PROBLEM
AVDELNINGEN

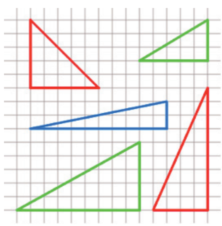
# Geometriproblem att fundera över

Nu stundar snart Kängurutävlingen och varje år brukar elever tycka att geometriproblemen är ett krångligt område. Här kommer några problem som ni tillsammans kan öva på inför årets Känguru.

4233 Kan du lägga två stickor så att de bildar en rät vinkel? Kan du lägga de båda stickorna så att de bildar två räta vinklar? Tre räta vinklar? Fyra räta vinklar?

4234 Under tredje timmen efter midnatt kommer de två visarna att ligga precis över varandra. Vad är klockan då? Kan du svara så att det stämmer på närmsta sekund?

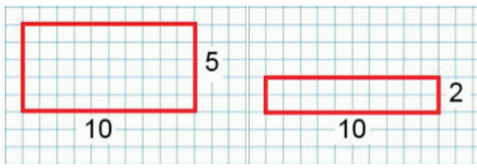
4235 Tim, Jenny och Anna har ritat rätvinkliga trianglar på ett rutat papper. Deras tringlar har alla två sidor som är ett helt antal rutor som längder. Sidorna är inte heller längre än 15 rutor. Jennys papper ser ut så här:



Anna säger: Jag har en triangel där arean och summan av de kortaste sidorna har samma värde. Tim säger: Titta det har jag också! Men min har en annan form än din! Hur ser dessa båda trianglar ut? Vilka mått har de?

4236 På en klocka visas alla timmar med ett visst streck, alla lika. Båda visarna är lika långa. Klockan placeras mitt emot en spegel. Vilken tid mellan 6 och 7 visas tiden på klockan och tiden i spegeln exakt lika?

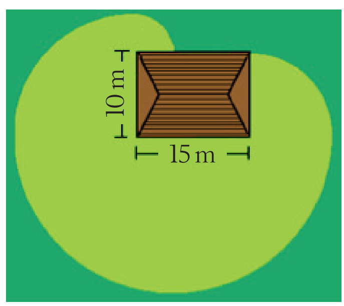
4237 Charlie har ritat rektanglar. Den vänstra rektangeln har omkretsen 30 och arean 50, medan den högra har omkretsen 24 och arean 20. Charlie undrar om han kan hitta en rektangel där en sida är 10 men där omkrets och area är lika stora?




Alice säger att det finns en massa rektanglar där area och omkrets är lika stora.

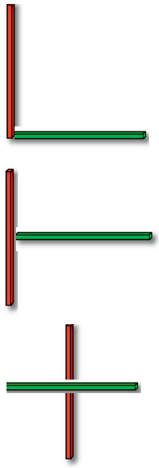
Kan du hjälpa Charlie och Alice att hitta bra motiveringar och exempel?

4238 Svea band fast sin get vid ett skjul med ett 20 meter långt rep. När hon kom tillbaka hade geten ätit allt gräs inom det område som den nådde, se bilden. Var på skjulet satte Svea fast repet? Vilken area har området som geten nådde?



## Svar och förslag på lösningar

### 4233
Det går att lägga två stickor så de visar en, två eller fyra räta vinklar.



*Area med stickor, Stickor kors och tvärs* samt *Uppslaget: Mönster med stickor* är några strävor med fler stickproblem som har geometrianknytning. De finns att hämta på ncm.gu.se/stravorna.

### 4234
Här blir det först en tolkningsfråga vad som menas med tredje timmen. Mellan klockan två och tre borde klockan visa precis efter 02:10. Efter klockan tre så borde den visa runt 03:15.

Om vi går på den första tolkningen kan vi börja med att räkna ut att minutvisaren vrider sig 6 grader/min och timvisaren vrider sig 0,5 grader/min. Om T är antalet minuter efter kl 02 så har minutvisaren vridit sig 6T och timvisaren vridit sig 60 + 0,5T efter att klockan varit prick 02. Dessa vinklar ska vara lika stora vilket ger lösningen att T är 100,91 min vilket motsvarar 10 min och 55 sek.

### 4235
Vi letar alltså efter rätvinkliga trianglar där summan av de korta sidorna är lika stor som triangelns area. Sidorna ska ha heltalslängder som är maximalt 15 rutor långa. Vi kallar de korta sidorna för $a$ och $b$. Då gäller att $a + b = ab/2$.

Då $a = 3, 4$ och 6 får vi $b = 6, 3$ och 4. Dessa tre lösningar är de enda med den givna restriktionen.

Utan restriktionen med heltalslängder som är maximalt 15 rutor finns oändligt många lösningar till ekvationen ovan. Det här är en bra undersökning för elever och några av dem kanske kommer så långt att de kan generalisera och hitta regler.

### 4236
27 min och 42 sek efter klockan sex.

Precis klockan sex står timvisaren och minutvisaren med 180° vinkel mellan sig. Låt timvisaren röra sig $x$°. I spegeln har timvisaren då rört sig $(180 – x)$°. På en timme rör sig timvisaren 30° och minutvisaren 360°. Båda visarna ska ha rört sig lika långt, dvs $(180 – x)/360 = x/30$. Vinkeln blir då $x = 180/13$ dvs denna vinkeländring motsvarar 27,69 min eller 27 min och 42 sek.

### 4237
I fallet där en sida är 10 måste den andra sidan vara 2,5.

För vidare arbete kan det vara bra att arbeta systematiskt. Låt eleverna undersöka och hitta några fall för att sedan gå vidare och göra allt mer systematiska undersökningar.

Om vi kallar längden och bredden för $x$ och $y$ så måste det gälla att $2x + 2y = x \cdot y$. Alla elever behöver naturligtvis inte sätta upp ett sådant förhållande men kanske kommer någon hit?

### 4238
Snöret satt 5 m från det nedre vänstra hörnet.

Det måste vara så att repet är helspänt när geten är uppe i det högra hörnet eftersom inget av gräset ovanför det hörnet har ätits upp. Om vi räknar därifrån är kortsidan 10 m och då måste repet suttit fast 10 m in på långsidan, alltså 5 m från det nedre vänstra hörnet.

Hur stor area som geten nådde kan man räkna ut genom att dela in området i kvartscirklar och i halvcirklar och få arean 903 m$^2$

Vad hade hänt om geten satt fast någon annanstans på skjulet? Kunde geten få mer gräs att tugga på då?

*Ulrica Dahlberg*