



Olles blandade problem

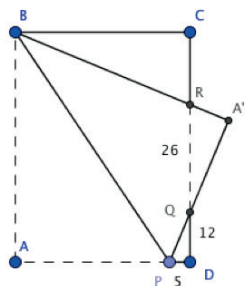
Under våren hade NCM en praktikant som bland annat fick i uppdrag att presentera några av sina favoritproblem. Urvalet föll på ett par klassiska problem som här kompletteras med några från Mathematics Teacher och från Martin Gardeners bok *My best mathematical and logic puzzles*.

4247 Snigeln i brunnen

En snigel har trillat ner i en brunn som är 7 meter djup. Varje dag orkar den klättra 2 meter upp längs brunnens vägg men under natten glider den ner 1 meter igen. Hur många dagar behöver snigeln på sig för att klättra upp till brunnens kant?

4248 Vika paper

Ett rektangulärt papper viks som bilden visar och sträckorna PD, DQ och QR mäts till 5, 12 respektive 26 längdenheter. Hur stor är arean av papperet innan det viks, alltså rektangeln ABCD?

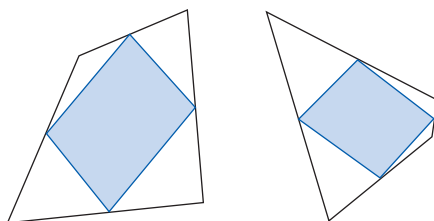


4249 Lottohjulet

På ett lottohjul finns ett antal lika stora fält med siffrorna 1, 2, 3 och 4. Det finns lika många fält med varje siffra som siffran själv, alltså ett fält med siffran 1 och så vidare. Vera ska snurra på hjulet två gånger och gissa om summan av de två talen hon får blir jämn eller udda. Vad bör hon välja för att ha störst chans att vinna?

4250 Alltid parallelogram?

Om du utgår från en oregelbunden fyrhörning (de svarta i figuren) och förbinder sidornas mittpunkter för att skapa en ny fyrhörning (de blåa i figuren) inuti den första så verkar den mindre alltid bli en parallelogram oavsett hur den ursprungliga såg ut. Hur kommer det sig?

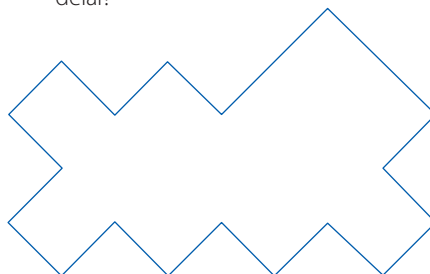


4251 Ikosaedern

En ikosaeder består av 20 lika stora liksidiga trianglar. Hur många tändstickor behöver du för att bygga en egen? (Utan att bryta några tändstickor.)

4252 Två lika delar

Hur går det att dela figuren i två identiska delar?



Svar och förslag på lösningar

4247 Rätt svar: Sex dagar.

Snigeln når upp till brunns kant den sjätte dagen. Den kommer 1 meter upp per dygn förutom den sista dagen då den klättrar 2 meter utan att glida ner igen eftersom den når upp till kanten.

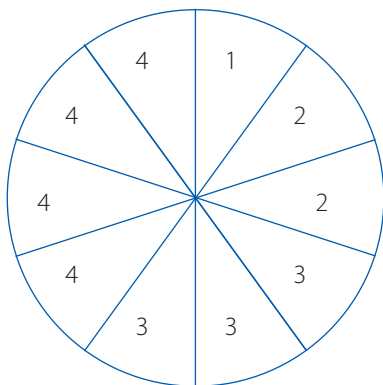
4248 Rätt svar: Arean är 2331 areaenheter.

Arean är lika med basen gånger höjden: $AD \cdot DC$. Genom att betrakta bilden går det att konstatera att $AD = A'Q + QP + PD$ och att $DC = DQ + QR + RC$. Av de sex sträckorna är tre givna i uppgiften och vi behöver finna längden på sträckorna $A'Q$, QP och RC .

För att göra detta behöver vi använda oss av det faktum att vinkningen ger upphov till tre likformiga trianglar: PDQ , $RA'Q$ och RCB . Med hjälp av likformighet och Pythagoras sats kan vi bestämma de sökta sträckorna.

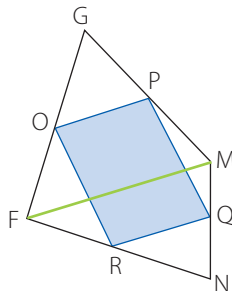
4249 Rätt svar: Hon bör välja jämn summa.

Det finns ett fält med siffran 1, två med siffran 2, tre med siffran 3 och fyra med siffran 4. Alltså finns det totalt tio fält på lottohjulet som bilden visar. Sannolikheten att få en jämn siffra är alltså $(2 + 4)/10 = 3/5$ och sannolikheten att få en udda siffra är $(1 + 3)/10 = 2/5$. För att summan av två tal ska vara jämn måste båda talen vara jämna eller udda alltså är sannolikheten att få ett jämnt tal: $(3/5) \cdot (3/5) + (2/5) \cdot (2/5) = (9 + 4)/25 = 13/25$. Detta är mer än 1/2 och alltså är det störst sannolikhet att summan av de två tal Vera får är jämn.



4250 Rätt svar: Se följande bevis.

För att bevisa att den blåa fyrhörningen är en parallelogram betrakta följande bild där en diagonal har dragits mellan punkterna F och M .



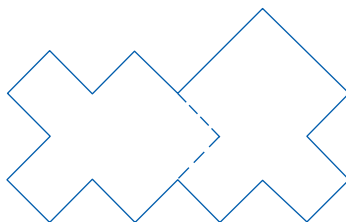
Vi kan nu betrakta triangeln FMG och sträckan OP . Eftersom O ligger på mittpunkten av FG ligger den också på halva höjden i triangeln FMG och samma sak gäller punkten P . Eftersom de ligger på samma höjd i förhållande till diagonalen FM är de två sträckorna FM och OP parallella. På samma sätt kan vi konstatera att sträckorna FM och RQ är parallella och därför är OP och RQ också parallella. Genom att dra den andra diagonalen, GN , kan vi på samma sätt konstatera att OR och PQ är parallella och att $OPQR$ är en parallelogram.

4251 Rätt svar: 30 tändstickor.

Varje tändsticka representerar en kant i ikosaedern som är uppbyggd av 20 ytor. Eftersom ikosaedern består av trianglar har varje sida tre kanter, men varje kant gränsar till två ytor så antalet tändstickor blir: $20 \cdot 3/2 = 30$.

4252 Rätt svar: Se följande bild.

Den som är tveksam till lösningen kan klippa ut bilden och undersöka hur delarna kan läggas på varandra.



Olle Hellblom