

Grundläggande tabellkunskaper, addition och subtraktion

<i>Kapitlet behandlar</i>	<i>Test</i>
Grundläggande kombinationer, liten tabell	2
Fler kombinationer, stor tabell	3
Säkra tabellkunskaper	4

14

I detta kapitel behandlas först inläringen av grundläggande additions- och subtraktionskombinationer och därefter behandlas frågor om att befästa kunskaperna genom olika erfarenheter och övning. Med grundläggande kombinationer avses här additioner från $0+0$ till $10+10$ och motsvarande subtraktioner. Till exempel är $14-6$ och $4-3$ grundläggande subtraktionskombinationer, men inte $14-3$. Kapitlet avslutas med ett avsnitt som handlar om att befästa och memorera de grundläggande additions- och subtraktionskombinationerna, dvs tabellerna.

I denna handledning lyfter vi fram huvudräkning som den viktigaste beräkningsformen. Att elevernas huvudräkningsfärdigheter utvecklas på de sätt som beskrivs här och andra sätt i samma anda ökar deras kompetens, självförtroende och känsla av att behärska talen. Aktiviteter med huvudräkning har mycket större effekt än skriftliga räkneövningar när det gäller att utveckla elevernas känsla för tal. För denna utveckling är det viktigt att eleverna kan de grundläggande kombinationerna.

Den metodik som rekommenderas här lägger tonvikten på

- att de huvudräkningsstrategier eleverna använder ska vara utgångspunkt
- diskussion av olika strategier
- utveckling av elevens personliga "verktygslåda" med effektiva beräkningsmetoder
- utveckling av förmågan att göra lämpliga val av huvudräkningsmetod
- utveckling av förståelse för sambanden i tabellen.

Bortsett från i de tidigaste skedena är det också viktigt med säkra minneskunskaper dvs att veta eller mycket snabbt kunna härleda grundläggande additions- och multiplikationskombinationer, tillsammans med motsvarande subtraktions- och divisionskombinationer. Men de två faserna, den där grunderna läggs och den där de memoreras, övas och befasts, bör ej blandas ihop. Snabbhet och precision ska betonas och memorisering av tabellkunskaper ska uppmuntras men först när barnen redan har effektiva metoder för att räkna ut dessa uppgifter i huvudet eller för att snabbt härleda dem.

Det är en avgörande skillnad mellan att lära sig kombinationerna utantill om man inte helt förstår dem och att memorisera tabellen om man kan beräkna dem på egen hand. Det är dock viktigt att på sikt kunna veta eller snabbt kunna härleda samtliga grundläggande kombinationer. Denna kunskap, tillsammans med att förstå positionssystemet och räkneoperationer, är grunderna för att kunna hantera de fyra räknesätten med flersiffriga tal. Det är ett viktigt slutmål, men bör ej påskyndas eftersom det lätt har motsatt effekt om man går alltför hastigt fram.

Alla elever behöver tid att befästa nya kunskaper och gott om tillfällen att använda sina nyförvärvade kunskaper i olika aktiviteter som spel, lekar och projekt och inte bara på matematiklektionerna. De behöver också särskilda aktiviteter för att träna minneskunskap.

Kända svårigheter och missuppfattningar

Eleverna har två huvudsakliga problem med grundläggande additions- och subtraktionskombinationer: De kommer inte ihåg dem tillräckligt snabbt och de kan inte beräkna dem snabbt eller effektivt.

Det senare hänger vanligen samman med att de skulle behöva mer undervisning för att utveckla huvudräkningsmetoder. Alltför många elever använder endast metoden att räkna uppåt för addition och nedåt för subtraktion, ofta med hjälp av fingrar, även när detta är mycket arbetskrävande och lätt att tappa bort sig i. Ett särskilt fel som kan uppstå när man räknar ett steg i taget är att man kommer fram till ett svar som är ett för litet eller ett för mycket. Det kan bero på att man tappar bort sig i räkningen, men ofta också på att man räknar in det tal man utgår från, som i exemplen nedan.

- Hur mycket är $3 + 9$? 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11: det är 11.
- Hur mycket är $14 - 6$? 14, 13, 12, 11, 10, 9: det är 9.

Förvånansvärt nog verkar de flesta barn kunna multiplikationstabellen bättre än de grundläggande additions- och subtraktionstabellerna. Det är möjligt att det beror på att addition och subtraktion med tal upp till tio är lättare att snabbt *räkna* ut och att det därför inte är lika motiverande att memorera dem eller att undervisningen inte lägger lika stor vikt vid det här området. Många barn är inte tillräckligt säkra på de grundläggande additions- och subtraktionskombinationerna utan behöver en strukturerad undervisningsgång med spel och aktiviteter för att befästa dessa.

Elever som har svårt att lösa de grundläggande additionerna och subtraktionerna genom huvudräkning på 10 till 15 sekunder, behöver arbeta mer på de sätt som beskrivs inledningsvis bland undervisningsförslagen. När eleverna väl befäst sina minneskunskaper bör de kunna svara på två-tre sekunder.

Om undervisningen

Omfattande forskning om hur barn verkligen beräknar de grundläggande additions- och subtraktionskombinationerna visar att de effektivt använder ett litet antal metoder. Vissa barn upptäcker dessa mycket tidigt på egen hand, medan andra förvärvar dem senare eller inte alls, om de inte får undervisning om dem. Numera kan vi låta alla elever möta dessa strategier från de tidigaste åren, samtidigt som man värderar och uppmuntrar de metoder som barnen själva kommer med.

Teknik	Kommentar
Uppåträkning eller nedåträkning med ett steg i taget: 0, 1, 2 eller 3.	Uppåträkning eller nedåträkning med ett steg i taget är effektivt och säkert upp till högst 3 steg, därefter uppstår lätt felräkningar.
Tiokamrater	Tiokamraterna är de par av tal som tillsammans är 10: $9+1, 8+2, 7+3 \dots$
Dubblor	Att veta att $1+1=2, 2+2=4 \dots$ är av någon anledning en färdighet som barn verkar utveckla tidigt, oberoende av språk och kultur.
Nära dubbelt	Om barn kan "dubblor" utnyttjar de dessa för att räkna ut "nära dubbelt" som är 1 eller 2 steg från en "dubbla": $7+6=6+6+1, 7+5=5+5+2 \dots$

Lägga till 10	Den enklaste användningen av platsvärde, som är mycket effektivt. Ändå räknar många barn uppåt med ett i taget från första talet, från 7 för att räkna ut $7 + 10$.
Gå via 10	När barnen kan alla tiokamrater upp till tio och kan addera och subtrahera 10, använder de dessa kunskaper för att addera och subtrahera tal över 10. $8 + 5$: 8 och 2 blir 10, och 3 till är 13. $15 - 6$: 15 minus 5 är lika med 10, minus 1 till blir 9.
Gör om subtraktion till addition	"Hur mycket är $16 - 9$?" ändras till "Hur mycket behövs för att 9 ska bli 16?"
Kommutativitet	$2 + 9$ ändras till $9 + 2$.

När barnen behärskar dessa tekniker har de alltid minst ett sätt att räkna ut vilken som helst av de grundläggande additions- och subtraktionskombinationerna.

Antingen det handlar om barn som möter dessa idéer för första gången eller om barn som har råkat ut för misslyckanden, så är det viktigt att särskilja den fas där idéerna förvärvas från den fas där färdigheterna befästs och omvandlas till minneskunskaper. Tidigare har kanske undervisning mest behandlat den andra fasan, att befästa och memorisera, utan att tid har ägnats åt den viktiga första fasan där idéerna förvärvas. Vi ska börja med att se på den första fasan.

Metodiken bygger på en kombination av att barnen uppmuntras att förklara hur de tänker när de räknar och de effektiva metoderna i ovanstående tabell. Detta är en kort sammanfattning av några huvudprinciper som är hämtade från *Mental Computation: A Strategies Approach* (McIntosh & Dole, 2004).

Uppmuntra barnen att förklara hur de tänker när de räknar: Ge barnen uppgifter som de kan räkna ut i huvudet, ge uppgifterna muntligt. Barnen tänker mer flexibelt om de inte ser talen nedskrivna. Ge dem upp till 10 sekunder att räkna ut svaret och be dem sedan beskriva hur de tänkte ut svaret. Skriv upp deras lösningsmetoder på tavlan.

Exempel: En elev förklarar hur den löser uppgiften $8 + 6$: "8 lägg till 6. Jag fyller upp åttan till tio och då har jag fyra kvar att lägga till och det är fjorton".

Läraren skriver: $8 + 2 + 4 = 14$.

Fråga varför eleven delade upp sex på just det sättet. Det är viktigt att barnen blir vana vid att förklara hur de tänker vare sig det är rätt eller fel. Fråga om övriga elever gjorde likadant och be om fler förslag på hur uppgiften kan lösas. Några förslag skulle kunna vara:

"Jag visste att 6 och 6 är 12 och 2 till är 14." (Nära dubbelt.)

"Jag gjorde 8; 9, 10, 11, 12, 13, 14." (Uppåträkning, men farligt långt.)

Presentera effektiva metoder: Man kan antingen bestämma sig för att ta upp och presentera en viss metod i samband med att ett eller flera barn har beskrivit att de använt den eller göra upp en plan för att presentera de olika metoderna i ordning. Oavsett tillvägagångssätt är det viktigt att presentera metoder och ge övningsuppgifter utan att låta det framstå som om det är den korrekta eller bästa metoden för någon särskild uppgift. Barnen måste få uppfatta att de har valfrihet beträffande hur de räknar ut en viss uppgift, så att de på ett naturligt sätt använder de metoder de känner sig säkra på. Samtidigt är det viktigt att uppmärksamma och hjälpa barn som tenderar att "fastna" i omständliga och icke utvecklingsbara metoder.

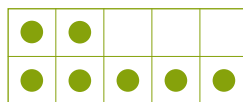
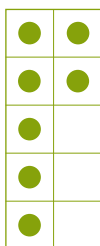
- Be ofta eleverna att med egna ord beskriva hur de har löst uppgifter och diskutera de olika strategier de har använt.
- Gör en väggplansch över de olika metoderna.
- Introducera en metod i taget och ha ofta korta stunder med övningsuppgifter i huvudräkning.
- När en elev har beskrivit ett sätt att lösa en uppgift, fråga då om det finns några andra sätt att lösa den.
- Lägg särskilt märke till de barn som drar sig för att använda någon annan metod än framåträkning eller bakåträkning.
- Betona inte hastighet eller utantillkunskap under det inledande uppbyggnadsskedet.

Det huvudsakliga målet är att få barnen att bli bekanta med och lära sig att lita på ett bredare spektrum av effektiva metoder, att få dem att gå vidare från att använda enbart framåträkning eller bakåträkning.

Ett exempel

När man undervisar de yngsta barnen behöver de olika lösningsmetoderna introduceras med hjälp av laborativa aktiviteter kombinerade med goda möjligheter att samtala om det som händer. Detta exempel visar den generella metoden, gå från handling och diskussion kring åskådliga föremål via tankebilder till symboler.

För att introducera tiokamrater är tiobrädan och tiohuset bra redskap. De är bättre bilder av 10 än en rad med tio rutor, eftersom femman är tydligt markerad, och de udda och jämna talen också framgår tydligt.



Här har markörer placerats i 7 av de 10 rutorna. Barnen kan omedelbart se att det behövs 3 markörer till för att fylla upp de 10 rutorna. Detta är visuellt mycket övertygande. Det är viktigt att också sätta denna visuella bild i samband med symboler $7+3$ eller $7+3=10$. Barnen kan sedan undersöka och anteckna andra tiokamrater. Senare kan två sådana bilder användas för att undersöka "gå via 10". Markörer från den andra tiobrädan kan då flyttas för att fylla tomma rutor i den första.

Att bygga upp säkra tabellkunskaper

Vi skriver ibland de grundläggande additionskombinationerna som en tabell, additionstabellerna $1+1$, $1+2$, $1+3$..., men det är inte på det sättet vi lär oss dem. Det är bättre att gruppera kombinationerna så att de som kan räknas ut med en viss tankeform behandlas tillsammans (se nedan). Detta betyder inte att en specifik tankeform är den enda rätta för dessa kombinationer, men det innebär att för varje kombination har eleverna minst en ordentligt förklarad metod att använda. Ett sätt att gruppera följer nedan.

Uppräkning

1mer	2+1	3+1	4+1	5+1	6+1	7+1	8+1
Omvänt	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7	1+8
2mer	3+2	4+2	5+2	6+2	7+2		
Omvänt	2+3	2+4	2+5	2+6	2+7		
3mer	4+3	5+3	6+3				
Omvänt (3+)	3+4	3+5	3+6				

Inga fler	1+0	2+0	3+0	4+0	5+0	6+0	7+0	8+0	9+0
Omvänt	0+1	0+2	0+3	0+4	0+5	0+6	0+7	0+8	0+9

Tiokamrater

10+0	9+1	8+2	7+3	6+4	5+5	4+6	3+7	2+8
1+9	0+10							

Dubblor

0+0	1+1	2+2	3+3	4+4	5+5	6+6	7+7	8+8
9+9	10+10							

Lägg till 10

	10+1	10+2	10+3	10+4	10+5	10+6	10+7	10+8
	10+9							
Omvänt	1+10	2+10	3+10	4+10	5+10	6+10	7+10	8+10
	9+10							

Tiotalsovergångar

Nio plus	9+2	9+3	9+4	9+5	9+6	9+7	9+8
Omvänt	2+9	3+9	4+9	5+9	6+9	7+9	8+9

Åtta plus och sju plus	8+3	8+4	8+5	8+6	8+7	7+4	7+5
Omvänt	3+8	4+8	5+8	6+8	7+8	4+7	5+7

Nära dubblor

	4+5	5+6	6+7	5+7
Omvänt	5+4	6+5	7+6	7+5

Det är inte nödvändigt att ställa upp någon motsvarande översikt för subtraktion. Undervisningen bör inriktas på att eleverna enkelt ska kunna härleda subtraktionskombinationerna ur ovanstående när de väl förstår sambandet:

$12 - 7 = ?$ kan ses som $7 + ? = 12$. Det kan ändå vara lämpligt att använda spel och dataspel som ger övning.

Använd uppsättningar med tio uppgifter i varje, som barnen kan testa sig själva med, och för att använda som test för hela klassen eller enskilda elever. Det kan vara bra om varje uppsättning koncentreras på någon av de grupper av kombinationer eller tankeformer som räknas upp ovan. Låt eleverna skriva upp vilka särskilda kombinationer de tycker är svåra. Kontrollera om dessa bildar ett mönster. Vissa barn har svårt för de uppgifter där det andra talet är större än det första. Andra gör alltid fel när det är en nolla inblandad. Fokusera i samtliga aktiviteter på det enskilda barnets framsteg och behov, inte på hur de ligger till i förhållande till klassen.

Elever som har svårt att räkna ut (till skillnad från att memorera) de grundläggande kombinationerna bör gå tillbaka till de inledande aktiviteterna. Elever som är i behov av särskilt stöd behöver en väl organiserad och strukturerad undervisning. De behöver ofta fler och kontinuerliga tillfällen till repetition under korta, återkommande stunder. Sekvenser av sammanhängande undervisningsaktiviteter som går fram i små steg och med tydliga mål som är möjliga för eleven att uppnå är mycket betydelsefullt.

Sakta på att få eleverna att vara så gott som säkra på de grundläggande kombinationerna innan de börjar räkna med två- och tresiffriga tal.

Några förslag

Här är ett spel för individuellt bruk, som har visat sig flexibelt och användbart. Man behöver en spelplan och 24 spelmarker att lägga på rutorna.

Hitta tiokamrater

Leta rätt på två tal som tillsammans är 10 och markera dem med spelmarker. Leta sedan rätt på nästa par av tal som är 10 tillsammans. Fortsätt till dess att det bara finns ett ommarkerat tal kvar. Det är kontrollsiffran. För den avbildade spelplanen är kontrollsiffran 4. Om du får den siffran kvar har du förmodligen täckt spelplanen på rätt sätt.

Tillverka fler spelplaner med tolv par av tal som tillsammans är 10 och en kontrollsiffra.

Se även *Tiokamrater på hög*, ncm.gu.se/node/727

2	4	7	5	8
9	5	2	3	1
4	4	5	3	6
7	2	1	8	8
9	7	6	3	5