han tar hänsyn till elevernas kunskap om koordinatbegreppet. Men först definierar han funktionerna för de spetsiga vinklarna, varefter en rikhaltig tillämpning följer, inte bara på plana figurer utan även på rymdgeometriska figurer, speciellt på uppgifter ur den matematiska geografin som kartering och navigering. *Laurin* inför även elementen av den sfäriska trigonometrin. *Laurins* arbete är särskilt förtjänstfullt däri-genom att han beaktar tillämpningarna i så hög grad. I de övriga böckerna är exemplen, åtminstone i regel, av det vanliga konstlade slaget. *Collin* definierar först de trigonometriska funktionerna för vinklar upp till 180° och åskådliggör på vanligt sätt deras variation med en cirkel, vars radie är 1. Först i mitten av boken inför han de generella definitionerna. *Eurenus*, *Rydberg* och *Ericsson* börjar med de generella definitionerna. Endast hos *Rydberg* påträffar man funktionerna $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, o.s.v., grafiskt framställda genom kurvor, dessutom med deras differentialkvoter. Detta sker dock inte förrän i bokens sista avsnitt. Dessa saker vill *Collin*, som en utvidgning av ett tidigare verk av honom, föra fram i ett särskilt arbete över grafisk framställning.

Under tryckning (på Bonniers förlag) befinner sig just nu en trigonometrisk lärobok av *Hedström* och *Rendahl*. I detta arbete kommer nyare strävanden rörande tillämpningar och grafisk framställning av funktioner till sin fulla rätt.

Nyare läroböcker i syntetisk geometri för gymnasiet – motsvarande Euklides sjätte bok – har i regel brutit med den euklidiska principen ”renhet i metoden”. Algebraiska metoder i bevisföring och betraktelsesätt införs från början. Så är fallet med nämnda arbete av *Laurin*, om vars utvidgning utöver det i Sverige förekommande området rapporterades (på s. 117), i ”Tillämpning av proportionsläran i geometri” av *Hagström*³² och särskilt i ”Plan geometri för gymnasiet” av *O. Josephson*³³. Genom ett tidigt införande av trigonometriska funktioner har Josephsons framställning vunnit i enkelhet. Dessutom blir eleverna tidigt förtrogna med dessa funktioners användbarhet vid geometriska härledningar.

Bland de nyare läroböckerna i rymdgeometri, skrivna i ungefär samma anda, må *Josephson*, ”Rymdgeometri”,³⁴ *Larson*, ”Stereometri”,³⁵ *Alin*, ”Rymdgeometri för latinggymnasiet”,³⁶ *Meyer*, ”Lärobok i stereometri”³⁷ nämnas. Alla åsyftar de fortsatt övning av den färdighet i rumsåskådning vid härledning av vissa satser som förvärvats genom teckningsundervisningen.

Slutmålet begränsas till de på detta stadium vanliga volym- och ytberäkningarna med dold integration, användning av Cavallieris princip, Guldins regel o.s.v. Laurins framställning är av helt annat slag. Hans böcker ”Lärobok i geometri för realskolan” (den utförliga upplagan)³⁸ och ”Övningsbok i rymdgeometri för realskola och gymnasium”³⁹ innehåller förutom de vanliga tillämpningarna på yt- och volymberäkningar även sådana i matematisk geografi (ortsbestämningar och gradnät). Men Laurins arbete har också en annan väsentlig förtjänst. Det står klart att projektionsritning kräver en omsorgsfull behandling ur geometrisk synpunkt, varför även läroplanen rekommenderar en samverkan mellan lärarna i matematik och teckning. I gymnasier tycks en sådan samverkan hittills bara kommit till stånd i undantagsfall, av det skälet att rymdgeometri enligt stoffindelningen studeras i de två högsta ringarna, projektionsritning däremot påbörjas redan i första ring. Därför har man som förut nämnts yrkat på att rymdgeometrin måste förekomma redan i första ring. För detta ändamål lämpar sig Laurins bok mycket bra, eftersom den ger den nöd-

vändiga grunden för projektionsritning och rekommenderar modeller för bevis av satserna, tills de för avbildningen nödvändiga kunskaperna har förvärvats.

Därmed har jag kommit in på det vanskliga område som tidigare nämnts. Matematiklärarna har inte den utbildning som behövs för att vägleda eleverna i projektionsritning. Som klart framgår av professor Wimans rapport "Matematiken vid de svenska universiteten" bedrivs knappast en undervisning i beskrivande geometri vid universiteten; för lärarkompetens i matematik krävs endast betyg över kunskaper i ren matematik. Å andra sidan är väl teckningslärarnas matematikkunskaper rätt beskedliga, åtminstone låter rapporten av *Erikson* (s. 152 ff.) förstå något sådant. Detta medför svårigheter vid genomförandet av det rekommenderade samarbetet mellan teckningslärarna och lärarna i matematik. För närvarande görs det så att eleverna i de lägre ringarna lär sig projektionsritning genom åskådningsundervisning utan den önskvärda omsorgsfulla behandlingen av geometri. Denna färdighet i att avbilda geometriska objekt underlättar sedan i hög grad den geometriundervisning som matematiklärarna ger i de två högre ringarna, en undervisning som tar föga eller ingen hänsyn till de områden som projektionsritningen omfattar.

Frågan om matematiklärarna skall skaffa sig kompetens för att undervisa i beskrivande geometri stod sedan många år på dagordningen. För närvarande är den dock inte aktuell. Den har skjutits åt sidan genom en kompromiss i samarbetet mellan de två lärargrupperna. Beträffande utbildningen av teckningslärare vid gymnasiet och teckningsundervisningen, såtillvida som den innefattar linearritning, hänvisas till följande rapport av *P.H. Henriques*. Den mest utbredda vägledningen är "Lärobok i geometrisk ritning" av P.H. Henriques³⁹.

Undervisningen i geometrisk ritning vid teckningslärarseminariet och de högre läroanstalterna

Eftersom sättet för undervisningen i geometrisk ritning väsentligen bestäms av den utbildning som kommer teckningslärarna till del, rapporterar vi först om:

Teckningslärarseminariet vid konstfackskolan i Stockholm

I den nya skolförordningen av den 18 febr. 1905 heter det i § 188, att "för behörighet till lärarbefattning i teckning" måste teckningslärarna "hava nöjaktigt genomgått den vid Tekniska skolan i Stockholm anordnade högre undervisningskurs för teckningslärare; skolande dock behörighet till teckningslärarbefattning i realskolan jämväl tillkomma dem som nöjaktigt genomgått den lägre undervisningskursen för teckningslärare vid nyssberörda skola." – Beträffande geometrisk ritning finns det ingen skillnad mellan utbildningarna av dessa två lärargrupper.

För antagning till teckningslärarutbildningen måste lärartjänstkandidaten med betyg, teckningar och ev. prov uppvisa följande förkunskaper i geometrisk ritning:

Plana geometriska konstruktioner. Skala, kurvor, ellips, parabel, hyperbel.

Projektionslära. Projektioner, figurer med plana ytor, skärning och utbredning av polyedrar, modellritning. Runda kroppar. Cylinder, kon, rotationskroppar. Skärningar mellan runda kroppar och plan, utbredning av krökta ytor, skruvlinje, skruvytor.

Geometrisk skugglära. Skuggor, polyedrars skugga på projektionsplanen och kroppar. Skuggor av och på runda kroppar. Praktiska tillämpningar.

Belysningslära. Isophotkonstruktioner jämte lavering.

Perspektiv. Indirekt metod med användning av horisontal- och vertikalplan, perspektiv av kroppar som begränsas av krökta ytor. Perspektivisk modellritning utan användning av projektioner. Interiörer, valvkonstruktioner, trappor o.s.v. Perspektivisk skugglära med tillämpningar.

Dessa antagningskrav gäller alla som söker tillträde, både manliga och kvinnliga kandidater till teckningslärartjänst, och det kommer inte an på den sökande om vederbörande vill delta i den lägre eller högre läroängsen.

Seminarieundervisningen indelas i tre årskurser, som främst är av pedagogiskt och metodiskt slag. Deltagarna i den första och i den andra årskursen samlas två gånger i veckan under höstterminen, varvid eleverna i den senare avdelningen, den ene efter den andre, har att redogöra för enskilda delar av ämnet vid svarta tavlan, medan de andra bildar ett auditorium.

På detta sätt går man medelst föreläsningar och samtidig teckning på tavlan igenom det för högre läroanstalter ovannämnda teckningslärostoffet. Utöver dessa seminarieövningar får lärartjänstkandidaterna under några övningslektioner olikartade svårare konstruktionsuppgifter ur enskilda delar av kursen. Dessa uppgifter skall i huvudsak behandlas och lösas självständigt. Tredje årskursen, som har en veckotimme under två månader, disponeras för korrigeringsövningar, varvid studiematerialet är teckningar från den tekniska kvällsskolan eller tekniska skolan för kvinnliga elever i Stockholm.

Undervisningen i linearritning i gymnasierna

Ring I. Projektionslärans principer med tillämpningar, krokiteckning jämte mätning och teckning av fristående objekt.

Ring II. Fortsättning av projektionsläran; övningar i ytutbredning och plana snitt i kroppar; praktiska tillämpningar.

Ring III. Kortfattad översikt över principerna för skuggläran i förbindelse med några enkla tecknings- och laveringsövningar; fria tillämpningar.

Ring IV. Principerna för perspektiv jämte teckning av verkliga föremål. Perspektivritningen sker i regel enligt den s.k. indirekta metoden, men försigkomna elever ger man dessutom anvisningar och enkla uppgifter rörande den direkta perspektivmetoden.

Utbildning av lärare

Om den teoretiska utbildningen har prof. Wiman rapporterat i annat sammanhang. Efter akademiska studier som berättigar till lärarkompetens skall lärarkandidaten genomgå ett provår vid en av de sex skolor som utnyttjas för detta ändamål. Cirka tio kandidater tas emot

vid var och en av dessa skolor. De enskilda arrangemangen varierar vid olika skolor. Vid en av dem var förfarandet för ett par år sedan följande. Sedan kandidaten en tid åhört undervisningen på ett visst stadium, även i parallellklasser där undervisningen på samma område gavs av olika lärare, hade han tillfälle att själv börja undervisa, under ledning av en lärare, när denne fann det mest lämpligt och det inte störde undervisningen. Huvudläraren i matematik höll gemensamma konferenser i närvaro av alla ämneskandidater, varvid de handledande lärarna och andra intresserade, oftast alla matematiklärare deltog. Därvid yttrade man sin kritik över de förutvarande timmarna och de kommande planerades. I debatten deltog även lärarkandidater som bevistat lektionen samt andra, som ville lägga fram sin mening. Huvudläraren i matematik bevistade alltid några lektioner hos varje kandidat, som ägnade sig åt ämnet. Lärarkandidaten undervisade i två serier av lektioner på varterade stadiet (det högre och det lägre); den första serien varade i regel längre. Han skulle vanligtvis själv göra utkastet till de sista lektionerna.

Vid en annan skola gör man så att rektor vid terminens början bestämmer i vilka klasser och hur många lektioner (ett mindre antal) kandidaten skall hospitera och vilka timmar han skall undervisa själv. Lärarkandidaten måste alltså utgå från den punkt där den undervisande läraren just befinner sig, även om det endast gäller repetition. Handledningen tycks främst vara att klassens lärare och kandidaten rådgör med varandra, ett förhållande som inte ens borde inträffa, om kandidaten vore ensam i sitt ämne.

Varje år hålls en fortlöpande föreläsningsserie om pedagogikens teori och historia, men även mindre föreläsningsserier om metodiken i speciella ämnen. För närvarande hålls även ett annat slags föreläsningar, nämligen över principerna i geometri, av nytta för dem som vid universitetet försummat detta i vår tid aktuella ämne.

Fotnoter

1. Jfr W. Lietzmann, "Die Organisation des mathematischen Unterrichts an den höheren Knabenschulen in Preussen", Leipzig, Teubner, 1910, S. 21–30 och 47.

2. Ur motiveringen för den avvikande röstningen av *N. Höjer* i skolkommissionens rapport.
3. Märk väl att real- och latinklasser i Sverige ofta löper parallellt vid samma läroanstalter. Gemensamma lektioner kan också äga rum i lämpliga ämnen.
4. *H. Petrini*, "Skolmatematiken", Pedagogisk Tidskrift 1905.
5. I rapporten om realskolornas matematikundervisning.
6. Liksom tidigare sagts i min rapport om realskolan sände den svenska avdelningen av IMUK i början av år 1910 ett frågeformulär till rektorena med anmodan att de skulle förelägga vederbörande lärare att besvara formuläret.
7. Mot detta kan nämnas att det knappast går en vecka utan begränsningar av arbetet i form av månatliga lov, lov från läxor, lov för skridsko- eller skidåkning, för spel i det fria o.s.v.
8. Som exempel på det tryck som mogenhetsexamen utövar kan följande tjäna. Då samma uppgifter ges för hela riket, är det nödvändigt att de hålls inom den av läroplanen fastställda ramen. Om nu de angivna gränserna inte är skarpa nog i något avseende med resultatet att uppgifterna avviker från den vanliga provtypen, så leder detta genast till utvidgning av undervisningsprogrammet, åtminstone i många skolor, för övning av de nya typerna. Emellertid bör det beaktas att dessa uppgifter alltid varit så enkla, att författarna trott att de bättre eleverna skulle bemästra dem fastän området inte direkt behandlats i skolan.
9. Från ett enda håll yttrar man sitt missnöje med undervisningsplanen i detta avseende. "*Infinitesimalräkning i den utsträckning i vilken den införs i realgymnasiet är till föga nytta och stjäl bara tid, som hade kunnat användas bättre till fördjupning av elementära matematikkunskaper. Den knappt tillmätta tiden för matematikundervisningen i de två högsta gymnasieringarna medger inte införande av ett större och värdefullare undervisningsuppgift i infinitesimalräkningen.*" – Detta yttrande bevisar alltså ett fasthållande vid en föråldrad uppfattning av begreppet elementär, som inte längre är hållbart. (Jfr Klein-Schimmack, "Der mathematische Unterricht I", Leipzig, Teubner 1907, s. 110 o.s.v.)
10. Från samma håll som klagar över differentialkvotens införande hör man även missnöje i detta avseende. Det heter: "Vi beklagar att härigenom ett av de mest bildande ämnena begränsades och därvid reducerade fördjupning av stoffet till förmån för den nya läroplanens rådande åsikt, i det att man menar att eleven måste lära sig något i så många ämnen som möjligt i stället för att lära sig ett mindre område grundligt."
11. Lund, Gleerup 1905, Övningsbok för gymnasiet, Lund, Gleerup 1906
12. *I. Damm*, "Introduktion till den projektiva geometrin", Gefle 1906
13. Stockholm, Fritze 1909
14. Stockholm, Bonnier 1910
15. Stockholm, Norstedt 1910
16. Stockholm, Norstedt 1910
17. Stockholm, Fritze 1906
18. Del II, Stockholm, Carlson 1906
19. Del II, Lund, Gleerup 1909
20. Del II, Stockholm, Norstedt 1905
21. Stockholm, Norstedt 1910
22. Uppsala, Almqvist & Wiksell 1908
23. Stockholm, Norstedt 1909

24. Stockholm, Carlson 1910, 5:e uppl.
25. Stockholm, Bonnier, 1909, 5:e uppl.
26. Stockholm, Norstedt, 7:e uppl. 1897
27. Lund, Gleerup 1906
28. Stockholm, Norstedt, 3:e uppl. 1904
29. Stockholm, Norstedt 1906
30. Stockholm, Carlson, 3:e uppl. 1909
31. Uppsala, Appelberg 1908
32. Linköping, Carlson, 2:a uppl. 1907
33. Stockholm, Bille, 2:a uppl. 1910
34. Stockholm, Bonnier 1908
35. Stockholm, Norstedt 1910
36. Stockholm, Norstedt, 2:a uppl. 1906
37. Lund, Gleerup 1905
38. Lund, Gleerup, 2:a uppl. 1908
39. Stockholm, Wahlström & Widstrand, 7:e uppl.