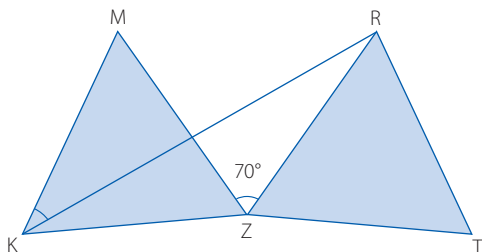




**K**ängurutävlingen har många bra uppgifter som lämpar sig för undervisningen på flera av gymnasiets kurser. I våras inför det nationella provet i Ma2c ville jag låta 16 av mina elever öva både på geometri och muntliga diskussioner. Jag valde ut fyra av årets geometriproblem på *Junior*. Jag tog bort svarsalternativen eftersom jag ville att de skulle träna på att formulera välmotiverade lösningar. Varje elev fick en uppgift i läxa till en bestämd lektion. Jag hade alltså fyra elever som hade fått samma uppgift. Under lektionen fick de som hade samma uppgift presentera sina lösningar för varandra. När det var gjort fick de ut ett lösningsförslag och en bedömningsmall. Deras uppgift var nu att försöka bedöma lösningarna. Det blev en hel del diskussioner i grupperna.

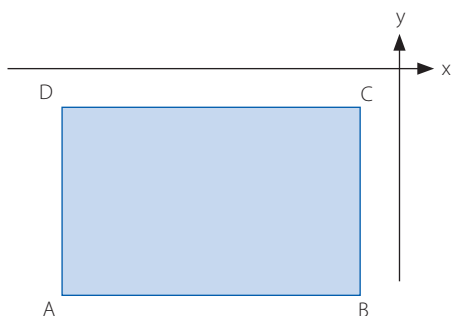
**4012 Roterande liksidig triangel**

När den liksidiga triangeln  $KZM$  roteras kring hörnet  $Z$  får man som bild triangeln  $RZT$ . Bestäm  $\angle MKR$ .



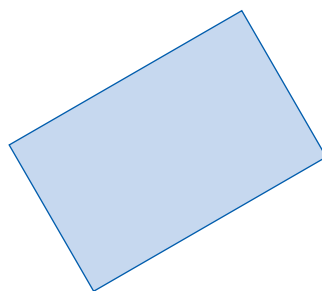
**4013 Rektangel i koordinatsystem**

Kanterna i rektangeln  $ABCD$  är parallella med koordinataxlarna. För varje hörnpunkt beräknas kvoten  $y$ -koordinat/ $x$ -koordinat. I vilken av de fyra hörnpunkterna har kvoten sitt minsta värde?



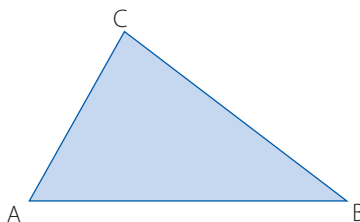
**4014 Klippa isär rektangel**

Tänk dig en rektangel där en av sidorna har längden 5. Rektangeln ska klippas isär i en kvadrat och i en rektangel, så att en av dem har arean 4. Hur många sådan rektanglar finns det?



**4015 Vinkel i triangel**

I triangeln  $ABC$  väljs punkterna  $M$  och  $N$  på sidan  $AB$  så att  $AN = AC$  och  $BM = BC$ . Bestäm  $\angle ACB$  om  $\angle MCN = 43^\circ$ .



## Förslag på lösningar och bedömningsmallar

4012

### Lösningförslag

Triangeln  $KZR$  är likbent. Eftersom triangeln  $KZM$  är liksidig så är  $\angle KZR = 60^\circ + 70^\circ = 130^\circ$ . Då är de lika stora vinklarna i triangeln  $KZR$ ,  $\angle RKZ = \angle KRZ = (180^\circ - 130^\circ)/2 = 25^\circ$ . Alltså är  $\angle MKR = 60^\circ - 25^\circ = 35^\circ$ .

Svar: Vinkeln  $MKR$  är  $35^\circ$ .

### Bedömningsmall

Inser att triangel  $KZR$  är likbent +1 E<sub>R</sub>  
 Löser problemet +1 C<sub>PL</sub>  
 Välmotiverad lösning +1 C<sub>K</sub>

4013

### Lösningförslag

Rektangeln är placerad i tredje kvadranten så därför är samtliga koordinater negativa och alla kvoter blir positiva.

A och B har samma  $y$ -koordinat medan  $x$ -koordinaten för A är mindre än för B. Då är kvoten  $y/x$  minst i A.

A och D har samma  $x$ -koordinat medan  $y$ -koordinaten för A är mindre för D. Kvoten  $y/x$  är då minst i D.

Återstår att jämföra D och C. Samma resonemang som för A och B ger att i punkten D har kvoten sitt minsta värde.

Svar: I punkten D har kvoten sitt minsta värde.

### Bedömningsmall

Resonerar om kvoten för minst två hörnpunkter utifrån valda värden +1 C<sub>R</sub>  
 Godtagbar lösning +1 C<sub>PL</sub>  
 Generell lösning +1 A<sub>PL</sub>

4014

### Lösningförslag

Låt rektangeln ha basen 5 och höjden  $h$ .

En kvadrat med area 4 får vi om rektangelns höjd  $h = 2$ .

En rektangel med area 4 och en kvadrat med area 25 får vi om rektangelns bas = 5 och dess höjd  $h = 5 + 4/5$ .

En rektangel med area 4 får vi då höjden  $h$  uppfyller andragradsekvationen  $h(5 - h) = 4$  med två lösningar,  $x = 1$  eller  $x = 4$ .

Svar: Det finns fyra sådana rektanglar.

### Bedömningsmall

Visar förståelse för problemet genom att rita figur och ange två rektanglar som uppfyller villkoret +1 E<sub>PL</sub>  
 Resonerar om möjliga fall +1 C<sub>R</sub>  
 Bestämmer samtliga fall med godtagbara motiveringar +1 C<sub>PL</sub>  
 Välmotiverad lösning +1 A<sub>PL</sub>

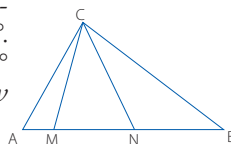
4015

### Lösningförslag

$AN = AC$  ger att triangel  $ANC$  är likbent och  $\angle ACN = \angle ANC = v$ .

$BM = BC$  ger att triangel  $AMC$  är likbent och  $\angle BMC = \angle BCM = u$ .

Då är vinklarna i triangel  $MNC$ ,  $u$ ,  $v$  och  $43^\circ$ . Alltså är  $u + v = 180^\circ - 43^\circ = 137^\circ$  och  $\angle ACB = u + v - 43^\circ = 94^\circ$ .



Svar: Vinkeln  $ACB$  är  $94^\circ$

### Bedömningsmall

Visar förståelse för problemet genom att rita en korrekt figur och markera det som är givet +1 E<sub>PL</sub>  
 Resonerar om likbenta trianglar och lika stora vinklar +1 C<sub>R</sub>  
 Löser problemet godtagbart +1 C<sub>PL</sub>  
 Välmotiverad lösning +1 A<sub>PL</sub>

## Den andra lektionen

Inför nästa lektion fick eleverna veta att var och en skulle presentera sin uppgift. I varje grupp om fyra elever fanns det en elev med uppgift 1, en med uppgift 2 osv. Utöver presentationen fick kamraterna möjlighet att komma med kommentarer och lämna feedback.

Det blev två lyckade lektioner och det går naturligtvis att plocka ut Känguruproblem inom andra områden och göra motsvarande upplägg.

*Susanne Gennow*

I bedömningsmallarna finns beteckningar som +1 E<sub>R</sub> och +1 A<sub>PL</sub>. Dessa står för betygssteg och vilken förmåga som avses. +1 A<sub>PL</sub> innebär att lösningen ger ett poäng på betygssteg A inom problemlösningsförmågan.