



Groddar (eng Sprouts) är ett spel som uppfanns 1967 av två matematiker vid Cambridge University, Michael Paterson och John Conway. Det är ett till synes enkelt strategispel för två spelare där spelplanen växer fram efterhand man spelar.

Man börjar med tre punkter. Den spelare som börjar förbinder två av punkterna med en linje och sätter en ny punkt mitt på linjen. Nästa spelare förbinder på samma sätt två punkter med en linje och placerar en punkt på denna linje.

Några begränsningar finns det. Den ena är att man inte får korsa en annan linje. Den andra är att det får gå högst tre linjer från varje punkt. Spelet går ut på att göra det omöjligt för sin motspelare att dra en linje när det är dennes tur. Den som drar sista linjen vinner.

Med dessa enkla regler får man ett ganska enkelt spel med invecklade strategier. Det finns dessutom goda möjligheter att öva sig på enkla matematiska bevis med Groddar.

Spelets entusiaster har kommit fram till en terminologi som används för att förklara dynamiken i och strategierna för spelet.

n = antal startpunkter

m = antal gjorda drag i spelet

Antalet *friheter* (liberties, L) för en punkt är tre minus antal streck från punkten.

En punkt är *död* (dead, d) om den inte har några friheter.

En *överlevare* (survivor, s) är en punkt som inte är död vid spelets slut.

En *vakt* (guard, g) är en död punkt som är granne till en eller två överlevare.

En *farisée* (pharisee, p) är en död punkt som inte är en vakt.

En *region* (region, r) är ett område på pappret som är omgivet av linjer.

Ett *kluster* (cluster, c) består av alla punkter som är direkt eller indirekt förbundna med linjer. En indirekt förbindelse innebär att det finns andra punkter längs vägen. Ett spel med n punkter startar med n kluster.

Varje linje som förbinds med en punkt bildar ett *område* (site) vid punkten. En punkt har lika många områden som linjer som går från punkten. En punkt utan linjer har ett område.

Med hjälp av denna terminologi kan man formulera ett antal satser och bevis kring spelet groddar. Här ett exempel:

Sats:

Visa att antalet friheter vid varje tidpunkt i spelet kan uttryckas $L = 3n - m$.

Bevis:

Varje punkt har 3 friheter vid spelets början. Det finns n punkter. Alltså finns det $3n$ friheter vid spelets början. Varje drag minskar antalet friheter med 1 eftersom när två punkter förbinds minskar antalet friheter med 2 men den nya punkt som tillkommer på linjen tillför 1 frihet. Alltså är $L = 3n - m$.

Andra satser att bevisa:

Visa att största möjliga antal drag kan uttryckas som $m \leq 3n - 1$.

Visa att minsta antal drag kan uttryckas som $m \geq 2n$.

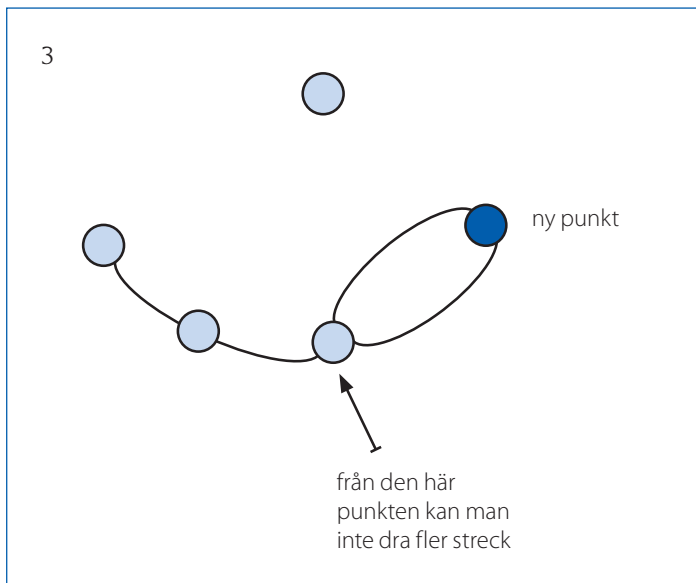
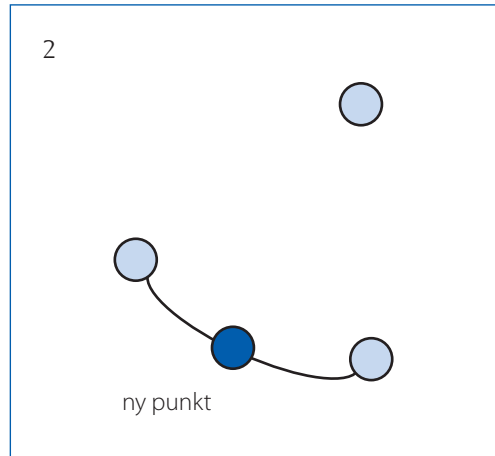
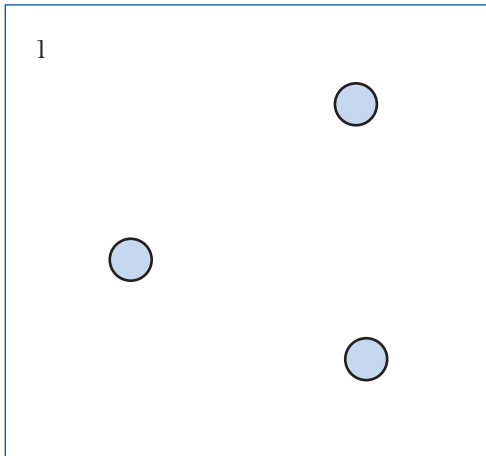
Visa att största antal regioner kan uttryckas som $r \leq 2n + 1$

Ett sätt att öka spelets komplexitet är att starta med fyra eller fem punkter. Läs mer om spelet Groddar på nrich.maths.org/2413.

Calle Flognman

Groddar

Groddar är ett spel för två spelare. För att spela behöver ni bara penna och papper. Börja med att göra tre stora punkter på pappret. Den spelare som börjar ska dra en linje mellan två punkter och sätta en ny punkt mitt på den nya linjen. Nu är det den andra spelarens tur att göra likadant. Reglerna är enkla. Det får inte gå fler än tre linjer från varje punkt och inga linjer får korsa varandra. En linje får dras till samma punkt som den startade i, om punkten inte är full. De tre bilderna nedan visar hur spelet kan börja. Du vinner när det är din motspelares tur och denne inte kan dra någon linje.



- Frågor** Finns det en vinnande taktik?
Är det viktigt vem som börjar?
Varför tar spelet slut efter ett visst antal omgångar? Hur många?
Vad händer om man börjar spelet med 4 eller 5 punkter?