

# Uppgifter om undervisning i matematik och beskrivande geometri vid Chalmers Tekniska Läroanstalt i Göteborg

av lektor, Dr A Söderblom<sup>1</sup>

## I. Högre avdelningen

### A. Ren matematik

#### 1. Program

a) *Algebra*. Upplösning av ekvationer av första graden med flera obekanta. *Determinanter*. Determinanters teori. Förenkling av beräkningen av determinanter med numeriska element. *Ekvationsteori*. Lösning av ekvationer av tredje och fjärde graden. *Newtons* approximationsmetod för lösning av ekvationer och ekvationssystem av högre grad.

b) *Analytisk plangeometri*. Koordinatsystem av olika slag; deras sammanhang och transformation. Punkten och räta linjen. Cirkeln, ellipsen, hyperbeln och parabeln. Om allmänna andragradsekvationens geometriska betydelse. Kroklinjer av högre ordning.

c) *Analytisk rymdgeometri*. Koordinatsystem av olika slag. Punkten, planet och räta linjen. Andragradsytornas viktigaste egenskaper, härledda ur deras ekvationer under enklaste form.

d) *Differentialräkning*. Om funktioner av en oberoende variabel och deras framställning medels kroklinjer i planet ävensom av funktion av en oberoende variabel samt en föränderlig parameter samt av sammansatt funktion av en oberoende variabel. Framställning av funktioner av två oberoende variabler genom ytor i rymden. Kontinuitetsbegreppet, dess betydelse och undersökning. Derivata, differentialer, deras geometriska betydelse. Derivationslagarna. Differentialer och derivator av första och högre ordningar till funktioner med *en* oberoende variabel.

roende variabel. Partiella derivator av funktioner av flera oberoende variabler. *Taylor's* och *Maclaurins (Rolles)* satser. Serier, seriers konvergens m.m. Om funktioners utveckling i serier medelst obestämda koefficienter; tillämpning på enklaste funktionsformer. Obestämda funktionsformers verkliga värden. Maxima och minima för funktioner av en eller flera oberoende variabler. Elementen av *minsta kvadratmetoden*. *Geometriska tillämpningar*: tangenter, normaler, asymptoter, singulära punkter, krökning, krökningscirkel, evoluta, m.m.

e) *Integralräkning*. Begreppen obestämd och bestämd integral samt sambandet mellan dem. Omedelbara integralformler såsom omvändning av differentialer av de enkla funktionsformerna. Integration medels substitution. Integration per partes. Integration efter utveckling i serie. Tillämpning på integration av rationella, irrationella, goniometriska och andra transcendentfunktioner. – *Geometriska tillämpningar*: båglängd, yta, volym, tyngdpunkt till ytor, linjer, rotationskroppar, *Guldins* satser. – Integration av enklare *differentialekvationer* av 1:a och 2:dra ordningen samt av lineära *differentialekvationer*; geometriska tillämpningar.

## 2. Undervisningssätt

Undervisningens meddelande sker, utom genom hänvisning till läroböcker, huvudsakligen genom föreläsning. Då det med avseende på elevernas blivande verksamhet är vida viktigare, att deras omdömesförmåga i möjligast högsta grad utvecklas, än att förmågan att minnas vad andra deducerat uppövas, samt att förmågan att i praktiken felfritt använda beräkningsmetoder är av vida större vikt än att ämnets teoretiska omfattning till det yttersta utsträcks, får givetvis föredragningsättet och läroplanen bestämmas av dessa synpunkter.

En annan synpunkt av lika stor vikt är, att eleverna i sin blivande verksamhet icke blott aningsvis tillägna sig matematikens eller andra läroämnens satser, utan att de verkligen tillgodogjort sig desamma. Enkla sätt att kontrollera detta är dels lösning av uppgifter, som således spelar en dominerande roll, dels fordran, att varje elev skall kunna ådagalägga sitt förstående av genomgången sats genom att prestera felfria, och om möjligt vackra, bilder till densamma. Vid en teknisk

läroanstalt kan man i detta avseende uppställa vida högre krav än exempelvis vid ett universitet.

Det får väl ock anses såsom obestriddigt, att en ingenjör i sin verksamhet kommer att misslyckas, om han ej insett behovet av samt uppövat sin förmåga av felfri räkning, liksom ock av nyttan av riktiga samt möjligast klara ritningar.

En synpunkt, som likaledes är av vikt, är att eleven vänjer sig att utan avbrott följa undervisningen och sorgfälligt undviker luckor i ämnet. Ett sätt att motarbeta detta, och vilket på samma gång sporrar åhörarens uppmärksamhet ävensom höjer hans aktiva deltagande i inhämtandet, är att föreläsaren icke försummar något tillfälle under en föreläsning att genom direkt fråga av elev efter elev begära förklaring över vad som genom sist härledda formel (eller sats) vunnits, ävensom över vilken slutledning av densamma kan dragas, eventuellt genom kombination med en annan förut inhämtad sats. Utsikten att under varje föreläsning bliva tillfrågad utövar på eleven en i dubbelt avseende god verkan: han drager sig för att utan verkligt skäl icke bevista en föreläsning, då hans frånvaro ju röjes; han söker undvika obehaget av att icke kunna lämna svar på frågan.

En i formellt avseende icke oviktig synpunkt är, att eleverna på grund av sin utvecklingsgrad böra anses ha anspråk på att vid början av varje ny uppgift få kännedom om värdet och behovet av uppgiftens behandling, alltså en summarisk historik däröver samt framställning av något eller några problem av den art, att de klart ådagalägga behovet av en lösningsmetod – helst något problem, som utan vidare kan lösas; följt av ett eller flera, krävande en kunskap, som eleven dittills saknat. Ett sätt att tvinga åhörarna att övertänka en föreläsningens innehåll och behandling är att före den följande föreläsningen låta en elev visa, i huru hög grad han tillgodogjort sig vad som föredragits – detta särskilt då en framställning kräver flera på varandra följande föreläsningstimmar.

Uppgiften är således enligt vår uppfattning att handleda den blivande ingenjören att verkligen fatta samt att felfritt kunna tillämpa i ritning och räkning.

• **B. Deskriptiv geometri**

1. Program

a) *Inledning*: den deskriptiva geometrins ändamål och uppgift; dess förnämsta avbildningsmetoder.

b) *Punkter, räta linjer och plan*. Projektionerna av en punkt eller av en rät linje; de fyra projektionsvinklarna; en rät linjes tracer. Ett plans tracer. En plan figurs projektioner. Konstruktion av ett plan genom en given punkt samt parallellt med ett givet plan. Projektionerna av tvenne plans skärningslinje; av tre plans skärningspunkt; av skärningspunkten mellan en rät linje och ett plan; mellan en rät linje och en polyeders sidoplan; av perpendikeln genom en given punkt mot en given rät linje; av avståndet mellan tvenne givna punkter, mellan en punkt och ett plan, mellan en punkt och en rät linje, mellan tvenne räta linjer, mellan ett klot och en rät linje eller ett plan, o.s.v. Bestämning av vinkeln mellan tvenne räta linjer, mellan tvenne plan, mellan en rät linje och ett plan.

c) *Om kroklinjer i rummen och ytor i allmänhet*. En dubbelkrökt linjes projicerande ytor; desammas tracer i projektionsplanen och skärningspunkter med ett givet plan; involuta. Cylindriska och koniska ytor samt rotationsytor. Alstringslinjer, styrinjer, styrplan. Tangentplan, normal. Developpabla ytor. En rotationsytas axel, meridianplan, meridian, parallellcirkel. En rotationsytas framställning, då alstringslinjen är dubbelkrökt samt axelns läge i förhållande till projektionsplanen är vinkelrätt eller snett. En rotationsytas skärning med ett plan: skärningens projektioner samt verkliga form. Tangenter till en rotationsyta genom en given punkt, parallella med en given rät linje, o.s.v. Tillämpningar på skuggor. Projektionerna av tvenne rotationsytors inbördes skärningslinjer: cylinder, kon, klot, ellipsoid, paraboloid ... – Konstruktion av två varandra i rummen skärande linjers (plans) inbördes vinklars bissektriser; av en rätvinklig (resp. liksidig) triangel med spetsen i given punkt och hypotenusan (resp. basen) längs en given rät linje i rummen; av en fyrplanig pyramids omskrivna klotyta; av skärningspunkterna mellan tre klotytor; av det minsta klot, vilkets yta tangenter tre givna klots ytor; av den största vinkel, vars ben går genom

tvenne givna punkter och vilkens spets. ligger på en given rät (resp. dubbelkrökt) linje; av den punkt på en rät linje, för vilken summan av avstånden från tvenne givna punkter är ett minimum; av ytan av det minsta klot, vars yta går genom tre givna punkter sam tangerar en given rät linje; av en punkt i ett plan, så belägen, att avstånden från tre givna punkter äro i given proportion – (med möjlighetsvillkor, då sådana är nödvändiga).

d) *Centralprojektion* med ställningsuppgifter.

## 2. Undervisningssättet

Utöver vad av programmet framgår rörande ordningsföljden i uppgifternas behandling kan det förtjäna påpekas, att i inledningen lämpligen framhålles behovet av kunskap i geometri såsom grundvalen för de för en ingenjör så nödvändiga och oavlåtliga använda begreppen: projektion och skärning. För att klargöra begreppet projektion användes dels hänvisning till de i rymdens analytiska geometri sedvanliga figureerna, dels *modeller* (*Schröders* m.fl.).

Ju större kunskap studenten äger om rymdens analytiska geometri, desto lättare fattar han uppgifterna i den deskriptiva, särskilt så snart han fattat, att man i den deskriptiva geometrin genom ritning löser de uppgifter, som i rymdens analytiska geometri lösas medelst räkning. Arbetet med lösningen av uppgiften i den deskriptiva geometrin reduceras då huvudsakligen till en transformation av den rymdgeometriska (mera lättfattliga) figuren till den deskriptivt-geometriska. En fördel av detta betraktelsesätt är, att en fråga kan formuleras med användning av rymdkoordinater, såsom numera så ofta göres. (Se t.ex. R . *Schill*, m.fl.).

För att vid begränsad undervisningstid kunna i möjligaste grad följa ämnets utveckling, torde böra tillrådas att inskränka antalet uppgifter med lägen i andra projektionsvinklar än den första, då ju i ingenjörspraktiken (för vilken ju ämnet vid en teknisk läroanstalt huvudsakligen studeras) annat läge endast undantagsvis förekommer.

Då meningen med övningsritningen inom den deskriptiva geometrin är att förbereda den blivande ingenjören eller arkitekten för lösningen av hans ritningsuppgifter i praktiken, är det lämpligt att icke

nöja sig med mindre noggrant gjorda ritningar, än att de medgiva måttagning med den grad av noggrannhet, som i praktiken kräves.

### **C. Ren matematik (kemiska linjen)**

- a) *Algebra*: Exponential- och logaritmiska ekvationer. Serier.
- b) *Plan trigonometri*: Fullständig elementarkurs.
- c) *Analytisk plangeometri*: Punkten, räta linjen, cirkeln, ellipsen, hyperbeln och parabeln.
- d) *Differentialräkning*: Differentialer och derivator av första och högre ordningar av olika slags funktioner med en eller flera oberoende variabler. Maxima och minima för funktioner av en oberoende variabel. Geometriska tillämpningar: tangent; normal, krökningsradie, etc.
- e) *Integralräkning*: Integration i allmänhet; bestämda integraler. Geometriska tillämpningar: båglängder, ytor, rymder, etc.

## **II. Lägre avdelningen**

### 1. Program

#### *1:sta årskursen*

- a) *Aritmetik*: Fullständig kurs.
- b) *Algebra*: Hela tal och bråk; proportionella tal; ekvationer av första graden med en obekant; problem som ger ekvationer av första graden med en obekant.
- c) *Geometri*: Läran om linjer, vinklar, trianglar, parallelogram, cirklar och månghörningar.

#### *2:a årskursen*

- a) *Algebra*: Ekvationer av första graden med flera obekanta; problem, som leder till ekvationer av första graden med flera obekanta; proportionslära; kvadratrötter; irrationella och imaginära kvantiteter; ekvationer av andra graden med en obekant; ekvationer av högre grader, som kan lösas som första eller andra grads ekvationer; ekvationer, vilka den obekanta förekommer under kvadratrotmärke; problem, som leder till ekvationer av andra graden med en obekant. Maxima och minima.

b) *Geometri*: Proportionslärans tillämpning på plangeometrin, geometriska övningssatser; planimetri.

*3:dje årskursen.*

a) *Algebra*: Ekvationer av andra graden med flera obekanta; problem, som leder till ekvationer av andra graden med flera obekanta; potenser; logaritmer; serier med tillämpningar på frågor rörande sammansatt ränta, annuiteter, amorteringslån o.d.

b) *Geometri*: Analytiska uttrycks konstruktion; lösning av plangeometriska problem. Stereometri. Trigonometri, plan.

*Anm.* Vid elevernas gruppering i de olika årskurserna inom lägre avdelningen är den matematiska ståndpunkten ensam bestämmande.

## 2. Undervisningssättet

Undervisningens mål är dels att giva de elever, som avgår från lägre avdelningen, insikt och färdighet i aritmetik och algebra samt i lösning av första och andragsgradsekvationer, logaritmers användning och insikter i elementär plan- och rymdgeometri, allt med tillämpningar på uppgifter ur det praktiska livet; och dels att ge de elever, som avser fortsätta i högre avdelningen, det härför erforderliga matematiska underlaget, varför undervisningen i såväl algebra som geometri är systematiskt ordnad och kan jämföras med latin-gymnasiets (= förutvarande B-linjens) till såväl mål som omfattning.

För tillgodoseendet av de förras behov ingår i kursen talrika planimetriska, stereometriska och trigonometriska räkneövningar med och utan logaritmer.

I *första* årskursen, som mottager eleven på folkskolans ståndpunkt, avser undervisningen i algebra att snarast möjligt introducera eleverna i ekvationsräkningen såsom medel för problemlösning. I *andra* årskursen görs en sammanfattning och utvidgad systematisk genomgång av första årets kurs och början görs till en i mer egentlig mening vetenskaplig matematikundervisning, som fortgår i denna och *tredje* årskurserna, där även övningar i geometriska problems lösning förekommer, allt vid sidan av övningar i behandling av praktiska uppgifter. Vid avgångsbetyget lägges huvudvikten vid dessa senare.

## Fotnot

1. Axel Söderblom (1847–1923) fil. dr i matematik vid Uppsala universitet. Söderblom var från 1885 lektor i beskrivande geometri vid Chalmers Tekniska läroanstalt och utnämndes till professor 1912. Han pensionerades 1915 men var fram till sin död 1923 verksam som tf speciallärare (d.v.s. biträdande professor) i beskrivande geometri. Söderblom skrev en rad läroböcker i geometri och linearritning. (Källa: Samuelsson, Ulla & Samuelsson Alf, Det gamla Chalmers: 1829–1937. Göteborg 1993.