



De fyra första problemen handlar om talbegrepp och relationer mellan tal. Därefter följer problem som tar upp grundläggande geometriska objekt, framförallt triangeln. Uppmuntra dina elever att föra resonemang med varandra kring begrepp, relationer och hur de nått fram till sina lösningar.

3921 Första försöket

I din byrålåda finns det minst 2 par svarta, 3 par röda och 5 par vita strumpor. En vinterdag har du väldigt bråttom till bussen. Hur många strumpor behöver du ta i mörkret för att vara säker på att få två i samma färg?

3922 Andra kastet

Kasta en tärning två gånger, lägg samman poängen och dubbla summan. Om du får 3 i första kastet och ska ha en summa som är mindre än 15, vad kan du slå i andra kastet?

3923 Åldersrelation

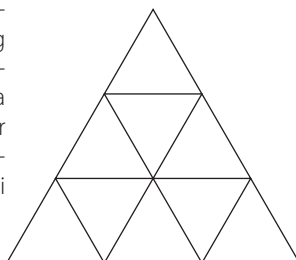
Henrik föddes på sin mormors födelsedag. Hans ålder idag får vi genom att byta ordning på siffrorna i det primtal som anger mormors ålder. Om tio år är Henriks mormor tre gånger så gammal som han. Hur gamla är de idag?

3924 Berömd primtalssumma

Skriv 24 som en summa av två primtal på så många sätt som möjligt. Prova med andra jämna tal. Går det alltid att hitta två primtal?

3925 Leta parallelltrapetser

Ett likbent parallelltrapets är en fyrhörning där två sidor är parallella och de två övriga sidorna är lika långa. Hur många likbenta parallelltrapetser finner du i triangelnätet?



3926 Fem kvar

Tänk dig att triangelfiguren i 3925 är lagd med tändstickor. Ta bort fyra tändstickor så att det blir fem trianglar kvar.

3927 Lyft inte pennan

Undersök om du kan rita triangelfiguren i 3925 och 3926 utan att lyfta pennan och utan att rita någon av sidorna mer än en gång.

3928 Prima triangel

I en triangel är varje sidas längd ett primtal. Även omkretsen ges av ett primtal. Vilken är triangeln med dessa egenskaper som har den minsta omkretsen?

3929 Trianglar, trianglar...

En liksidig triangel har sidan 10 cm. Hur många små liksidiga trianglar med sidan 1 cm behövs för att fylla den större triangeln på samma sätt som triangelfiguren i problem 3925?

3930 Lika stora areor?

De koncentriska cirklarna i figuren har radierna 1, 2, 3, 4, 5, 6 och 7 cm. Undersök vilka områden som har samma area.



Svar, ledtrådar och kommentarer

3921 4 strumpor. De tre första kan ha olika färg, men den fjärde måste ha samma färg som någon av de första tre.

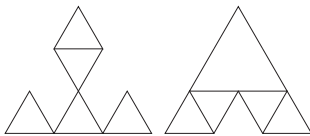
3922 1, 2, 3 eller 4. Om du slår 5 eller 6 är summan 16 respektive 18.

3923 17 och 71. Med tanke på tänkbara åldrar finns det inte så många primtal att pröva. Kan också lösas med hjälp av ekvation.

3924 $5 + 19$, $7 + 17$, $11 + 13$. Enligt en hittills obevisad men mycket berömd förmodan av Goldbach (1742) gäller följande: Varje jämnt tal större än eller lika med 4 kan skrivas som summan av två primtal.

3925 18. Det finns sex parallelltrapetser med olika långa parallella sidor, parallella med varje triangelsida, ($3 \cdot 6 = 18$). Då har vi inte räknat med romber eller parallelogrammer som inte är romber. Dessa är specialfall av parallelltrapetser. Hur många romber och hur många parallelogrammer finner du?

3926 Exempel:



3927 Det går om du börjar och slutar i ett hörn där tre sidor möts. Varför?

3928 Triangeln med sidorna 2, 2 och 3. Triangeln med sidorna 5, 7 och 11 är den minsta icke likbenta triangeln med dessa egenskaper. Finns det en rätvinklig triangel med sådana egenskaper?

3929 100. Antalet trianglar ökar med två för varje lägre "våning": 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

Summan $10 \cdot (1 + 19) / 2$.

Alternativa lösningar:

1. Den stora triangeln har 10 gånger så stor bas och 10 gånger så stor höjd som den lilla, alltså hundra gånger så stor area. Därför behövs det 100 småtrianglar för att fylla den.

2. Rita en romb som består av två stora trianglar. Den kan delas i 100 små romber. Varje liten romb består av två små trianglar, så den stora romben innehåller 200 små trianglar och en stor triangel är ju hälften av denna.

3930 Exempel: Ringen mellan cirkeln med radien 5 cm och den med 4 cm har samma area som cirkeln med radien 3 cm ($25\pi - 16\pi = 9\pi$). Ringen mellan cirkeln med radien 7 cm och den med 5 cm har samma area som ringen mellan cirkeln med radien 5 cm och den med 1 cm ($49\pi - 25\pi = 25\pi - \pi$).

Cirkeln med radien 4 cm har lika stor area som området mellan cirklarna med radierna 3 cm respektive 5 cm.

Göran Emanuelsson