

# Dialoger om problemlösning

Diana Lambdin, Frank Lester, Göran Emanuelsson,  
Jonas Emanuelsson, Bengt Johansson, Ronnie Ryding & Karin Wallby

---

*Från och med detta nummer startar vi ett nytt återkommande tema i Nämnaren, Dialoger kring problemlösning, DPL. Du kan delta tillsammans med dina arbetskamrater, bilda en DPL-grupp på skolan och följa och bidra på Nämnarens hemsida <http://namnaren.ped.gu.se>.*

---

## Bakgrund och syfte

Sedan nr 1, 1979, har varje nummer av Nämnaren med enstaka undantag en Problemafdelning för läsare som tycker om att lösa litet annorlunda och intressanta problem. Vi vet att detta är en av våra mest populära och använda avdelningar och det är vår övertygelse att problemlösning är kärnan i alla matematikaktiviteter. Vi kan inte tänka oss en tidskrift i matematikundervisning utan en problemafdelning. Nu är vi mycket glada och förväntansfulla inför denna nya artikelserie med temat *Dialoger kring problemlösning*, eller kort och gott *DPL*.

Syftet är att ge intresserade och nyfikna läsare möjligheter att arbeta med problem och utbyta personliga reflektioner om tankar och ansträngningar med andra likasinnade. Du kan grubbla på problemen tillsammans med dina kolleger på skolans personalrum eller andra mötesplatser. Du kan diskutera dem på internet, vid problemlösningsskvällar eller på andra sätt. Vi är speciellt intresserade av DPL:s potential för att skapa en ”gemenskap av reflekterande problemlösare”.

---

*Diana Lambdin & Frank Lester, professorer vid Indiana University, Bloomington är ht 1998 gästprofessorer vid Göteborgs universitet. En av deras specialiteter är problemlösning och de har goda erfarenheter av DPL i USA. Denna artikel är framtagen i samarbete med Nämnarens redaktion.*

## Problemlösare i gemenskap

Vad menar vi då med ”gemenskap av reflekterande problemlösare”? Jo, som lärare bör vi ha samma möjlighet som våra elever att reguljärt engagera oss i riktig problemlösning eftersom, som vi nämnt ovan, problemlösning är matematikens kärna. Eller annorlunda uttryckt, matematik är inte ”en sport för åskådare”. Du kan inte hålla dig i god matematikform om du inte ägnar dig åt att praktisera matematik, dvs om du inte ofta ägnar dig åt problem. Målet med all matematikundervisning är lärande och vi är övertygade om att en problemlösare lär sig mera matematik om flera andra personer, som arbetar med samma problem, kommenterar hans eller hennes arbete. Denna princip är sann för alla problemlösare, här är det ingen skillnad på lärare och elever.

Vår erfarenhet är att det inte finns något bättre sätt att komma på och utveckla idéer än att vara med i en gemenskap där tänkande kring och arbete med problem diskuteras öppet. Vi kan lära oss nya tekniker, färdigheter, ansatser och sätt att tänka om och se på problem. Genom diskussioner med andra blir problemlösningen lättare, effektivare och djupare än när vi arbetar ensamma. Det finns naturligtvis ”oberoende problemlösare”, som kommer med lösningar som nästan helt stammar från dem själva. Men vi är övertygade om att även dessa problemlösare har glädje av möjligheten till oavbrutet medlemskap i en angenäm, stödjande intellektuell gemenskap.

## Hur ska detta gå till?

På nästa sida hittar du några nya problem av varierande svårighetsgrad. Inget av dem kräver kunskaper i matematik utöver logiskt resonerande och grundläggande kunskaper om tal, geometri och algebra. Problemen till detta nummer av DPL har vi valt tillsammans med våra amerikanska problemlösande vänner, Diana Lambdin och Frank Lester, som samarbetar med oss för att etablera DPL. I fortsättningen kommer Nämnaren att innehålla nya problem av det här slaget. DPL är avsedd att vara en komplettering till Problemavdelningen. Vi återupprepar att vårt syfte är att stimulera och stödja alla läsares reflektioner kring problemlösning, dvs att engagera sig i och göra matematik. Samtidigt som vi erbjuder nya problem, ber vi dig sända reflektioner kring problem du arbetat med. Särskilt vill vi uppmuntra:

- Kommentarer om problem som gjort dig förvirrad / tveksam om hur du ska göra.
- Diskussioner av vad du gjort eller hur du reagerat när du "kört fast" i dina försök att lösa ett problem.
- Förslag till lösningar på problem tillsammans med kommentarer om hur du kommit på lösningen och varför det är en intressant eller elegant lösning.
- Idéer om intressanta utvidgningar eller generaliseringar på problem.
- Förslag till hur problem kan användas i matematikundervisningen.

För att visa hur ett bidrag skulle kunna se ut, bad vi en kollega pröva det första problemet och skriva om sina tankar (observera att han inte berättar om hur man löser problemet för att inte förstöra glädjen för dig).

”Efter att ha lekt runt lite med olika kombinationer av nissar och tider utan att ha kommit i närheten av 17 minuter började jag undra om problemet överhuvudtaget var lösbart utan användning av speciella "knep". Jag tänkte på att lampan kastades mellan nissar, eller något sätt att bilda en langningskedja. Problemformuleringen ger dock inga utrymmen för "knep" och jag fann inget annat "kryphål". Problemet kanske var olösbart? Den korrekta lösningen var just att problemet saknade lösning, så är det ju ofta i verkligheten! Jag bestämde att så var fallet och beslöt att försöka visa att det inte finns någon lösning för tider mindre än 19 minuter eller var det 18? Jag snickrade ihop ett som jag tyckte rimligt logiskt resonemang som tycktes hållbart och lade problemet åt sidan.

Ett par dagar senare började jag tvivla på min lösning. Kanske gick det att lösa ändå... Vid en fikapaus påstod en kollega att hon löst problemet. Hon var mycket angelägen om att berätta hur hon gjort och trots mina protester fortsatte hon redogöra för sin lösning. Jag var tvungen att gå ut ur rummet för att undvika höra "det rätta svaret" och på så sätt gå miste om att ha kvar det roliga själv!

Mina misstankar om lösligheten var bekräftade och jag fann snart en lucka i mitt tidigare resonemang. Detta misstag gav också en idé om hur jag kunde gå vidare. Idén visade sig hållbar och så småningom fann jag en lösning. Denna gav i sin tur upphov till ytterligare en genom en enkel ändring. Nu så här i efterhand verkar det otroligt att det tog nästan en hel vecka! Nu när allt är "klart" börjar jag undra om det finns fler än två lösningar till problemet, eller om man kanske kan göra det under 17 minuter.”

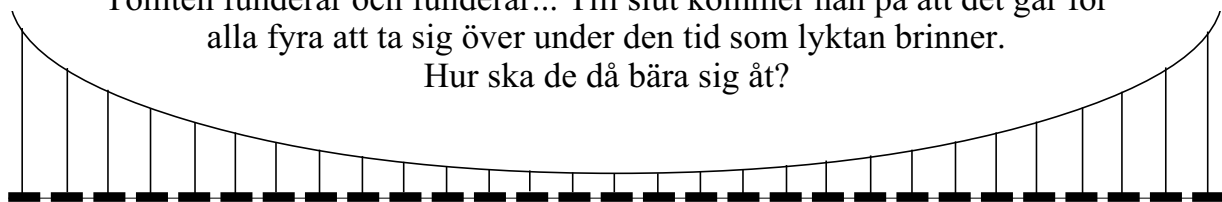
### **Delta i *Dialoger om problemlösning, DPL***

Pröva problemen på nästa sida med arbetskamrater, familjen och goda vänner. Följ och delta i DPL i <http://namnaren.ped.gu.se>. Bilda en dialoggrupp på skolan. Ta vara på alla tillfällen att bli road, intellektuellt stimulerad och utmanad av matematikens kreativitet i problemlösningens gemenskap!

## 1 Tomten vandrar sin lysta ban ...

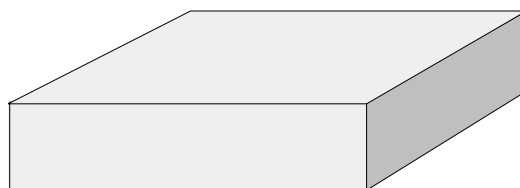
Jultomten och tre tomtenissar, Frank, Bengt och Göran, ska i midvinternatten passera en isig hängbro över en djup ravin. Alla befinner sig på ena sidan ravinen. Bara två personer åt gången kan befinna sig på bron. Tomten och nissarna går olika fort och när de går två och två tar det den tid som den långsammaste behöver. Tomten går på 10, Frank på 5, Bengt på 1 och Göran på 2 minuter.

Ingen av dem kan gå över utan att ha något att lysa sig med, eftersom bron vägbana är skrovlig och halkig. De har en enda lykta och den måste en gående ha med fram och tillbaka. Det går inte att kasta lyktan mellan sig och dess brinntid är 17 minuter. Tomten funderar och funderar... Till slut kommer han på att det går för alla fyra att ta sig över under den tid som lyktan brinner. Hur ska de då bära sig åt?



## 2 Nisses tal

En tomtenisse tänker på ett tal som slutar på 6, dvs entalssiffran är 6. Om Nisse raderar sexan och sedan skriver en ny sexa framför siffrorna som är kvar får han ett tal som är fyra gånger så stort som det tal han startade med. Gissa Nisses tal.



## 3 Chokladkaka för fem

En kaka är chokladglaserad på alla sidoytor utom den kvadratiske botten. Tomtemor vill skära kakan i fem bitar så att var och en av de fem medlemmarna i familjen får samma mängd kaka och lika mycket glasyr. Alla snitt ska vara vinkelräta mot kakens översida och varje tomte ska få sin del som en sammanhängande bit. Hur ska det gå till?

## 4 Lägenhetsbråk

I ett hyreshus med enbart vuxna är  $\frac{2}{3}$  av männen gifta med  $\frac{3}{5}$  av kvinnorna. Hur stor andel av de boende är gifta?

## 5 Vinkel utan spets

Rita en vinkel på ett papper. Riv sedan av en bit av papperet med vinkelns spets. Konstruera därefter vinkelns bisektris på det som finns kvar av papperet utan att ta hjälp av möjligheten att lokalisera vinkelns spets på nytt.

