

PISA 2003

En blick på resultatet i matematik

PISA undersöker femtonåringars kunskaper i matematik, läsförståelse, naturvetenskap och problemlösning. 2003 var andra omgången av denna undersökning i vilken sammanlagt 41 länder deltog. Sverige representerades av drygt 4 600 elever. PRIM-gruppen vid Lärarhögskolan i Stockholm har det nationella ansvaret för matematiken och problemlösningen i PISA, på uppdrag av Skolverket.

För att beskriva en individs kunskap och kompetens i matematik använder man sig i PISA av uttrycket "mathematical literacy". På svenska ger detta uttrycket "matematiskt litterat". PISA's definition av "mathematical literacy" är:

En individs förmåga att känna igen/identifiera och förstå den roll matematik spelar/har i världen, att göra välgrundade bedömningar och att använda och engagera sig i matematik på så sätt att det motsvarar behoven för individens liv som en konstruktiv, delaktig/engagerad och reflekterande medborgare.

Matematikuppgifterna

Sammanlagt ingick 85 uppgifter i matematik. Man har valt att arbeta med fyra teman i matematik: *rum och form*, *förändring och samband*, *kvantitet* samt *osäkerhet*. De två första temana fanns med också vid första

undersökningen år 2000 (benämndes då *rymd och form* respektive *tillväxt och förändring*), men antalet uppgifter var betydligt färre. Detta möjliggör viss jämförelse över tid för dessa två teman. Huvudsakligt matematiskt innehåll i respektive tema:

Rum och form

Temat rymmer det vi traditionellt menar med geometri och mätningar.

Förändring och samband

Temat rymmer många olika områden inom den traditionella matematiken som funktioner, statistik samt algebra.

Kvantitet

Temat rymmer aritmetik och även taluppfattning.

Osäkerhet

Temat rymmer sannolikhetsrelaterade och statistiska frågeställningar, som är viktiga att kunna ta ställning till.

För att beskriva elevernas matematiska kompetens är uppgifterna indelade i tre kompetensklasser, vilka bestäms av det matematiska kunnande som krävs för att kunna lösa uppgifterna.

Ingmar Ingemansson arbetar vid PRIM-gruppen, Lärarhögskolan i Stockholm.
ingmar.ingemansson@lhs.se

Kompetensklass 1

Denna innehåller uppgifter av rutinkaraktär som eleven kan lösa genom reproduktion. Detta betyder att eleven ska använda standardalgoritmer, tillämpa grundläggande matematiska processer och matematiska grundfakta, helt enkelt att använda inarbetade tillvägagångssätt i sin lösning. I denna kompetensklass är matematiken i uppgifterna uppenbar, eleven behöver inte identifiera och matematisera den. Uppgifterna löses oftast i ett steg.

Kompetensklass 2

Den innehåller typer av uppgifter där eleven ska kunna se samband mellan olika områden inom matematiken. Uppgifterna är inte av ren rutinkaraktär men innehåller ändå kända situationer eller sträcker sig utöver det kända endast i begränsad omfattning. Uppgifterna ställer också större krav på tolkningen av problemet och kräver att eleven gör kopplingar mellan olika representationer av situationen, eller kopplar samman olika aspekter av problemet för att kunna arbeta vidare mot en lösning.

Tabell 1. Medelvärde i matematik för de svenska eleverna i relation till medelvärdet i övriga OECD-länder, och övriga länders medelvärden, i PISA-undersökningen 2003. Sveriges medelvärde är 509 poäng.

OECD-länder med signifikant bättre resultat än Sverige		OECD-länder där skillnaden ej är signifikant		OECD-länder med signifikant sämre resultat	
Finland	544	Tjeckien	516	Norge	495
Sydkorea	542	Island	515	Luxemburg	493
Nederländerna	538	Danmark	514	Polen	490
Japan	534	Frankrike	511	Ungern	490
Kanada	532	Österrike	506	Spanien	485
Belgien	529	Tyskland	503	USA	483
Schweiz	527	Irland	503	Portugal	466
Australien	524	Slovakien	498	Italien	466
Nya Zeeland	523			Grekland	445
				Turkiet	423
				Mexico	385
Övriga länder med signifikant bättre resultat än Sverige		Övriga länder med signifikant sämre resultat			
Hong Kong-Kina	550	Lettland		483	
Liechtenstein	538	Ryssland		468	
Macao-Kina	529	Serbien-Montenegro		437	
		Uruguay		422	
		Thailand		417	
		Indonesien		360	
		Tunisien		359	
		Brasilien		356	

Kompetensklass 3

Denna kan sägas representera det centrala i matematikämnet. I dessa uppgifter måste eleven kunna matematisera situationen, kunna identifiera och uttrycka den matematik som finns. Eleven måste också kunna analysera, tolka och utveckla mer originella modeller och strategier i sin lösning av problemen. En central del i denna kompetensklass är förmågan att föra matematisk argumentation, som kan innebära att eleven behöver kunna generalisera och förklara sin lösning. Denna kompetensklass innehåller kritiskt tänkande, analys och reflektion. Det ingår också att kommunicera sina egna matematiska tankar och idéer, likaväl som att förstå andras kommunikation i matematik.

För att beskriva elevernas prestationer i matematik har man skapat sex nivåer i matematik, 1–6, där 6 är den högsta och 1 den lägsta nivån. För att anses vara tillräckligt matematiskt litterat, för att kunna klara sig i sitt framtida liv, ska man minst uppnå nivå 2.

Resultat

När det gäller matematiken totalt, alltså samtliga fyra teman, har Sverige ett medelvärde på 509 poäng med standardavvikelsen 95. OECD-medelvärdet är 500 med standardavvikelsen 100. Medelvärdet varierar inom OECD-länderna från 385 till 544, och standardavvikelsen varierar mellan 84

och 110. Sveriges medelvärde är bättre än OECD-medelvärdet 2003 och var det också 2000. Alla skillnader som redovisas är signifikanta om inte annat anges.

Inom tre av fyra teman presterar de svenska eleverna ett medelvärde som är signifikant bättre än OECD-medelvärdet. Detta gäller *förändring och samband*, *kvantitet* samt *osäkerhet*. För *rum och form* skiljer sig inte de svenska elevernas medelvärde från OECD-medelvärdet.

Det framgår att de svenska eleverna följer fördelningen inom OECD-länderna väl, men det är en något mindre andel av de svenska eleverna som ligger under nivå 1 och på nivå 1 jämfört med OECD-genomsnittet.

De svenska eleverna har en högre lösningsfrekvens än OECD-genomsnittet för sammanlagt 40 uppgifter och de har en lägre lösningsfrekvens än OECD-genomsnittet för totalt 12 uppgifter. Det är huvudsakligen på uppgifter inom kompetensklasserna 1 och 2 där svenska elever har en högre lösningsfrekvens än OECD-genomsnittet. Det är framför allt inom två teman, *kvantitet* och *osäkerhet*, som de svenska eleverna presterar bättre.

De svenska eleverna har en lägre lösningsfrekvens än OECD-genomsnittet för totalt 12 uppgifter. För dessa uppgifter är fördelningen mellan kompetensklasserna relativt jämn, dock med viss övervikt för kompetensklass 3. Det finns också en viss övervikt för temat *rum och form*.

Tabell 2. Procentuell andel elever på respektive nivå i matematik för svenska elever samt för OECD-genomsnittet.

	Under nivå 1	Nivå 1	Nivå 2	Nivå 3	Nivå 4	Nivå 5	Nivå 6
Sverige	5,6	11,7	21,7	25,5	19,8	11,6	4,1
OECD	8,2	13,2	21,1	23,7	19,1	10,6	4,0

Jämförelser mellan 2003 och 2000

Två teman ingick, som tidigare nämnts, i PISA-undersökningen år 2000, *rum och form* samt *förändring och samband*. OECD-medelvärde visar en förbättring på ett tema, *förändring och samband*. Sveriges medelvärde 2003 inom dessa två teman skiljer sig inte signifikant från medelvärdet 2000.

Inom temat *rum och form* har en förändring skett i Sverige beträffande de högpresterande elevernas resultat. Det visar sig att dessa elever vid 2003 års undersökning presterar ett sämre resultat än år 2000. (Detta innebär däremot inte att Sveriges medelvärde för alla elever signifikant skiljer sig från medelvärdet 2000.) Däremot har flera av OECD-länderna förbättrat sina medelvärden inom *rum och form*. Detta gäller flera av de länder som 2000 var bättre eller sämre än Sverige, eller inte skilde sig från Sveriges medelvärde i matematik. Slutsatsen är att vissa länder "knappar in på Sverige", medan andra "ökar försprånget" inom *rum och form*.

Motsvarande jämförelse för temat *förändring och samband* visar för de svenska eleverna ett något annorlunda mönster. De mest högpresterande eleverna gör år 2003 ett bättre resultat än år 2000. Totalt för Sveriges del är det ingen skillnad i medelvärdena inom detta tema mellan 2000 och 2003. Däremot visar det sig att OECD-medelvärdet blivit bättre 2003, samt att alla elever, såväl låg-, mellan- som högpresterande, förbättrat sina medelvärden inom detta tema. Den största förbättringen, inom OECD, står de svagpresterande eleverna för. Här återkommer samma mönster som för *rum och form*; flera länder har förbättrat sina resultat, dock ej Sverige. Flera länder har utökat sitt "försprång", medan andra "knappar in" på avståndet till Sverige.

Två länder som var sämre än vi 2000, Tjeckien och Tyskland, har blivit bättre på

båda dessa teman. Samma sak gäller två länder som är sämre än vi både 2000 och 2003, Polen och Luxemburg. Fyra länder som är sämre än vi både 2000 och 2003 har blivit bättre på ett av dessa teman.

Inom båda dessa teman är det endast de högpresterande eleverna som uppvisar en skillnad för Sveriges del. Varför är det ingen skillnad bland övriga elever? Så visar sig ju vara fallet för OECD-genomsnittet. Där är det dessutom de mest svagpresterande eleverna som står för den största förbättringen.

Sveriges position och uteblivna förbättring, och den förändring som flera andra länder uppvisar, inom båda dessa teman är mycket viktig att observera. Den bör definitivt väcka frågan vad detta kan bero på.

Varför blir flera av de länder vars medelvärde är bättre än Sveriges, likaväl som för flera länder med ett sämre medelvärde än Sverige, bättre inom båda dessa teman, *rum och form* samt *förändring och samband*?

Flickor och pojkars resultat

I Sverige har pojkar i genomsnitt bättre medelvärde (512) än flickor (506) och denna skillnad är signifikant. För OECD-länderna är skillnaden också signifikant mellan flickor och pojkar, där flickornas medelvärde är 494 och pojkarnas 506. Det finns en könsskillnad, för medelvärdet i matematik, i 22 länder inklusive Sverige. Denna skillnad är i samtliga fall, utom för Island, alltid till pojkarnas fördel.

Totalt är det 27 uppgifter där det finns en skillnad mellan könen för de svenska eleverna. Totalt sett presterar flickor bättre än pojkar på åtta uppgifter och pojkar bättre än flickor på 19 uppgifter. De teman där den största differensen finns mellan könen är *rum och form* respektive *osäkerhet*, i båda fallen till pojkarnas fördel.

Resultaten i matematik i relation till resultaten i problemlösning

Ett nytt ämne fanns med i 2003 års undersökning; *problemlösning*. PISA delar in problemlösningsförmåga i tre olika problemtyper, där eleverna skulle göra endera av följande:

- fatta beslut under vissa förutsättningar
- analysera och designa system för en speciell situation
- felsökning i ett icke-fungerande system utifrån vissa givna symptom.

Resultaten från denna del av PISA-undersökningen ger en första bild av vad elever kan göra, när de ställs inför nya problemsituationer i ett ämnesövergripande sammanhang.

I likhet med de övriga ämnena i PISA används begreppet "literacy", som i problemlösning definieras som:

En individs förmåga att möta och lösa realistiska, tvärvetenskapliga problem i situationer där lösningsmetoden inte omedelbart är uppenbar, och där de kunskaper som behövs inte är begränsade till endast ett av ämnena matematik, naturvetenskap och läsförståelse.

Om man ser på sambanden mellan problemlösning och de tre övriga ämnena i PISA, uppvisar matematiken och problemlösningen det största sambandet (0,89). Sambandet mellan problemlösning och läsförståelse kommer sedan (0,82), medan ett något svagare samband finns mellan problemlösning och naturvetenskap (0,80).

Det kan förefalla märkligt att matematik uppvisar det största sambandet med problemlösning, eftersom matematikinnehållet i problemlösning endast utsträcker sig till grundläggande kunskaper och kompetens. Orsaken kan vara det analytiska tänkande som fordras i flera av uppgifterna i problemlösning, vilket också gäller för flera av uppgifterna i matematik.

För Sveriges del finns ingen signifikant skillnad mellan resultaten i problemlösning och matematik, vilket också gäller för exempelvis Danmark. Elever i Finland presterar däremot bättre i problemlösning än i matematik, medan det motsatta gäller exempelvis Norge och Island.

Flickor i Sverige, liksom i Norge och Island, presterar bättre resultat i problemlösning, medan pojkar presterar bättre än flickor i matematik i Sverige. Orsaken till detta kan vara att de matematiska kraven i problemlösning, på de flesta uppgifterna, är betydligt lägre än på flertalet av matematikuppgifterna. Istället är det förmågan till analytiskt tänkande som fokuseras i problemlösning. Det är inte i första hand kunskaperna i matematik, eller andra ämnen, som ska vara utslagsgivande i problemlösning utan elevens förmåga till analytiskt tänkande.

LITTERATUR

PISA 2003 – Svenska femtonåringars kunskaper och attityder i ett internationellt perspektiv, Skolverket, Rapport 254, 2004. Fritzes. (Finns även tillgänglig som pdf-fil på Skolverkets webbplats: www.skolverket.se/publicerat/press/press2004/press041206.shtml). Även en sammanfattning finns tillgänglig på denna webbplats.

PISA 2000. Svenska femtonåringars läsförmåga och kunnande i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv, Skolverket, Rapport 209, 2001, Liber Distribution.

PISA's internationella webbplats:
www.pisa.oecd.org