Räkna och häpna 2

Som rubriken indikerar är detta en fortsättning av något och i Nämnaren 2010:1 finns den första texten där författaren beskrev det han kallar *Räkna och häpna*-uppgifter samt delade med sig av ett antal uppgifter. Här upprepas vissa delar av beskrivningen och på nästa sida finns fem nya uppgifter. Man kan diskutera vad problemlösning innebär och de olika gränsdragningarna har ofta att göra med problemlösarens kunnande och erfarenhet. Matematikinnehållet i problemen här är nästan uteslutande taluppfattning, men för att kunna hantera talen behöver antaganden göras som inte är rutinmässiga för de allra flesta elever.

De senaste 10–15 åren har matematikundervisningen förändrats. I många skolor arbetar eleverna i hög utsträckning på egen hand och i egen takt. Detta medför att det blir en stor spridning mellan eleverna. I Skolverkets rapport om PISA-undersökningen står det bland annat så här:

> *Eleverna har blivit mer utlämnade till sig själva och sin egen förmåga att söka kunskap och uppnå målen.*

Skälet till den här utvecklingen är bland annat den förändrade lärarroll som blev på modet för 10–15 år sedan och som innebar att läraren mer skulle fungera som handledare än som förmedlare av kunskap.

Med den spridning mellan eleverna som detta arbetssätt nästan alltid medför, blir det svårt med gemensamma genomgångar av nytt stoff vilket, enligt mitt sätt att se, är mycket olyckligt.

Själv har jag i min undervisning då och då samlat eleverna för lösning av en typ av uppgifter som jag kallar *Räkna och häpna*. Det är öppna uppgifter vilket innebär att en del fakta saknas. Eleverna måste själva göra vissa antaganden för att kunna räkna fram ett svar. Uppgifterna ska till sin karaktär vara av det slaget att de upplevs som fantasieggande och spännande och som ger överraskande svar. *Blev det så mycket?* eller *Blev det inte mer?* är vanliga elevreaktioner. Arbetsgången kan beskrivas så här:

- uppgiften presenteras för eleverna
- eleverna skriver en hypotes om vad de tror att svaret är
- eleverna får enskilt, parvis eller i grupp försöka lösa uppgiften
- läraren och eleverna löser gemensamt uppgiften
- diskussion om vilken som var den bästa hypotesen.

Värt att notera är att den här typen av uppgifter inte har något exakt svar. Svaret är ju avhängigt av vilka antaganden man gör.

På nästa sida följer några exempel på *Räkna och häpna*-uppgifter, några lätta och några lite svårare.

4118 IKEA-katalogen

IKEA-katalogen trycks årligen i 200 miljoner exemplar. Hur lång bokhylla skulle behövas för att alla kataloger ska få plats?

Vi räknar med att katalogen ungefär är 1 cm tjock. Bokhyllans längd är då 200 000 000 cm = 2 000 000 m = 2 000 km = 200 mil. Det motsvarar sträckan Stockholm-Rom.

4119 Tandkrämssträngen

Varje morgon och kväll borstar de flesta av oss tänderna. Vare sig vi använder en elektrisk eller vanlig tandborste så lägger vi varje gång en sträng tandkräm på tandborsten. Tänk dig att all tandkräm som vi svenskar gör av med på ett år läggs i en enda lång sträng. Hur lång blir den?

Vi utgår från att det är nio miljoner svenskar som borstar tänderna två gånger per dag och att strängen tandkräm är 0,5 cm per gång. Vi får då att den sammanlagda längden är $365 \cdot 2 \cdot 109 \cdot 0{,}5\,\text{cm} \approx 3\,300$ mil. Det motsvarar nästan jordens omkrets på 4 000 mil.

4120 Läsdags

Världens största bokverk heter Yongle Dadian och skrevs av 2 000 skolbarn i Kina i början av 1400-talet. Bokverket består av 11 095 böcker och innehåller cirka 370 miljoner kinesiska tecken. Tänk dig en bok på svenska med 370 miljoner ord. Hur lång tid skulle det ta att läsa den?

I en vanlig bok kan det finnas 40 rader på varje sida och på varje rad kanske 10 ord. Det betyder att det på en sida kan finnas ungefär 400 ord. En bok med 370 miljoner ord skulle då omfatta ungefär 370 000 000 / 400 sidor ≈ 900 000 sidor. Om vi antar att man läser en sida på 5 minuter skulle det ta $900\,000 \cdot 5$ min = 4 500 000 min att läsa boken. Det motsvarar 4 500 000 / 60 h = 75 000 h vilket är 75 000 / 24 dygn ≈ 3 000 dygn ≈ 8 år. Säg att man läser 8 h per dygn, då skulle det alltså ta 24 år att läsa boken.

4121 Repet runt jorden

Vi tänker oss ett rep som ligger runt jorden längs ekvatorn. Vi tänker oss sen ett rep på 1 m höga stolpar runt ekvatorn. Hur mycket längre är det andra repet än det första?

Vi kallar jordens diameter för d m. Ekvatorns och det första repets längd är då $\pi \cdot d$ m. Det andra repets längd är $\pi \cdot (d + 2)$ m. Skillnad i längd: $\pi \cdot (d + 2) - \pi \cdot d$ m = 2π m ≈ 6 m. Det är intressant att konstatera att jordens diameter inte spelar någon roll för svaret. Det blir alltså samma svar om man gör räkneexperimentet på en fotboll.

4122 Blanda kortlek

På hur många sätt kan en vanlig kortlek blandas?

Antalet sätt räknas ut med multiplikationen $52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. Produkten är ett oerhört stort tal, cirka $8 \cdot 10^{67}$. Hur mycket är det? Vi gör en jämförelse:

En människa består av ca $5 \cdot 10^{27}$ atomer.

Jordklotet består av ca 10^{51} atomer.

I hela solsystemet finns ca 10^{60} atomer.

Det antal sätt som en kortlek kan blandas på är alltså ungefär lika med antalet atomer i

$$\frac{8 \cdot 10^{67}}{10^{60}} \text{ solsystem} = 80 \text{ miljoner solsystem.}$$

Helt otroligt!

Lennart Undvall