

Matematikundervisningen vid Tekniska skolan i Stockholm

Då denna läroanstalt är den största i sitt slag i Sverige – den hade skolåret 1908–1909, om man räknar in de med teckningslärarseminariet förenade barnklasserna, 2175 elever, som undervisades av 173 lärare (varav 40 teckningslärarkandidater) – har man ansett det befoget att ge en mer ingående rapport om dess verksamhet. Följande enskilda rapporter härrör från ingenjör *G. Erikson*, lektor vid skolan, och dr *C. Heuman*, f.d. lektor vid avdelningarna för maskin- och byggnadsyrken. Dessutom har professor *P.H. Henriques* lämnat en rapport om undervisningen vid teckningslärarseminariet. Den ges här i tillsammans med rapporterna om undervisningen vid gymnasierna (se s. 123ff.).

I. Matematikundervisningen vid skolans lägre avdelningar¹

av ingenjör G. Erikson

Tekniska skolan i Stockholm, sedan 1860 en statlig läroanstalt, har till syfte att meddela undervisning åt såväl manliga som kvinnliga elever, som ägnat sig eller avser att ägna sig åt tekniska yrken, i de fackämnena som är nyttiga för utövare av dessa yrken.

Skolans undervisning bedrivs i följande fem huvudavdelningar.

a) Den tekniska kvälls- och söndagsskolan med en underavdelning för förberedelse av elever, som söker antagning till de s.k. dagskolorna (c, d, e) [undervisningen omfattar 24 ordinarie och 5 extra läroämnena];

b) Tekniska skolan för kvinnliga elever [här undervisar man i 14 ordinarie och 2 extra läroämnena]; Högre konsthantverksskola med en

underavdelning för utbildning av lärare och lärarinnor i teckning och välskrivning [undervisningen omfattar 15 ordinarie och 4 extra läroämnena]

c) Byggnadsyrkesskola [med 13 ordinarie och 1 extra läroämnena]

d) Maskinyrkesskola [med 14 ordinarie och 1 extra läroämnena]

Antalet f.n. (mars 1910) inskrivna elever vid de enskilda avdelningarna är a) 1230; b) 266; c) 85; d) 84; e) 94. De inskrivnas ålder växlar mellan 14 och 30 år.

Arbetsåret sträcker sig för a) och b) från 1 okt. till 1 maj; för c) från 1 sept. till 1 juni; för d) och e) från 1 nov. till 1 maj.

Undervisningstiden är för a) vardagar 17–21 och söndagar 8–11; för b) och c) endast vardagar kl. 9–15 och 17–19; för d) och e) endast vardagar kl. 8–15 och 17–19.

Matematiklektionerna varar 2 timmar.

Matematiken bedrivs som läroämne i samtliga avdelningar, i avdelning c dock endast som beskrivande geometri; i de övriga avdelningarna indelas den i: aritmetik, algebra, ren och tillämpad geometri, speciellt beskrivande (här kallad "konstruktionslära").

I rapporten nedan om matematikundervisningen vid Tekniska skolan i Stockholm är den beskrivande geometrin *inte* medtagen.

1. Skolan för kvinnliga elever

Undervisningen i denna skolavdelning omfattar aritmetik², ren geometri och beskrivande geometri. De två förstnämnda betraktas som biämnen och studeras endast av få elever, det sistnämnda däremot anses som ett särskilt viktigt ämne i den kvinnliga skolan och man torde kunna påstå att det är ett av de mest studerade.

Aritmetik (8 veckotimmar) bildar i denna avdelning i huvudsak en del av den lilla kursen i bokföring, som skolans program tillåter, varför man från början har måst anpassa undervisningen efter elevernas nödvändiga utrustning med aritmetiska grunder för att utföra enklare affärsräkning som prissättning, ränteberäkning och liknande. Då eleverna, trots att de nyligen lämnat folkskolan eller en privatskola, visat sig mycket okunniga i aritmetikens första grunder, måste man börja

med heltalen, varpå man småningom kan avancera till det egentliga målet för deras önskningar, procenträkningen.

I enstaka fall har det i denna avdelning förekommit att en intresserad elev trädde fram som en verklig begåvning för studierna.

Geometri (1 dubbeltimme i veckan). Undervisningen i detta ämne, som är avsett för de lärarinnekandidater som om de inte förvärvat kunskaperna på annat sätt åtminstone har betyg på kunskaper motsvarande Euklides fyra första böcker (en av förutsättningarna för antagning till det s.k. teckningslärarseminariet) omfattar enligt skolans föreskrifter nämnda fyra böcker. Då det emellertid är viktigt för sådana elever att lära känna något om begreppen proportion, analogi och likformighet samt allmänna geometriska egenskaper hos kroppar, låter man dem genomgå en mindre kurs i proportionslära med tillämpning på geometri i planet och rummet.

Beträffande matematikundervisningens organisation och anordning i denna avdelning, hänvisar jag till nu följande rapport över den snarlika undervisningen i

2. Kvälls- och söndagsskola³

Här undervisar man i alla matematikämnen: geometri, algebra och aritmetik; 6 lärare undervisar ett antal elever som innevarande månad (mars) är 685 i aritmetik, 150 i algebra och 485 i geometri. Dessa siffror gäller antalet i respektive ämne inskrivna elever. Då dessa dock är fördelade på olika lektionsdagar för varje grupp, utgör talen maximumvärden. De genomsnittliga antalen samtidigt närvarande elever är 202 resp. 165 i aritmetik, 60 resp. 25 i algebra samt 225 resp. 150 i geometri.

Enligt Tekniska skolans statuter skall undervisningen, såväl i denna avdelning som i de föregående, vara så upplagd i de ämnen där det är möjligt, att de enskilda elevernas framsteg blir oberoende av varandra.

Detta låter sig rätt väl göras vid undervisningen i algebra och aritmetik, åtminstone beträffande ett inte alltför stort antal elever, däremot inte i geometri, där eleverna måste studera tillsammans.

I följande översikt över matematikundervisningen i denna skolavdelning kommer först det ämne, om vilket minst är att säga under nuvarande förhållanden.

Geometri (4 och 2 veckotimmar). Enligt de gamla statuterna och det därpå baserade programmet är de nitiska i detta ämne hänvisade till den euklidiska åskådningen och undervisningen följer alltså denna metod; den modifieras dock på så sätt att några lärosatser, som anses onyttiga för både systemet och den teknisk-geometriska undervisningen, utelämnas och ersätts med andra för byggnads- och maskinritaren mer tjänliga uppgifter.

Läroämnet delas i tre avdelningar. Den första omfattar de 4 första böckerna av Euklides, den andra boken 5, 6, 11 och 12; den tredje behandlar räknelärans tillämpning på geometri i planet och i rummet samt plan trigonometri.

Lärogångarna är ordnade så att varje avdelning skall klaras av på ett år, varvid avdelning 1 och 2 tilldelas vardera fyra veckotimmar och avdelning 3 två veckotimmar. All undervisning i detta ämne sker genom föredrag vid svarta tavlan med inskjutna frågor från lärarens sida – några gånger även från en mindre reserverad elev. Lektionen disponeras dels genom en återblick på tidigare behandlat stoff, dels genom förberedelse av det som följer.

Eftersom eleverna i denna skolavdelning är berättigade att börja vid vilken tid på året som helst – de flesta börjar dock under loppet av den första månaden – måste läraren bromsa de redan inskrivna så länge tills de senare antagna kan följa undervisningen. Detta är ett svårt missförhållande, som ändå har det goda med sig att läraren får tid att i några elever inpräglade de definitioner som är av störst vikt.

Någon bok av en namnkunnig författare är inte föreskriven. Det står eleverna fritt att välja en bok som de av något skäl vill använda. Men varje elev är förpliktigad att så noga som möjligt anteckna det som föredragits vid svarta tavlan och att förse anteckningarna med nödvändiga figurer. Till detta ändamål skriver läraren i början upp all muntlig undervisning. Detta sker dels för att inpräglade geometri-

kunskaperna i elevernas minne, dels för att vänja dem vid passande uttryck, vilket visat sig särskilt nödvändigt.

Ett så stort antal elever, som samtidigt bevistar lektionen och som på grund av olyckliga lokala förhållanden ibland kan bli rentav 75 elever för en enda lärare, gör det svårt att uppnå en någorlunda acceptabel verkningsgrad i undervisningen och har lett till att vederbörande lärare efter halva skolåret måst rikta sin uppmärksamhet på *de* elever som anmäler önskan att få betyg över gjorda framsteg. Övriga elever nöjer sig med att bevista timmarna som åhörare.

Man noterar ett omdöme om eleven efter varje muntlig diskussion eller helst efter en skriftligen löst uppgift. Efter gjord enskild prövning får eleven ett betyg eller slutbetyg vid skolårets slut. Endast slutbetyget förs in i skolans journal.

Algebra (8 veckotimmar). Till detta ämne har den elev tillträde som uppvisar tillfredsställande förmåga att behandla bråk.

Med hänsyn till föreskriften att en elevs avancemang skall göras oberoende av de andra elevernas ordnas undervisningen så att varje elev i regel behandlas för sig. Dock för man tillsammans elever som är på samma nivå till en grupp, när detta låter sig göras. Gruppen får då gemensam undervisning från svarta tavlan.

Även algebran är indelad i tre avdelningar. Den första omfattar heltal och bråk, den andra kvadratrötter samt ekvationer av första och andra graden med en obekant, den tredje omfattar ekvationer med flera obekanta, potenser, logaritmer och talföljder. I avdelning 2 och 3 tillkommer uppgifter och tillämpningar.

En elev får inte övergå från en avdelning till en annan, innan han uppvisat säkerhet i det som genomgått. För att uppnå denna säkerhet anordnar man separata prov i vilka de som är berättigade får delta. Sedan vederbörande deltagares arbete granskats, för man in ämnesbetyget i ämnets dagbok. Om detta är åtminstone "godkänt", så får eleven fortsätta i den högre avdelningen.

Beträffande det sätt på vilket undervisningen ges i övrigt, bör följande noteras. Man har utgått från uppfattningen att de i handeln tillgängliga läroböckerna inte är anpassade till kvällsskolans algebra-

pensum, varför man utarbetat ett "kortsystem", som successivt tar upp de algebramoment som man i det aktuella fallet ser som nödvändiga och tillräckliga.

Detta undervisningssätt medför även fördelen av en större omväxling i exemplifieringen, eftersom nya övningskort förfärdigas hela tiden. När en elev har räknat igenom ett kort, skall han visa upp resultatet och om detta är bra, får han ett nytt.

Om en elev redan före intagningen skaffat sig en lärobok i algebra, så är han förstås inte förbjuden att använda den. Räkning enligt korten utesluter ej heller användning av en lämplig exempelsamling.

Vid upprättandet av "kortsystemet" lade man ner stor omsorg på utarbetningen av första avdelningen, eftersom man hade åsikten att ett ytligt eller ofullständigt studium av heltalen och bråken i algebra (liksom även i aritmetik) förorsakar eleven stor, ofta oersättlig skada rörande den efterföljande algebran som skall bygga på dessa grunder. Därför är en relativt stor uppoffring av tid på den grundläggande algebran ansvarsfull. Till detta kommer en annan omständighet. De flesta eleverna i detta ämne i kvällsskolan är anställda som byggnads- eller maskinarbetare, ritare, verkmästare m.m. eller har för avsikt att ägna sig åt en sådan verksamhet; följaktligen ligger den viktigaste nyttan som de kan dra av algebrakursen för deras speciella yrkesutövning i den förvärvade förmågan att rätt använda de formler och algebraiska uttryck som förekommer i de tekniska handböckerna. Och ett nödvändigt medel för detta ändamål är det väl att förvärva god kunskap om heltalen och bråken samt säkerhet i behandlingen av aritmetiska tal och bekantskap med det som formlerna ger uttryck för.⁴

Vid behandlingen av textuppgifter uppmanas eleven att noga redigera lydelsen före och efter ekvationen och att inte nöja sig med att skriva ner enbart en ekvation.

Behandlingen av textproblem som leder till ekvationer av första graden ges inte mycket tid hos oss, då det enligt vår mening är lättare att lösa problemen med aritmetiska hjälpmedel.

Aritmetik (Räkning) (11 veckotimmar). Från en ringa omfattning i början har detta ämne upparbetats till ett av de främsta och mest

eftertraktade ämnena i skolan. Det händer inte sällan att man inte kan ta in alla sökande ungdomar, trots att ämnet förfogar över 3 lärosalar, ibland 4. Ibland skjuter antalet elever ett par kvällar i veckan så i höjden att det blir 175 till 200, ett antal som dock sjunker under läsårets två sista månader.

För antagning till undervisningen i aritmetik är enligt skolans föreskrifter den elev berättigad som kan visa säker behandling av heltal. Eftersom det i vilket fall som helst står illa till med denna säkerhet, måste de flesta nybörjare i korthet repetera de fyra räknesätten.

I likhet med geometrin och algebran är aritmetikstudiet indelat i tre avdelningar: den första omfattar decimalbråk, enklare bråk och metersystemet jämte uppgifter; den andra sammansatta bråk, sortförvandling (utom metersystemet), ”linjepproblem”, begreppet procent med tillämpningsuppgifter; den tredje avdelningen omfattar försäljnings-, rabatt- och diskonteringsuppgifter, arbets- och rörelseproblem jämte tillämpningar på fysikaliska, kemiska, tekniska och merkantila beräkningar.

Även i detta ämne är undervisningen individuell; dock måste man här som i algebra och med än större berättigande sammanföra elever på samma nivå till grupper, vars undervisning ges från svarta tavlan. Därvid åligger det varje elev att föra anteckningar över det som genomgåts. Läraren bör läsa igenom dem och eventuellt förbättra eller komplettera dem.

Inte heller vid undervisningen i aritmetik är man bunden till en vanlig lärobok. Anledningen till detta är inte riktigt densamma som till kortsystemet i algebra, utan främst den omständigheten att vår syn på den aritmetiska åskådningen är en helt annan än den för närvarande allmänt gängse.⁵

Inrättandet av den aritmetiska undervisningen i övrigt är densamma som av den algebraiska. När eleven räknat igenom ett kort och fått arbetet godkänt, får han gå vidare med nästa kort eller, om han visat sig duktig, hoppa över ett eller annat kort, ordnade efter stigande svårighetsgrad.

Rätt att få kort i den högre avdelningen erhåller eleven sedan han fått betyget "godkänd" i något av de skriftliga prov som anordnas ungefär varje månad i varje avdelning. Betygen på de skriftliga proven förs in i ämnets dagbok.

3. Den förberedande klassen ("kursen")

Denna underavdelning till kvällsskolan har som sagt syftet att meddela undervisning åt de elever i kvällsskolan som avser att söka till en av den manliga avdelningens dagskolor. Matematiken i denna förskola har tilldelats 11 veckotimmar som är så fördelade på de enskilda ämnena att geometri och algebra får vardera 3,5 timmar och aritmetiken 4.

Denna skolavdelning har sedan sin tillkomst kunnat glädja sig åt en stor anslutning; i regel sökte ca 100 % fler inträde än vad som man på grund av de sökandes bristande förkunskaper eller till följd av lokalbrist kunde ta in. För närvarande är ungefär 70 elever intagna.

Intagningskraven är: räknefärdighet vid behandling av heltal och enklare bråk jämte decimaltal samt en viss ortografisk rutin i att skriva svenska. Flertalet av dem som vill bli intagna brukar ha förvärvat erforderlig förmåga genom att besöka den allmänna avdelningen i kvällsskolan under föregående vinter.

Fastän den utgör en del av kvällsskolan, skiljer sig "förskolan" från denna i ett mycket viktigt avseende, nämligen att medan det står eleven i kvällsskolan fritt att vara frånvarande från lektioner, är deltagandet i "kursens" lektioner obligatoriskt.

Genom denna anordning är det möjligt att hålla ihop eleverna, vilket helt naturligt främjar verkan av undervisningen i högsta grad. En annan omständighet, som inte är mindre gynnsam för matematikundervisningen, är att lokalförhållandena tillåter användning av inte mindre än fem svarta tavlor, till vilka eleverna kan kallas fram för övning och prov.

Den förberedande lärogången är ettårig och man tillåter inte en elev att stanna två år i den. Det matematiska pensum som eleven har att lära sig under detta år är: avdelning 1 och 2 i aritmetik (räkning)

samt avdelning 1 i algebra och geometri. Betygsättningen görs på samma sätt som i kvällsskolans allmänna avdelning och slutprovet äger rum under läsårets sista vecka, varefter gällande betyg förs in i dagboken.⁶

4. Byggnads- och maskinyrkesskolor

Då dessa två avdelningar vid Tekniska skolan i Stockholm har ett helt likartat program för matematikundervisningen, omfattar denna rapport båda gemensamt.

Var och en av yrkesskolorna har tre s.k. årskurser med vardera ca 30 elever. Som synes av namnet och antalet avdelningar bjuder regeln att yrkesskolan klaras av under tre år. Varje årskurs är ettårig, fastän en elev med lärarkonferensens beviljande tillåts stanna två år i en och samma kurs.

Matematiken har som undervisningsämne under de första två årskurserna 8 veckotimmar under första året och 6 veckotimmar under det andra.

De matematiska kraven för antagning till den första årskursen är för *räkning (aritmetik)*: säkerhet i behandlingen av heltal bråk och decimaltal, för *algebra*: tillräcklig övning i behandlingen av heltal och bråk, för *geometri*: Euklides fyra första böcker.

Vid läsårets början (1 nov.) anordnas ett antagningsprov som är obligatoriskt för alla som vill bli antagna, utom för dem som gått igenom den förberedande kursen med godkända betyg. (Således är i detta fall realexamen ingen tillräcklig merit för antagning.)

De matematiska pensä i dessa skolor är:

Årskurs 1: Räkning (aritmetik): Repetition av tidigare kurs, därtill försäljnings-, rabatt-, ränte- och diskonteringsräkning, arbetsuppgifter jämte tillämpningar på tekniska och merkantila uppgifter. *Algebra*: Repetition av tidigare kurs, kvadratrötter, ekvationer av första och andra graden med en eller flera obekanta, uppgifter (om tiden medger). *Geometri*: Euklides' bok V, VI, XI och XII jämte de första grunderna i plan trigonometri.

Årskurs 2: Potenser och logaritmer, planimetri och stereometri, repetition och fortsättning av plan trigonometri jämte tillämpningar på tekniska uppgifter som hör till yrkena och i övrigt vad som den enskilda läraren håller för nyttigt.

(För vad som därutöver gäller för rapporten om undervisningen i årskurs 2 hänvisar vi till rapporten av doktor C. Heuman.)

Det sätt på vilket undervisningen ges i yrkesskolorna är beträffande matematiken densamma som i första kursen, nämligen föredrag, övningar såväl på elevens plats som vid svarta tavlan, räkneläxor, då och då skriftlig repetition samt slutprov vid läsårets slut. Eleven får betyg såväl efter varje räkning vid svarta tavlan som vid de skriftliga repetitionerna och självklart efter slutprovet. Sistnämnda betyg är det enda som förs in i journalen.

II. Matematikundervisningen vid maskin- och byggnadsyrkesskolornas andra avdelning

av dr Carl Heuman

Vid undervisningen i maskin- och byggnadsyrkesskolornas andra årskurs har grafiska metoder fått största möjliga utsträckning och användning. De enklare formerna av sammanhanget mellan storheter studeras och framställs grafiskt, dels genom kurvor i rätvinkliga system, dels med dem korresponderande skalor (nomogram). Man har börjat med proportionalitet som den enklaste funktionsförbindelsen mellan två storheter, varvid t.ex. förhållandet mellan höjd och sida i en liksidig triangel, mellan omkrets och diameter i cirkeln, mellan mätetalen för en hastighet uttryckt i m/sek, km/h eller i knop, mellan omloppstal och vinkelhastighet o.s.v. framställs grafiskt. På liknande sätt har man sedan gått igenom den allmänna lineära funktionen, (t.ex. relationen